

慢旋非合作目标快速绕飞避碰控制

李学辉[†], 宋申民

(哈尔滨工业大学 控制理论与制导技术研究中心, 哈尔滨 150001)

摘要: 针对慢旋非合作目标,利用滑模控制和人工势函数理论设计两种快速绕飞避碰控制器以实现安全快速绕飞. 通过考虑非合作卫星的几何形状,建立椭球避碰区域模型,解决了球形避碰区域无法实现的快速绕飞避碰问题. 基于完全的非线性相对运动方程,分别针对系统外界扰动上界已知和未知的情形设计避免碰撞的快速绕飞控制器,所设计的控制器均可以严格地保证快速绕飞的安全性. 利用 Lyapunov 理论证明了系统的渐近稳定性,并通过数值仿真验证了所设计控制器的有效性.

关键词: 快速绕飞; 避免碰撞; 人工势函数; 滑模控制; 渐近稳定

中图分类号: V448.234

文献标志码: A

Slowly rotating non-cooperative target fast fly-around collision avoidance control

LI Xue-hui[†], SONG Shen-min

(Center for Control Theory and Guidance Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: For slowly rotating non-cooperative target, two fast fly-around collision avoidance controllers are designed based on the theory of sliding mode control and artificial potential function, which can realize safe fast fly-around. By considering the non-cooperative satellite geometry, the ellipsoid collision-avoidance-zone model is established, and fast fly-around collision avoidance is realized for the spherical collision-avoidance-zone. Based on the fully nonlinear relative motion equation, the fast fly-around collision avoidance controllers are designed respectively for systems with and without knowledge of external disturbances' upper bound, both of which can strictly guarantee the safety of fast fly-around. The asymptotic stability is proved by Lyapunov theory. The numerical simulation is performed to verify the effectiveness of the proposed controllers.

Keywords: fast fly-around; collision avoidance; artificial potential function; sliding mode control; asymptotically stable

0 引言

随着空间技术的发展,航天器在轨服务正逐渐成为研究的重点^[1-2]. 为了对地球轨道目标航天器提供服务,需要利用服务航天器对目标航天器进行绕飞,进而实行检查、加油、维修等近距离操作. 绕飞是指服务航天器在目标航天器周围进行的一种周期性相对运动. 根据服务航天器是否配备脉冲或连续推力等执行机构,绕飞可分为两种基本形式,即强迫绕飞和自然绕飞^[3]. 自然绕飞的周期与目标航天器的轨道周期一致;而强迫绕飞的轨道周期可以通过改变主动控制力矩进行实时调节,如果服务航天器的绕飞周期小于目标航天器的轨道周期,则称其为快速绕飞.

快速绕飞主要用于临近操作过程中,需要绕飞航天器从一个位置转移到另一个位置. 本文研究的目标航天器为慢旋航天器,其上大型附件随本体一起旋转,因此绕飞航天器在对目标快速绕飞过程中,需要避免与大型附件发生碰撞而导致目标或者绕飞航天器损坏. 为了解决航天器的安全绕飞问题,文献[4-5]基于球形禁飞区域设计了保证安全的绕飞轨迹,但是并没有考虑目标卫星的几何形状约束,所设计的绕飞策略太过保守. 文献[6]考虑了目标卫星的几何形状约束,设计了一种优化制导算法,所生成的三维轨迹能使小型自由飞行无人航天器接近翻滚卫星,但是只给出了最优轨迹生成算法,并没有给出相关的控制策

收稿日期: 2017-05-09; 修回日期: 2017-07-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61174037, 61333003, 61021002).

责任编辑: 张庆灵.

作者简介: 李学辉(1988—),男,博士生,从事航天器控制的研究;宋申民(1968—),男,教授,博士,从事复杂系统的鲁棒控制、智能控制等研究.

[†]通讯作者. E-mail: lxh_hit@126.com

略.关于避碰控制,人工势函数方法首先在机器人路径规划中得到了广泛应用^[7-9],后来被推广到航天器路径控制中^[10-11].文献[10]利用人工势函数方法针对服务航天器的路径规划设计了一种统一的控制方法.文献[11]结合人工势函数法和模糊控制针对非合作目标的自主交会对接问题设计了一种制导控制方法.文献[10-11]虽然能够有效地解决避碰问题,但是均未考虑系统含有外界扰动的情形.文献[12]利用滑模控制的鲁棒性结合人工势函数理论设计了一种自主避障的非合作交会对接鲁棒控制方法,能够有效解决系统外界扰动上界已知的情形,但是当系统外界扰动上界未知时,所设计方法不再适用.

尽管上述方法可以实现安全飞行,但是关于慢旋非合作目标的快速绕飞避碰控制问题的研究成果较少.由于慢旋非合作目标上的大型附件随本体一起旋转,其避碰模型更加复杂,为了更精确地进行绕飞应该考虑更加合理的避碰模型.另外,由于外部扰动的复杂性,其上界很难精确得到,应该设计更有效的控制方法,以解决系统扰动上界未知的情形.因此,慢旋非合作目标的快速绕飞避碰控制问题仍然是一个具有挑战性的问题.本文以慢旋非合作目标的快速绕飞为背景,提出避碰控制策略.考虑到在描述航天器的绕飞运动时,采用C-W方程描述的相对运动主要应用于目标航天器运行在近圆轨道的情况^[13-14].然而,当目标航天器为慢旋非合作目标时,C-W方程因精度过低而不再适用.为了解决精确绕飞问题,本文基于完全的非线性相对运动方程进行快速绕飞避碰控制器的设计.同时,基于文献[12]中的避碰算法,对其进行改进,提出一种更有效的快速绕飞避碰控制策略,解决了文献[12]中当航天器速度为零时不能实现完全避碰的问题.进一步,针对外部扰动上界未知的情况提出一种自适应鲁棒快速绕飞避碰控制策略.与文献[4-5]的解决方法不同,为了更精确地进行绕飞控制,本文基于椭球避碰区域设计快速绕飞避碰控制器,解决了球形避碰区域无法实现的快速绕飞避碰问题.

1 轨道相对运动模型

1.1 绕飞相对运动模型

假设空间存在一颗运行在椭圆轨道上的失控自旋目标卫星.由于失控自旋目标卫星往往带有太阳帆板等大型附件,自旋卫星所形成的避碰区域为一个椭球,若直接以最大安全距离为半径所形成的球形作为避碰区域则过于保守.如图1所示,当期望位置在

椭球曲面之外而在球形曲面以内时,基于球形设计的避碰策略便不再适用.因此,本文基于椭球避碰区域设计避碰策略,使得高精度绕飞控制能够顺利进行.

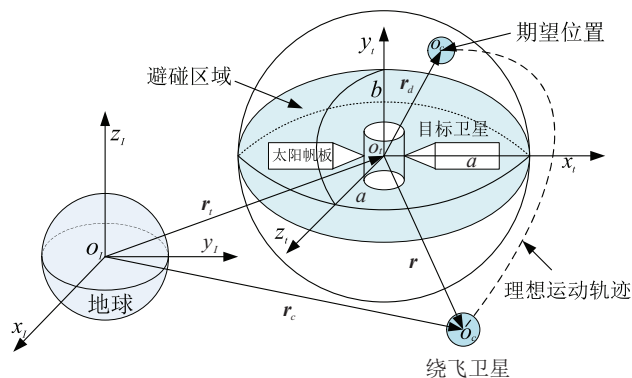


图1 卫星绕飞示意图

在图1中, F_I 为赤道惯性坐标系($O_I x_I y_I z_I$),其原点 O_I 为地心, x_I 轴位于赤道平面内,指向春分点; z_I 轴沿地球自转轴方向,向上为正; y_I 轴与 x_I 轴和 z_I 轴构成右手直角坐标系. F_t 为目标卫星体坐标系($O_t x_t y_t z_t$),其原点 O_t 位于目标卫星的质心,坐标轴与目标卫星主惯性轴重合,其中 x_t 轴指向太阳帆板, y_t 轴垂直于 x_t 轴所在的纵对称面, z_t 轴与其他两轴构成右手直角坐标系. r_t 和 r_c 分别为地心到目标卫星和绕飞卫星质心的位置矢量.

假定目标卫星不受主动控制力作用,其动力学模型为

$$\ddot{\mathbf{r}}_t = -\mu \frac{\mathbf{r}_t}{r_t^3} + \frac{\mathbf{d}_t}{m_t}, \quad (1)$$

绕飞卫星的动力学模型为

$$\ddot{\mathbf{r}}_c = -\mu \frac{\mathbf{r}_c}{r_c^3} + \frac{\mathbf{f}_c}{m_c} + \frac{\mathbf{d}_c}{m_c}. \quad (2)$$

式(1)和(2)中: m_t 和 m_c 分别为目标卫星和绕飞卫星的质量; \mathbf{d}_t 和 \mathbf{d}_c 分别为目标卫星和绕飞卫星所受到的外部摄动力; \mathbf{f}_c 为作用于绕飞卫星的主动控制力; r_c 和 r_t 分别为地心到绕飞卫星和目标卫星的距离,即 $r_c = \|\mathbf{r}_c\|$ 和 $r_t = \|\mathbf{r}_t\|$; μ 为地球引力常数.

记 $\bar{\mathbf{r}} = \mathbf{r}_c - \mathbf{r}_t$, $\bar{\mathbf{f}} = -\mu \frac{\mathbf{r}_c}{r_c^3} + \mu \frac{\mathbf{r}_t}{r_t^3}$,则由式(1)和(2)可得

$$\ddot{\bar{\mathbf{r}}} = \bar{\mathbf{f}} + \frac{\mathbf{f}_c}{m_c} + \frac{\mathbf{d}_c}{m_c} - \frac{\mathbf{d}_t}{m_t}. \quad (3)$$

在目标卫星体坐标系 F_t 内建立系统运动学方程, $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T$ 为体坐标系 F_t 相对于惯性系 F_I 的相对角速度在体坐标系 F_t 下的表示.记 $\mathbf{r} = [r_x \ r_y \ r_z]^T$ 为 $\bar{\mathbf{r}}$ 在体坐标系 F_t 下的表示,记 $\mathbf{f}, \mathbf{d}, \mathbf{u}$ 为 $\bar{\mathbf{f}}, \mathbf{d}_c - \frac{m_c \mathbf{d}_t}{m_t}, \mathbf{f}_c$ 在体坐标系下的表示.根据相对求导公式,将式(3)两边投影在体坐标系中,可得

$$\ddot{\mathbf{r}} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}} + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r} = \mathbf{f} + \frac{\mathbf{d}}{m_c} + \frac{\mathbf{u}}{m_c}. \quad (4)$$

将式(4)整理为欧拉拉格朗日方程形式,可以得到轨道相对运动学方程为

$$m_c \ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{A}(\boldsymbol{\omega}) \dot{\mathbf{r}} + \mathbf{B}(\boldsymbol{\omega}) \mathbf{r} - m_c \mathbf{f} = \mathbf{u} + \mathbf{d}. \quad (5)$$

其中

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\omega}) = 2m_c \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\mathbf{B}(\boldsymbol{\omega}) = m_c \begin{bmatrix} -\omega_2^2 - \omega_3^2 & \omega_1\omega_2 - \dot{\omega}_3 & \omega_1\omega_3 + \dot{\omega}_2 \\ \omega_1\omega_2 + \dot{\omega}_3 & -\omega_1^2 - \omega_3^2 & \omega_2\omega_3 - \dot{\omega}_1 \\ \omega_1\omega_3 - \dot{\omega}_2 & \omega_2\omega_3 + \dot{\omega}_1 & -\omega_1^2 - \omega_2^2 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

假设期望位置为 \mathbf{r}_d ,定义误差向量为 $\mathbf{e} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_d$,重写式(5),可得

$$m_c \ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{A}(\boldsymbol{\omega}) \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{B}(\boldsymbol{\omega}) \mathbf{e} + \mathbf{C} = \mathbf{u} + \mathbf{d}, \quad (8)$$

其中

$$\mathbf{C} = -m_c \mathbf{f} + \ddot{\mathbf{r}}_d + \mathbf{A}(\boldsymbol{\omega}) \dot{\mathbf{r}}_d + \mathbf{B}(\boldsymbol{\omega}) \mathbf{r}_d.$$

1.2 避碰模型建立与控制目标的提出

假设失控自旋目标卫星的自旋轴为 z_t 轴,椭圆避碰区域的曲面方程为

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1, \quad (9)$$

其中 a, b 分别为椭球的长半轴与短半轴.

令

$$h(\mathbf{r}) = \frac{r_x^2}{a^2} + \frac{r_y^2}{a^2} + \frac{r_z^2}{b^2} - 1, \quad (10)$$

由 $h(\mathbf{r})$ 的定义可知,当绕飞卫星在避碰区域外时 $h(\mathbf{r}) > 0$;反之,当绕飞卫星在避碰区域内或避碰区域曲面上时, $h(\mathbf{r}) \leq 0$.

为了便于下文绕飞控制器的设计及其稳定性的分析,给出如下引理和假设.

考虑系统

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{p}(\mathbf{x}), \mathbf{p}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}, \mathbf{x}(\mathbf{0}) = \mathbf{x}_0, \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n, \quad (11)$$

其中 $\mathbf{p}: U_0 \rightarrow \mathbf{R}^n$ 是定义在 $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ 的开邻域 $U_0 \in \mathbf{R}^n$ 上的一个连续函数.

引理1^[15] 针对系统(11),假设存在一个连续可微正定的函数 $V(t)$ 以及正实数 ρ_1 和 $\rho \in (0, 1)$,满足如下微分不等式:

$$\dot{V} \leq -\rho_1 V^\rho, \quad (12)$$

则原点为系统的局部有限时间平衡点,且收敛时间 t_f 满足

$$t_f \leq \frac{1}{\rho_1(1-\rho)} V^{1-\rho}(\mathbf{x}_0). \quad (13)$$

引理2^[15] 针对系统(11),假设存在一个连续可微正定的函数 $V(t)$ 以及正实数 ρ_1, ρ_2 和 $\rho \in (0, 1)$,满足如下微分不等式:

$$\dot{V} \leq -\rho_1 V - \rho_2 V^\rho, \quad (14)$$

则原点为系统的局部有限时间平衡点,且收敛时间 t_f 满足

$$t_f \leq \frac{1}{\rho_1(1-\rho)} \ln \frac{\rho_1 V^{1-\rho}(\mathbf{x}_0) + \rho_2}{\rho_2}. \quad (15)$$

假设1 在初始时刻和期望位置,绕飞卫星在避碰区域外,即 $h(\mathbf{r}(0)) > 0, h(\mathbf{r}_d) > 0$.

注1 由假设1可知,为了避免绕飞卫星绕飞过程中进入避碰区域,只需要保证绕飞卫星在到达期望位置的过程中 $h(\mathbf{r}) \neq 0$.

假设2 系统(8)外部扰动有界,满足 $\|\mathbf{d}\|_\infty \leq d_m$,其中 $\|\cdot\|_\infty$ 表示向量的 ∞ 范数, $d_m \geq 0$.

假设3 目标卫星能向绕飞卫星提供位置、速度、姿态及姿态角速度信息,或绕飞卫星可以测得两者间相对运动信息.

控制目标 设计有效的避碰控制器,使绕飞卫星能渐近到达期望位置,且在绕飞过程中不会进入避碰区域,即误差向量渐近收敛到零,并且在收敛过程中 $h(\mathbf{r}) \neq 0$ 始终成立.

2 控制器设计

在本节中,首先给出一个改进的滑模面;然后,基于所设计的滑模面,分别针对系统外界扰动已知和未知的情况设计两个控制器,并证明系统在所设计的控制器下控制目标都能实现.

2.1 滑模面设计

为了方便设计和分析,定义向量函数 $\mathbf{Tanh}(\cdot) \in \mathbf{R}^n$ 和矩阵函数 $\mathbf{Cosh}(\cdot) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 如下:

$$\mathbf{Tanh}(\zeta) = [\tanh(\zeta_1), \dots, \tanh(\zeta_n)]^T, \quad (16)$$

$$\mathbf{Cosh}^m(\zeta) = \text{diag}\{\cosh^m(\zeta_1), \dots, \cosh^m(\zeta_n)\}. \quad (17)$$

其中: $\zeta = [\zeta_1, \dots, \zeta_n]^T \in \mathbf{R}^n, n$ 为任意正整数, m 为任意整数, $\text{diag}\{\cdot\}$ 为对角矩阵构造函数, $\cosh^m(\cdot) = (\cosh(\cdot))^m, \tanh(\cdot)$ 和 $\cosh(\cdot)$ 分别为双曲正切函数和双曲余弦函数.

给出改进的滑模面如下:

$$\mathbf{S} = k_1 \mathbf{Tanh}(\lambda \dot{\mathbf{e}}) + \left(k_2 \frac{1}{h^2(\mathbf{r})} + k_3\right) \mathbf{e}, \quad (18)$$

其中 $k_i (i = 1, 2, 3)$ 和 λ 为正常数.

由所给滑模面(18)可知,若系统(8)的状态在收敛到滑模面 $\mathbf{S} = \mathbf{0}$ 的过程中,滑模变量 \mathbf{S} 始终有界,

则由函数 $\mathbf{Tanh}(\cdot)$ 有界性可知,系统状态 \mathbf{e} 和 $1/h^2(\mathbf{r})$ 始终有界. 由假设1可知,绕飞卫星不会进入避碰区域.

下面证明在滑模面上,即 $\mathbf{S} = \mathbf{0}$ 时, \mathbf{e} 渐近收敛到 $\mathbf{0}$. 分两种情况进行讨论.

情况1 当 $\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{0}$ 时,显然可推得 $\mathbf{e} = \mathbf{0}$.

情况2 当 $\dot{\mathbf{e}} \neq \mathbf{0}$ 时,由滑模面(18)可得

$$k_1 \mathbf{Tanh}(\lambda \dot{\mathbf{e}}) = -\left(k_2 \frac{1}{h^2(\mathbf{r})} + k_3\right) \mathbf{e}. \quad (19)$$

两边同时左乘以 $\dot{\mathbf{e}}^T$,整理可得

$$\dot{\mathbf{e}}^T \mathbf{e} = -k_1 \left(k_2 \frac{1}{h^2(\mathbf{r})} + k_3\right)^{-1} \dot{\mathbf{e}}^T \mathbf{Tanh}(\lambda \dot{\mathbf{e}}). \quad (20)$$

选取 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{e}, \quad (21)$$

沿 $\mathbf{S} = \mathbf{0}$ 求导并将式(20)代入,可得

$$\dot{V} = \mathbf{e}^T \dot{\mathbf{e}} = -k_1 \left(k_2 \left(\frac{1}{h(\mathbf{r})}\right)^2 + k_3\right)^{-1} \dot{\mathbf{e}}^T \mathbf{Tanh}(\lambda \dot{\mathbf{e}}). \quad (22)$$

由向量函数 $\mathbf{Tanh}(\cdot)$ 的定义以及 $\tanh(\cdot)$ 的性质可知, $\dot{\mathbf{e}}^T \mathbf{Tanh}(\lambda \dot{\mathbf{e}}) \geq 0$, 当且仅当 $\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{0}$ 时等号成立, 由情形2的条件 $\dot{\mathbf{e}} \neq \mathbf{0}$ 可得 $\dot{V} < 0$, 从而可得 \mathbf{e} 渐近收敛到 $\mathbf{0}$.

由前面的分析可得到如下推论.

推论1 在滑模面变量趋近于 $\mathbf{S} = \mathbf{0}$ 的过程中, 若滑模变量 \mathbf{S} 始终有界, 则绕飞卫星不会进入避碰区域, 且在滑模面 $\mathbf{S} = \mathbf{0}$ 上, 误差向量 \mathbf{e} 将渐近收敛到 $\mathbf{0}$.

注2 根据滑模面定义, 当 $\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{0}$ 时, 并不能保证 $1/h^2(\mathbf{r})$ 是有界的, 但此时绕飞卫星已经到达期望位置, 由假设1可知, 绕飞卫星在避碰区域外.

注3 由推论1可知, 所有结果都是基于系统(8)的状态能收敛到 $\mathbf{S} = \mathbf{0}$ 且滑模变量 \mathbf{S} 始终有界所得到的, 若系统(8)的状态有限时间收敛到 $\mathbf{S} = \mathbf{0}$ 上, 则推论1的结论显然成立.

2.2 扰动上界已知时的避碰控制器设计

若 d_m 已知, 设计控制器如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = & \mathbf{A}(\boldsymbol{\omega})\dot{\mathbf{e}} + \mathbf{B}(\boldsymbol{\omega})\mathbf{e} + \mathbf{C} - \\ & \frac{1}{\lambda k_1} \mathbf{Cosh}^2(\lambda \dot{\mathbf{e}}) \left[\frac{d}{dt} (k_2 h^{-2}(\mathbf{r})) m_c \mathbf{e} + \right. \\ & \left. (k_2 h^{-2}(\mathbf{r}) + k_3) m_c \dot{\mathbf{e}} + k_4 \mathbf{S} + k_5 \mathbf{sign}(\mathbf{S}) \right], \quad (23) \end{aligned}$$

其中 $k_i (i = 1, 2, \dots, 5)$ 和 λ 为正常数.

定理1 针对系统(8), 在假设1和假设2条件下, 且系统外界扰动上界 d_m 已知, 控制参数满足 $k_5 > \lambda k_1 d_m$, 则在控制器(23)作用下, 误差向量 \mathbf{e} 渐近收敛到 $\mathbf{0}$, 并且绕飞卫星不会进入避碰区域.

证明 选取 Lyapunov 函数如下:

$$V_1 = \frac{1}{2} m_c \mathbf{S}^T \mathbf{S}. \quad (24)$$

对式(24)求导并代入(8), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & m_c \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{S}} = \\ & \mathbf{S}^T \left\{ \lambda k_1 \mathbf{Cosh}^{-2}(\lambda \dot{\mathbf{e}}) [\mathbf{u} + \mathbf{d} - \mathbf{A}(\boldsymbol{\omega})\dot{\mathbf{e}} - \mathbf{B}(\boldsymbol{\omega})\mathbf{e} - \right. \\ & \left. \mathbf{C}] + \frac{d}{dt} (k_2 h^{-2}(\mathbf{r})) m_c \mathbf{e} + (k_2 h^{-2}(\mathbf{r}) + k_3) m_c \dot{\mathbf{e}} \right\}. \quad (25) \end{aligned}$$

将控制器(23)代入式(25), 整理得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & \\ & -k_4 \mathbf{S}^T \mathbf{S} + \lambda k_1 \mathbf{S}^T \mathbf{Cosh}^{-2}(\lambda \dot{\mathbf{e}}) \mathbf{d} - k_5 \mathbf{S}^T \mathbf{sign}(\mathbf{S}). \quad (26) \end{aligned}$$

利用不等式

$$\cosh^{-2}(x) = \left(\frac{2}{e^x + e^{-x}} \right)^2 \leq 1, \quad \forall x \in \mathbb{R}, \quad (27)$$

令 $\mathbf{S} = [S_1, S_2, S_3]^T$, $\mathbf{d} = [d_1, d_2, d_3]^T$, 由假设1, 可得到如下不等式:

$$\begin{aligned} & \lambda k_1 \mathbf{S}^T \mathbf{Cosh}^{-2}(\lambda \dot{\mathbf{e}}) \mathbf{d} = \\ & \lambda k_1 \sum_{i=1}^3 S_i \cosh^{-2}(\lambda \dot{e}_i) d_i \leq \\ & \lambda k_1 \sum_{i=1}^3 |S_i| |d_i| \leq \lambda k_1 \sum_{i=1}^3 d_m |S_i| = \\ & \lambda k_1 d_m \mathbf{S}^T \mathbf{sign}(\mathbf{S}). \quad (28) \end{aligned}$$

将不等式(28)代入式(25)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & \\ & -k_4 \mathbf{S}^T \mathbf{S} - (k_5 - \lambda k_1 d_m) \mathbf{S}^T \mathbf{sign}(\mathbf{S}) \leq \\ & -\alpha_1 V_1 - \beta_1 V_1^{\frac{1}{2}}. \quad (29) \end{aligned}$$

其中: $\alpha_1 = 2k_4/m_c > 0$, $\beta_1 = (k_5 - \lambda k_1 d_{\max}) \times \sqrt{2/m_c} > 0$. 由引理1可知, \mathbf{S} 有限时间收敛到 $\mathbf{0}$.

由推论1可知, 误差向量 \mathbf{e} 渐近收敛到 $\mathbf{0}$, 且在收敛的过程中 $h^2(\mathbf{r}) \neq 0$, 从而绕飞卫星不会进入避碰区域, 实现避碰. \square

注4 由文献[12]所提出的滑模面的形式可知, 当航天器的速度为零时, 不能确定航天器是否处于避碰区域外, 因此不能实现完全避碰, 而本文提出的控制器有效解决了此问题.

2.3 扰动上界未知时的避碰控制器设计

由于外部扰动的复杂性, 其上界很难精确得到, 为了处理外部扰动上界未知的情况, 下面设计鲁棒自适应的避碰绕飞控制器

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\omega})\dot{\mathbf{e}} + \mathbf{B}(\boldsymbol{\omega})\mathbf{e} + \mathbf{C} -$$

$$\frac{1}{\lambda k_1} \mathbf{Cosh}^2(\lambda \dot{e}) \left[\frac{d}{dt} (k_2 h^{-2}(\mathbf{r})) m_c \mathbf{e} + (k_2 h^{-2}(\mathbf{r}) + k_3) m_c \dot{e} + k_4 \mathbf{S} + k_5 + \lambda k_1 \hat{d}_m \mathbf{sign}(\mathbf{S}) \right], \quad (30)$$

$$\dot{\hat{d}}_m = \lambda k_1 l^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{sign}(\mathbf{S}). \quad (31)$$

其中: $k_i (i = 1, 2, \dots, 5)$, l 和 λ 为任意正常数, \hat{d}_m 是 d_m 的估计值, $\tilde{d}_m = d_m - \hat{d}_m$.

定理2 针对系统(8),在假设1和假设2条件下,且系统外界扰动上界 d_m 未知,则在控制器(30)和(31)作用下,误差向量 \mathbf{e} 渐近收敛到 $\mathbf{0}$,且绕飞卫星不会进入避碰区域.

证明 选取 Lyapunov 函数

$$V_2 = \frac{1}{2} m_c \mathbf{S}^T \mathbf{S} + \frac{1}{2} l \tilde{d}_m^2, \quad (32)$$

其中 l 为任意正常数. 对式(32)求导并将式(8)和控制器(30)代入,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= m_c \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{S}} - l \tilde{d}_m \dot{\hat{d}}_m = \\ &\mathbf{S}^T \left\{ \lambda k_1 \mathbf{Cosh}^{-2}(\lambda \dot{e}) [\mathbf{u} + \mathbf{d} - \mathbf{A}(\omega) \dot{e} - \mathbf{B}(\omega) \mathbf{e} - \mathbf{C}] + \frac{d}{dt} (k_2 h^{-2}(\mathbf{r})) m_c \mathbf{e} + (k_2 h^{-2}(\mathbf{r}) + k_3) m_c \dot{e} \right\} - l \tilde{d}_m \dot{\hat{d}}_m. \end{aligned} \quad (33)$$

将控制器(30)代入式(33),整理得

$$\dot{V}_2 = -k_4 \mathbf{S}^T \mathbf{S} + \lambda k_1 \mathbf{S}^T \mathbf{Cosh}^{-2}(\lambda \dot{e}) \mathbf{d} - (k_5 + \lambda k_1 \hat{d}_m) \mathbf{S}^T \mathbf{sign}(\mathbf{S}) - l \tilde{d}_m \dot{\hat{d}}_m. \quad (34)$$

将不等式(28)和式(31)代入(34),整理可得

$$\dot{V}_2 \leq -k_4 \mathbf{S}^T \mathbf{S} + \lambda k_1 (d_m - \hat{d}_m) \mathbf{S}^T \mathbf{sign}(\mathbf{S}) - k_5 \mathbf{S}^T \mathbf{sign}(\mathbf{S}) - l \tilde{d}_m \dot{\hat{d}}_m. \quad (35)$$

由式(35)可以得到 $\dot{V}_2 \leq 0$, 即 V_2 是不增的,从而可得到 \mathbf{S} 和 \tilde{d}_m 是有界的,进一步可以得到 \hat{d}_m 是有界的.

选择 Lyapunov 函数

$$V_3 = \frac{1}{2} m_c \mathbf{S}^T \mathbf{S} + l (\bar{d}_m - \hat{d}_m)^2, \quad (36)$$

其中 \bar{d}_m 为一个正常数,并且满足 $\bar{d}_m > \hat{d}_m$ 和 $\bar{d}_m > d_m$.

对式(36)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \\ &m_c \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{S}} - 2l (\bar{d}_m - \hat{d}_m) \dot{\hat{d}}_m = \\ &m_c \mathbf{S}^T \left[\lambda k_1 \mathbf{Cosh}^{-2}(\lambda \dot{e}) \ddot{e} + \frac{d}{dt} (k_2 h^{-2}(\mathbf{r})) \mathbf{e} + (k_2 h^{-2}(\mathbf{r}) + k_3) \dot{e} \right] - 2l (\bar{d}_m - \hat{d}_m) \dot{\hat{d}}_m = \\ &\lambda k_1 \mathbf{S}^T \mathbf{Cosh}^{-2}(\lambda \dot{e}) [-\mathbf{A}(\omega) \dot{e} - \mathbf{B}(\omega) \mathbf{e} - \mathbf{C} + \mathbf{u} + \mathbf{d}] + m_c \mathbf{S}^T \left[\frac{d}{dt} (k_2 h^{-2}(\mathbf{r})) \mathbf{e} + \right. \end{aligned}$$

$$\left. (k_2 h^{-2}(\mathbf{r}) + k_3) \dot{e} \right] - 2l (\bar{d}_m - \hat{d}_m) \dot{\hat{d}}_m. \quad (37)$$

将控制器(30)代入式(37),整理得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= -k_4 \mathbf{S}^T \mathbf{S} - (k_5 + \lambda k_1 \hat{d}_m) \mathbf{S}^T \mathbf{sign}(\mathbf{S}) + \\ &\lambda k_1 \mathbf{S}^T \mathbf{Cosh}^{-2}(\lambda \dot{e}) \mathbf{d} - 2l (\bar{d}_m - \hat{d}_m) \dot{\hat{d}}_m. \end{aligned} \quad (38)$$

将控制器(31)和不等式(28)代入式(37),整理得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &\leq \\ &-k_4 \mathbf{S}^T \mathbf{S} - (k_5 + \lambda k_1 \hat{d}_m) \mathbf{S}^T \mathbf{sign}(\mathbf{S}) + \\ &\lambda k_1 d_m \mathbf{S}^T \mathbf{sign}(\mathbf{S}) - 2\lambda k_1 (\bar{d}_m - \hat{d}_m) \mathbf{S}^T \mathbf{sign}(\mathbf{S}) \leq \\ &-k_4 \mathbf{S}^T \mathbf{S} - k_5 \mathbf{S}^T \mathbf{sign}(\mathbf{S}) - \lambda k_1 \hat{d}_m \mathbf{S}^T \mathbf{sign}(\mathbf{S}) + \\ &\lambda k_1 \bar{d}_m \mathbf{S}^T \mathbf{sign}(\mathbf{S}) - 2\lambda k_1 (\bar{d}_m - \hat{d}_m) \mathbf{S}^T \mathbf{sign}(\mathbf{S}) = \\ &-k_4 \mathbf{S}^T \mathbf{S} - k_5 \mathbf{S}^T \mathbf{sign}(\mathbf{S}) - \\ &\lambda k_1 (\bar{d}_m - \hat{d}_m) \mathbf{S}^T \mathbf{sign}(\mathbf{S}) \leq \\ &-k_5 (\mathbf{S}^T \mathbf{S})^{1/2} - \mu (\bar{d}_m - \hat{d}_m) \leq \\ &-\min \left(\sqrt{2} k_5, \frac{\mu}{\sqrt{l}} \right) V_3^{1/2}, \end{aligned} \quad (39)$$

其中 $\mu = \lambda k_1 \mathbf{S}^T \mathbf{sign}(\mathbf{S})$.

当 $\mathbf{S} = \mathbf{0}$ 时,系统已经收敛到滑模面;当 $\mathbf{S} \neq \mathbf{0}$ 时,由引理1可得 V_3 有限时间收敛到0,进一步可得 \mathbf{S} 有限时间收敛到 $\mathbf{0}$. 因此 \mathbf{S} 有限时间收敛到 $\mathbf{0}$.

由推论1可知,误差向量 \mathbf{e} 渐近收敛到 $\mathbf{0}$,且在收敛的过程中 $h^2(\mathbf{r}) \neq 0$,从而绕飞卫星不会进入避碰区域,实现避碰. \square

注5 事实上,由于采样计算、测量误差和其他非理想条件的影响, \mathbf{S} 不能严格收敛到 $\mathbf{0}$,自适应参数可能会无限增大.为解决这个问题,一种简单有效的方法是利用死区技术(Dead zone technique)^[16],将自适应率(31)修改如下:

$$\dot{\hat{d}}_m = \begin{cases} \lambda k_1 l^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{sign}(\mathbf{S}), & \|\mathbf{S}\|_1 \geq \delta; \\ 0, & \|\mathbf{S}\|_1 < \delta. \end{cases} \quad (40)$$

其中: $\|\cdot\|_1$ 为向量的1范数, δ 为一个小的正常数.

注6 通过与文献[12]所提出的避碰控制器对比分析可知,定理2中的控制器能够有效解决系统扰动上界未知时的情形,并且可以实现完全避碰.

3 仿真实验

不失一般性,假设失效卫星自旋轴为 z_t 轴,自旋角速度为 $5^\circ/\text{s}$,绕飞卫星和失效卫星的质量均为 100 kg . 失效卫星的轨道要素为 $\alpha = 7.178 \times 10^6$, $e = 0.01$, $\Omega = 0$, $i = \pi/6$, $\omega = 0$, $f = 0$,其中 $\alpha, e, \Omega, i, \omega, f$ 分别是半长轴,离心率,升交点赤经,轨道倾角,近地点幅角和真近点角. 椭圆避碰区域的长半轴和短半轴分别为 $a = 10$, $b = 5$. 绕飞卫星在目标星体系下

的初始位置和速度分别为 $\mathbf{r}(0) = [-9, -9, -16]^T$ m 和 $\dot{\mathbf{r}}(0) = [0, 0, 0]^T$ m/s. 绕飞卫星在目标星系下的期望位置和速度分别为 $\mathbf{r}_d = [-7, 0, 6]^T$ m 和 $\dot{\mathbf{r}}_d(0) = [0, 0, 0]^T$ m/s. 所受外部扰动力为项扰动. 为了消除抖振现象, 利用饱和函数代替控制器中的符号函数.

由绕飞卫星在目标星系下期望位置的选取以及椭球避碰区域的长半轴和短半轴的选取可知

$$h(\mathbf{r}_d) = \frac{49}{100} + \frac{36}{25} - 1 = \frac{93}{100} > 0,$$

$$\frac{49}{100} + \frac{36}{100} = \frac{85}{100} < 1,$$

即期望位置在椭球避碰区域之外且在以最大安全距离为半径所形成的球形曲面以内, 满足设计椭球避碰区域的初衷. 下面分别从扰动上界已知和未知的情况给出仿真结果.

3.1 扰动上界已知时仿真结果

针对控制器 (23), 选择控制参数 $\lambda = 1, k_1 = 1, k_2 = 0.5, k_3 = 4, k_4 = 1.7, k_5 = 0.05$. 仿真结果如图2和图3所示. 图2为绕飞卫星跟踪位置误差曲线, 可以看出绕飞卫星可以在400s内到达期望位置. 图3给出了绕飞卫星的运动轨迹, 椭球区域为避碰区域, 直线为起始位置与期望位置之间的连线. 由图3可以看出, 若绕飞卫星直线运动到期望位置, 则必然进入避碰区域, 而在所设计的控制器下, 绕飞卫星能有效避免进入避碰区域, 从而能够安全地到达期望位置.

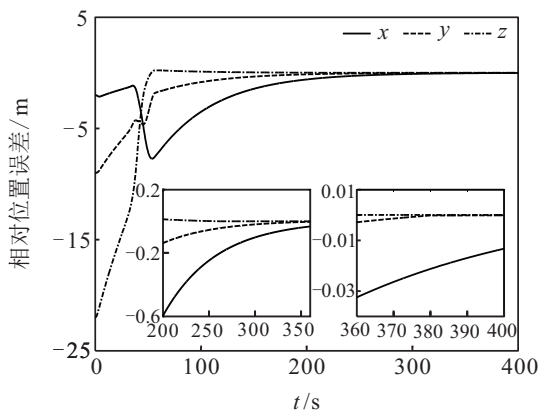


图2 控制器(23)下e的曲线

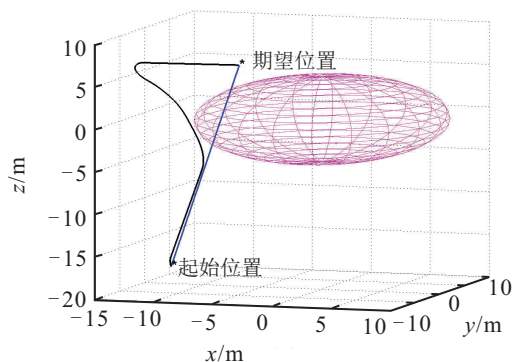


图3 控制器(23)下绕飞卫星运动轨迹

3.2 扰动上界未知时仿真结果

控制器 (30)和(31)的参数选取 $\lambda = 1, k_1 = 1, k_2 = 0.5, k_3 = 4, k_4 = 1.7, k_5 = 0.05, l = 10000, \delta = 0.1$. 仿真结果如图4和图5所示. 图4为绕飞卫星跟踪位置误差曲线, 可以看出绕飞卫星能够快速到达期望位置. 图5给出了绕飞卫星的运动轨迹, 椭球区域为避碰区域, 直线为起始位置与期望位置之间的连线. 由图5可以看出, 若绕飞卫星直线运动到期望位置, 则必然进入避碰区域, 而在所设计的控制器下, 绕飞卫星能有效避免进入避碰区域, 从而能够安全地到达期望位置. 对比图2和图4可以看出, 考虑扰动上界未知的自适应鲁棒控制器具有更快的收敛速度和更高的收敛精度.

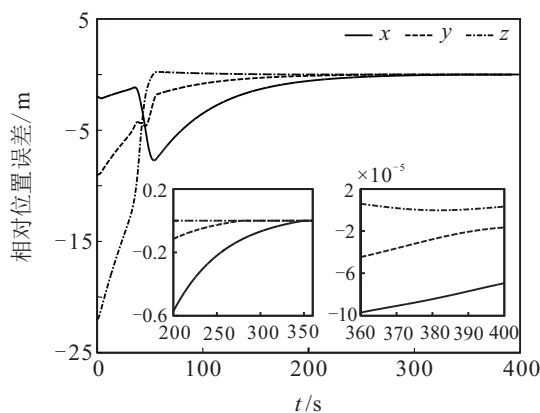


图4 控制器(30)和(31)下e的曲线

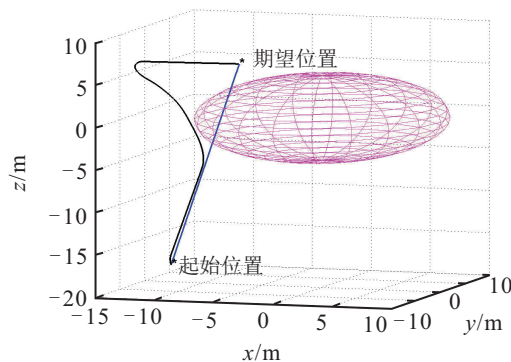


图5 控制器(30)和(31)下绕飞卫星运动轨迹

4 结 论

本文针对慢旋非合作目标的快速绕飞避碰控制问题进行了研究分析, 基于滑模控制和人工势函数理论设计了鲁棒快速绕飞避碰控制器, 主要结论如下:

- 1) 考虑了慢旋非合作目标的几何形状, 建立了更精确的椭球避碰模型, 能够实现球形避碰区域无法实现的快速绕飞任务.
- 2) 基于滑模控制和人工势函数理论分别针对系统外界扰动上界已知和未知的情况设计了快速绕飞避碰控制器, 所设计的控制器都能实现安全快速绕飞.

3) 利用李雅普诺夫理论对所设计的控制器给出了严格的理论证明,表明系统状态为渐进稳定的,且能实现避碰.并对所设计的控制器进行了数值仿真,进一步验证了所设计控制器的有效性.

参考文献(References)

- [1] Medina A, Tomassini A, Suatoni M, et al. Towards a standardized grasping and refuelling on-orbit servicing for geo spacecraft[J]. *Acta Astronautica*, 2017, 134: 1-10.
- [2] Flores-Abad A, Ma O, Pham K, et al. A review of space robotics technologies for on-orbit servicing[J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2014, 68: 1-26.
- [3] Sabol C, Burns R, McLaughlin C A. Satellite formation flying design and evolution[J]. *J of Spacecraft and Rockets*, 2001, 38(2): 270-278.
- [4] 梁静静, 解永春, 孙帅. 交会对接绕飞段临界安全轨迹研究[J]. *空间控制技术与应用*, 2014, 40(1): 37-40.
(Liang J J, Xie Y C, Sun S. Trajectory of critical safety of fly-around in rendezvous and docking[J]. *Chinese Space Science and Technology*, 2014, 40(1): 37-40.)
- [5] 梁静静, 解永春. 基于粒子群算法优化双脉冲绕飞问题[J]. *空间控制技术与应用*, 2013, 39(5): 43-47.
(Liang J J, Xie Y C. Double-impulsive fly-around problem based on particle swarm optimization algorithm[J]. *Chinese Space Science and Technology*, 2013, 39(5): 43-47.)
- [6] Shi J F, Ulrich S, Chamitoff G E, et al. Trajectory optimization for proximity operations around tumbling geometrical constraints via legendre polynomials[C]. *AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conf. California*, 2016: 5270.
- [7] Pradhan S K, Parhi D R, Panda A K, et al. Potential field method to navigate several mobile robots[J]. *Applied Intelligence*, 2006, 25(3): 321-333.
- [8] Huang W H, Fajen B R, Fink J R, et al. Visual navigation and obstacle avoidance using a steering potential function[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2006, 54(4): 288-299.
- [9] Sekiguchi K, Deng M, Inoue A. Obstacle avoidance and two wheeled mobile robot control using potential function[C]. *IEEE Int Conf on Industrial Technology. Mumbai*, 2006: 2314-2319.
- [10] McInnes C R. Autonomous path planning for on-orbit servicing vehicles[J]. *J of the British Interplanetary Society*, 2000, 53(1/2): 26-38.
- [11] Zhang D, Song S, Pei R. Safe guidance for autonomous rendezvous and docking with a non-cooperative target[C]. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conf. Toronto*, 2010: 7592.
- [12] 郭永, 宋申民, 李学辉. 非合作交会对接的姿态和轨道耦合控制[J]. *控制理论与应用*, 2016, 33(5): 638-644.
(Guo Y, Song S M, Li X H. Attitude and orbit coupled control for non-cooperative rendezvous and docking[J]. *Control Theory and Applications*, 2016, 33(5): 638-644.)
- [13] 罗建军, 杨宇和, 袁建平. 共面快速受控绕飞轨迹设计与控制[J]. *宇航学报*, 2006, 27(6): 1389-1392.
(Luo J J, Yang Y H, Yuan J P. Trajectory design and control of in-plane fast controlled flyaround[J]. *J of Astronautics* 2006, 27(6): 1389-1392.)
- [14] 赵书阁, 张景瑞. 航天器共面圆型快速绕飞控制研究[J]. *航天控制*, 2014, 32(1): 68-72.
(Zhao S G, Zhang J R. A study on trajectory control of spacecraft in-plane circular fast fly-around[J]. *Aerospace Control*, 2014, 32(1): 68-72.)
- [15] Yu S, Yu X, Shirinzadeh B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode[J]. *Automatica*, 2005, 41(11): 1957-1964.
- [16] Plestan F, Shtessel Y, Bregeault V, et al. New methodologies for adaptive sliding mode control[J]. *Int J of Control*, 2010, 83(9): 1907-1919.

(责任编辑: 孙艺红)