

# 基于非奇异快速终端滑模的轧机 液压伺服位置系统反步控制

李晓刚<sup>1,3†</sup>, 方一鸣<sup>1,2</sup>, 刘 乐<sup>1</sup>, 蔺明浩<sup>1</sup>

(1. 燕山大学 工业计算机控制工程河北省重点实验室, 河北 秦皇岛 066004; 2. 国家冷轧板带装备及工艺  
工程技术研究中心, 河北 秦皇岛 066004; 3. 河钢集团唐钢公司 信息自动化部, 河北 唐山 063000)

**摘 要:** 针对具有非线性、参数不确定性和未知负载扰动的非对称缸轧机液压伺服位置系统, 提出一种基于模糊自适应观测器和非奇异快速终端滑模面的反步控制方法. 首先, 基于非奇异快速终端滑模面和双幂次趋近律完成非对称缸轧机液压伺服位置系统反步控制器的设计, 并通过构造二阶滑模滤波器对虚拟控制量的微分信号进行估计, 有效地避免了反步控制中的微分爆炸现象; 然后, 选用模糊自适应观测器对系统的不确定项进行逼近估计, 并将输出的估计值引入到设计的控制器中进行补偿, 有效地提高了系统的跟踪控制精度, 且分析表明, 所提出的控制方法能够保证闭环系统全局渐近稳定; 最后, 基于某 650 mm 可逆冷带轧机液压伺服位置系统的实际参数进行仿真研究, 并与常规线性滑模控制方法相比较, 结果验证了所提出方法能够有效提高系统在整个全局过程的收敛速度和鲁棒稳定性.

**关键词:** 轧机液压伺服系统; 非奇异快速终端滑模; 双幂次趋近律; 二阶滑模滤波器; 模糊自适应观测器

中图分类号: TP273

文献标志码: A

## Backstepping control of rolling mill hydraulic servo position system based on nonsingular fast terminal sliding mode

LI Xiao-gang<sup>1,3†</sup>, FANG Yi-ming<sup>1,2</sup>, LIU Le<sup>1</sup>, LIN Ming-hao<sup>1</sup>

(1. Key Lab of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China; 2. National Engineering Research Center for Equipment and Technology of Cold Strip Rolling, Qinhuangdao 066004, China; 3. Information and Automation Department, HBIS Group Tangsteel Company, Tangshan 063000, China)

**Abstract:** Aiming at the hydraulic servo position system for asymmetric cylinder rolling mill with nonlinearity, parameter uncertainty and unknown load, a compound control algorithm is designed based on the fuzzy adaptive observer and non singular fast terminal sliding mode in this paper. Firstly, the a backstepping controller is designed based on the non singular fast terminal sliding mode and double power reaching law, and second-order sliding mode filters are constructed to estimate the differential signals of the virtual controls, which can avoid the differential explosion during using the backstepping control effectively. Then, fuzzy adaptive observers are used to approximate the uncertain items in the designed controllers, so as to improve the control precision of the system. Theoretical analysis shows that the closed-loop system is globally asymptotically stable. Finally, simulation is carried out by using the actual data of the hydraulic servo position system of a 650 mm reversing cold rolling mill, and the results show that the proposed control method can enhance the asymptotic tracking performance and robust stability of the system in the whole global process through comparing with the conventional sliding mode control method.

**Keywords:** hydraulic servo system of rolling mill; non singular fast terminal sliding mode; double power reaching law; second-order sliding mode filters; fuzzy adaptive observer

收稿日期: 2017-07-26; 修回日期: 2017-10-06.

基金项目: 河北省自然科学基金项目(F2016203263); 河北省高等学校科学技术研究青年基金项目(QN2016122); 燕山大学博士基金项目(B960); 燕山大学基础研究专项课题(青年课题)(16LGA005).

责任编辑: 毛志忠.

作者简介: 李晓刚(1975—), 男, 博士生, 从事冷带轧机轧制过程优化与协调控制的研究; 方一鸣(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 从事连铸轧钢自动化技术与应用、复杂系统建模与控制等研究.

†通讯作者. E-mail: xgang.li@163.com

## 0 引言

非对称液压缸具有占用工作空间小、制造简单等优点,在液压伺服系统<sup>[1-4]</sup>中占有重要位置,并在实际系统中得到了广泛应用,如:冶金行业中轧钢生产线的板形、板厚控制,航空航天中飞机、飞船的操控系统,火控武器系统的雷达、炮塔控制等.但是,由于液压缸两腔活塞面积的非对称性,使得液压缸正反向运动特性呈现较强的非线性特性,同时由于温度、环境等因素的变化,使得系统中存在参数不确定性和外部扰动,且电液伺服系统本质上的非线性都给控制器的分析和设计带来了极大的不便.

为了解决非线性系统的跟踪控制,文献[5]提出了一种自适应鲁棒控制器设计新方法,并运用在阀控缸电液伺服位置系统中.该控制器通过设计一个带有虚拟控制量的控制状态空间表达式并结合状态观测器来获得,实现了对正弦信号的准确跟踪.针对电液伺服系统中存在的非线性不确定参数问题,文献[6]提出了一种基于积分型Lyapunov函数的自适应backstepping控制方法,并在控制器中增加阻尼项补偿了外界干扰对伺服系统的影响;为了提高系统的收敛速度,文献[7]提出了一种基于指数趋近律的非奇异Terminal滑模方法,有效地提高了系统状态到达滑模面的快速性,并克服了终端滑模的奇异点问题,但其只能保证误差较大时的收敛速度,且随着误差减小收敛速度减小;为了进一步提高整体范围内的收敛时间和解决抖振等不足,文献[8]引入双幂次趋近律,保证了系统状态在整个趋近过程都具有较快的收敛速度.

轧机液压伺服系统在实际运行过程中不可避免地存在参数不确定性和未知负载扰动等问题,而采用合适的观测器能够有效地补偿扰动对系统控制性能的影响,提高系统的鲁棒性.文献[9]将摩擦和负载扰动视为综合外部干扰,提出了一种基于滑模变结构的观测器,并将其应用到加速度反馈控制系统中;文献[10]针对轧机电液伺服位置系统存在的参数不确定性及输入饱和问题,提出了一种自适应动态面控制策略,有效地抑制了控制器的饱和现象,并极大地简化了控制器的设计;文献[11]提出了一种新型自适应扩张状态观测器(AESOs),扩大了扩张状态观测器在非线性和扰动系统中的应用范围.

此外,传统的方法通常要求系统的复合干扰是慢时变,或者其上界值是精确已知的,这使得控制器的设计具有一定的保守性.近年来,模糊控制等智能控制方法在实际系统中的应用越来越广泛,因其可以任

意精度逼近连续非线性函数,故在观测器设计过程中不需要对复合干扰做出任何假设,这相对于传统方法具有明显的优势.文献[12]针对一类多输入多输出(MIMO)非线性随机系统,采用模糊逻辑系统逼近非结构化的不确定性,同时设计一个模糊状态观测器估计不可测状态;文献[13]利用模糊系统估计系统中的不确定项,并结合 $H_\infty$ 鲁棒控制方法,解决了具有输入饱和的电液伺服系统的位置跟踪控制问题.

基于上述分析,针对具有非线性、参数不确定性和未知负载扰动的非对称缸轧机液压伺服位置控制系统,本文提出一种基于模糊自适应估计和非奇异快速终端滑模的复合控制方法.首先,基于非奇异快速终端滑模控制和双幂次趋近律完成非对称缸轧机液压伺服位置系统反步控制器的设计,以增强系统在整个全局过程的渐近跟踪性能和鲁棒稳定性,并利用二阶滑模滤波器估计虚拟控制量的微分信号,在降低控制器复杂性的同时避免了反步控制中的微分爆炸现象;其次,利用模糊自适应估计逼近系统中的不确定项,以提高系统的跟踪控制精度;最后,基于某650 mm可逆冷带轧机液压伺服位置系统的参数进行仿真,并同常规线性滑模控制方法相比较,用以验证本文所提出的方法能够有效提高系统的动静态性能和抗干扰能力.

## 1 轧机液压伺服位置系统的数学模型及控制问题提出

### 1.1 轧机液压伺服位置系统的数学模型

液压缸是电液伺服位置系统的执行元件,其作用是通过缸体活塞的输出位移带动负载运动,阀控非对称液压缸<sup>[13]</sup>的基本原理如图1所示.

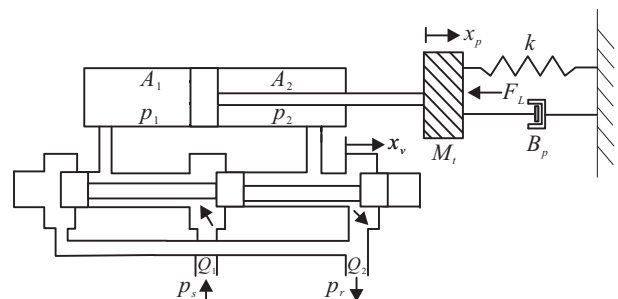


图1 阀控非对称液压缸的基本原理

液压缸的两腔流量方程可由下式给出:

$$\begin{cases} A_1 \dot{x}_p + C_t(p_1 - p_2) + \frac{V_{10} + A_1 x_p}{\beta_e} \dot{p}_1 = Q_1, \\ A_2 \dot{x}_p + C_t(p_1 - p_2) = \frac{V_{20} - A_2 x_p}{\beta_e} \dot{p}_2 + Q_2. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $C_t$ 为液压缸内泄漏系数( $\text{m}^5/(\text{N} \cdot \text{m})$ ), $\beta_e$ 为油

液体积弹性模量(Pa),  $V_{10}$ 、 $V_{20}$  分别为液压缸无杆腔与有杆腔的初始容积( $m^3$ ),  $Q_1$ 、 $Q_2$  分别为流入液压缸无杆腔与流出有杆腔的流量( $m^3/s$ ).

式(1)中的流量 $Q_1$ 和 $Q_2$ 可以表示为

$$Q_i = k_p x_v \sqrt{\Delta p_i}; \quad (2)$$

$$\Delta p_1 = \begin{cases} p_s - p_1, & x_v \geq 0; \\ p_1 - p_r, & x_v < 0; \end{cases} \quad (3)$$

$$\Delta p_2 = \begin{cases} p_2 - p_r, & x_v \geq 0; \\ p_s - p_2, & x_v < 0. \end{cases} \quad (4)$$

其中: $x_v$  为伺服阀阀芯相对中立位置的位移(m), 且  $x_v = k_{sv}u$ ,  $k_{sv}$  为伺服增益系数;  $p_s$ 、 $p_r$  分别为供油压力和回油压力(Pa);  $k_p$  为流量增益系数, 其表达式为

$$k_p = C_d w \sqrt{\frac{2}{\rho}}, \quad (5)$$

$C_d$  为阀口流量系数,  $w$  为伺服阀开口面积梯度,  $\rho$  为液压油密度( $kg/m^3$ ).

液压缸两腔的体积可以表示为

$$\begin{cases} V_1 = V_{10} + A_1 x_p, \\ V_2 = V_{20} - A_2 x_p. \end{cases} \quad (6)$$

其中: $V_{10}$  为液压缸无杆腔及相连管道的初始体积( $m^3$ ),  $V_{20}$  为液压缸有杆腔及相连管道的初始体积( $m^3$ ).

根据牛顿第二定律, 并结合图1可得液压缸的力平衡方程

$$A_1 p_1 - A_2 p_2 = m \ddot{x}_p + B_p \dot{x}_p + k_s x_p + F_L. \quad (7)$$

其中: $p_1$ 、 $p_2$  分别为油缸无杆腔和有杆腔的压力(Pa),  $A_1$ 、 $A_2$  分别为油缸无杆腔和有杆腔活塞的有效作用面积,  $m$  为活塞和负载的等效总质量(kg),  $B_p$  为活塞的粘性阻尼系数( $N \cdot s/m$ ),  $k_s$  为弹性负载刚度系数( $N/m$ ),  $F_L$  为作用在活塞上的外负载力(N).

定义状态量  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [x_p \ \dot{x}_p \ p_1 \ p_2]^T$ , 则由式(1)~(7)可得

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{m} [-k_s x_1 - B_p x_2 + A_1 x_3 - A_2 x_4 - F_L], \\ \dot{x}_3 = \frac{\beta_e}{V_1} [-A_1 x_2 - C_t (x_3 - x_4) + k_p k_{sv} \sqrt{\Delta p_1} u], \\ \dot{x}_4 = \frac{\beta_e}{V_2} [A_2 x_2 + C_t (x_3 - x_4) - k_p k_{sv} \sqrt{\Delta p_2} u], \\ y = x_1. \end{cases} \quad (8)$$

从系统的状态方程(8)可以看出: 1) 考虑伺服阀口的流量特性, 系统呈现出很强的非线性特性; 2) 系

统的流量系数、泄漏系数等参数具有明显的不确定性, 且随着工作状态、温度等的变化而缓慢变化; 3)  $m$  无法精确获得, 并且由于管路等原因,  $V_{10}$ 、 $V_{20}$  也是不能准确测量的.

为便于液压伺服未知系统控制器的设计, 可将系统转化为严格反馈形式, 因而定义新的状态变量  $\bar{x}_3 = A_1 x_3 - A_2 x_4$ , 同时考虑伺服阀控制输入信号受限问题, 即

$$u = \text{sat}(v) = \begin{cases} v_M, & v \geq v_M; \\ v, & v_m < v < v_M; \\ v_m, & v \leq v_m. \end{cases} \quad (9)$$

其中: $v_M > 0$ 、 $v_m < 0$  均为饱和幅值,  $v$  为待设计的控制输入.

令  $\varphi(t) = u - v = \text{sat}(v) - v$ , 进而可将系统(8)

重新写为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = f_1(\mathbf{x}) + g_1(\mathbf{x})\bar{x}_3 + D_1, \\ \dot{\bar{x}}_3 = f_2(\mathbf{x}) + g_2(\mathbf{x})v + D_2, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (10)$$

其中: $\mathbf{x} = \text{col}(x_1, x_2, x_3, x_4)$  为系统可测状态;

$$f_1(\mathbf{x}) = -\frac{k_s}{m} x_1 - \frac{B_p}{m} x_2,$$

$$f_2(\mathbf{x}) = -\left(\frac{A_1^2 \beta_e}{V_1} + \frac{A_2^2 \beta_e}{V_2}\right) x_2 - \left(\frac{A_1 \beta_e C_t}{V_1} + \frac{A_2 \beta_e C_t}{V_2}\right) (x_3 - x_4);$$

$$g_1(\mathbf{x}) = \frac{1}{m},$$

$$g_2(\mathbf{x}) = \beta_e k_q k_{sv} \left(\frac{A_1}{V_1} \sqrt{\Delta P_1} + \frac{A_2}{V_2} \sqrt{\Delta P_2}\right);$$

$$D_1 = \Delta f_1(x) + \Delta g_1(x) - \frac{F_L}{m},$$

$$D_2 = \Delta f_2(x) + \Delta g_2(x)v + g_2(x)\varphi(t),$$

$\Delta f_i(\mathbf{x})$ 、 $\Delta g_i(\mathbf{x})$  ( $i = 1, 2$ ) 分别为  $f_i(\mathbf{x})$ 、 $g_i(\mathbf{x})$  的不确定性.

### 1.2 控制问题的提出

本文的控制目标是实现轧机液压伺服位置系统对系统给定值的渐近跟踪控制, 但由式(10)可以看出, 系统受到非线性、参数不确定性和未知负载扰动的影响. 因此, 从控制理论的角度看, 本文的控制问题可归纳如下:

1) 设计非对称缸轧机液压伺服位置系统控制器  $v$ , 以实现系统对给定值的渐近跟踪控制, 并增强系统的鲁棒稳定性;

2) 对反步控制中的虚拟控制量进行估计,以避免微分爆炸现象;

3) 对系统的综合扰动进行观测估计,并将输出的观测值引入到设计的控制器 $v$ 中进行补偿控制.

## 2 轧机液压伺服位置系统控制器设计

### 2.1 基于非奇异快速终端滑模的反步控制器设计

Step 1: 针对轧机液压伺服位置控制系统,定义跟踪误差 $e_1 = x_1 - x_1^*$ ,并求其时间导数

$$\dot{e}_1 = x_2 - \dot{x}_1^*, \quad (11)$$

其中 $x_1^*$ 为系统的给定值.

选取Lyapunov函数 $V_1 = \frac{1}{2}e_1^2$ ,并求其时间导数

$$\dot{V}_1 = e_1(x_2 - \dot{x}_1^*). \quad (12)$$

定义 $x_2 = z_2$ ,并基于反步法选虚拟控制量

$$z_2 = \dot{x}_1^* - k_1 e_1, \quad (13)$$

其中 $k_1 \in R^+$ 为待设计的控制参数,其数值对系统的快速性有直接影响.

Step 2: 定义误差变量 $e_2 = x_2 - z_2$ ,并对其求导,可得

$$\dot{e}_2 = f_1(x) + g_1(x)\bar{x}_3 + D_1 - \dot{z}_2. \quad (14)$$

选取Lyapunov函数 $V_2 = \frac{1}{2}e_2^2$ ,并求其时间导数

$$\dot{V}_2 = e_2(f_1(x) + g_1(x)\bar{x}_3 + D_1 - \dot{z}_2). \quad (15)$$

定义 $\bar{x}_3 = z_3$ ,基于反步法选取虚拟控制量

$$z_3 = \frac{1}{g_1(x)}(-f_1(x) - D_1 + \dot{z}_2 - k_2 e_2), \quad (16)$$

其中 $k_2 \in R^+$ 为待设计的控制参数,其数值对系统的快速性有直接影响.

Step 3: 定义误差变量 $e_3 = \bar{x}_3 - z_3$ ,求 $e_3$ 的时间导数,得

$$\dot{e}_3 = f_2(x) + g_2(x)v + D_2 - \dot{z}_3. \quad (17)$$

为了提高系统(10)的全局收敛速度和鲁棒稳定性,本节选用了非奇异快速终端滑模(NFTSM)<sup>[14]</sup>,该滑模面可有效避免常规终端滑模控制存在的奇异问题.

$$S = \delta + \sigma|\delta|^g \text{sgn}(\delta) + \beta|e_3|^h \text{sgn}(e_3). \quad (18)$$

其中: $\delta = \int_0^t e_3 dt$ ;  $\sigma, \beta \in R^+$ 为滑模面参数; $1 < h < 2, g > h$ .在NFTSM滑动阶段,当系统误差变量离平衡点较远时, $\delta$ 的高次项起主要作用;反之,则 $e_3$ 高次项起主要作用.二者的结合可以使系统误差变量在有限时间内沿滑模面( $S = 0$ )快速收敛到平衡点.

求式(18)的时间导数

$$\dot{S} = (1 + \sigma g|\delta|^{g-1})e_3 +$$

$$\beta h|e_3|^{h-1}(f_2(x) + g_2(x)v + D_2 - \dot{z}_3). \quad (19)$$

在NFTSM到达阶段,为了削弱系统抖振,同时提高轧机液压伺服位置系统(10)的误差变量收敛速度,采用了双幂次趋近律

$$\dot{S} = (-l|S|^m \text{sgn}(S) - \lambda|S|^n \text{sgn}(S))|e_3|^{h-1}. \quad (20)$$

其中: $l, \lambda \in R^+$ 为双幂次趋近律参数; $m > 1, 0 < n < 1$ ;  $-l|S|^m \text{sgn}(S)$ 项和 $-\lambda|S|^n \text{sgn}(S)$ 项分别保证系统误差变量在远离滑模面( $|S| > 1$ )和接近滑模面( $0 < |S| \leq 1$ )时的动态品质,且二者的结合可以使系统误差变量在有限时间内从初始位置 $S(0)$ 快速收敛到滑模面( $S = 0$ ).

将式(19)和(20)联立,可推导出如下轧机液压伺服位置系统的非奇异快速终端滑模控制器:

$$v =$$

$$\frac{1}{g_2(x)} \left\{ -\frac{1}{\beta h} [(1 + \sigma g|\delta|^{g-1})|e_3|^{2-h} \text{sgn}(e_3) + (l|S|^m + \lambda|S|^n) \text{sgn}(S)] - f_2(x) - D_2 + \dot{z}_3 \right\}. \quad (21)$$

由式(16)和(21)可知: $z_2$ 和 $v$ 中包含虚拟控制量 $z_2$ 和 $z_3$ 的导数形式( $\dot{z}_2$ 和 $\dot{z}_3$ ),若直接对其求导可能导致微分爆炸现象,同时也会增加计算的复杂程度,故本文引入如下二阶滑模滤波器<sup>[15]</sup>对其进行估计:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_1 = -\frac{\varphi_1 - \kappa}{\tau_1} - \frac{\gamma_1(\varphi_1 - \kappa)}{|\varphi_1 - z_2| + \rho_1}, \\ \dot{\varphi}_2 = -\frac{\varphi_2 - \dot{\varphi}_1}{\tau_2} - \frac{\gamma_2(\varphi_2 - \dot{\varphi}_1)}{|\varphi_2 - \dot{\varphi}_1| + \rho_2}. \end{cases} \quad (22)$$

其中: $\kappa$ 可表示 $z_2$ 或 $z_3$ ;  $\tau_1, \tau_2 \in R^+$ 为滤波时间常数;  $\rho_1, \rho_2, \gamma_1, \gamma_2 \in R^+$ 为待设计的滑模滤波器常数;  $\varphi_1$ 为 $z_2$ 或 $z_3$ 的滤波值, $\varphi_2$ 为 $\dot{\varphi}_1$ 的滤波值,也即 $\dot{z}_2$ 或 $\dot{z}_3$ 的估计值( $\hat{z}_2, \hat{z}_3$ ).

进而可将式(16)和(21)重新写为

$$z_3 = \frac{1}{g_1(x)}(-f_1(x) - D_1 + \hat{z}_2 - k_2 e_2), \quad (23)$$

$$v =$$

$$\frac{1}{g_2(x)} \left\{ -\frac{1}{\beta h} [(1 + \sigma g|\delta|^{g-1})|e_3|^{2-h} \text{sgn}(e_3) + (l|S|^m + \lambda|S|^n) \text{sgn}(S)] - f_2(x) - D_2 + \hat{z}_3 \right\}. \quad (24)$$

$\hat{z}_2$ 和 $\hat{z}_3$ 的自适应律可设计为

$$\dot{\hat{z}}_2 = \varsigma_1 e_2, \quad (25)$$

$$\dot{\hat{z}}_3 = \varsigma_2 S. \quad (26)$$

其中: $\varsigma_1 \in R^+, \varsigma_2 \in R^+$ 为待设计的自适应律参数;定义估计误差 $\tilde{z}_2 = z_2 - \hat{z}_2, \tilde{z}_3 = z_3 - \hat{z}_3$ .

考虑到式(23)和(24)中的综合扰动项 $D_1, D_2$ 复

杂且未知,为了提高系统的跟踪控制精度,本文通过模糊自适应方法对其进行逼近估计.

### 2.2 模糊自适应估计

**引理1** 设  $v(x)$  在紧集  $X \subset R^n$  上是一连续函数,则对任意  $e > 0$ ,存在以  $v = b^T x(x)$  为输出的模糊逻辑系统以及最优参数  $b^*$ ,满足  $\sup_{x \in X} |v(x) - b^{*T} x(x)| \leq e$ .

含有一元模糊化、乘积推理、加权平均反模糊化及隶属函数为高斯函数的模糊系统可以表达为

$$y(x) = \Phi^T \xi(x). \quad (27)$$

其中:  $\Phi = (y^1, y^2, \dots, y^k)^T; \xi(x) = (\xi_1(x), \xi_2(x), \dots, \xi_k(x))^T, \xi(x)$  的第  $j$  项为

$$\xi_j(x) = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)}{\sum_{\chi=1}^k \left( \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^\chi}(x_i) \right)}. \quad (28)$$

$\mu_{A_i^j}(x_i)$  为高斯隶属函数,  $j = 1, 2, \dots, k$  为模糊规则数.

根据模糊系统万能逼近理论及引理1,存在最优模糊系统  $u_{d1}(x, \phi_1^*), u_{d2}(x, \phi_2^*)$  使得

$$\hat{D}_1 = u_{d1}(x, \phi_1^*) + \tau_1 = \phi_1^{*T} \xi(x) + \tau_1, \quad (29)$$

$$\hat{D}_2 = u_{d2}(x, \phi_2^*) + \tau_2 = \phi_2^{*T} \xi(x) + \tau_2. \quad (30)$$

其中:  $\tau_1$  和  $\tau_2$  为逼近误差,且满足  $|\tau_1| < \theta_1$  和  $|\tau_2| < \theta_2, \theta_1 > 0, \theta_2 > 0$  为逼近误差的未知上界;考虑到  $u_{d1}(x, \phi_1^*)$  和  $u_{d2}(x, \phi_2^*)$  不能直接得到,为此采用  $u_{d1}(x, \hat{\phi}_1), u_{d2}(x, \hat{\phi}_2)$  对其进行估计,  $\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2$  分别为  $\phi_1^*, \phi_2^*$  的估计值.

由于逼近误差的上界  $\theta_1$  未知,需要对其进行自适应估计,对此设计一个非线性控制项

$$\Delta_1 = \hat{\theta}_1 \text{sgn}(e_2) + k_{d1} e_2, \quad (31)$$

$$\Delta_2 = \hat{\theta}_2 \text{sgn}(e_3) + k_{d2} e_3. \quad (32)$$

其中:  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$  分别是  $\theta_1, \theta_2$  的估计值;  $k_{d1}, k_{d2} \in R^+$  是待设计的正常数.

由式(29)~(32)可将虚拟控制器(23)和(24)设计为

$$z_3 = \frac{1}{g_1(x)} (-f_1(x) - \hat{\phi}_1^T \xi(x) - \hat{\Delta}_1 + \hat{z}_2 - k_2 e_2), \quad (33)$$

$$v = \frac{1}{g_2(x)} \left\{ -\frac{1}{\beta h} [(1 + \sigma g |\delta|^{g-1}) |e_3|^{2-h} \text{sgn}(e_3) + (l|S|^m + \lambda|S|^n) \text{sgn}(S)] - f_2(x) - \hat{\phi}_2^T \xi(x) - \Delta_2 + \hat{z}_3 \right\}. \quad (34)$$

设计如下的自适应律:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\phi}}_1 = r_1 e_2 \xi(x), \\ \dot{\hat{\theta}}_1 = r_2 |e_2|; \end{cases} \quad (35)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{\phi}}_2 = r_3 e_3 \xi(x), \\ \dot{\hat{\theta}}_2 = r_4 |e_3|. \end{cases} \quad (36)$$

其中:  $r_1, r_2, r_3, r_4 \in R^+$  为待设计的自适应律参数,且其参数值大,系统的自适应速度快.

### 3 系统稳定性分析

**定理1** 针对轧机液压伺服位置系统(10),选用非奇异快速终端滑模面(18),采用双幂次趋近律(20),设计控制器和参数自适应率(35)和(36),则非奇异快速终端滑模面(18)满足可达性条件.

**证明** 选取Lyapunov函数

$$\psi = \frac{1}{2} S^2 + \frac{1}{2r_3} (\phi_2^* - \hat{\phi}_2)^T (\phi_2^* - \hat{\phi}_2) + \frac{1}{2r_4} (\theta_2^* - \hat{\theta}_2)^2 + \frac{1}{\varsigma_2} \tilde{z}_3^2. \quad (37)$$

求取上式的时间导数,并将式(26)、(35)和(36)代入可得

$$\begin{aligned} \dot{\psi} = & S \cdot ((1 + \sigma g |e_3|^{g-1}) e_3 + \beta h |e_3|^{h-1} (f_2(x) + \\ & g_2(x)v + \hat{D}_2 - \dot{z}_3)) - S \phi_2^{*T} \xi(x) + S \hat{\phi}_2^T \xi(x) - \\ & |S| \theta_2 + |S| \hat{\theta}_2 + \frac{1}{\varsigma_2} (\dot{z}_3 - \hat{z}_3) \dot{\tilde{z}}_3 = \\ & - (l|S|^{m+1} + \lambda|S|^{n+1}) |e_3|^{h-1} \leq 0. \end{aligned} \quad (38)$$

即轧机液压伺服位置系统的非奇异终端滑模满足可达性条件. □

**定理2** 针对轧机液压伺服位置系统(10),选用非奇异快速终端滑模面(18),采用双幂次趋近律(20),则轧机液压伺服位置系统(10)的误差变量能够在有限时间内从初始位置快速收敛到平衡点.

**证明** 为便于研究,将该定理的证明过程分成两部分.

1) NFTSM到达阶段的收敛时间  $t_r$ . 假设轧机液压伺服位置系统误差变量的初始位置满足  $S(0) > 1$ ,则在系统误差变量从初始位置  $S(0)$  趋近  $S_1 = 1$  的过程中,式(20)中第1项  $-l|S|^m \text{sgn}(S) |e_3|^{h-1}$  的作用远大于第2项  $-\lambda|S|^n \text{sgn}(S) |e_3|^{h-1}$  的作用,因此忽略第2项的影响,同时将  $e_3$  取为  $e_3(t_{r1})$  的形式,则式(20)变为

$$\dot{S} = -l S^m |e_3(t_{r1})|^{h-1}. \quad (39)$$

整理上式,并对其两端进行积分可得

$$\int_{S(0)}^1 S^{-m} dS = - \int_0^{t_{r1}} l |e_3(t_{r1})|^{h-1} dt. \quad (40)$$

则轧机液压伺服位置系统误差变量从初始位置  $S(0)$  到达  $S = 1$  所需时间为

$$t_{r1} = \frac{S(0)^{1-m} - 1}{(1-m)\lambda|e_3(t_{r1})|^{h-1}}. \quad (41)$$

在轧机液压伺服位置系统误差变量从  $S = 1$  到达滑模面  $S = 0$  的过程中,式(20)中的第2项起主要作用,因此忽略第1项的影响,同时将  $e_3$  取为  $e_3(t_{r2})$  的形式,则式(20)变为

$$\dot{S} = -\lambda S^n |e_3(t_{r2})|^{h-1}. \quad (42)$$

整理上式,并对其两端进行积分可得

$$\int_1^0 S^{-n} dS = - \int_{t_{r1}}^{t_{r1}+t_{r2}} \lambda |e_3(t_{r2})|^{h-1} dt. \quad (43)$$

则轧机液压伺服位置系统误差变量从  $S = 1$  到达滑模面  $S = 0$  所需时间为

$$t_{r2} = \frac{1}{(1-n_1)\lambda|e_3(t_{r1})|^{h-1}}. \quad (44)$$

考虑到式(41)和(44)是在忽略式(20)中的某一项的情况下得来的,因此轧机液压伺服位置系统误差变量在NFTSM到达阶段的收敛时间  $t_{r1}$  满足

$$t_r < t_{r1} + t_{r2} = \frac{S(0)^{1-m} - 1}{(1-m)\lambda|e_3(t_{r1})|^{h-1}} + \frac{1}{(1-n)\lambda|e_3(t_r)|^{h-1}}. \quad (45)$$

2) NFTSM滑动阶段的收敛时间  $t_s$ . 在轧机液压伺服位置系统的误差变量到达滑模面  $S = 0$  后,由式(18)可得

$$-\beta^{\frac{1}{h}} d\delta = (\delta + \sigma|\delta|^g \text{sgn}(\delta))^{\frac{1}{h}}. \quad (46)$$

整理上式,并对其两端进行积分可得

$$\int_{t_{r1}}^{t_{r1}+t_{s1}} -\beta^{-\frac{1}{h}} dt = \int_{\delta(t_r)}^0 (\delta + \sigma|\delta|^g \text{sgn}(\delta))^{-\frac{1}{h}} d\delta. \quad (47)$$

则轧机液压伺服位置系统误差变量在NFTSM滑动阶段的收敛时间  $t_s$  为

$$t_s = -\beta^{\frac{1}{h}} \int_{\delta(t_r)}^0 (\delta + \sigma|\delta|^g \text{sgn}(\delta))^{-\frac{1}{h}} d\delta. \quad (48)$$

至此,综合式(45)和(48)可知轧机液压伺服位置系统的误差变量能够在有限时间内从初始位置快速收敛至平衡点,即

$$\lim_{t \rightarrow t_r + t_s} e_3 = 0. \quad (49)$$

同理,若轧机液压伺服位置系统误差变量的初始位置满足  $S(0) < -1$ ,证明过程与上述类似.  $\square$

**定理3** 针对非对称缸轧机液压伺服位置系统(10),选用非奇异快速终端滑模面(18),采用双幂次趋近律(20),设计控制器(34),则轧机液压伺服位置系统是全局渐近稳定的.

**证明** 选取Lyapunov函数

$$V = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{2r_1}(\phi_1^* - \hat{\phi}_1)^T(\phi_1^* - \hat{\phi}_1) + \frac{1}{2r_2}(\theta_1^* - \hat{\theta}_1)^2 + \frac{1}{2}S^2 + \frac{1}{2r_3}(\phi_2^* - \hat{\phi}_2)^T(\phi_2^* - \hat{\phi}_2) + \frac{1}{2r_4}(\theta_2^* - \hat{\theta}_2)^2 + \frac{1}{s_1}\tilde{z}_2^2 + \frac{1}{s_2}\tilde{z}_3^2. \quad (50)$$

对其求导得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3 = \\ &e_1\dot{e}_1 + e_2\dot{e}_2 - \frac{1}{r_1}(\phi_1^* - \hat{\phi}_1)^T \dot{\phi}_1 - \\ &\frac{1}{r_2}(\theta_1 - \hat{\theta}_1)\dot{\theta}_1 + S\dot{S} - \frac{1}{r_3}(\phi_2^* - \hat{\phi}_2)^T \dot{\phi}_2 - \\ &\frac{1}{r_4}(\theta_2 - \hat{\theta}_2)\dot{\theta}_2 + \frac{1}{s_1}\tilde{z}_2\dot{\tilde{z}}_2 + \frac{1}{s_2}\tilde{z}_3\dot{\tilde{z}}_3. \end{aligned} \quad (51)$$

将虚拟控制器(33)、控制器(34)以及自适应律(35)和(36)代入(51)得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \\ &e_1(x_2 - \hat{x}_1^*) + e_2(f_1(\mathbf{x}) + g_1(\mathbf{x})\bar{x}_3 + \hat{D}_1 - \dot{z}_2) - \\ &e_2\phi_1^{*T}\xi(x) + e_2\hat{\phi}_1^T\xi(x) - |e_2|\theta_1 + |e_2|\hat{\theta}_1 + \\ &S((1 + \sigma g|e_3|^{g-1})e_3 + \beta h|e_3|^{h-1}(f_2(\mathbf{x}) + \\ &g_2(\mathbf{x})v + \hat{D}_2 - \dot{z}_3)) - S\phi_2^{*T}\xi(x) + S\hat{\phi}_2^T\xi(x) - \\ &|S|\theta_2 + |S|\hat{\theta}_2 + \frac{1}{s_1}(\dot{z}_2 - \hat{z}_2)\dot{\tilde{z}}_2 + \frac{1}{s_2}(\dot{z}_3 - \hat{z}_3)\dot{\tilde{z}}_3 \leq \\ &-k_1e_1^2 - k_2e_2^2 + e_2\tau - |e_2|\theta_1 - k_{d1}e_2^2 + \\ &S((1 + \sigma g|\delta|^{g-1})e_3 - (l|S|^m + \\ &\lambda|S|^n)\text{sgn}(S)|e_3|^{h-1} - (1 + \sigma g|\delta|^{g-1})e_3) + \\ &S\tau - |S|\theta_2 - k_{d2}S^2. \end{aligned} \quad (52)$$

由于  $|\tau_i| < \theta_i, i = 1, 2$ , 则可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \\ &-k_1e_1^2 - (k_2 + k_{d1})e_2^2 - S((1 + \sigma g|\delta|^{g-1})e_3 - \\ &(l|S|^m + \lambda|S|^n)\text{sgn}(S)|e_3|^{h-1} - \\ &(1 + \sigma g|\delta|^{g-1})e_3) - k_{d2}S^2 = \\ &-k_1e_1^2 - (k_2 + k_{d1})e_2^2 - S(l|S|^m + \\ &\lambda|S|^n)\text{sgn}(S)|e_3|^{h-1} - k_{d2}S^2 = \\ &-k_1e_1^2 - (k_2 + k_{d1})e_2^2 - k_{d2}S^2 - \\ &(l|S|^{m+1} + \lambda|S|^{n+1})|e_3|^{h-1} \leq 0. \end{aligned} \quad (53)$$

即轧机液压伺服位置跟踪系统是全局渐近稳定的.  $\square$

### 4 仿真研究

基于某 650 mm 可逆冷带轧机液压伺服位置控制系统的参数,将本文所提方法与未采用双幂次趋近律的常规线性滑模控制进行仿真对比研究. 液压系统参数<sup>[13]</sup>具体如下.

本文所提出方法的主要控制参数如下: 限幅值  $v_M = 10, v_m = -10$ ; 控制器参数  $k_1 = 1.5 \times 10^4, k_2 = 40, m = 2, n = 0.5, \beta = 5.5, \sigma = 10, \lambda = 3, l = 5$ ; 二阶滑模滤波器参数  $z_2$  和  $z_3$  的导数估计均采用参数  $\tau_1 = \tau_2 = 5, \gamma_1 = \gamma_2 = 100$ ; 自适应模糊估计参数  $r_1 = 1.5, r_2 = 10, r_3 = 1.5, r_4 = 10, k_{d1} = 15, k_{d2} = 15$ . 液压系统的参数取值见表 1.

表 1 液压系统参数

参数	数值
活塞的粘性阻尼系数 $B_p / (\text{N} \cdot \text{s} / \text{m})$	$2.25 \times 10^6$
伺服增益系数 $k_{sv} / \text{m}^3 / (\text{V} \cdot \text{s})$	$2.5 \times 10^{-2}$
体积弹性模量 $\beta_e / \text{Pa}$	$7.0 \times 10^8$
回油压力 $p_r / \text{Pa}$	0
液压泵出口压力 $P_s / \text{Pa}$	$2.4 \times 10^7$
液压油密度 $\rho / (\text{kg} / \text{m}^3)$	850
油缸无杆腔有效作用面积 $A_1 / \text{m}^2$	0.125 6
有杆腔活塞有效作用面积 $A_2 / \text{m}^2$	0.042 2
液压缸内泄漏系数 $C_l / (\text{m}^5 / (\text{N} \cdot \text{s}))$	$5.0 \times 10^{-16}$
活塞和负载总质量 $m / \text{kg}$	1 500
弹性刚度系数 $k_s / (\text{N} / \text{m})$	$1.25 \times 10^9$
阀门流量系数 $C_d$	0.61
伺服阀面积梯度 $w / \text{m}$	0.025
液压缸无杆腔初始容积 $V_{10} / \text{m}^3$	$3.768 \times 10^{-3}$
液压缸有杆腔初始容积 $V_{20} / \text{m}^3$	$1.266 \times 10^{-3}$

模糊系统采用如下的隶属度函数:

$$\mu_{A'_i}(x_i) = \exp[-((S + c_j) / (\pi / 24))^2].$$

其中:  $i = 1, j = 1, 2, \dots, 7, [c_1, c_2, \dots, c_7] = [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{24}, 0, -\frac{\pi}{24}, -\frac{\pi}{12}, -\frac{\pi}{6}]$ . 隶属度函数如图 2 所示.

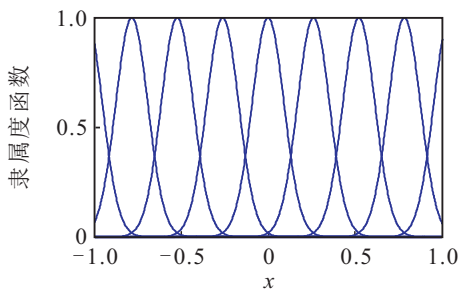


图 2 隶属度函数

给定的期望液压伺服位置值为  $x_1^* = 0.001 \text{ m}$ ; 外负载压力  $F_L = 1.0 \times 10^6 + 1.0 \times 10^5 \sin(4\pi t) \text{ N}$ ; 状态初始值设置为  $[x_{10}, x_{20}, x_{30}, x_{40}]^T = [0, 0, 1 \times 10^7, 6 \times 10^5]^T$ .

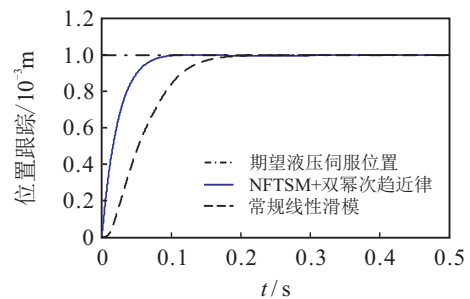
常规线性滑模方法滑模面取为  $S = b_1 e_1 + b_2 e_2 +$

$e_3$ , 滑模趋近律取为  $\dot{S} = -\varepsilon \text{sgn}(S)$ , 其控制形式为

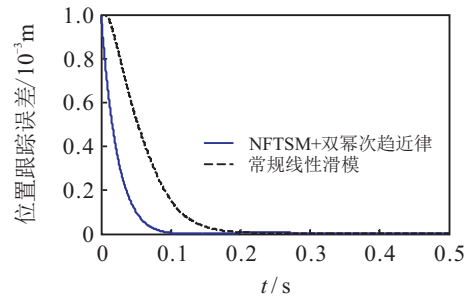
$$v = \frac{1}{g_2(x)} [-\varepsilon \text{sgn}(S) - b_1(x_2 - \dot{x}_1^*) - b_2(f_1(x) + g_1(x)\bar{x}_3 + D_1 - \dot{z}_2) - (f_2(x) + D_2 - \dot{z}_3)].$$

其中:  $\varepsilon = 10, b_1 = 1600, b_2 = 100$ .

轧机液压伺服位置跟踪控制响应曲线如图 3(a) 所示. 可以看出, 与常规线性滑模控制方法相对比, 轧机液压伺服位置系统在本文所提采用双幂次趋近律和非奇异快速终端滑模控制方法的作用下能够快速达到稳定状态, 并具有较好的抗干扰性能. 图 3(b) 为位移跟踪误差曲线. 可以看出, 本文所采用的双幂次趋近律方法与常规线性滑模控制相比, 在误差较大和较小时均能保证较快的收敛速度.



(a) 轧机液压伺服位置跟踪曲线



(b) 轧机液压伺服位置跟踪误差曲线

图 3 轧机液压伺服位置跟踪控制响应曲线

图 4 为控制量  $u$  的输出曲线. 图 5 给出了系统扰动  $D_1$  和  $D_2$  的模糊自适应估计曲线. 可以看出, 所设计观测器能够较准确地估计出系统扰动, 有效提高系统的控制精度.

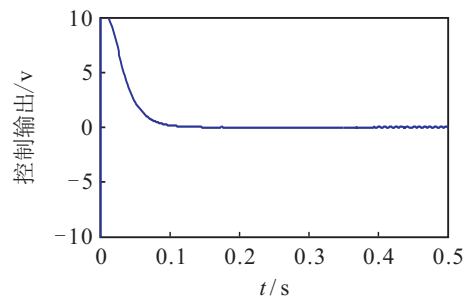


图 4 控制量  $u$  的输出曲线

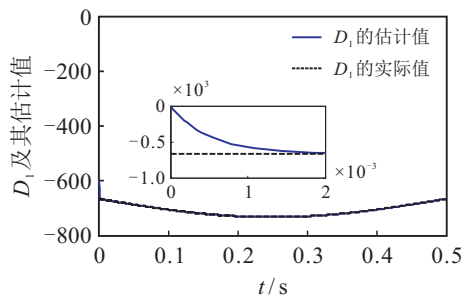
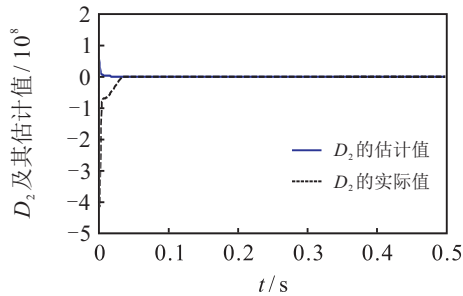
(a) 系统扰动 $D_1$ 的模糊估计曲线(b) 系统扰动 $D_2$ 的模糊估计曲线

图5 系统扰动的模糊自适应估计曲线

## 5 结论

针对具有非线性、参数不确定性和未知负载扰动的非对称缸轧机液压伺服位置系统,本文提出了一种基于模糊自适应估计和非奇异快速终端滑模的复合控制方法.首先,基于非奇异快速终端滑模控制和双幂次趋近律完成了系统反步控制器的设计,同时采用双幂次趋近律作为滑模趋近律,有效地增强了系统在整个全局过程的渐近跟踪性能和鲁棒稳定性,且计算过程中采用的二阶滑模滤波器有效避免了微分爆炸现象;然后,利用模糊自适应估计准确地逼近了系统的综合扰动项,有效地提高了系统的控制精度;最后,基于某650 mm可逆冷带轧机液压伺服位置系统的参数进行仿真对比,仿真结果表明,非对称缸轧机液压伺服位置系统在本文所提方法的作用下能够对给定的位置信号进行有效的跟踪控制,并具有较好的动静态性能和鲁棒稳定性.

## 参考文献(References)

- [1] Mohanty A, Yao B. Integrated direct/indirect adaptive robust control of hydraulic manipulators with valve deadband[J]. IEEE/ASME Trans on Mechatronics, 2011, 16(4): 707-715.
- [2] Kaddissi C, Kenne J P, Saad M. Indirect adaptive control of an electro hydraulic servo system based on nonlinear backstepping[J]. IEEE/ASME Trans on Mechatronics, 2011, 16(6): 1171-1177.
- [3] Ursu I, Toader A, Halanay A, et al. New stabilization and tracking control laws for electro hydraulic servo mechanisms[J]. European J of Control, 2013, 19(1): 83-84.
- [4] Bonchis A, Corke P I, Rye D C, et al. Variable structure methods in hydraulic servo systems control[J].

Automatic, 2001, 37(4): 589-595.

- [5] 陈光荣, 王军政, 汪首坤, 等. 自适应鲁棒控制器设计新方法在电液伺服系统中的应用[J]. 自动化学报, 2016, 42(3): 375-384.  
(Chen G R, Wang J Z, Wang S K, et al. Application of adaptive robust controller design method in electro hydraulic servo system[J]. Acta Automatica Sinica, 2016, 42(3): 375-384.)
- [6] 林浩, 李恩, 梁自泽. 具有非线性不确定参数的电液伺服系统自适应backstepping控制[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(2): 181-188.  
(Lin H, Li E, Liang Z Z. Adaptive backstepping control of electro hydraulic servo system with nonlinear uncertain parameters[J]. Control Theory & Applications, 2016, 33(2): 181-188.)
- [7] 张巍巍, 王京. 基于指数趋近律的非奇异Terminal滑模控制[J]. 控制与决策, 2012, 27(6): 909-913.  
(Zhang W W, Wang J. Non singular Terminal sliding mode control based on exponential reaching law[J]. Control and Decision, 2012, 27(6): 909-913.)
- [8] 张合新, 范金锁, 孟飞, 等. 一种新型滑模控制双幂次趋近律[J]. 控制与决策, 2013, 28(2): 289-293.  
(Zhang H X, Fan J S, Meng F, et al. A new sliding mode control of dual power reaching law[J]. Control and Decision, 2013, 28(2): 289-293.)
- [9] Bonchis A, Corke P I, Rye D C, et al. Variable structure methods in hydraulic servo systems control[J]. Automatic, 2001, 37(4): 589-595.
- [10] 方一鸣, 许衍泽, 李建雄. 具有输入饱和的电液伺服位置系统自适应动态面控制[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(4): 511-518.  
(Fang Y M, Xu Y Z, Li J X. Adaptive dynamic surface control of electro hydraulic servo position system with input saturation[J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(4): 511-518.)
- [11] Pu Z, Yuan R, Yi J, et al. A class of adaptive extended state observers for nonlinear disturbed systems[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2015, 62(9): 5858-5869.
- [12] Li Y, Tong S, Li T. Observer-based adaptive fuzzy tracking control of MIMO stochastic nonlinear systems with unknown control directions and unknown dead zones[J]. IEEE Xplore, 2014, 23(4): 1228-1241.
- [13] Shi S, Fang Y, Li J, et al. Adaptive position tracking control for electro-hydraulic servo system with input saturation[J]. ICIC Express Letters, 2012, 6(10): 2699-2704.
- [14] 赵鹏, 姚敏立, 沈晓卫, 等. 非奇异快速终端滑模液位跟踪控制[J]. 西安交通大学学报, 2011, 45(12): 39-44.  
(Zhao P, Yao M L, Shen X W, et al. Non singular fast terminal sliding mode liquid level tracking control[J]. J of Xi'an Jiaotong University, 2011, 45(12): 39-44.)
- [15] 张强, 吴庆宪, 姜长生, 等. 考虑执行器动态和输入受限的近空间飞行器鲁棒可重构跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(10): 1263-1271.  
(Zhang Q, Wu Q X, Jiang C S, et al. Robust reconfigurable tracking control for near space vehicles with actuator dynamics and input constraints[J]. Control Theory & Applications, 2012, 29(10): 1263-1271.)