

多智能体系统离散时间一致性问题中的参数设计

何吕龙¹, 柏 鹏², 梁晓龙^{3†}, 张佳强³, 王维佳¹

(1. 空军工程大学 装备管理与安全 工程学院, 西安 710051; 2. 空军工程大学 装备发展与运用研究中心, 西安 710051; 3. 空军工程大学 空管领航学院, 西安 710051)

摘要: 研究二阶多智能体系统在固定、有向通信拓扑条件下的离散时间一致性问题. 针对每个智能体, 采用基于速度、位置的分布式控制协议, 分析速度、位置增益系数以及采样周期等参数对系统一致性的影响. 结果表明, 要实现二阶多智能体系统的一致性控制, 在保持个体之间通信拓扑有生成树的同时, 控制协议中的各个参数还必须满足一定的约束条件. 系统拉普拉斯矩阵的特征值和采样周期对系统能否实现渐近一致起到了关键的作用. 最后, 给出一致性控制中参数设计的一种可行方法, 并通过仿真对理论分析的正确性进行验证.

关键词: 多智能体系统; 一致性; 分布式控制; 参数设计; 通信拓扑

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Parameters design for consensus in multi-agent systems with second-order discrete-time dynamics

HE Lyu-long¹, BAI Peng², LIANG Xiao-long^{3†}, ZHANG Jia-qiang³, WANG Wei-jia¹

(1. Equipment Management and Safety Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China; 2. Equipment Development and Application Research Center, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China; 3. Air Traffic Control and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)

Abstract: The consensus problem for double-integrator dynamics under fixed and directed interaction in a discrete-time setting is studied. A distributed control protocol based on velocity and position is designed for each agent, and the impact of velocity and position gains and sampling period on consensus is analyzed. Results show that consensus of the second-order multi-agent system can be achieved if and only if the topology graph has a directed spanning tree and the values of the gain parameters meet some constraints. Both eigenvalues of the corresponding Laplacian matrix and sampling period play a key role in reaching asymptotical consensus. A general parameter design method for consensus problem is proposed. Finally, numerical simulations are given to illustrate the effectiveness and feasibility of the theoretical results.

Keywords: multi-agent systems; consensus; distributed control; parameter design; communication topology

0 引言

一致性控制是多智能体系统控制的基础,也是协同控制的一种特例. 所谓一致性控制是指通过设计合适的一致性算法或者协议使得所有智能体的状态达到一致. 在很多领域和工程问题中,一致性协同控制都有着广阔的应用前景,如无人机集群控制^[1-2]、多卫星编队^[3-4]、多机器人协作^[5-6]等. 因此,对多智能体系统一致性相关问题进行研究具有重要的理论和应用价值. 目前,多智能体系统一致性问题的研究主要集中在一致性协议设计及其收敛性分析,在网络/通信拓扑的连通和保持,以及系统在时延和扰动

情况下的稳定性等方面取得了大量成果,由此提出了多种基于智能体位置、速度的一致性控制协议和模型^[7-12].

近年来,对协议中的位置、速度增益系数以及离散时间系统的采样周期等相关参数进行设计与优化也开始受到广泛关注. 文献[13]在固定有向拓扑条件下研究了连续时间二阶系统的一致性协议,发现协议中的速度、位置增益系数需要满足依赖于系统Laplacian矩阵特征值的约束条件才能达到一致;文献[14-15]分别针对固定和切换拓扑,设计了二阶系统一致性协议,并给出了实现一致性的充分条件;文

收稿日期: 2017-04-23; 修回日期: 2017-07-17.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61472442, 61472443); 陕西省自然科学基金基础研究计划项目(2013JQ8042).

责任编委: 虞文武.

作者简介: 柏鹏(1961—), 男, 教授, 博士, 从事电子系统一体化、集群作战等研究; 何吕龙(1990—), 男, 博士生, 从事航空集群运动一致性及编队控制的研究.

†通讯作者. E-mail: afeu_lxl@sina.com

文献[16]研究了二阶系统一致性控制的通用协议,指出通过选择不同的速度、位置增益系数可以实现不同的一致性状态;文献[17]进一步研究了存在时延的连续时间二阶系统一致性问题,设计了基于位置和速度误差的一致性协议,给出了协议中增益系数和Laplacian矩阵特征值应满足的约束关系;文献[18]研究了二阶系统离散时间一致性问题,指出在通信拓扑存在生成树的情况下,一定存在满足条件的速度和位置增益,使系统达到一致状态,但并未指出如何确定相应的参数;文献[19]研究了固定拓扑条件下,速度、位置增益应满足的约束条件,但没有考虑采样周期对系统一致性的影响;文献[20]分别在无向和有向拓扑条件下讨论了一致性协议中增益参数和采样周期的约束关系,但结论中只考虑了速度增益;文献[21]进一步讨论了耦合分组(Couple-group)一致性问题中相关参数与采样周期的约束关系;文献[22]研究了非线性多智能体系统的领导-跟随一致性,指出不能实现一致的原因是个体之间的耦合作用不够强,并给出了相应的解决措施;文献[23]在通信拓扑强连通假设下,研究了一阶连续时间系统一致性协议中的增益优化问题;文献[24]针对二阶系统离散时间一致性问题,设计了仅基于位置信息的控制协议,得出了增益系数和采样周期的约束关系,指出较小的采样周期并不一定能加快系统收敛速度。

文献[13-24]取得的成果对多智能体系统一致性控制协议的参数设计具有重要的指导意义。但其考虑的参数不够完备,且未给出参数设计的一般方法和流程,参数选择往往具有一定的随机性。为此,本文首先针对二阶离散时间多智能体系统,设计基于速度、位置误差的分布式控制协议;然后,建立实现系统一致性的充要条件,给出速度、位置增益及采样周期的约束条件,并给出相关参数的设计方法和流程;最后,通过仿真对理论分析结果进行验证。

本文符号说明: $\mathbf{1}_N(\mathbf{0}_N)$ 表示元素全为1(0)的 N 维列向量。在不引起歧义的情况下,用 $\mathbf{1}(\mathbf{0})$ 表示元素全为1(0)的相应维数的矩阵或向量。 I_N 表示 N 阶单位矩阵, i 表示虚数单位,即 $i^2 = -1$ 。

1 预备知识

对于包含 N 个智能体的系统,如果将每个智能体作为节点,则其通信拓扑结构可用有向图 $G = (W, E, A)$ 表示。其中: $W = (w_1, w_2, \dots, w_N)$, $E \subseteq \{(w_i, w_j) : w_i, w_j \in W\}$, $A = [a_{ij}] \in R^{N \times N}$ 分别表示图 G 的顶点集、边集和邻接矩阵。如果节点 w_i 和 w_j 存在一条有向边 $e_{ij} = (w_i, w_j) \in E$,则称 j 为 i 的邻接节点,即智能体 i 能得到 j 的状态信息, $N_i := \{w_j | w_j$

$\in W : e_{ij} \in E\}$ 表示 i 的所有邻接个体。若 $w_j \in N_i (j \neq i)$,则 $a_{ij} > 0$;否则 $a_{ij} = 0$ 。图中的一条有向路径是指从节点 w_i 到 w_j 的有序边序列 $(w_i, w_{i+1}), \dots, (w_{j-1}, w_j) \in E$ 。若图中至少存在一个节点,其具有到其他所有节点的有向路径,则称该图包含一棵有向生成树。图的Laplacian矩阵 $L = [l_{ij}] \in R^{N \times N}$ 定义为

$$l_{ij} = \begin{cases} \sum_{k=1, k \neq i}^N a_{ik}, & i = j; \\ -a_{ij}, & i \neq j. \end{cases}$$

为了进一步研究,本文还需要以下引理。

引理1^[1] 对于具有 N 个节点的有向图 G ,设Laplacian的特征值为 $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, N$,则有以下结论成立: 1) L 具有至少一个0特征值, $\mathbf{1}_N$ 是0特征值对应的特征向量,且满足 $L\mathbf{1}_N = \mathbf{0}$; 2) 如果 G 有生成树,则0是 L 的代数重数为1的特征值,且剩余 $N-1$ 个特征值的实部均为正,即 $0 = \lambda_1 < \text{Re}(\lambda_i), i = 2, 3, \dots, N$ 。

2 一致性协议及主要结果

2.1 一致性协议

考虑由 N 个智能体组成的系统,设每个个体的动力学特性可以用如下二阶离散时间模型来描述:

$$\begin{cases} x_i(k+1) = x_i(k) + Tv_i(k), \\ v_i(k+1) = v_i(k) + Tu_i(k). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, N; x_i(k) \in R^n, v_i(k) \in R^n, u_i(k) \in R^n$ 分别表示智能体 i 的位置、速度和控制输入; $T > 0$ 表示采样周期。为描述方便,本文取 $n = 1$,但所得到的结论对于 $n \geq 2$ 的情况仍然成立,且可通过Kronecker积运算得到。

定义1 $\forall i, j = 1, 2, \dots, N$,如果系统在任意初始状态下都满足

$$\begin{cases} \lim_{k \rightarrow +\infty} \|x_i(k) - x_j(k)\| = 0, \\ \lim_{k \rightarrow +\infty} \|v_i(k) - v_j(k)\| = 0, \end{cases}$$

则称系统(1)能够实现渐近一致。

为实现多智能体系统的一致性,设计如下基于速度、位置信息的分布式控制协议:

$$\begin{aligned} u_i(k) = & -\alpha \sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_i(k) - x_j(k)) - \\ & \beta \sum_{j \in N_i} a_{ij}(v_i(k) - v_j(k)). \end{aligned} \quad (2)$$

其中: $\alpha > 0, \beta > 0$ 为待定参数,分别表示位置和速度增益系数。定义 $x(k) = \text{col}[x_1(k), \dots, x_N(k)], v(k) = \text{col}[v_1(k), \dots, v_N(k)], y(k) = \text{col}[x(k), v(k)]$,则将式

(2)代入(1),整理可得

$$y(k+1) = \Gamma y(k), \tag{3}$$

$$\text{其中 } \Gamma = \begin{bmatrix} I_N & T I_N \\ -\alpha T L & I_N - \beta T L \end{bmatrix}.$$

显然,系统(1)与(3)在一致性协议为(2)的条件下是等价的.

引理2^[19] 当且仅当1是 Γ 的代数重数为 $2m$ 的特征值时,0是 L 的代数重数为 m 的特征值.

证明 设 Γ 的特征值为 μ ,由特征值的定义可知

$$\det(\mu I_{2N} - \Gamma) = \prod_{i=1}^N \{(\mu - 1)^2 + [\alpha T^2 + (\mu - 1)\beta T]\lambda_i\}. \tag{4}$$

令 $\det(\mu I_{2N} - \Gamma) = 0$,可得

$$\mu_{i1,2} = 1 + \frac{-\beta\lambda_i \pm \sqrt{\beta^2\lambda_i^2 - 4\alpha\lambda_i}}{2} T.$$

由于 $\alpha > 0$,通过上式可知,当且仅当 $\lambda_i = 0$ 时, $\mu_{i1,2} = 0$. \square

2.2 一致性分析及主要结论

定理1 系统(1)能够通过协议(2)实现一致的充要条件是:矩阵 Γ 有且仅有两个特征值为1,且其余特征值在单位圆内. 如果系统能够实现一致,则该一致状态满足

$$\begin{cases} \lim_{k \rightarrow +\infty} \{x(k) - [\mathbf{1}_N \xi^T x(0) + kT \mathbf{1}_N \xi^T v(0)]\} = 0, \\ \lim_{k \rightarrow +\infty} \{v(k) - \mathbf{1}_N \xi^T v(0)\} = 0. \end{cases} \tag{5}$$

其中: ξ^T 是系统Laplacian矩阵的属于特征值0的左特征向量,且满足 $\xi^T \mathbf{1}_N = 1$.

证明 首先证明充分性. 容易验证,当矩阵 Γ 有且仅有两个特征值1时,不能与对角矩阵相似. 因此,存在可逆矩阵 P ,使得 $P^{-1}\Gamma P = J$,其中 J 为 Γ 的Jordan标准形,且具有如下形式:

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \tilde{J} \end{bmatrix}.$$

设 $P = (\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_{2N})$, $P^{-1} = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_{2N})^T$, 代入 $P^{-1}\Gamma P = J$ 可得

$$\Gamma(\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_{2N}) = (\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_{2N}) \begin{bmatrix} 1 & 1 & \mathbf{0} \\ 0 & 1 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{0} & \tilde{J} \end{bmatrix}.$$

整理可得

$$\begin{cases} \Gamma\zeta_1 = \zeta_1, \\ \Gamma\zeta_2 = \zeta_1 + \zeta_2. \end{cases}$$

由此可知: ζ_1, ζ_2 分别是 Γ 的属于特征值1的特征向量

和广义特征向量,通过计算可得 $\zeta_1 = [\mathbf{1}_N^T, \mathbf{0}_N^T]^T$, $\zeta_2 = [\mathbf{0}_N^T, \frac{1}{T}\mathbf{1}_N^T]^T$.

同理可知, η_1^T, η_2^T 分别为 Γ 的属于特征值1的左广义特征向量和左特征向量,并通过计算可得 $\eta_1 = [\frac{1}{T}\zeta^T, \mathbf{0}_N^T]^T$, $\eta_2 = [\mathbf{0}_N^T, \zeta^T]^T$,其中 ζ^T 是矩阵 L 的属于特征值0的任意左特征向量. 令 $\xi^T = \frac{1}{T}\zeta^T$,注意到 $P^{-1}P = I$,即 $\eta_1^T \zeta_1 = \xi^T \mathbf{1}_N = 1$. 显然, ξ^T 也是 L 的属于特征值0的左特征向量,且是唯一确定的,则有 $\eta_1 = [\xi^T, \mathbf{0}_N^T]^T$, $\eta_2 = [\mathbf{0}_N^T, T\xi^T]^T$,从而有

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow +\infty} \Gamma^k &= P \begin{bmatrix} 1 & 1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \lim_{k \rightarrow +\infty} \tilde{J}^k \end{bmatrix} P^{-1} = \\ &(\zeta_1, \zeta_2) \begin{bmatrix} 1 & k \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1^T \\ \eta_2^T \end{bmatrix} + \\ &(\zeta_3, \zeta_4, \dots, \zeta_{2N}) \lim_{k \rightarrow +\infty} \tilde{J}^k \begin{bmatrix} \eta_3^T \\ \vdots \\ \eta_{2N}^T \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{6}$$

注意到矩阵 Γ 有且仅有两个特征值为1,其余特征值在单位圆内,即有 $\lim_{k \rightarrow +\infty} \tilde{J}^k = 0$,则有

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} \Gamma^k = \lim_{k \rightarrow +\infty} \begin{bmatrix} \mathbf{1}_N \xi^T & kT \mathbf{1}_N \xi^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{1}_N \xi^T \end{bmatrix}. \tag{7}$$

由式(3)可得 $y(k) = \Gamma^k y(0)$,结合定义1可知,系统能够实现一致,且一致状态满足式(5).

下面证明必要性. 引理1表明 L 至少有一个特征值为0,结合引理2可知, Γ 至少有两个特征值为1. 假设必要性条件不满足,则 Γ 至少有3个特征值不在单位圆内(\tilde{J} 至少有1个特征值不在单位圆内),即 $\lim_{k \rightarrow +\infty} \tilde{J}^k \neq 0$,这表明至少有一个智能体的状态与其他个体不一致,显然与系统能够实现一致的假设矛盾,即必要性条件成立. \square

定理2 系统(1)能够通过协议(2)实现一致的充要条件是:系统的通信拓扑包含有向生成树,且系统的相关参数满足以下条件:

$$\begin{cases} \alpha T^2 - 2\beta T + \frac{4\text{Re}(\lambda_i)}{|\lambda_i|^2} > 0, \\ \beta - \alpha T > 0, \\ [(\alpha T^2 - 2\beta T)|\lambda_i|^2 + 4\text{Re}(\lambda_i)](\beta - \alpha T)^2 - \frac{4\alpha \text{Im}^2(\lambda_i)}{|\lambda_i|^2} > 0. \end{cases} \tag{8}$$

其中: $\text{Re}(\lambda_i), \text{Im}(\lambda_i)$ 分别表示 λ_i 的实部和虚部, $i = 2, 3, \dots, N$.

证明 首先证明必要性. 假设系统能实现一致,

由定理1可知,矩阵 Γ 有且仅有两个特征值为1,且其余特征值在单位圆内.结合引理2可知,此时 L 有且仅有一个特征值为0.若令 $\mu - 1 = s$,则由式(4)可得

$$s^2 + \beta T \lambda_i s + \alpha T^2 \lambda_i = 0, \quad i = 2, 3, \dots, N. \quad (9)$$

且有 $\text{Re}(s) < 0$.设 $s_{i,1}, s_{i,2}$ 表示方程(9)属于 λ_i 的一对根,则有 $s_{i,1} + s_{i,2} = -\beta T \lambda_i$,即 $\text{Re}(s_{i,1} + s_{i,2}) = -\beta T \text{Re}(\lambda_i) < 0$.由于 $\beta > 0, T > 0$,必有 $\text{Re}(\lambda_i) > 0$.再由引理1可知,系统的通信拓扑有生成树.

令 $g(\mu) = (\mu - 1)^2 + [\alpha T^2 + (\mu - 1)\beta T]\lambda_i$,其中 $i = 2, 3, \dots, N$,则矩阵 Γ 有且仅有两个特征值为1,其余特征值在单位圆内,等价于矩阵 Γ 有且仅有两个特征值为1,且 $g(\mu)$ 的解满足 $|\mu| < 1$,即 $g(\mu)$ 是Schur稳定的.利用双线性变换 $\mu = \frac{\sigma + 1}{\sigma - 1}$ 可得

$$\begin{aligned} \theta(\sigma) &= (\sigma - 1)^2 g\left(\frac{\sigma + 1}{\sigma - 1}\right) = \\ & \alpha \lambda_i T^2 \sigma^2 + 2 \lambda_i T (\beta - \alpha T) \sigma + \\ & \alpha \lambda_i T^2 - 2 \beta \lambda_i T + 4. \end{aligned} \quad (10)$$

令

$$\begin{aligned} \gamma(\sigma) &= \frac{\theta(\sigma)}{\alpha \lambda_i T^2} = \\ \sigma^2 + \frac{2T(\beta - \alpha T)}{\alpha T^2} \sigma + \frac{\alpha \lambda_i T^2 - 2\beta \lambda_i T + 4}{\alpha \lambda_i T^2}, \end{aligned} \quad (11)$$

当且仅当 $\gamma(\sigma)$ 是Hurwitz稳定的,则 $g(\mu)$ 是Schur稳定的.将 $\sigma = i\omega$ 代入 $\gamma(i\omega)$ 可得

$$\begin{aligned} \gamma(i\omega) &= \\ (i\omega)^2 + \frac{2T(\beta - \alpha T)}{\alpha T^2} (i\omega) + \frac{(\alpha T^2 - 2\beta T)|\lambda_i|^2 + 4\bar{\lambda}_i}{\alpha |\lambda_i|^2 T^2}, \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $\bar{\lambda}_i$ 表示 λ_i 的共轭.令

$$\begin{cases} m(\omega) = -\omega^2 + \frac{(\alpha T^2 - 2\beta T)|\lambda_i|^2 + 4\text{Re}(\lambda_i)}{\alpha |\lambda_i|^2 T^2}, \\ n(\omega) = \frac{2T(\beta - \alpha T)}{\alpha T^2} \omega - \frac{4\text{Im}(\lambda_i)}{\alpha |\lambda_i|^2 T^2}. \end{cases} \quad (13)$$

由Hermite-Biehler定理^[25]可知,二次复系数多项式 $\gamma(\sigma)$ 是Hurwitz稳定的,当且仅当:1) $m(\omega) = 0$ 有两个不同的根,设为 $m_1 < m_2$;2) $n(\omega) = 0$ 的单根 n_1 满足 $m_1 < n_1 < m_2$;3) $m(0)n'(0) - m'(0)n(0) > 0$.即

$$\begin{cases} \Delta = \frac{(\alpha T^2 - 2\beta T)|\lambda_i|^2 + 4\text{Re}(\lambda_i)}{\alpha |\lambda_i|^2 T^2} > 0, \\ m_1 < n_1 < m_2, \\ \frac{(\alpha T^2 - 2\beta T)|\lambda_i|^2 + 4\text{Re}(\lambda_i)}{\alpha |\lambda_i|^2 T^2} \times \frac{2T(\beta - \alpha T)}{\alpha T^2} > 0. \end{cases} \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} m_1 &= -\sqrt{\frac{(\alpha T^2 - 2\beta T)|\lambda_i|^2 + 4\text{Re}(\lambda_i)}{\alpha |\lambda_i|^2 T^2}}, \\ m_2 &= \sqrt{\frac{(\alpha T^2 - 2\beta T)|\lambda_i|^2 + 4\text{Re}(\lambda_i)}{\alpha |\lambda_i|^2 T^2}}, \\ n_1 &= \frac{2\text{Im}(\lambda_i)}{|\lambda_i|^2 (\beta T - \alpha T^2)}. \end{aligned} \quad (15)$$

求解不等式组(14)可得式(8)成立.

下面证明充分性.由引理1可知,如果 G 有生成树,则0是 L 的代数重数为1的特征值,且剩余 $N - 1$ 个特征值的实部均为正,结合式(4)可知,矩阵 Γ 有且仅有两个特征值为1.又由必要性证明过程可知,满足式(8)的 α, β, T 使得 $g(\mu)$ 的解满足 $|\mu| < 1$,即矩阵 Γ 有且仅有两个特征值为1,其余特征值在单位圆内.由定理1可知,系统能够实现一致.□

推论1 假设通信拓扑是无向的,则系统(1)能够通过协议(2)实现一致的充要条件是:通信拓扑连通,且参数满足以下条件:

$$\begin{cases} \lambda_N < \frac{4}{2\beta T - \alpha T^2}, \\ T < \frac{\beta}{\alpha}, \end{cases} \quad (16)$$

最终的一致状态满足

$$\begin{cases} \lim_{k \rightarrow +\infty} \left\{ x(k) - \left[\frac{1}{N} \mathbf{1}_N \mathbf{1}^T x(0) + \frac{kT}{N} \mathbf{1}_N \mathbf{1}^T v(0) \right] \right\} = 0, \\ \lim_{k \rightarrow +\infty} \left\{ v(k) - \frac{1}{N} \mathbf{1}_N \mathbf{1}^T v(0) \right\} = 0. \end{cases}$$

2.3 系统参数设计

由式(8)可知,对于给定的系统,待定参数 α, β 及采样周期 T 的组合并不唯一.不同于现有文献在约束范围内随机选择符合条件的参数,本文提出根据实际系统的加速度约束范围以及初始速度、位置估计待定参数 α, β 的值,避免了加速度过大引起的系统性能退化和振荡.下面给出确定各个参数的步骤.

Step 1: 对于给定的系统,求系统Laplacian矩阵的特征值,代入式(8),得到关于参数 α, β, T 的不等式组.

Step 2: 计算 α, β 的取值.令 $\delta_x^{\max} = \max \|x_i(0) - x_j(0)\|, \delta_v^{\max} = \max \|v_i(0) - v_j(0)\|$ 分别表示初始时刻飞机间的最大距离、速度误差. α, β 应满足 $\alpha \delta_x^{\max} + \beta \delta_v^{\max}$ 大小适当,本文取 $\alpha \delta_x^{\max} + \beta \delta_v^{\max} = u_{\max}$,其中 u_{\max} 表示最大加速度.再根据位置、速度一致的相对权重 $\alpha/\beta = k_1/k_2$,即可计算出 α, β 的取值,其中 $k_1 > 0, k_2 > 0$.

Step 3: 将 α, β 代入Step 1得到不等式,确定满足条件的采样周期;如果 T 不满足实用约束,则需要重

新选择 α, β ,甚至调整系统的通信拓扑.

Step 4: 对于某些确定了 T 的情况,亦可通过调整参数 α, β 或者系统的通信拓扑实现状态一致.

3 仿真结果与分析

考虑包含5个节点的多智能体系统,其通信拓扑邻接矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

各个智能体的初始位置和速度分别为 $x(0) = [40, 30, 50, 20, 10], v(0) = [10, 8, 12, 4, 9]$.按照2.3节中给出的步骤,确定各个待定参数.

1) 通过简单计算可得系统Laplacian矩阵的特征值 $\lambda_i = 0, 1, 2, 1.5 + 0.866i, 1.5 - 0.866i$.

2) 取 $u_{\max} = 6$,位置、速度一致的权重为 $\alpha/\beta = 1/2.5$.计算可得 $\delta_x^{\max} = 40, \delta_v^{\max} = 8$,则 $\alpha\delta_x^{\max} + \beta\delta_v^{\max} = 40\alpha + 8\beta = 6$.再由 $\alpha/\beta = 1/2.5$ 可以得到 $\alpha = 0.1, \beta = 0.25$.

3) 将 $\alpha = 0.1, \beta = 0.25$ 代入式(8),为方便求解采样周期 T 的范围,令 $f(\lambda_i, T) = [(\alpha T^2 - 2\beta T)|\lambda_i|^2 + 4\text{Re}(\lambda_i)](\beta - \alpha T)^2 - \frac{4\alpha \text{Im}^2(\lambda_i)}{|\lambda_i|^2}$, $i = 2, 3, \dots, N$.以 $f(\lambda_i, T)$ 为纵坐标, T 为横坐标,在坐标系中绘制 $f(\lambda_i, T)$ 与 T 的关系曲线,可求得要满足 $f(\lambda_i, T) > 0$,则有 $T < 1.05$ s.

为了验证理论分析结果,分别取 $T = 0.8$ s、 $T = 1.2$ s进行仿真.简单验证可知, $T = 0.8$ s满足式(8),而 $T = 1.2$ s不满足.根据选择的参数,代入系统(1)进行计算,得到的各个智能体的位置、速度、加速度的轨迹如图1~图5所示.

在图1~图5中: $\alpha = 0.1, \beta = 0.25$.从图1~图3中可以看到,当 $T = 0.8$ s时,所有个体的位置达到一致状态,速度收敛到一个常值,加速度大小适当且最终趋于0.从图4和图5中可以看到,当 $T = 1.2$ s时,系统的速度和位置没有达到一致状态.

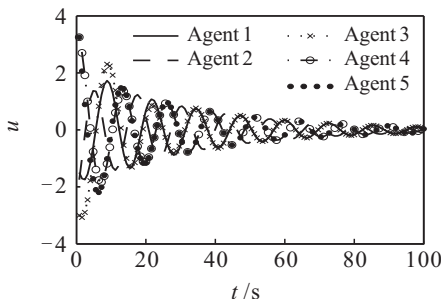


图1 智能体的加速度轨迹($T = 0.8$ s)

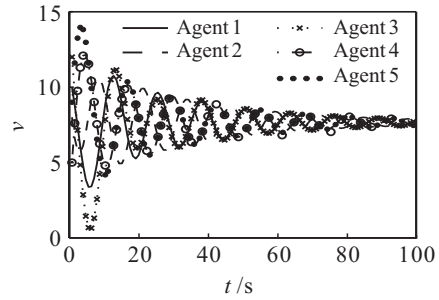


图2 智能体的速度轨迹($T = 0.8$ s)

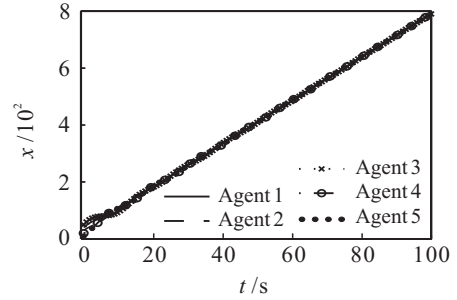


图3 智能体的位置轨迹($T = 0.8$ s)

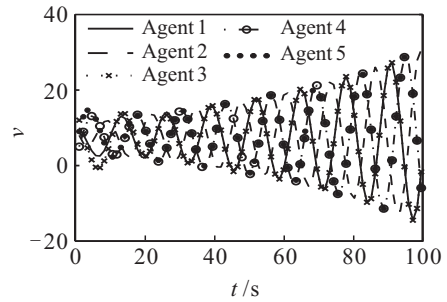


图4 智能体的速度轨迹($T = 1.2$ s)

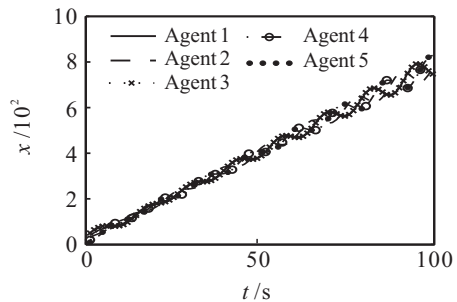


图5 智能体的位置轨迹($T = 1.2$ s)

4) 在实际应用中,可能出现采样周期已经固定或者其他实际约束(为方便对比,取 $T = 1.2$ s),此时需要通过调整 α, β 的值使系统趋于一致.为此,取 $\alpha = 0.1, T = 1.2$ s,采用与式(2)中类似的方法可得 $\beta > 0.27$.因此,取 $\beta = 0.30$,代入系统方程进行计算,可验证通过调整 α, β 的值,系统能够实现一致(由于篇幅限制,文中没有给出速度、位置变化曲线,但其变化趋势与图1类似).

4 结论

本文研究了二阶多智能体系统离散时间一致性问题,设计了基于速度、位置信息的分布式控制协

议. 在固定、有向通信拓扑条件下,对个体之间速度、位置增益系数及采样周期应满足的约束条件进行了分析. 结果表明,为了实现二阶多智能体系统的一致性控制,在保持个体之间通信拓扑有生成树的同时,控制协议中的各个参数还必须满足一定的约束条件. 除了系统拉普拉斯矩阵的特征值外,系统采样周期对系统能否实现渐近一致也具有关键的影响. 分析了协议中速度、位置增益及采样周期等参数的设计问题,给出了确定各个参数的可行方法及流程. 最后通过仿真验证了理论分析的正确性.

参考文献(References)

- [1] Dong X, Yu B, Shi Z, et al. Time-varying formation control for unmanned aerial vehicles: Theories and applications[J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 2015, 23(1): 340-348.
- [2] Han K, Lee J, Kim Y. Unmanned aerial vehicle swarm control using potential functions and sliding mode control[J]. *J of Aerospace Engineering*, 2008, 222(6): 721-730.
- [3] Peyrard J, Olmos D E, Agenjo A, et al. Design and prototyping of PROBA-3 formation flying system[J]. *Int J of Space Science & Engineering*, 2014, 2(1): 16-34.
- [4] Thunberg J, Goncalves J, Hu X. Consensus and formation control on SE(3) for switching topologies[J]. *Automatica*, 2016, 66(5): 109-121.
- [5] Cao J, Ling Z, Yuan Y, et al. Distributed formation control for a multi-agent system with dynamic and static obstacle avoidances[J]. *Chinese Physics B*, 2014, 23(7): 337-342.
- [6] Peng Z, Yang S, Wen G, et al. Adaptive distributed formation control for multiple nonholonomic wheeled mobile robots[J]. *Neurocomputing*, 2016, 173(P3): 1485-1494.
- [7] Li Z, Ren W, Liu X, et al. Consensus of multi-agent systems with general linear and lipschitz nonlinear dynamics using distributed adaptive protocols[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2013, 58(7): 1786-1791.
- [8] Wang A, Zhao Y. Event-triggered consensus control for leader-following multi-agent systems with time-varying delays[J]. *J of the Franklin Institute*, 2016, 353(17): 4754-4771.
- [9] Hu J, Yu J, Cao J. Distributed containment control for nonlinear multi-agent systems with time-delayed protocol[J]. *Asian J of Control*, 2016, 18(2): 747-756.
- [10] Cao M, Xiao F, Wang L. Second-order consensus in time-delayed networks based on periodic edge-event driven control[J]. *Systems & Control Letters*, 2016, 96(10): 37-44.
- [11] Cheng Z, Zhang H T, Fan M C, et al. Distributed consensus of multi-agent systems with input constraints: A model predictive control approach[J]. *IEEE Trans on Circuits & Systems I Regular Papers*, 2014, 62(3): 825-834.
- [12] Zhang Y, Tian Y P. Consensus of data-sampled multi-agent systems with random communication delay and packet loss[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2010, 55(4): 939-943.
- [13] Ren W, Atkins E. Second-order consensus protocols in multiple vehicle systems with local interactions[C]. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conf and Exhibit*. San Francisco: AIAA, 2005: 1-13.
- [14] Ren W, Atkins E. Distributed multi-vehicle coordinated control via local information exchange[J]. *Int J of Robust & Nonlinear Control*, 2010, 17(10/11): 1002-1033.
- [15] Ren Wei. Second-order consensus algorithm with extensions to switching topologies and reference models[C]. *American Control Conf*. New York: IEEE, 2007: 1431-1436.
- [16] Zhu J, Tian Y P, Kuang J. On the general consensus protocol of multi-agent systems with double-integrator dynamics[J]. *Linear Algebra & Its Applications*, 2009, 431(5/7): 701-715.
- [17] Yu W, Chen G, Cao M. Brief paper: Some necessary and sufficient conditions for second-order consensus in multi-agent dynamical systems[J]. *Automatica*, 2010, 46(6): 1089-1095.
- [18] Zhang Y, Tian Y P. Brief paper: Consentability and protocol design of multi-agent systems with stochastic switching topology[J]. *Automatica*, 2009, 45(5): 1195-1201.
- [19] Xie D, Wang S. Consensus of second-order discrete-time multi-agent systems with fixed topology[J]. *J of Mathematical Analysis and Applications*, 2012, 387(1): 8-16.
- [20] Cao Y, Ren W. Multi-vehicle coordination for double-integrator dynamics under fixed undirected/directed interaction in a sampled-data setting[J]. *Int J of Robust & Nonlinear Control*, 2010, 20(9): 987-1000.
- [21] Feng Y, Lu J, Xu S, et al. Couple-group consensus for multi-agent networks of agents with discrete-time second-order dynamics[J]. *J of the Franklin Institute*, 2013, 350(10): 3277-3292.
- [22] Xu X, Chen S, Gao L. Observer-based consensus tracking for second-order leader-following nonlinear multi-agent systems with adaptive coupling parameter design[J]. *Neurocomputing*, 2015, 156(3): 297-305.
- [23] Radenkovic M, Bose T. On multi-agent self-tuning consensus[J]. *Automatica*, 2015, 55(3): 46-54.
- [24] Huang N, Duan Z, Chen G. Some necessary and sufficient conditions for consensus of second-order multi-agent systems with sampled position data[J]. *Automatica*, 2016, 63(1): 148-155.
- [25] Xie G, Liu H, Wang L, et al. Consensus in networked multi-agent systems via sampled control: Fixed topology case[C]. *American Control Conf*. Saint Louis: IEEE Xplore, 2009: 3902-3907.