

# 基于AQPSO的RBF神经网络自组织学习

杨刚, 王乐, 戴丽珍<sup>†</sup>, 杨辉, 陆荣秀

(华东交通大学 电气与自动化工程学院, 南昌 330013; 江西省先进控制与优化重点实验室, 南昌 330013)

**摘要:** 针对径向基函数(RBF)神经网络的结构设计及参数优化问题, 提出一种自适应量子粒子群优化(AQPSO)算法. 将RBF神经网络的网络规模及参数映射到粒子的空间位置, 定义权值平均最优位置, 从而对量子粒子群优化(QPSO)中 $L_{i,j}(t)$ 进行评价, 设计随粒子进化而自动调整的收缩-扩张系数 $\beta$ 及网络规模调整规则, 实现RBF神经网络结构和参数的自组织学习, 提高网络的学习能力. 通过非线性系统辨识以及短时交通流量预测验证所提出方法的有效性. 实验研究表明, 基于AQPSO的RBF神经网络自组织学习算法不仅能够获得较好的学习性能, 而且其网络结构也较为紧凑.

**关键词:** RBF神经网络; 自适应量子粒子群优化; 自组织学习

中图分类号: TP183

文献标志码: A

## AQPSO-based self-organization learning of RBF neural network

YANG Gang, WANG Le, DAI Li-zhen<sup>†</sup>, YANG Hui, LU Rong-xiu

(School of Electrical and Automation Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; Key Laboratory of Advanced Control & Optimization of Jiangxi Province, Nanchang 330013, China)

**Abstract:** Aiming at the structural design and parameter optimization problems of radial basis function(RBF) neural network, an adaptive quantum-behaved particle swarm optimization(AQPSO) algorithm is proposed. In order to realize the self-organization learning of RBF neural network and improve the performance, the network size and parameters of RBF neural network are mapped to the spatial position of the particles firstly, and then the weight mean of best particle positions is defined to evaluate  $L_{i,j}(t)$  in quantum-behaved particle swarm optimization, the contraction-expansion coefficient  $\beta$  can be adjusted according to the evolution of particles, and the self-organization rule of neural network size  $K_i$  is introduced. Finally, as a case study, the proposed approach is applied to the nonlinear system identification and short-term traffic flow forecasting problems. Compared with other methods, it is shown that the proposed approach exhibits better results with higher accuracy and smaller size of architecture.

**Keywords:** RBF neural network; adaptive quantum-behaved particle swarm optimization; self-organization learning

## 0 引言

人工神经网络由于其自身的学习及逼近能力, 在众多领域都得到了广泛的关注及应用<sup>[1]</sup>. 其中, 径向基函数(Radial basis function, RBF)神经网络因结构简单、逼近能力强<sup>[2]</sup>, 在系统建模、控制、故障诊断等领域得到了广泛的应用<sup>[3-7]</sup>. 然而, 随着求解问题要求的不断提高, 结构固定的神经网络已经无法满足实际应用需求. 因此, 同时优化网络结构和参数的自组织学习方法得到了普遍关注<sup>[8-22]</sup>, 根据其工作原理, 主要可分为增长法<sup>[8]</sup>、修剪法<sup>[9]</sup>、增长-修剪法<sup>[10-13]</sup>、

进化类算法<sup>[14-15]</sup>以及混杂方法<sup>[16-18]</sup>等.

RBF神经网络动态优化设计是保证RBF神经网络始终工作在结构及参数组合优化下的有效方法. Huang等<sup>[10]</sup>根据隐含层神经元的重要性, 提出了一种增长与修剪同时进行的GAP-RBF(Growing and pruning radial basis function)神经网络学习算法, 并且在此基础上提出了Generalized GAP-RBF(GGAP-RBF)<sup>[11]</sup>算法及Fast GAP-RBF算法<sup>[12]</sup>. 此类方法能够以较小的网络规模在减少训练时间(计算复杂度)的同时获得较好的泛化能力. 然而, GAP-RBF和GGAP-

收稿日期: 2017-05-15; 修回日期: 2017-07-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61673172, 61663012, 61364013); 江西省交通运输厅科技项目(2014X0015); 江西省教育厅科技项目(GJJ150490); 江西省科技厅青年科学基金项目(20161BAB212054).

责任编辑: 魏秀琨.

作者简介: 杨刚(1983—), 男, 博士, 从事复杂系统建模、控制与优化、神经计算理论及其应用等研究; 戴丽珍(1983—), 女, 博士, 从事人工智能方法及其应用、机器人技术的研究.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: dr.alicedai@gmail.com

RBF算法需要完备的训练样本,但在实际应用中可能无法预先获得全局样本数据<sup>[15]</sup>,因此具有一定的局限性. Han等<sup>[19]</sup>通过计算隐含层神经元的处理强度IPS获得隐含层神经元与输出神经元之间的独立分量贡献,设计网络结构自组织学习方法,同时采用梯度算法对网络参数进行更新,提出了一种基于信息导向算法IOA的递归RBF神经网络自组织设计方法(IOA-RRBFNN).

以遗传算法(GA)、差分进化(DE)算法、粒子群优化(PSO)算法等为代表的进化类算法因其在寻优方面的优势,已被广泛应用于神经网络的学习问题. 针对由于小样本引起的回归问题, Jia等<sup>[17]</sup>基于偏最小二乘法(PLS)和GA设计了PLS-GA-RBF分类学习算法; Cruz等<sup>[14]</sup>提出了一种基于改进的蜂群集体决策优化算法(cOptBees)的数据聚类方法及启发式方法自动选择RBF神经网络中基函数数量、位置及分布的BeeRBF方法,用于解决分类问题. 因PSO操作简单、易于实现,在神经网络学习方面应用颇广. Fathi等<sup>[7]</sup>提出了一种基于粒子群优化-优化最速下降(PSO-OSD)的学习方法,通过PSO算法寻找隐含层神经元的中心,而中心宽度则根据 $k$ -近邻方法求得,输出权值则由优化最速下降(OSD)算法训练,与三相OSD方法相比可以快速收敛并获得较高的精度;为了解决非线性控制及建模问题, Feng<sup>[23]</sup>通过设计特定的适应度函数,实现了基于进化PSO算法的RBF神经网络结构和参数优化,尽管可以获得紧凑的网络结构,但该方法无法实现网络结构的动态调整; Han等<sup>[15]</sup>通过设计一个非线性回归函数来调整PSO的惯性权重,用以增强粒子的搜索能力,同时设计了一个统一准则来获得RBF神经网络的参数及网络规模.

尽管PSO在RBF网络设计的应用研究中取得了较多的成果,但多是基于标准PSO进行的. 量子粒子群优化(QPSO)是通过模拟量子力学中粒子在势场中向势能最低点移动的搜索机制设计的一种随机优化算法<sup>[24]</sup>,具有更好的全局搜索能力,获得了广大学者的关注<sup>[25-29]</sup>. 然而,如何设计及控制参数仍然是一个极具挑战的开放问题. 为了获得RBF神经网络结构动态调整的有效方法,本文提出一种基于自适应量子粒子群优化(AQPSO)的RBF神经网络结构优化设计方法,以实现RBF神经网络结构与参数的同时调整,并提高RBF神经网络的学习性能. 最后,通过仿真实验验证基于AQPSO的RBF神经网络自组织建模方法的有效性.

## 1 RBF神经网络及QPSO算法

### 1.1 RBF神经网络

RBF神经网络结构一般由3层组成,即输入层、隐含层及输出层. 常见的多输入单输出的RBF神经网络结构如图1所示.

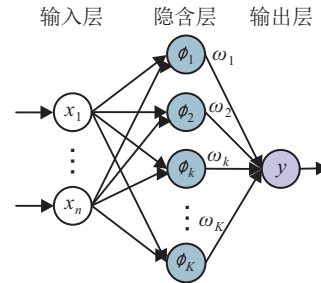


图1 RBF神经网络结构

对于输入 $x$ , RBF神经网络的输出为

$$y = \sum_{k=1}^K \omega_k \phi_k = \sum_{k=1}^K \omega_k e^{-\|x - \mu_k\| / \sigma_k^2}. \quad (1)$$

其中: $\omega_k$ 是第 $k \in (1, K)$ 个隐含层神经元与网络输出的连接权值, $\phi_k$ 是第 $k$ 个隐含层神经元的输出, $\mu_k$ 和 $\sigma_k$ 分别是第 $k$ 个隐含层神经元的中心和宽度. 除了隐含层神经元个数 $K$ 外,影响RBF神经网络性能的参数还包括:中心值 $\mu_k$ 、宽度 $\sigma_k$ 和连接权值 $\omega_k$ . 常用方法是根据经验设定隐含层神经元个数,然后借助梯度下降等学习算法对网络参数进行学习.

### 1.2 标准及改进QPSO算法

由PSO算法中粒子收敛行为的研究<sup>[30]</sup>可知,在 $D$ 维空间内,粒子 $i$ 的收敛过程是以 $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$ 为吸引子,其坐标为

$$p_{i,j}(t) = \frac{c_1 r_{1,i,j}(t) P_{i,j}(t) + c_2 r_{2,i,j}(t) G_j(t)}{c_1 r_{1,i,j}(t) + c_2 r_{2,i,j}(t)}, \quad (2)$$

其中 $1 \leq j \leq D$ .

受PSO收敛行为分析及量子力学的启发, Sun等提出了具有量子行为的PSO,即QPSO<sup>[31]</sup>:对于粒子 $i$ ,在每一维上以 $p_i$ 坐标 $p_{i,j}$ 为中心建立一个一维 $\delta$ 势阱,并由此可得粒子 $i$ 每一维的概率密度函数 $Q$ 和概率分布函数 $F$ ,即

$$\begin{cases} Q[X_{i,j}(t+1)] = \frac{1}{L_{i,j}(t)} e^{-2 \frac{|X_{i,j}(t+1) - p_{i,j}(t)|}{L_{i,j}(t)}}, \\ F[X_{i,j}(t+1)] = 1 - e^{-2 \frac{|X_{i,j}(t+1) - p_{i,j}(t)|}{L_{i,j}(t)}}. \end{cases} \quad (3)$$

其中: $L_{i,j}(t)$ 是粒子创造性评价参数,表征粒子搜索的知识范围. 标准QPSO算法中,粒子的位置进化方程<sup>[31]</sup>如下:

$$X_{i,j}(t+1) = p_{i,j}(t) \pm \frac{1}{2} L_{i,j}(t) \ln \frac{1}{u_{i,j}(t)}, \quad (4)$$

其中  $u_{i,j}(t) \sim U(0, 1)$  是均匀分布在区间  $(0, 1)$  上的随机数。

在改进QPSO算法中, 定义所有粒子个体最优位置的平均值<sup>[32]</sup>为

$$m(t) = (m_1(t), \dots, m_j(t), \dots, m_D(t)) = \left( \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_{i,1}(t), \dots, \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_{i,j}(t), \dots, \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_{i,D}(t) \right). \quad (5)$$

其中:  $M$  是种群规模,  $P_i$  是粒子  $i$  的个体最优位置. 此时, 由  $m_j(t)$  替代原  $L_{i,j}(t)$  中的  $p_{i,j}(t)$  可以得到改进QPSO算法中的  $L_{i,j}(t)$ , 即

$$L_{i,j}(t) = 2\beta|m_j(t) - X_{i,j}(t)|, \quad (6)$$

其中  $\beta$  是收缩-扩张系数。

将式(6)代入(4)可得改进QPSO算法中粒子位置的进化方程<sup>[32]</sup>

$$X_{i,j}(t+1) = p_{i,j}(t) \pm \beta|m_j(t) - X_{i,j}(t)| \ln \frac{1}{u}. \quad (7)$$

$f(\cdot)$  为根据实际情况定义的粒子适应度函数, 并据此计算各个粒子在当前位置  $X_i(t)$  的适应度值  $f[X_i(t)]$ , 根据下式更新粒子的个体最好位置  $P_i(t)$ :

$$P_i(t) = \begin{cases} X_i(t), & f[X_i(t)] < f[P_i(t-1)]; \\ P_i(t-1), & f[X_i(t)] \geq f[P_i(t-1)]. \end{cases} \quad (8)$$

同时, 根据下式选择全局最优粒子位置  $G(t)$ :

$$G(t) = \begin{cases} P_i(t), & f[P_i(t)] < f[G(t-1)]; \\ G(t-1), & f[P_i(t)] \geq f[G(t-1)]. \end{cases} \quad (9)$$

其中:  $f[P_i(t)]$  和  $f[G(t)]$  分别表示个体最优粒子及全局最优粒子的适应度值。

## 2 基于AQPSO的RBF神经网络自组织学习

### 2.1 自适应QPSO算法

在改进QPSO算法中, 引入了粒子个体最优位置平均  $m(t)$ , 尽管可以提高粒子间的协同工作能力, 增强全局搜索能力, 但这一处理方法可能会影响到粒子的全局搜索效率. 为了提高粒子的搜索效率, 本文定义如下权值平均最好位置  $m_\omega(t)$ :

$$m_\omega(t) = (m_{\omega_1}(t), m_{\omega_2}(t), \dots, m_{\omega_D}(t)) = \left( \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \alpha_{i,1}(t)P_{i,1}(t), \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \alpha_{i,2}(t)P_{i,2}(t), \dots, \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \alpha_{i,n}(t)P_{i,D}(t) \right). \quad (10)$$

每个粒子的权重系数为

$$\alpha_{i,j}(t) = \frac{f[G_{*,j}(t)]}{f[X_{i,j}(t)] + f[G_{*,j}(t)]}, \quad (11)$$

其中  $G_{*,j}(t)$  表示全局最优粒子的第  $j$  维. 根据粒子适应度值与全局最优粒子适应度值的相互关系进行分配: 越接近全局最优适应度值的粒子被分配的权重系数  $\alpha_{i,j}$  越大.

此外, 为了提高算法的自适应搜索能力, 本文设计如下收缩-扩张系数  $\beta$ :

$$\beta_{i,j}(t) = \min \left\{ e^{-\frac{\min\{f[X_{i,j}(t)]\}}{\max\{f[X_{i,j}(t)]\}}} \left( \frac{f[X_{i,j}(t)]}{f[G_{*,j}(t)]} + \xi \right) \right\}, \quad (12)$$

其中  $\xi \geq 0$  是一个预定义的常数。

自适应量子粒子群优化算法流程如图2所示。

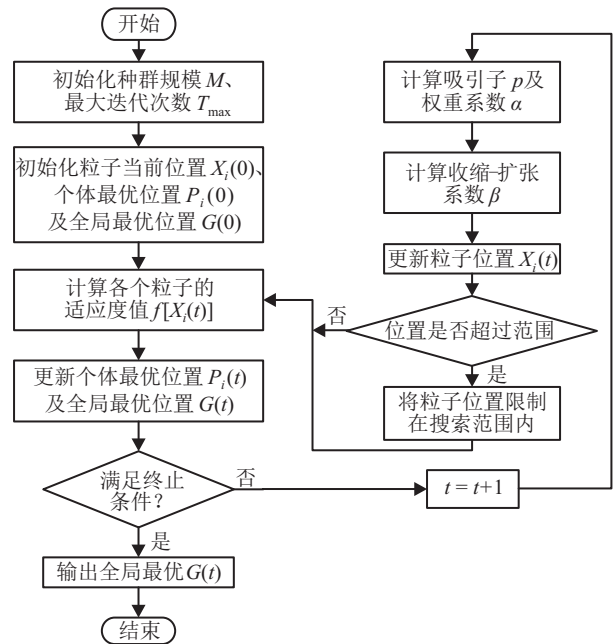


图2 自适应量子粒子群优化算法

### 2.2 基于AQPSO的RBF神经网络自组织学习

首先, 将RBF神经网络的参数表示为如下粒子的空间位置:

$$X_i = [\mu_{i,1}, \sigma_{i,1}, \omega_{i,1}, \mu_{i,2}, \sigma_{i,2}, \omega_{i,2}, \dots, \mu_{i,K_i}, \sigma_{i,K_i}, \omega_{i,K_i}] |_{1 \times D_i}. \quad (13)$$

其中:  $K_i$  是网络规模, 即隐含层神经元的个数;  $D_i = (2+n) \times K_i$  ( $i = 1, 2, \dots, M$ ) 是粒子  $i$  的空间维数。

为了更好地平衡RBF神经网络训练精度和结构复杂度, 提高网络的泛化能力, 本文在考虑常用的学习误差的同时引入网络结构规模指标, 定义适应度函数为

$$f[X_i(t)] = \varepsilon_i(t) + \gamma K_i(t). \quad (14)$$

其中:  $\gamma > 0$  是平衡因子,  $\varepsilon_i(t)$  是  $t$  时刻网络观测输出

$\hat{y}(t)$ 和期望输出 $y(t)$ 的标准化均方根误差 $\varepsilon_i(t)$ ,如下式所示:

$$\varepsilon_i(t) = \frac{1}{\bar{y}} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{l=1}^N (\hat{y}_l(t) - y_l(t))^2} \quad (15)$$

其中: $N$ 是数据样本数, $\bar{y}$ 是样本期望输出的平均值.各个粒子依据当前时刻位置信息中的网络规模 $K_i(t)$ 与全局最优粒子位置信息中的最优网络规模 $K_{best}(t)$ 之间的距离自适应调整,其规则如下:

$$K_i(t+1) = \begin{cases} K_i(t) - 1, & K_i(t) > K_{best}(t); \\ K_i(t), & K_i(t) = K_{best}(t); \\ K_i(t) + 1, & K_i(t) < K_{best}(t). \end{cases} \quad (16)$$

RBF神经网络隐含层自组织调整规则设置如下:将粒子 $i$ 看作一个种群,而粒子所包含的各个神经元将作为粒子计算适应度值.若粒子 $i$ 需删除神经元,则适应度值最大的神经元将被删除;反之,若粒子 $i$ 需增加神经元,则复制适应度值最小的神经元.

由于RBF神经网络隐含层神经元个数 $K$ 将会随着粒子的进化而有所调整,在进化过程中各个粒子位置信息的空间维度将会随着 $K_i(t)$ 的改变而变化,鉴于此,对于粒子空间维度的表示本文采用最大尺寸准则.如图3所示,如果当前时刻含有隐含层神经元数量最多 $K_{max}(t)$ 的粒子所具有的最大空间维度为 $D_{max}(t) = (2+n) \times K_{max}(t)$ ,则所有粒子的空间维度均设为 $D_{max}(t)$ ,并且所有 $K_i(t) < K_{max}(t)$ 的粒子位置向量的 $[D_i(t)+1 : D_{max}(t)]$ 维置零.

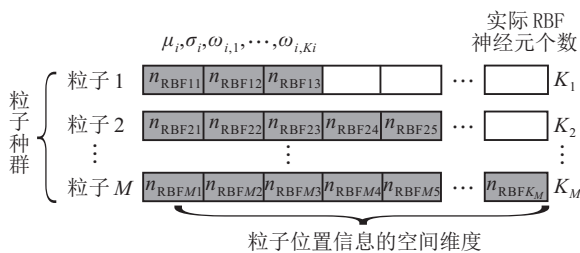


图3 种群内粒子位置信息的空间维度

如图3所示,当前时刻 $K_{max}(t) = K_M$ ,因此所有粒子的空间维度均设为 $K_M$ .粒子1实际含有3个隐含层神经元,其空间维度为 $D_1(t) = (2+n) \times 3$ ,因此超出实际空间维度的 $[(2+n) \times 3 + 1 : (2+n) \times K_M]$ 维虚拟空间位置将被置“0”.

综上所述,基于AQPSO的RBF神经网络自组织学习过程如下.

Step 1: 初始化粒子种群规模 $M$ ,最大迭代次数 $T_{max}$ 及搜索空间范围;初始化各个粒子的初始位置 $X_i(0)$ (含RBF神经网络规模及其参数),并置粒子个

体最优位置 $P_i(0) = X_i(0)$ .

Step 2: 根据适应度函数(14)计算各个粒子当前位置 $X_i(t)$ 的适应度值 $f[X_i(t)]$ ,并根据式(8)和(9)更新粒子的个体最优位置 $P_i(t)$ 及粒子全局最优位置 $G(t)$ .

Step 3: 根据粒子全局最优位置 $G(t)$ 计算网络性能指标,并判断是否满足终止条件.若满足终止条件,则停止运行并输出 $G(t)$ ;否则,继续执行Step 4.

Step 4: 根据式(10)和(11)计算粒子群的权重系数 $\alpha_{ij}(t)$ 及权值平均最好位置 $m_\omega(t)$ .

Step 5: 根据式(12)计算收缩-扩张系数 $\beta$ .

Step 6: 根据式(7)更新粒子位置,并基于式(16)调整各粒子中RBF神经网络隐含层神经元个数;转Step 2继续执行.

### 3 实验仿真研究及分析

为检验基于AQPSO的RBF神经网络自组织学习的学习性能,本文选取非线性系统辨识及短时交通流预测等问题进行研究,检验其学习能力.基于本文方法进行的所有仿真实验均是在Matlab 7.0下运行完成,统计结果为独立运行50次求平均值.

#### 3.1 仿真对象及模型设置

##### 3.1.1 非线性系统辨识

考虑如下二阶非线性动态系统的辨识问题<sup>[33]</sup>:

$$y(k+1) = \frac{y(k)y(k-1)[y(k)+2.5]}{1+y^2(k)+y^2(k-1)} + u(k), \quad (17)$$

其中 $u(k)$ 和 $y(k)$ 分别是系统的输入和输出值.构造的数学模型输入变量分别是 $y(k)$ , $y(k-1)$ 和 $u(k)$ ,输出变量是 $y(k+1)$ .由系统(17)根据初始条件及输入 $u(k)$ 分别生成100组训练样本及测试样本,其中训练样本的初始条件为 $y(0) = 0, y(1) = 0$ ,输入 $u(k)$ 为均匀分布于 $[-2, 2]$ 区间内的随机数,且含有均值为0、方差为0.1的高斯噪声,测试样本的初始条件为 $y(0) = 1, y(1) = 1$ ,输入信号 $u(k) = \sin(2\pi k/25)$ .种群含有300个粒子,最大进化代数 $T_{max} = 300$ ,容许误差 $e_{tol} = 1e-3$ .

##### 3.1.2 交通流量预测

精确的短时交通流量预测是研究智能交通系统(Intelligent transportation systems, ITS)的一个重要组成部分.为进一步验证本文所提方法解决实际问题的能力,选取某路段具有明显周期性的交通流量数据,基于本文所提方法建立短时交通流量预测系统.该路段每隔15 min采集一次车流量数据,全天24 h共计获得96个数据.此处,仅考虑2月份第2周该路段工作日的交通流量数据,根据周一至周四的数据

对周五的交通流量进行预测. 由于交通流量数据具有明显的混沌特性, 将其作为时间序列予以考虑, 建立如下预测模型:

$$x(n+1) = f(x(n), x(n-\tau), \dots, x(n-(d-1)\tau)).$$

其中:  $x(n)$  是交通流时间序列,  $x(n+1)$  是模型的输出,  $\tau$  是延迟时间,  $d$  是嵌入维数. 根据C-C方法可确定延迟时间  $\tau = 4$ , 嵌入维数  $d = 4$ . 种群含有300个粒子, 最大进化代数  $T_{\max} = 800$ , 容许误差  $e_{\text{tol}} = 1e-3$ .

### 3.2 仿真结果及分析

针对上述研究对象, 本文所提方法与其他相关方法的性能对比结果如表1所示.

表1 仿真对象性能对比

对象	方法	规模/参数	TestMSE
非线性系统辨识	RBF <sup>[34]</sup>	50	0.695 ± 0.814
	GCNN-hLP <sup>[34]</sup>	50	0.273 ± 0.272
	SVR <sup>[33]</sup>	/	0.445 ± 0.457
	AQPSO-RBF	25	0.215 ± 0.257
对象	方法	规模/参数	TestRMSE
交通流量预测	RBF	16	19.517 ± 0.814
	PSO-RBF	16	17.602 ± 0.731
	AQPSO-RBF	9	11.116 ± 0.253

基于本文方法的交通流量预测输出结果如图4所示(自组织学习后隐含层神经元为8个, 预测均方根误差(RMSE)为12.013).

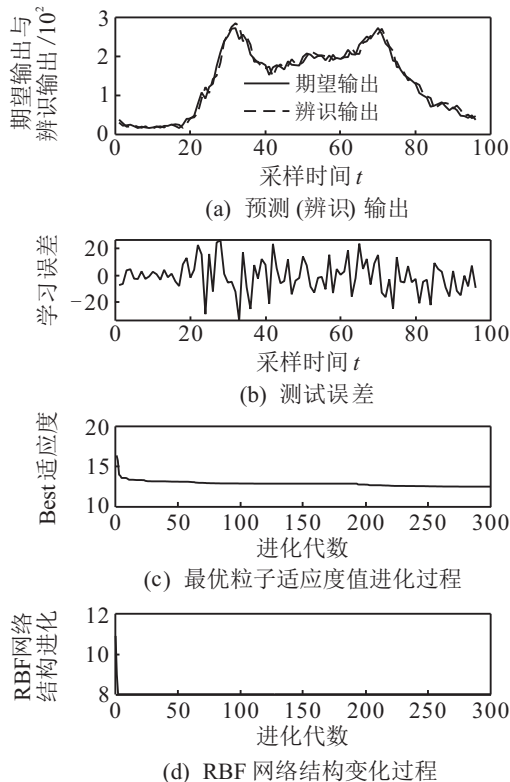


图4 基于本文方法的短时交通流量预测

由图4和表1可知: 相比于其他方法, 本文方法可以获得较小的测试误差(MSE/RMSE), 表明网络具有较好的预测精度; 同时, 测试误差的标准方差也较小, 表明网络的泛化能力优于其他方法. 由图4(c)可知, AQPSO方法经过较少的进化代数即可收敛至稳定值; 由图4(d)可知, RBF神经网络隐含层神经元的数量调整在进化初期即可完成, 有助于粒子进化后期的收敛. 同时, 对比网络(参数)规模可知, 本文方法的结构较为紧凑. 因此, 本文所提方法具有较好的学习能力及泛化能力.

### 4 结论

本文针对RBF神经网络的结构设计及参数优化问题, 基于对量子粒子群优化QPSO算法中平均最好位置  $m(t)$  以及收缩-扩张系数  $\beta$  的分析, 设计了用于RBF神经网络自组织学习的自适应量子粒子群优化算法. 首先, 引入粒子的权重系数  $\alpha_{i,j}(t)$  设计权值平均值最好位置  $m_{\omega}(t)$ , 并代替原算法中的  $m(t)$  评价  $L_{i,j}(t)$ , 提高了粒子的全局搜索能力; 然后, 设计自适应收缩-扩张系数  $\beta_{i,j}(t)$  及网络结构调整规则, 实现了RBF网络结构及参数的同时优化设计; 最后, 进行了非线性系统辨识及短时交通流预测等问题的实验仿真研究, 研究表明, 本文所提方法不仅能够获得较好的学习性能, 同时网络的结构相对紧凑, 可较好地提高网络的泛化能力. 尽管如此, 本文所提方法对网络规模的调整过程仍较为简单, 其与自适应扩张-收缩系数的协调工作机制还有待进一步深入研究.

### 参考文献(References)

- [1] Krogh A. What are artificial neural networks?[J]. Nature Biotechnology, 2008, 26(2): 195-197.
- [2] Park J, Sandberg I W. Universal approximation using radial-basis-function networks[J]. Neural Computation, 1991, 3(2): 246-257.
- [3] Zhang R, Tao J. Data-driven modeling using improved multi-objective optimization based neural network for coke furnace system[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2017, 64(4): 3147-3155.
- [4] Gan M, Peng H. Stability analysis of RBF network-based state-dependent autoregressive model for nonlinear time series[J]. Applied Soft Computing, 2012, 12(1): 174-181.
- [5] Li Y, Qiang S, Zhuang X, et al. Robust and adaptive backstepping control for nonlinear systems using RBF neural networks[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2004, 15(3): 693-701.
- [6] Sina Tayarani-Bathaie S, Khorasani K. Fault detection and isolation of gas turbine engines using a bank of neural networks[J]. J of Process Control, 2015, 36: 22-41.
- [7] Fathi V, Montazer G A. An improvement in RBF learning

- algorithm based on PSO for real time applications[J]. *Neurocomputing*, 2013, 111: 169-176.
- [8] Howitt I, Reed J H, Vemuri V, et al. RBF growing algorithm applied to the equalization and co-channel interference rejection problem[C]. 1994 IEEE Int Conf on Neural Networks. New York: IEEE, 1994: 3571-3576.
- [9] Hong X, Billings S A. Givens rotation based fast backward elimination algorithm for RBF neural network Pruning[J]. *IEE Proc of Control Theory and Applications*, 1997, 144(5): 381-384.
- [10] Huang G, Saratchandran P, Sundararajan N. An efficient sequential learning algorithm for growing and pruning RBF(GAP-RBF) networks[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2004, 34(6): 2284-2292.
- [11] Huang G, Saratchandran P, Sundararajan N. A generalized growing and pruning RBF(GGAP-RBF) neural network for function approximation[J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 2005, 16(1): 57-67.
- [12] Zhang R, Huang G, Sundararajan N, et al. Improved GAP-RBF network for classification problems[J]. *Neurocomputing*, 2007, 70(16/17/18): 3011-3018.
- [13] Vukovi N, Miljkovi Z. A growing and pruning sequential learning algorithm of hyper basis function neural network for function approximation[J]. *Neural Networks*, 2013, 46: 210-226.
- [14] Cruz D P F, Maia R D, Silva L A D, et al. BeeRBF: A bee-inspired data clustering approach to design RBF neural network classifiers[J]. *Neurocomputing*, 2016, 172: 427-437.
- [15] Han H G, Lu W, Hou Y, et al. An adaptive-PSO-based self-organizing RBF neural network[J]. *IEEE Trans on Neural Networks and Learning Systems*, 2016(99): 1-14.
- [16] Gao M, Hong X, Chen S, et al. A combined SMOTE and PSO based RBF classifier for two-class imbalanced problems[J]. *Neurocomputing*, 2011, 74(17): 3456-3466.
- [17] Jia W, Zhao D, Ding L. An optimized RBF neural network algorithm based on partial least squares and genetic algorithm for classification of small sample[J]. *Applied Soft Computing*, 2016, 48: 373-384.
- [18] Huang C, Wang F. An RBF network with OLS and EPSO algorithms for real-time power dispatch[J]. *IEEE Trans on Power Systems*, 2007, 22(1): 96-104.
- [19] Han H, Guo Y, Qiao J. Self-organization of a recurrent RBF neural network using an information-oriented algorithm[J]. *Neurocomputing*, 2017, 225: 80-91.
- [20] Chen H, Gong Y, Hong X, et al. A fast adaptive tunable RBF network for nonstationary systems[J]. *IEEE Trans on Cybernetics*, 2016, 46(12): 2683-2692.
- [21] Qian X, Huang H, Chen X, et al. Generalized hybrid constructive learning algorithm for multioutput RBF networks[J]. *IEEE Trans on Cybernetics*, 2016, 47(11): 1-15.
- [22] Xiong T, Bao Y, Hu Z, et al. Forecasting interval time series using a fully complex-valued RBF neural network with DPSO and PSO algorithms[J]. *Information Sciences*, 2015, 305: 77-92.
- [23] Feng H. Self-generation RBFNs using evolutionary PSO learning[J]. *Neurocomputing*, 2006, 70(1/2/3): 241-251.
- [24] Sun J, Fang W, Wu X, et al. Quantum-behaved particle swarm optimization: Analysis of individual particle behavior and parameter selection[J]. *Evolutionary Computation*, 2012, 20(3): 349-393.
- [25] 田瑾. 高维多峰函数的量子行为粒子群优化算法改进研究[J]. *控制与决策*, 2016, 31(11): 1967-1972.  
(Tian J. Improvement of quantum-behaved particle swarm optimization algorithm for high-dimensional and multi-modal functions[J]. *Control and Decision*, 2016, 31(11): 1967-1972.)
- [26] 龙海侠, 须文波, 王小根, 等. 基于选择操作的量子粒子群算法[J]. *控制与决策*, 2010, 25(10): 1499-1506.  
(Long H X, Xu W B, Wang X G, et al. Using selection to improve quantum-behaved particle swarm optimization [J]. *Control and Decision*, 2010, 25(10): 1499-1506.)
- [27] 张宏立, 李瑞国, 范文慧, 等. 基于量子粒子群的全参数连分式混沌时间序列预测[J]. *控制与决策*, 2016, 31(1): 52-58.  
(Zhang H L, Li R G, Fan W H, et al. Chaotic time series prediction of full-parameters continued fraction based on quantum particle swarm optimization algorithm[J]. *Control and Decision*, 2016, 31(1): 52-58.)
- [28] Xu X, Shan D, Wang G, et al. Multimodal medical image fusion using PCNN optimized by the QPSO algorithm[J]. *Applied Soft Computing*, 2016, 46: 588-595.
- [29] Zhang C, Xie Y, Liu D, et al. Fast threshold image segmentation based on 2D fuzzy fisher and random local optimized QPSO[J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2017, 26(3): 1355-1362.
- [30] Clerc M, Kennedy J. The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2002, 6(1): 58-73.
- [31] Sun J, Feng B, Xu W. Particle swarm optimization with particles having quantum behavior[C]. 2004 Congress on Evolutionary Computation. Portland: IEEE, 2004: 325-331.
- [32] Sun J, Xu W, Feng B. A global search strategy of quantum-behaved particle swarm optimization[C]. 2004 IEEE Conf on Cybernetics and Intelligent Systems. Singapor: IEEE, 2004: 111-116.
- [33] Lauer F, Bloch G. Incorporating prior knowledge in support vector regression[J]. *Machine Learning*, 2008, 70(1): 89-118.
- [34] Qu Y J, Hu B G. Generalized constraint neural network regression model subject to linear priors[J]. *IEEE Trans on Neural Network*, 2011, 22(12): 2447-2459.