

考虑状态约束的航天器编队分布式姿态协同跟踪控制

王文佳, 李传江, 孙延超[†], 马广富

(哈尔滨工业大学 航天学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 针对有向通信拓扑结构下的航天器编队姿态协同控制问题, 提出一种基于反步法的分布式姿态协同跟踪控制律. 在仅有部分跟随航天器可以获取动态领航航天器信息的情况下, 利用多层神经网络的逼近特性对系统的非线性不确定性进行估计. 同时, 考虑到航天器编队的姿态协同跟踪控制性能, 构造 Barrier Lyapunov 函数, 使得状态变量保持在预设的约束区间内, 进而实现对姿态跟踪误差的约束. 根据代数图论和 Lyapunov 理论, 证明跟随航天器的姿态跟踪误差最终有界. 仿真分析表明了所提出控制方法的有效性.

关键词: 航天器编队; 姿态跟踪; 协同控制; 神经网络; Barrier Lyapunov 函数

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Distributed attitude coordinated tracking control for spacecraft formation with state constraints

WANG Wen-jia, LI Chuan-jiang, SUN Yan-chao[†], MA Guang-fu

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: A distributed attitude coordinated tracking controller is proposed based on the backstepping method for spacecraft formation under the directed communication topology. The multilayer neural network is utilized to estimate the nonlinear uncertainties, when only a subset of the follower spacecraft can receive the information of the leader spacecraft. By considering the attitude tracking performance of the spacecraft formation, the Barrier Lyapunov function is constructed to keep the state variables in the constraint interval and achieve the constraints of attitude tracking errors. According to the algebraic graph theory and Lyapunov theory, the proposed controller can guarantee the ultimate boundedness of the attitude tracking errors for the follower spacecraft. Simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Keywords: spacecraft formation; attitude tracking; coordinated control; neural network; Barrier Lyapunov function

0 引言

随着计算机和网络通信的飞速发展, 航天器编队分布式协同控制已成为当今研究的热点问题之一. 航天器编队是传统单航天器系统向网络化多航天器系统的转变, 与传统大型单航天器相比, 由多颗小型航天器组成的编队系统具有成本低、适应性强以及可靠性高等优势^[1]. 航天器编队按照协同控制策略的形成位置可分为集中式和分布式^[2], 相比于集中式结构, 分布式控制能够降低通信负担, 增强系统鲁棒性, 避免“单点失效”对整个系统的影响.

在姿态协同控制中, 往往需要编队航天器保持一定的相对姿态, 尤其是对空间干涉仪等编队系统. 因此, 姿态协同控制是航天器编队的一项关键技术, 其

中, 姿态协同跟踪控制在保持各跟随航天器姿态一致的同时, 还需保证对领航航天器的姿态跟踪, 控制策略设计难度更高, 近年来引起了国内外学者的广泛关注^[3-5]. 实际的航天器姿态系统中往往会存在不确定性和外部干扰, 对于多航天器的姿态协同控制, 同样需要克服不确定性和外部干扰的影响. 文献[6]研究了多航天器姿态协同跟踪控制问题, 设计分布式滑模控制律以处理转动惯量的不确定性和外部干扰. 文献[7]在无向通信拓扑条件下, 针对参数不确定性和外部干扰设计自适应协同控制律, 使各航天器跟踪期望姿态. 文献[8]基于旋转矩阵描述的航天器模型, 考虑期望姿态信息全局可知, 提出了多航天器姿态与角速度一致的协同跟踪控制律. 由文献[6-8]可以看出,

收稿日期: 2017-05-04; 修回日期: 2017-09-28.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61403103, 61304005, 61273175).

责任编辑: 王龙.

作者简介: 王文佳(1990—), 女, 博士生, 从事航天器编队协同控制的研究; 李传江(1978—), 男, 教授, 博士生导师, 从事航天器姿态及轨道控制等研究.

[†]通讯作者. E-mail: sunyanchao@hit.edu.cn

在系统的不确定性满足参数可线性化条件下,分布式自适应控制是较为常见的解决航天器编队系统中参数不确定性和外部干扰的方法.考虑到航天器姿态模型具有较强的非线性,因此,参数可线性化的假设往往过于苛刻.由于神经网络(NN)对任意的非线性函数具有良好的逼近能力,不仅能够处理参数不确定性,还可用于处理非线性不确定性,近年来,基于NN方法的分布式自适应控制得到了一定的研究^[9-10].文献[11]利用径向基函数神经网络(RBFNN)估计航天器的非线性不确定性及外部干扰,提出了有限时间分布式姿态协同控制律.文献[12]在期望姿态全局可行的情况下,设计了基于多层NN的分布式姿态跟踪控制律,保证跟随航天器姿态收敛到期望姿态的小邻域内.多层NN由于所含层数更多,相比于单层NN逼近精度更高^[13],同时可以避免RBFNN中激活函数中心和宽度调节困难的问题.

良好的非线性不确定性和外部干扰补偿方法有利于提高航天器编队姿态控制性能,而对于姿态协同跟踪控制还需满足一定的控制精度或响应特性,因此,考虑设计带有状态约束的姿态协同跟踪控制器将具有较强工程借鉴意义.反步法是一种非线性系统的控制律递推设计方法,且易于处理系统中的不确定性和未知参数.文献[14]针对带有状态约束的非线性控制系统,提出了Barrier Lyapunov函数(BLF)方法,并与反步法结合设计了考虑状态约束的控制律.文献[15]对经典反步法进行改进,针对系统的状态约束问题,考虑状态的约束区间,构造了对数型Lyapunov函数,当约束状态趋于边界时,Lyapunov函数值将趋于无穷大,进而使状态保持在约束区间内.文献[16]设计鲁棒非线性控制律,通过在Lyapunov函数中引入对数函数项解决了航天器角速度受限问题.目前,采用BLF方法处理状态约束的研究主要针对单个运动体系统,因此,将BLF方法与航天器编队姿态协同控制相结合具有较高的理论价值和工程意义.

受文献[15]的启发,本文针对有向通信拓扑下的航天器编队系统,考虑仅部分跟随航天器能够获取动态领航航天器的信息,同时针对系统非线性不确定性、外部干扰以及状态约束问题,利用NN和BLF方法,设计基于反步法的分布式姿态协同跟踪控制律.与现有文献相比,本文研究的创新点在于:1)考虑系统具有非线性不确定性,并利用多层NN进行估计;2)考虑跟随航天器的状态约束问题,引入BLF将系统的约束状态限制在预设的约束区间内,进而达到约束

姿态跟踪误差的目的.

1 基础知识与问题描述

1.1 航天器姿态数学模型

考虑系统由 n 个跟随航天器(记为 $1, 2, \dots, n$)与一个领航航天器(记为 0)组成.本文采用修正罗德里格参数(Modified Rodrigues parameters, MRPs)描述航天器姿态,跟随航天器的姿态运动学及动力学方程为

$$\dot{\sigma}_i = \mathbf{G}(\sigma_i) \boldsymbol{\omega}_i, \quad (1)$$

$$\mathbf{J}_i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i = -\mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}_i) \mathbf{J}_i \boldsymbol{\omega}_i + \mathbf{u}_i + \mathbf{d}_i. \quad (2)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, n$; $\sigma_i \in \mathbf{R}^3$ 为航天器姿态; $\boldsymbol{\omega}_i \in \mathbf{R}^3$ 为航天器 i 本体坐标系相对于惯性参考坐标系的角速度在本体坐标系中的投影; $\mathbf{J}_i \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为转动惯量矩阵; $\mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}_i)$ 定义为 $\boldsymbol{\omega}_i$ 的 3×3 维反对称矩阵; $\mathbf{u}_i \in \mathbf{R}^3$ 和 $\mathbf{d}_i \in \mathbf{R}^3$ 分别为控制力矩和外部干扰力矩;而

$$\mathbf{G}(\sigma_i) = \frac{1}{2} \left[\frac{1 - \|\sigma_i\|^2}{2} \mathbf{I}_3 + \mathbf{S}(\sigma_i) + \sigma_i \sigma_i^T \right], \quad (3)$$

\mathbf{I}_3 表示3阶单位矩阵,记 $\mathbf{G}(\sigma_i) = \mathbf{G}_i$.

采用MRPs为姿态参数的式(1)和(2)通过适当转换,可转化为如下Euler-Lagrange(EL)形式:

$$\mathbf{M}_i(\sigma_i) \ddot{\sigma}_i + \mathbf{C}_i(\sigma_i, \dot{\sigma}_i) \dot{\sigma}_i = \boldsymbol{\tau}_i + \boldsymbol{\tau}_{di}. \quad (4)$$

其中

$$\mathbf{M}_i(\sigma_i) = \mathbf{G}_i^{-T} \mathbf{J}_i \mathbf{G}_i, \quad \boldsymbol{\tau}_i = \mathbf{G}_i^{-T} \mathbf{u}_i, \quad \boldsymbol{\tau}_{di} = \mathbf{G}_i^{-T} \mathbf{d}_i,$$

$$\mathbf{C}_i(\sigma_i, \dot{\sigma}_i) = -\mathbf{G}_i^{-T} \mathbf{J}_i \mathbf{G}_i^{-1} \dot{\mathbf{G}}_i \mathbf{G}_i^{-1} - \mathbf{G}_i^{-T} \mathbf{S}(\mathbf{J}_i \boldsymbol{\omega}_i) \mathbf{G}_i^{-1}.$$

假设1 $\boldsymbol{\tau}_{di}$ 是有界的,即存在有界正常数 τ_{dM} ,使得 $\|\boldsymbol{\tau}_{di}\| \leq \tau_{dM}$.

假设2 领航航天器姿态 σ_0 是有界的,即存在正常数 V_m ,使得 $\|\sigma_0\| \leq V_m$.

典型的EL方程具有以下性质^[17]:

性质1 对于任意 i ,存在正常数 $k_{\underline{M}_i}$ 、 $k_{\overline{M}_i}$,使得 $k_{\underline{M}_i} \mathbf{I}_3 \leq \mathbf{M}_i(\sigma_i) \leq k_{\overline{M}_i} \mathbf{I}_3$.

性质2 矩阵 $\dot{\mathbf{M}}_i(\sigma_i) - 2\mathbf{C}_i(\sigma_i, \dot{\sigma}_i)$ 为反对称矩阵,即 $\mathbf{r}^T [\dot{\mathbf{M}}_i(\sigma_i) - 2\mathbf{C}_i(\sigma_i, \dot{\sigma}_i)] \mathbf{r} = 0, \forall \mathbf{r} \in \mathbf{R}^3$.

1.2 代数图论

本文利用有向图来描述多航天器编队系统的通信拓扑结构.有向图 $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A}\}$ 由点集 $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$,边集 $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 和邻接矩阵 $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 组成^[18],其中 v_i 表示航天器 i .在有向图中,边 $(v_i, v_j) \in \mathcal{E}$ 表示 v_j 能够获取 v_i 的信息,而 v_i 不一定能够获取 v_j 的信息.邻接矩阵 \mathcal{A} 定义为:当 $(v_j, v_i) \in \mathcal{E}$ 时, $a_{ij} = 1$;否则 $a_{ij} = 0$.一般假设点自身不具有连通性,即 $a_{ii} = 0$.如果有向图中除了一个节点(根节点)外,其余每个节点均有且仅有一个父节点,并且存在根节点到其余任意节点的路径,则称该

有向图为有向树. 有向生成树为包含该有向图所有节点的有向树, 如果有向图存在一个有向生成树的子图, 则称该有向图具有有向生成树. 图 \mathcal{G} 的Laplacian矩阵定义为 $\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times n}$. 其中: $\mathbf{D} = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$, $d_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}$. 考虑到仅存在一个领航航天器, 定义对角阵 $\mathbf{B} = \text{diag}(a_{10}, a_{20}, \dots, a_{n0})$ 为领航航天器与跟随航天器 i 之间的权值矩阵, 当 v_i 能够直接获取 v_0 的信息时, $a_{i0} = 1$; 反之 $a_{i0} = 0$. 设图 $\bar{\mathcal{G}}$ 为领航航天器与图 \mathcal{G} 组成的通信拓扑.

假设3 存在领航航天器到所有跟随航天器的有向路径, 即图 $\bar{\mathcal{G}}$ 具有有向生成树.

引理1^[19] 如果 $\bar{\mathcal{G}}$ 具有有向生成树, 则矩阵 $\mathbf{L} + \mathbf{B}$ 的所有特征值均具有正实部.

1.3 神经网络

神经网络具有良好的非线性函数逼近能力, 一个典型的多层NN包含 p 个输入单元、 r 个隐层神经元以及 m 个输出单元. 多层NN的输出可以表示成如下形式^[13]:

$$y_j = \sum_{l=1}^r \left[w_{jl} \phi \left(\sum_{k=1}^p v_{lk} x_k + \theta_{vl} \right) + \theta_{wj} \right]. \quad (5)$$

其中: $j = 1, 2, \dots, m$; $\phi(\cdot)$ 为隐层的神经元激活函数; v_{lk} 为输入到隐层的权值; w_{jl} 为隐层到输出的权值; θ_{vl} 和 θ_{wj} 为偏置阈值.

将式(5)整理成如下向量形式:

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}^T \phi(\mathbf{V}^T \mathbf{x}). \quad (6)$$

其中: $\phi(\cdot) = [1, \phi_1(\cdot), \phi_2(\cdot), \dots, \phi_r(\cdot)]^T$ 为激活函数向量, $\mathbf{W} \in \mathbf{R}^{(r+1) \times m}$ 和 $\mathbf{V} \in \mathbf{R}^{(p+1) \times r}$ 为扩展权值矩阵, $\mathbf{x} = [1, x_1, x_2, \dots, x_p]^T$. 通过式(6)的扩展表达式, θ_{vl} 和 θ_{wj} 分别被安置在矩阵 \mathbf{V} 和 \mathbf{W} 的第一行. 因此, \mathbf{W} 和 \mathbf{V} 的调节也包含了偏置阈值的调节.

对于任意给定的连续函数 $f(\mathbf{x}) : S \rightarrow \mathbf{R}^m$, S 为 \mathbf{R}^p 上的一个紧集, 则存在理想权值矩阵 \mathbf{W}^* 和 \mathbf{V}^* , 使得

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{W}^{*T} \phi(\mathbf{V}^{*T} \mathbf{x}) + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (7)$$

其中 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为NN的逼近误差.

为了便于后续分析, 给出如下假设:

假设4 理想权值矩阵 \mathbf{W}^* 和 \mathbf{V}^* 是有界的.

假设5 NN逼近误差 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 是有界的, 即存在正数 ε_M , 使得 $\|\boldsymbol{\varepsilon}\| \leq \varepsilon_M$.

1.4 BLF相关定义和引理

定义1^[15] 考虑非线性系统 $\dot{x} = f(x)$, 定义在包含原点的开区间 E 上. BLF是定义在开区间 E 上的标量函数 $V(x)$, 正定且连续, 并在开区间 E 的每

个点上存在一阶连续偏导, 当 x 趋向于 E 的边界时, $V(x) \rightarrow \infty$. 而且对于 $x(0) \in E$ 和某个正数 a , 沿系统 $\dot{x} = f(x)$ 的状态轨迹方向满足 $V(x(t)) \leq a, \forall t \geq 0$.

引理2^[20] 对于任意正常数 b , 当 $\|\mathbf{s}\| < b$ 时, 对于任意 $\mathbf{s} \in \mathbf{R}^n$, 有如下不等式成立:

$$\ln \frac{b^2}{b^2 - \mathbf{s}^T \mathbf{s}} \leq \frac{b^2}{b^2 - \mathbf{s}^T \mathbf{s}}. \quad (8)$$

针对本文的航天器编队姿态协同跟踪控制问题, 后续工作将以式(4)描述的姿态模型为研究对象, 在有向通信拓扑结构下, 基于假设1~假设5, 考虑系统非线性不确定性和状态约束, 提出分布式姿态协同跟踪控制律, 使得各跟随航天器实现对领航航天器的协同跟踪.

2 分布式姿态协同跟踪控制律设计

考虑到航天器姿态模型具有较强的非线性, 由于反步法可以在设计控制律的同时, 保留系统中原有的非线性特性, 同时, 为了简化参数调节, 本文将反步法与多层NN相结合以解决系统中存在的非线性不确定性和外部干扰. 在此基础上, 为了保证系统的跟踪性能, 通过引入约束区间, 利用BLF方法对系统状态变量进行约束. 本文将以上述理论为基础, 展开控制律的设计和系统稳定性的分析.

由于仅部分跟随航天器可以获取领航航天器的姿态信息, 定义如下由航天器 i 可接收到的局部姿态信息组成的辅助变量:

$$\boldsymbol{\sigma}_i^d = \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij} \boldsymbol{\sigma}_j + a_{i0} \boldsymbol{\sigma}_0}{\sum_{j=1}^n a_{ij} + a_{i0}}. \quad (9)$$

航天器 i 的姿态跟踪误差为

$$\mathbf{e}_i = \boldsymbol{\sigma}_i - \boldsymbol{\sigma}_0. \quad (10)$$

下面将给出基于反步法的控制律设计过程.

Step 1: 引入如下状态变量:

$$\mathbf{z}_{1i} = \boldsymbol{\sigma}_i - \boldsymbol{\sigma}_i^d, \quad (11)$$

$$\mathbf{z}_{2i} = \dot{\boldsymbol{\sigma}}_i - \boldsymbol{\alpha}_i, \quad (12)$$

其中 $\boldsymbol{\alpha}_i$ 为待设计的虚拟控制.

基于定义1, 为了约束状态变量 \mathbf{z}_{1i} , 引入正常数 b_i , 使得 $\|\mathbf{z}_{1i}\| < b_i$, 选取如下的BLF:

$$V_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \ln \frac{b_i^2}{b_i^2 - \mathbf{z}_{1i}^T \mathbf{z}_{1i}}. \quad (13)$$

由状态约束 $\|\mathbf{z}_{1i}\| < b_i$ 可以看出, V_1 是正定的, 且在 $\|\mathbf{z}_{1i}\| < b_i$ 的情况下为连续函数. 因此, 式(13)所示是一个合理的Lyapunov函数. 对 V_1 求导, 并结合

式(11)和(12),可得

$$\dot{V}_1 = \sum_{i=1}^n \frac{z_{1i}^T(z_{2i} + \alpha_i - \dot{\sigma}_i^d)}{b_i^2 - z_{1i}^T z_{1i}}. \quad (14)$$

设计虚拟控制 α_i 为

$$\alpha_i = \dot{\sigma}_i^d - \mathbf{K}_{1i} z_{1i}, \quad (15)$$

其中 \mathbf{K}_{1i} 为正定对称矩阵.

将式(15)代入(14),得

$$\dot{V}_1 = \sum_{i=1}^n \left[\frac{z_{1i}^T z_{2i}}{b_i^2 - z_{1i}^T z_{1i}} - \frac{\mathbf{K}_{1i} z_{1i}^T z_{1i}}{b_i^2 - z_{1i}^T z_{1i}} \right], \quad (16)$$

其中耦合项 $z_{1i}^T z_{2i}/(b_i^2 - z_{1i}^T z_{1i})$ 将在后续步骤中进行处理.

Step 2: 对式(12)两边同时求导,得

$$\dot{z}_{2i} = \ddot{\sigma}_i - \dot{\alpha}_i. \quad (17)$$

将式(17)代入(4),得

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_i(\sigma_i) \dot{z}_{2i} + \mathbf{C}_i(\sigma_i, \dot{\sigma}_i) z_{2i} = \\ -\mathbf{M}_i(\sigma_i) \dot{\alpha}_i - \mathbf{C}_i(\sigma_i, \dot{\sigma}_i) \alpha_i + \tau_i + \tau_{di}. \end{aligned} \quad (18)$$

考虑如下的Lyapunov函数:

$$V_2 = V_1 + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} z_{2i}^T \mathbf{M}_i(\sigma_i) z_{2i}, \quad (19)$$

结合式(16)和(18)以及性质2,对 V_2 求导,得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = \sum_{i=1}^n \left[z_{2i}^T (-\mathbf{M}_i(\sigma_i) \dot{\alpha}_i - \mathbf{C}_i(\sigma_i, \dot{\sigma}_i) \alpha_i + \right. \\ \left. \tau_i + \tau_{di}) + \frac{z_{1i}^T z_{2i}}{b_i^2 - z_{1i}^T z_{1i}} - \frac{\mathbf{K}_{1i} z_{1i}^T z_{1i}}{b_i^2 - z_{1i}^T z_{1i}} \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

选取控制律为

$$\begin{aligned} \tau_i = -\mathbf{K}_{2i} z_{2i} - \frac{z_{1i}}{b_i^2 - z_{1i}^T z_{1i}} + \mathbf{M}_i(\sigma_i) \dot{\alpha}_i + \\ \mathbf{C}_i(\sigma_i, \dot{\sigma}_i) \alpha_i - \tau_{di}, \end{aligned} \quad (21)$$

其中 \mathbf{K}_{2i} 为正定对称矩阵. 将式(21)代入(20)中,整理可得

$$\dot{V}_2 = \sum_{i=1}^n \left[-\mathbf{K}_{2i} z_{2i}^T z_{2i} - \frac{\mathbf{K}_{1i} z_{1i}^T z_{1i}}{b_i^2 - z_{1i}^T z_{1i}} \right]. \quad (22)$$

注1 对比式(16)和(22)可以看出,式(21)中等式右边的第2项的作用就是抵消冗余的耦合项 $z_{1i}^T z_{2i}/(b_i^2 - z_{1i}^T z_{1i})$.

Step 3: 考虑到转动惯量存在不确定性,进而影响到矩阵 $\mathbf{M}_i(\sigma_i)$ 和 $\mathbf{C}_i(\sigma_i, \dot{\sigma}_i)$, 给系统引入非线性不确定性. 由于NN具有良好的非线性函数逼近特性,且多层NN可以避免RBFNN中激活函数中心和宽度调节困难的问题,本文采用多层NN对系统中非线性不确定性进行估计. 将式(18)中的非线性不确定性项定义为

$$\mathbf{f}_i(\bar{\mathbf{y}}_i) = -\mathbf{M}_i(\sigma_i) \dot{\alpha}_i - \mathbf{C}_i(\sigma_i, \dot{\sigma}_i) \alpha_i, \quad (23)$$

其中 $\bar{\mathbf{y}}_i = [\sigma_i^T, \dot{\sigma}_i^T, \alpha_i^T, \dot{\alpha}_i^T]^T$.

利用NN的逼近特性,将式(23)写成如下形式:

$$\mathbf{f}_i(\mathbf{y}_i) = \mathbf{W}_i^{*T} \phi_i(\mathbf{V}_i^{*T} \mathbf{y}_i) + \varepsilon_i, \quad (24)$$

其中 $\mathbf{y}_i = [1, \bar{\mathbf{y}}_i^T]^T$. 由于理想的 \mathbf{W}_i^* 和 \mathbf{V}_i^* 是未知的,通常利用相应估计值 $\hat{\mathbf{W}}_i$ 和 $\hat{\mathbf{V}}_i$ 进行替代,于是不确定性项 $\mathbf{f}_i(\mathbf{y}_i)$ 的估计可以表示为

$$\hat{\mathbf{f}}_i = \hat{\mathbf{W}}_i^T \phi_i(\hat{\mathbf{V}}_i^T \mathbf{y}_i). \quad (25)$$

选择Lyapunov函数为

$$\begin{aligned} V_3 = V_2 + \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_i^T \mathbf{F}_{W_i}^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_i) + \right. \\ \left. \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{\mathbf{V}}_i^T \mathbf{F}_{V_i}^{-1} \tilde{\mathbf{V}}_i) \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

其中: $\tilde{\mathbf{W}}_i = \mathbf{W}_i^* - \hat{\mathbf{W}}_i$ 和 $\tilde{\mathbf{V}}_i = \mathbf{V}_i^* - \hat{\mathbf{V}}_i$ 为 \mathbf{W}_i^* 和 \mathbf{V}_i^* 的估计误差, \mathbf{F}_{W_i} 和 \mathbf{F}_{V_i} 为正定对称矩阵.

对 V_3 求导,并将式(20)代入,整理可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = \sum_{i=1}^n \left[z_{2i}^T (\mathbf{f}_i(\mathbf{y}_i) + \tau_i + \tau_{di}) + \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_i^T \mathbf{F}_{W_i}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_i) + \right. \\ \left. \text{tr}(\tilde{\mathbf{V}}_i^T \mathbf{F}_{V_i}^{-1} \dot{\tilde{\mathbf{V}}}_i) + \frac{z_{1i}^T z_{2i}}{b_i^2 - z_{1i}^T z_{1i}} - \frac{\mathbf{K}_{1i} z_{1i}^T z_{1i}}{b_i^2 - z_{1i}^T z_{1i}} \right]. \end{aligned} \quad (27)$$

记 $\phi_i(\mathbf{V}_i^T \mathbf{y}_i) = \phi_i$, $\phi_i(\hat{\mathbf{V}}_i^T \mathbf{y}_i) = \hat{\phi}_i$. 根据式(27),在存在非线性不确定性的情况下,设计如下的分布式控制律:

$$\tau_i = -\mathbf{K}_{2i} z_{2i} - \frac{z_{1i}}{b_i^2 - z_{1i}^T z_{1i}} + \gamma_i - \hat{\mathbf{W}}_i^T \hat{\phi}_i, \quad (28)$$

$$\gamma_i = -k_z (\|\hat{\mathbf{Z}}_i\|_F + Z_M) z_{2i}, \quad (29)$$

其中 k_z 为正常数. 定义 $\mathbf{Z}_i = \text{diag}(\mathbf{W}_i^*, \mathbf{V}_i^*)$, 则 $\hat{\mathbf{Z}}_i = \text{diag}(\hat{\mathbf{W}}_i, \hat{\mathbf{V}}_i)$. 由假设4可知, \mathbf{W}_i^* 和 \mathbf{V}_i^* 均是有界的,因此存在已知的正数 Z_M , 使得 $\|\mathbf{Z}_i\|_F \leq Z_M$. $\hat{\mathbf{W}}_i$ 和 $\hat{\mathbf{V}}_i$ 按如下自适应律进行更新:

$$\dot{\hat{\mathbf{W}}}_i = \mathbf{F}_{W_i} (\hat{\phi}_i z_{2i}^T - \kappa \hat{\mathbf{W}}_i) - \mathbf{F}_{W_i} \hat{\phi}_i' \hat{\mathbf{V}}_i^T \mathbf{y}_i z_{2i}^T, \quad (30)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{V}}}_i = \mathbf{F}_{V_i} [\mathbf{y}_i (\hat{\phi}_i' \hat{\mathbf{W}}_i z_{2i})^T - \kappa \hat{\mathbf{V}}_i]. \quad (31)$$

定义 $\tilde{\phi}_i = \phi_i - \hat{\phi}_i$, 将式(24)和(28)代入(18),可得

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_i(\sigma_i) \dot{z}_{2i} + \mathbf{C}_i(\sigma_i, \dot{\sigma}_i) z_{2i} = \\ -\mathbf{K}_{2i} z_{2i} + \gamma_i + \tau_{di} + \varepsilon_i + \mathbf{W}_i^{*T} \tilde{\phi}_i + \\ \tilde{\mathbf{W}}_i^T \hat{\phi}_i - \frac{z_{1i}}{b_i^2 - z_{1i}^T z_{1i}}. \end{aligned} \quad (32)$$

将 ϕ_i 在 $\hat{\mathbf{V}}_i^T \mathbf{y}_i$ 处进行泰勒展开,有

$$\phi_i = \hat{\phi}_i + \phi_i' \tilde{\mathbf{V}}_i^T \mathbf{y}_i + o(\tilde{\mathbf{V}}_i^T \mathbf{y}_i)^2, \quad (33)$$

其中 $o(\tilde{\mathbf{V}}_i^T \mathbf{y}_i)^2$ 表示 $\tilde{\mathbf{V}}_i^T \mathbf{y}_i$ 二阶以上无穷小项. 式(33)可整理为

$$\tilde{\phi}_i = \hat{\phi}_i' \tilde{\mathbf{V}}_i^T \mathbf{y}_i + o(\tilde{\mathbf{V}}_i^T \mathbf{y}_i)^2. \quad (34)$$

为了便于求取 $\hat{\phi}_i'$, 将激活函数选为 Sigmoid 形式, 即 $\phi(x) = 1/(1 + e^{-x})$, 根据 Sigmoid 函数的特殊性可知 $\hat{\phi}_i'$ 为

$$\hat{\phi}_i' = \text{diag}(\hat{\phi}_i)[\mathbf{I} - \text{diag}(\hat{\phi}_i)]. \quad (35)$$

将式(34)代入(32), 并进行整理可得

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_i(\boldsymbol{\sigma}_i) \dot{\mathbf{z}}_{2i} + \mathbf{C}_i(\boldsymbol{\sigma}_i, \dot{\boldsymbol{\sigma}}_i) \mathbf{z}_{2i} = \\ & -\mathbf{K}_{2i} \mathbf{z}_{2i} + \mathbf{w}_i + \boldsymbol{\gamma}_i + \tilde{\mathbf{W}}_i^T \hat{\phi}_i' \tilde{\mathbf{V}}_i^T \mathbf{y}_i + \\ & \tilde{\mathbf{W}}_i^T (\hat{\phi}_i - \hat{\phi}_i' \hat{\mathbf{V}}_i^T \mathbf{y}_i) - \frac{\mathbf{z}_{1i}}{b_i^2 - \mathbf{z}_{1i}^T \mathbf{z}_{1i}}, \end{aligned} \quad (36)$$

其中广义干扰项 \mathbf{w}_i 为

$$\mathbf{w}_i = \tilde{\mathbf{W}}_i^T \hat{\phi}_i' \mathbf{V}_i^T \mathbf{y}_i + \mathbf{W}_i^{*T} o(\tilde{\mathbf{V}}_i^T \mathbf{y}_i)^2 + \boldsymbol{\varepsilon}_i + \boldsymbol{\tau}_{di}. \quad (37)$$

令 $\tilde{\mathbf{Z}}_i = \mathbf{Z}_i - \hat{\mathbf{Z}}_i$, 根据假设1、假设4和假设5, 式(37)的上界可以表示为^[13]

$$\|\mathbf{w}_i\| \leq C_0 + C_1 \|\tilde{\mathbf{Z}}_i\|_F + C_2 \|\tilde{\mathbf{Z}}_i\|_F \|\mathbf{z}_{2i}\|, \quad (38)$$

其中 C_0 、 C_1 和 C_2 为已知正常数.

注2 式(36)中 NN 的逼近误差 $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ 、系统的外部干扰 $\boldsymbol{\tau}_{di}$ 以及不确定性项 \mathbf{f}_i 中的泰勒展开高阶项对于系统而言, 均具有相同的影响, 因此将这些项统一合并成广义干扰项 \mathbf{w}_i .

将式(28)~(31)和(36)代入(27), 整理可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & \sum_{i=1}^n \left[-\mathbf{K}_{2i} \mathbf{z}_{2i}^T \mathbf{z}_{2i} + \kappa \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_i^T \tilde{\mathbf{W}}_i) + \right. \\ & \left. \kappa \text{tr}(\tilde{\mathbf{V}}_i^T \tilde{\mathbf{V}}_i) + \mathbf{z}_{2i}^T (\mathbf{w}_i + \boldsymbol{\gamma}_i) - \frac{\mathbf{K}_{1i} \mathbf{z}_{1i}^T \mathbf{z}_{1i}}{b_i^2 - \mathbf{z}_{1i}^T \mathbf{z}_{1i}} \right]. \end{aligned} \quad (39)$$

结合式(29)和(38), 若取 $k_z \geq C_2$, 则可得

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{2i}^T (\mathbf{w}_i + \boldsymbol{\gamma}_i) \leq & (C_0 + C_1 \|\tilde{\mathbf{Z}}_i\|_F) \|\mathbf{z}_{2i}\| \leq \\ & \frac{C_1^2 + 1}{2} \mathbf{z}_{2i}^T \mathbf{z}_{2i} + \frac{1}{2} \|\tilde{\mathbf{W}}_i\|_F^2 + \\ & \frac{1}{2} \|\tilde{\mathbf{V}}_i\|_F^2 + \frac{C_0^2}{2}. \end{aligned} \quad (40)$$

根据 $2\text{tr}(\mathbf{AB}) \leq \text{tr}(\mathbf{A}^T \mathbf{A}) + \text{tr}(\mathbf{B}^T \mathbf{B})$, 有

$$\begin{aligned} \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_i^T \tilde{\mathbf{W}}_i) = & \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_i^T \mathbf{W}_i^*) - \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_i^T \tilde{\mathbf{W}}_i^*) \leq \\ & \frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{W}_i^{*T} \mathbf{W}_i^*) - \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_i^T \tilde{\mathbf{W}}_i), \\ \text{tr}(\tilde{\mathbf{V}}_i^T \tilde{\mathbf{V}}_i) \leq & \frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{V}_i^{*T} \mathbf{V}_i^*) - \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{\mathbf{V}}_i^T \tilde{\mathbf{V}}_i). \end{aligned} \quad (41)$$

结合式(40)、(41)和引理3, 式(39)可进一步整理为

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 \leq & \sum_{i=1}^n \left[-\frac{2\lambda_{\min}(\mathbf{K}_{2i}) - C_1^2 - 1}{2} \mathbf{z}_{2i}^T \mathbf{z}_{2i} - \right. \\ & \left. \frac{\kappa - 1}{2} \text{tr}(\tilde{\mathbf{W}}_i^T \tilde{\mathbf{W}}_i) - \frac{\kappa - 1}{2} \text{tr}(\tilde{\mathbf{V}}_i^T \tilde{\mathbf{V}}_i) - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \lambda_{\min}(\mathbf{K}_{1i}) \ln \frac{\mathbf{z}_{1i}^T \mathbf{z}_{1i}}{b_i^2 - \mathbf{z}_{1i}^T \mathbf{z}_{1i}} + \frac{C_0^2}{2} + \\ & \left. \frac{\kappa}{2} \text{tr}(\mathbf{W}_i^{*T} \mathbf{W}_i^*) + \frac{\kappa}{2} \text{tr}(\mathbf{V}_i^{*T} \mathbf{V}_i^*) \right], \end{aligned} \quad (42)$$

其中 $\lambda_{\min}(\cdot)$ 和 $\lambda_{\max}(\cdot)$ 分别表示相应矩阵的最小和最大特征值. 选取 $\lambda_{\min}(\mathbf{K}_{2i}) > (C_1^2 + 1)/2$, $\kappa > 1$, 令 $\beta = \min[2\lambda_{\min}(\mathbf{K}_{1i}), (\kappa - 1)/\lambda_{\max}(\mathbf{F}_{W_i}), (\kappa - 1)/\lambda_{\max}(\mathbf{F}_{V_i}), (2\lambda_{\min}(\mathbf{K}_{2i}) - C_1^2 - 1)/\lambda_{\max}(\mathbf{M}_i)]$, $c = \sum_{i=1}^n [\kappa \text{tr}(\mathbf{W}_i^{*T} \mathbf{W}_i^*)/2 + \kappa \text{tr}(\mathbf{V}_i^{*T} \mathbf{V}_i^*)/2 + C_0^2/2]$, 则式(42)可整理为

$$\dot{V}_3 \leq -\beta V_3 + c. \quad (43)$$

定理1 对于系统(4), 考虑领航航天器为动态的, 在满足假设1~假设5的情况下, 设计分布式自适应 NN 姿态协同跟踪控制律(28)~(31), 选取合适的控制参数, 可以保证状态变量 \mathbf{z}_{1i} 最终有界, 各跟随航天器的姿态收敛到领航航天器姿态的小邻域内.

证明 计算式(43)可得

$$V_3(t) \leq V_3(0)e^{-\beta t} + \frac{c}{\beta}(1 - e^{-\beta t}). \quad (44)$$

注意到 $\beta > 0$, 且 c 为常值, 由式(26)和(44)可知

$$\frac{1}{2} \ln \frac{b_i^2}{b_i^2 - \mathbf{z}_{1i}^T \mathbf{z}_{1i}} \leq \bar{V}_3(0), \quad (45)$$

其中 $\bar{V}_3(0) = V_3(0)e^{-\beta t} + c/\beta$.

由式(45)可得

$$\|\mathbf{z}_{1i}\| \leq b_i(1 - e^{-2\bar{V}_3(0)})^{\frac{1}{2}} = \Delta_z. \quad (46)$$

由式(46)可知状态误差变量 \mathbf{z}_{1i} 是有界的. 结合式(9)和(10), 将式(11)整理成向量形式, 可得

$$\mathbf{z}_1 = [\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{L} + \mathbf{B}) \otimes \mathbf{I}_3] \mathbf{e}, \quad (47)$$

其中 $\mathbf{D} = \text{diag}\left(\sum_{j=0}^n a_{1j}, \sum_{j=0}^n a_{2j}, \dots, \sum_{j=0}^n a_{nj}\right)$. 由引理1和 \mathbf{D} 的表达式可知, $\mathbf{L} + \mathbf{B}$ 和 \mathbf{D} 均为可逆矩阵, 因此有

$$\mathbf{e} = [(\mathbf{L} + \mathbf{B})^{-1} \mathbf{D} \otimes \mathbf{I}_3] \mathbf{z}_1. \quad (48)$$

式(46)已证明 \mathbf{z}_1 是最终有界的, 因此, 姿态跟踪误差 \mathbf{e} 可以收敛到如下的区域内:

$$\|\mathbf{e}\| \leq \sqrt{n} \bar{\lambda}_{\max}[(\mathbf{L} + \mathbf{B})^{-1} \mathbf{D} \otimes \mathbf{I}_3] \Delta_z = \Delta_e, \quad (49)$$

其中 $\bar{\lambda}_{\max}(\cdot)$ 为相应矩阵的最大奇异值. \square

注3 式(28)中的 $\boldsymbol{\gamma}_i$ 为鲁棒项, 其主要作用是补偿泰勒展开引入的高阶项.

注4 由 BLF 形式可知, 状态约束为 $\|\mathbf{z}_{1i}\| < b_i$, 姿态跟踪误差 \mathbf{e} 和状态变量 \mathbf{z}_1 满足式(48)所示的关系. 由式(10)可知 $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{e} + \mathbf{1}_n \otimes \boldsymbol{\sigma}_0$, 并根据假设2和式(49), 能够得到 $\|\boldsymbol{\sigma}\| \leq \Delta_e + \sqrt{n} V_m$, 因此, BLF 是通过直接约束状态变量 \mathbf{z}_1 , 进而实现对航天器姿态跟

跟踪误差 e 的时间约束。

3 仿真结果

为了验证本文基于反步法的分布式自适应 NN 姿态协同跟踪控制律 (28)~(31) 的有效性, 对航天器编队姿态跟踪控制系统进行仿真研究. 考虑由 4 个跟随航天器和一个领航航天器组成的编队系统, 其通信拓扑如图 1 所示. 从图 1 中可以看出该通信拓扑具有有向生成树.

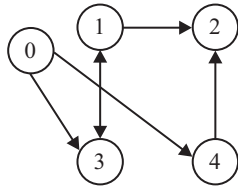


图 1 通信拓扑

跟随航天器的转动惯量 ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$) 为

$$J_1 = \begin{bmatrix} 12 & 0.4 & 0.2 \\ 0.4 & 10 & 0.6 \\ 0.2 & 0.6 & 11 \end{bmatrix}, J_2 = \begin{bmatrix} 14 & 0.2 & 0.4 \\ 0.2 & 13 & 0.4 \\ 0.4 & 0.4 & 10 \end{bmatrix},$$

$$J_3 = \begin{bmatrix} 13 & 0.4 & 0.4 \\ 0.4 & 10 & 0.4 \\ 0.4 & 0.4 & 9 \end{bmatrix}, J_4 = \begin{bmatrix} 16 & 0.6 & 0.2 \\ 0.6 & 14 & 0.4 \\ 0.2 & 0.4 & 12 \end{bmatrix}.$$

各跟随航天器姿态的初始条件如表 1 所示.

表 1 跟随航天器初始条件

i	$\sigma_i(0)$	$\dot{\sigma}_i(0)$
1	$[0.06, 0.04, -0.02]^T$	$[0, 0, 0]^T$
2	$[0.08, -0.02, 0.04]^T$	$[0, 0, 0]^T$
3	$[-0.02, 0.06, 0.02]^T$	$[0, 0, 0]^T$
4	$[0, 0.04, -0.06]^T$	$[0, 0, 0]^T$

根据文献 [8], 跟随航天器外部干扰 ($\text{N} \cdot \text{m}$) 选为

$$\tau_{di} = (i - 3.5)[\cos(0.1t), \sin(0.1t), 1]^T \times 10^{-3}.$$

动态领航航天器姿态的时变轨迹为

$$\sigma_0 = 0.001 \times [6 \cos(0.2t), 7 \sin(0.15t), 8 \cos(0.1t)]^T.$$

自适应控制律 (28)~(31) 的控制参数为: $K_{1i} = I_3, K_{2i} = 50I_3, b_i = 0.15, k_z = 0.01, Z_M = 0.2, \kappa = 1.1, F_{W_i} = 10I_6, F_{V_i} = 10I_{13}$. 神经网络权值矩阵估计的初始值设为零, 即 $\hat{W}_i(0) = \mathbf{0}_{6 \times 3}$ 和 $\hat{V}_i(0) = \mathbf{0}_{13 \times 6}$. 仿真结果如图 2~图 4 所示.

图 2 所示为跟随航天器姿态跟踪误差曲线, 可以看出, 跟随航天器在 60 s 左右实现了对动态领航航天器的跟踪, 且跟踪误差可以收敛到零的小邻域内. 图 3 为各跟随航天器的实际控制力矩曲线, 可以看出, 三轴初始控制力矩为 2 N·m 左右, 当实现姿态跟踪后, 控制力矩曲线趋于平稳. 图 4 为状态变量 z_{1i} 的范数

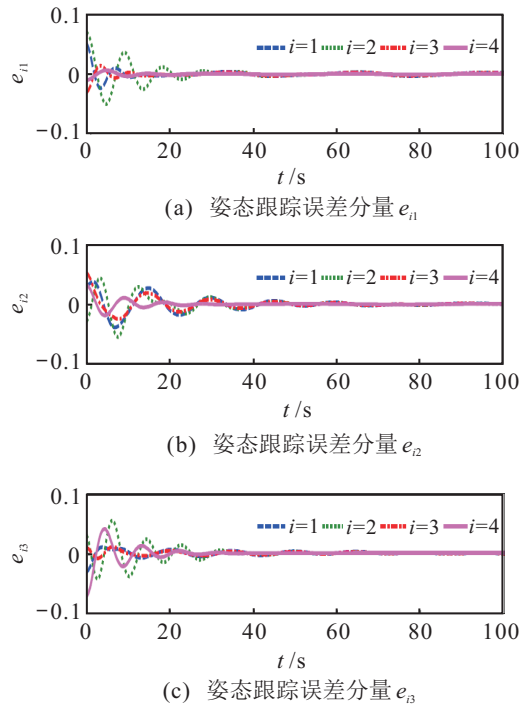


图 2 跟随航天器姿态跟踪误差

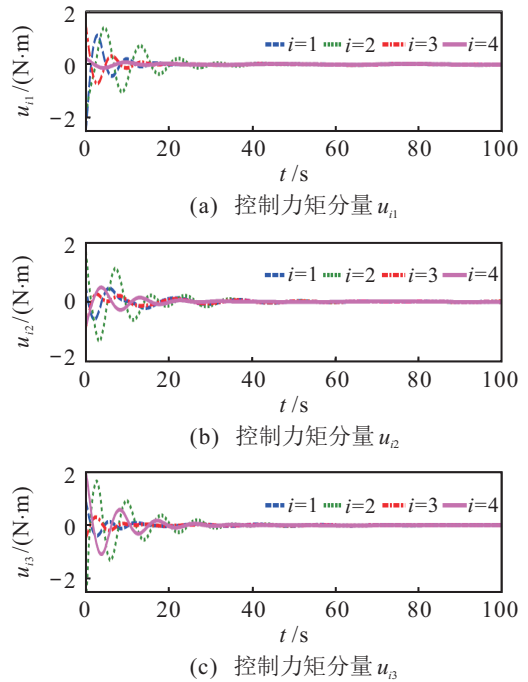


图 3 跟随航天器控制力矩

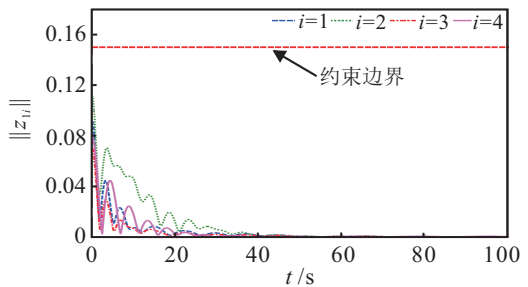


图 4 $\|z_{1i}\|$ 变化曲线

$\|z_{1i}\|$ 的变化曲线, 可以看出, $\|z_{1i}\|$ 的曲线始终在所设定的约束区间小于 0.15 范围内, 且最终收敛到零

附近的一个小邻域内. 因此, 所设计的自适应控制律(28)~(31)满足航天器编队的姿态协同跟踪以及状态约束的控制要求.

4 结论

本文在有向通信拓扑结构下, 研究了多航天器分布式姿态协同跟踪控制问题. 由于仅有部分跟随航天器能够获取动态领航航天器信息, 利用各跟随航天器可获取的局部姿态信息定义了新的状态变量, 并通过构造BLF解决了系统中的状态约束. 利用多层NN进行非线性不确定性的估计, 避免了RBFNN中激活函数中心和宽度调节困难的问题. 考虑动态的领航航天器, 只要有向通信拓扑具有有向生成树, 则所提出的基于反步法的分布式自适应NN姿态协同跟踪控制律就能够保证各跟随航天器姿态收敛于领航航天器姿态的小邻域内.

下一步的工作主要考虑通信时延和执行机构受限情况下的姿态协同跟踪控制问题.

参考文献(References)

- [1] Beard R W, Lawton J, Hadaegh F Y. A coordination architecture for spacecraft formation control[J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 2001, 9(6): 777-790.
- [2] VanDyke M C, Hall C D. Decentralized coordinated attitude control within a formation of spacecraft[J]. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 2006, 29(5): 1101-1109.
- [3] Kang W, Yeh H H. Co-ordinated attitude control of multi-satellite systems[J]. *Int J of Robust and Nonlinear Control*, 2002, 12(2/3): 185-205.
- [4] Liang H Z, Wang J Y, Sun Z W. Robust decentralized coordinated attitude control of spacecraft formation[J]. *Acta Astronautica*, 2011, 69(5): 280-288.
- [5] Zou A M. Distributed attitude synchronization and tracking control for multiple rigid bodies[J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 2014, 22(2): 478-490.
- [6] Wu B L, Wang D W, Poh E K. Decentralized sliding-mode control for attitude synchronization in spacecraft formation[J]. *Int J of Robust and Nonlinear Control*, 2013(23): 1183-1197.
- [7] 李贵明, 刘良栋. 编队卫星姿态的自适应协同控制[J]. *宇航学报*, 2011, 32(10): 2125-2132.
(Li G M, Liu L D. Adaptive coordinated control of formation spacecraft attitude[J]. *J of Astronautics*, 2011, 32(10): 2125-2132.)
- [8] Zheng Z, Xu Y, Zhang L S, et al. Decentralized attitude synchronization tracking control for multiple spacecraft under directed communication topology[J]. *Chinese J of Aeronautics*, 2012, 48(1): 102-108.
- [9] 孙延超, 李传江, 姚俊羽, 等. 无需相对速度信息的多 Euler-Lagrange 系统自适应神经网络包含控制[J]. *控制与决策*, 2016, 31(4): 693-700.
(Sun Y C, Li C J, Yao J Y, et al. Adaptive neural-network containment control of multiple Euler-Lagrange systems without using relative velocity information[J]. *Control and Decision*, 2016, 31(4): 693-700.)
- [10] Sun Y C, Wang W J, Ma G F, et al. Backstepping-based distributed coordinated tracking for multiple uncertain Euler-Lagrange systems[J]. *J of Systems Engineering and Electronics*, 2016, 27(5): 1083-1095.
- [11] Zhao L, Jia Y M. Neural network-based distributed adaptive attitude synchronization control of spacecraft formation under modified fast terminal sliding mode[J]. *Neurocomputing*, 2016, 171(1): 230-241.
- [12] Liu X D, Gan C, Lu P L. Distributed attitude coordinated tracking control for multi-group spacecrafts based on input normalized adaptive neural network[C]. *Proc of the 2014 American Control Conf. Portland*, 2014: 2741-2746.
- [13] Lewis F W, Jagannathan S, Yesildirak A. *Neural network control of robot manipulators and non-linear systems*[M]. London: Taylor and Francis, 1998: 197-200.
- [14] Ngo K B, Mahony R, Jiang Z P. Integrator backstepping using barrier functions for systems with multiple state constraints[C]. *Proc of the 44th IEEE Conf on Decision and Control, and the European Control Conf. Seville*, 2005: 8306-8312.
- [15] Tee K P, Ge S S, Tay E H. Barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2009, 45(4): 918-927.
- [16] Hu Q L, Li B, Zhang Y M. Robust attitude control design for spacecraft under assigned velocity and control constraints[J]. *ISA Transactions*, 2013, 52(4): 480-493.
- [17] Sun Y C, Chen L M, Ma G F, et al. Adaptive neural network tracking control for multiple uncertain Euler-Lagrange systems with communication delays[J]. *J of the Franklin Institute*, 2017, 354(7): 2677-2698.
- [18] Dong X W, Hu G Q. Time-varying formation control for general linear multi-agent systems with switching directed topologies[J]. *Automatica*, 2016, 73(11): 47-55.
- [19] Dong X W, Zhou Y, Ren Z, et al. Time-varying formation tracking for second-order multi-agent systems subjected to switching topologies with application to quadrotor formation flying[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 2017, 64(6): 5014-5024.
- [20] Zhao Z, He W, Ge S S. Adaptive neural network control of a fully actuated marine surface vessel with multiple output constraints[J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 2014, 22(4): 1536-1543.

(责任编辑: 李君玲)