

基于压缩感知的稀疏度自适应匹配追踪改进算法

吕伟杰[†], 孟博, 张飞

(天津大学 电气自动化与信息工程学院, 天津 300072)

摘要: 针对稀疏度自适应匹配追踪(Sparsity adaptive matching pursuit, SAMP)算法存在预选原子过多、重构时间长、步长的选择固定等缺点,提出一种稀疏度自适应匹配追踪改进算法. 该算法将稀疏度预先设定值与稀疏度估计过量判据相结合进行真实稀疏度快速估计,通过模糊阈值的方法提高候选原子的精确度,采用原子相关阈值改善迭代停止条件,最终实现信号的精确重构. 仿真实验表明,改进算法重构质量较好于SAMP算法,重构速率显著提高.

关键词: 压缩感知; 稀疏度估计; 模糊阈值; 重构信号

中图分类号: TN911.72

文献标志码: A

Modified sparsity adaptive matching pursuit algorithm based on compressive sensing

LYU Wei-jie[†], MENG Bo, ZHANG Fei

(School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: Due to the fact that the sparsity adaptive matching pursuit(SAMP) algorithm has the disadvantages of overmuch candidate atoms, overlong reconstruction time and fixed selection of pace, the paper proposes a modification algorithm based on SAMP. Firstly, by combining the sparse degree of preset values with excessive estimate criterion, this algorithm conducts rapid estimation of real sparse degree. Then the fuzzy threshold method is used to improve the accuracy of candidate atoms. Finally, the iteration stop condition is improved through utilizing atoms relative threshold so as to realize accurate reconstruction of signals. The simulation experiments verify that, compared with the SAMP algorithm, the proposed algorithm not only has higher speed of signal reconstruction, but also improves the quality of reconstruction.

Keywords: compressive sensing; sparse degree estimation; fuzzy threshold method; recovery of signal

0 引言

压缩感知(Compressive sensing, CS)理论是由Candès等^[1]和Donoho等^[2]提出的一种信息采样方法,近几年在学术界逐渐成为焦点问题,并在压缩成像、信道编码、医学成像、生物应用等方面取得了快速的发展. 相比较于经典奈奎斯特采样,CS理论的特点是能够以较少的采样值较为准确地重构原始信号,它的优势在于降低了对采样频率的要求,减轻了编码的复杂度. 其核心思想是将信号采样和压缩过程进行合并以减少对可压缩数据的采集,从而减少需要处理的数据量,提高数据处理的效率.

CS理论的研究应用过程分为3部分:1) 信号的稀疏化表示;2) 观测矩阵的设计;3) 重构算法的构造. 由于重构效果与重构算法的构造紧密相关,重构算法的构造显得尤为关键. 目前,较为典型的重构算

法分为^[3]:凸优化算法、组合优化算法以及贪婪追踪算法. 凸优化算法的核心思想是将非凸问题转变为凸问题,这类算法重构精度高,但计算效率不高,不适合实际大规模数据运用. 组合优化算法需要采样观测在特定的条件下进行,重构效率较高,但重构精确性有待提高. 贪婪追踪算法由于迭代过程中逼近原始信号的方式更佳,兼具重构速度和效果好的优点,受到广泛关注. 其中:早期的正交匹配追踪(Orthogonal matching pursuit, OMP)^[4]计算复杂度较低,实现精确重构需要相当大的测量值,且噪声环境中的重构性能欠佳;压缩采样匹配追踪(Compressive sampling matching pursuit, CoSaMP)^[5]和子空间追踪(Subspace pursuit, SP)^[6]两种算法提供了坚实的理论保证,可以提高信号重构在扰动环境下的鲁棒性能. 但这些算法为实现精确重构均需假设稀疏度是

收稿日期: 2017-05-09; 修回日期: 2017-10-16.

作者简介: 吕伟杰(1975—),女,副教授,博士,从事网络控制系统、多模型控制理论、压缩感知等研究;孟博(1991—),男,硕士生,从事图像处理和压缩感知的研究.

[†]通讯作者. Email: lvweijie@tju.edu.cn

已知的. 为此, 文献[7]提出了稀疏度自适应匹配追踪算法(SAMP), 它不需要稀疏度作为先验已知条件, 仅通过每次迭代增加固定的步长来重建原始信号. 随着CS理论的深入发展, 文献[8]通过结合数值稀疏估计策略和SAMP算法预估稀疏度, 引用正则化和变步长的思想提高信号的重构精度, 提出了一种数值稀疏度变步长SAMP算法.

由于SAMP算法在预选阶段预选原子选择过多、重构时间长、步长的选择固定等缺点, 本文提出一种改进的SAMP算法(MSAMP), 采用新的稀疏度估计策略, 在预选集预选阶段引入模糊阈值^[9]的方法, 并优化了迭代停止条件. 改进算法在重构质量上有所改善, 信号的重构速度显著提高.

1 CS理论及描述

若信号 x 在正交基 $\psi = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N]$ 变换下可以进行稀疏表示

$$x = \sum_{i=1}^N \psi_i s_i = \psi^T s. \quad (1)$$

其中: x, ψ_i 与 s 均为 N 维列向量, 且稀疏向量 s 有 K 个非零系数, $K \ll N$. 则通过将原始信号投影到一个观测矩阵 Φ 上观测, 能够得到原始信号 x 与观测向量 $y(M \times 1)$ 之间的线性表达式

$$y = \Phi x. \quad (2)$$

由式(1)、(2)可得

$$y = \Phi \psi^T s = \Theta s. \quad (3)$$

为实现信号的准确重构, 文献[10]指出, 稀疏变换向量 ψ 与观测矩阵 Φ 需要不相关, 且满足限制等距特性(Restricted isometry property, RIP), 即

$$1 - \varepsilon \leq \frac{\|\Phi \psi\|_2}{\|\psi\|_2} \leq 1 + \varepsilon, \quad (4)$$

其中 ε 为限制等距常量, 满足 $0 < \varepsilon < 1$. 此时, 信号的重构问题转化为求解最小 l_0 范数优化问题

$$\min \|x\|_0, \text{ s.t. } y = \Phi x. \quad (5)$$

这类问题计算复杂度高, 数值运算量较大, 成为一个NP-hard难题. 为此, 文献[11]通过转化为更为简单的 l_1 范数优化进行等价求解, 即

$$\min \|x\|_1, \text{ s.t. } y = \Phi x. \quad (6)$$

2 MSAMP算法

2.1 SAMP算法

SAMP算法是在信号的稀疏度未知的情况下完成信号的重构, 将回溯思想与逐步搜索原子相结合, 添加了段变换和步长信息, 用 $I = \text{Stage} \times s$ 来控制

每个阶段支撑集的大小; 在每段中都选择候选原子集, 并从候选原子集中确定最终的构造原子集; 根据残差变化判断是增加原子集的大小还是继续搜索更优的原子集. 步长的设定也是影响算法性能的一个主要因素, 不仅影响着算法的运行时间, 同时也决定着算法的重构精确度.

2.2 SAMP改进算法

2.2.1 稀疏度估计

SAMP算法中步长的设定决定着稀疏度估计的精确度和算法的运算时长, 能够同时满足重构精度与重构速度的要求难以实现. 为此, 本文将文献[12]的结论与稀疏度过量判据相结合, 提出一种新的稀疏度精确估计策略. 文献[12]指出, 稀疏信号的稀疏度在 $M/4$ 附近时重构效果较好, M 为观测矩阵的维数.

引理1 若 Φ 满足条件为 $(2K, \delta_{2K})$ 的RIP性质, 预估稀疏度 $k \geq K$ (K 为真实稀疏度), 则下式成立^[13]:

$$\|\Phi_{\Lambda^0}^T y\|_2 \geq \frac{1 - \delta_{2K}}{\sqrt{1 + \delta_{2K}}} \|y\|_2. \quad (7)$$

其中: Φ_{Λ^0} 表示相应下标原子为索引的 Φ 中各列构成的子矩阵, $\Phi_{\Lambda^0}^T$ 为 Φ_{Λ^0} 的转置矩阵.

本文采用引理1的逆否命题来判断估计稀疏度范围的上限. 同时, 为防止预估稀疏度过小, 进而引起支撑集缺失, 采用稀疏度估计过量判据来逐步估计稀疏度真实值. 稀疏度估计过量判据由如下引理表述.

引理2 如果 Φ 能够同时满足参数为 $(2K, \delta_{2K})$ 的RIP性质, 且^[14]

$$\|\Phi_{\Lambda^0}^T y\|_2 > \frac{1 + \delta_{2K}}{\sqrt{1 - \delta_{2K}}} \|y\|_2, \quad (8)$$

则估计稀疏度 $k > K$.

在稀疏度估计时, 利用引理1的逆否命题与稀疏度过量判据相结合来预估稀疏度的真实值. 首先预估稀疏度设置为 $M/4$, 然后进行稀疏度估计判断: 若满足 $\|\Phi_{\Lambda^0}^T y\|_2 > \frac{1 + \delta_{2K}}{\sqrt{1 - \delta_{2K}}} \|y\|_2$, 则使预估稀疏度依次减小, 再判断是否满足 $\|\Phi_{\Lambda^0}^T y\|_2 < \frac{1 - \delta_{2K}}{\sqrt{1 + \delta_{2K}}} \|y\|_2$, 若不满足, 则使预估稀疏度继续依次减小直至满足, 完成稀疏度的准确估计; 否则, 逐步增加每次迭代过程中的预估稀疏度, 当达到稀疏度过量判据条件时, 得到稀疏度估计的近似准确值. 新的稀疏度估计策略小幅增减稀疏度, 兼顾重构精度和重构效率, 能够快速逼近真实值, 提高运行效率.

2.2.2 候选原子集的修剪

SAMP算法在预选集的选择阶段每次都将在预选集的大小设定为 I , 随着Stage的逐步增加, $I = \text{Stage} \times s$ 将会逐渐增大, 这样预选阶段的原子选择

过多,将会有更多的错误原子加入到候选集中,为候选原子集的裁剪添加了负担,进而导致预选集原子冗余度增加,重构精度降低,重构时间消耗过长。

为解决这一问题,本文算法采用模糊阈值的方法进行改进,有

$$\begin{cases} \text{thr} = \text{apr} + (\text{bpr} - \text{apr}) \times \text{rand}(1), \\ \lambda_t = \{i : (|\Phi r_{t-1}|)_i \geq \text{thr} \times \max(|\Phi r_{t-1}|)_j\}. \end{cases} \quad (9)$$

其中: apr 和 bpr 是可自行设定的模糊阈值参数,据经验取 $0.7 < \text{apr} < 0.8, 0.95 < \text{bpr} < 1$; 函数 $\text{rand}(1)$ 能够随机产生 $0 \sim 1$ 之间的小数. 这样,当 Stage 很大时,相比较于 SAMP 常阈值方案,选择模糊阈值能够添加合适的阈值 thr , 更合理地筛选预选中的错误原子,为候选阶段的裁剪工作减轻负担,从而提高最终的重构原子集的精确度。

2.2.3 迭代停止条件的改善

SAMP 算法一般选择一个较小的停止参数 opt 值作为误差参数,用来取得更好的重构效果. 但是,误差参数值如果选择过小,则迭代次数将会增多,所构建的原子集很难满足迭代停止条件 $\|r_t\|_2 < \text{opt} \times \|y\|_2$. 针对这一问题,本文算法结合迭代过程中的观测矩阵和残差值的相关性参数控制阈值^[15], 比较每次迭代时相邻的残差与观测矩阵的最大相关度,选取合适的阈值参数,增加阈值控制条件,从而避免稀疏度估计达到真实稀疏度之前就完成信号精确重构,进而引起迭代次数过多的缺陷. 将 $|\varepsilon_{t-1} - \varepsilon_t| < \delta$ 和 $\|r_t\|_2 < \text{opt} \times \|y\|_2$ 两式相结合作为重构信号停止迭代的条件,可以减少对选择停止参数 opt 的依赖,自适应地取得最优支撑集,加快算法重构的进程。

2.2.4 MSAMP 算法过程描述

算法输入: 观测矩阵 Φ , 观测值个数 M , 观测向量 y ;

算法输出: 初始信号 x 的估计信号 \hat{x} .

Step 1: 初始化: 选取迭代次数 $t = 1$, 初始支撑集大小 $I = M/4$, 残差 $r_0 = y$.

Step 2: 选取观测矩阵 Φ 与残差 r_{t-1} 内积不小于 $(\text{thr} \times \max(r_{t-1}, \varphi_j), j = 1, 2, \dots, N)$ 的原子索引集合 λ_t , 即

$$\lambda_t = \{i : (|\Phi r_{t-1}|)_i \geq \text{thr} \times \max(|\Phi r_{t-1}|)_j\}.$$

Step 3: 候选原子集的更新 $\Phi_t = [\Phi_{t-1}, \varphi_{\lambda_t}]$.

Step 4: 列出候选原子集 Φ_t 与观测向量 y 内积的原子索引所构成的重构原子集合, 求出最大 I 个原子索引下标集

$$\lambda'_t = \underset{j=1,2,\dots,2K}{\text{argmax}} \{|\Phi_t^T y|, I\}.$$

Step 5: 判断 $\|\Phi_{\lambda'_t}^T y\|_2 < \frac{1 - \delta_{2K}}{\sqrt{1 + \delta_{2K}}} \|y\|_2$ 是否满足. 如果满足, 则 $I = I + 1$, 转向 Step 2 直到 $\|\Phi_{\lambda'_t}^T y\|_2 > \frac{1 + \delta_{2K}}{\sqrt{1 - \delta_{2K}}} \|y\|_2$ 成立, 然后继续执行; 如果不满足, 则 $I = I - 1$, 转向 Step 2 直到 $\|\Phi_{\lambda'_t}^T y\|_2 < \frac{1 - \delta_{2K}}{\sqrt{1 + \delta_{2K}}} \|y\|_2$ 成立, 然后继续执行。

Step 6: 采用最小二乘法得到信号估计近似解

$$\hat{x}_t = \arg \min \|y - \Phi_{\lambda'_t} \hat{x}\|_2.$$

Step 7: 求得迭代过程的残差以及残差相关度 $r_t = y - \Phi_{\lambda'_t} \hat{x}_t, \varepsilon_t = \max_{j=1,2,\dots,N} \{|\langle r_t, \varphi_j \rangle|\}$.

Step 8: 判断 $|\varepsilon_{t-1} - \varepsilon_t| < \delta$ 或 $\|r_t\|_2 < \text{opt} \times \|y\|_2$ 是否成立. 若条件成立, 则算法迭代停止; 否则, 继续执行。

Step 9: 如果 $\|r_t\|_2 \geq \|r_{t-1}\|_2$, 则停止迭代; 否则迭代次数 $t = t + 1$, 更新支撑集 $\Phi_t = \Phi_{\lambda'_t}$, 转向 Step 2 继续执行。

其中: Φ_t 和 $\Phi_{\lambda'_t}$ 分别为由相对应下标原子组成的观测矩阵的子矩阵, \hat{x}_t 和 r_t 分别为 t 时刻对应的原始信号的逼近信号和残差。

3 仿真实验结果分析

3.1 实验平台

本文仿真实验在装有 64 位 Windows10 操作系统, 4G 内存, 2.67 GHz 处理器, Matlab R2015a 的联想 V460 笔记本上运行. 实验中, 重构信号选用 8 位 256×256 像素灰度标准测试 Lena 图像、Camera 图像和 Mondrian 图像, 正交基采用离散小波基^[16], 观测矩阵选用 $M \times N$ 维独立分布的高斯矩阵. 兼顾重构精度和重构时间的条件下, 本文选择迭代停止条件阈值参数 $\delta = 10$. 为保证实验的有效性, SAMP 算法与 MSAMP 算法中所涉及参数 opt 选择值为 0.15, δ_{2K} 设置为 0.95; 对于 SAMP 算法和 MASMP 算法步长参数的选择, 本文将其统一设置为 $s = 2$.

3.2 性能指标

在实验的重构评价指标中, 本文对以下 3 方面进行评估: 峰值信噪比 PSNR ^[7], 相对误差 err 以及重构时间. 针对二维图像, 峰值信噪比主要分析比较重构前后图像之间的像素值变化, 相对误差与峰值信噪比均能够客观衡量分析信号重构的质量, 体现重构效果的好坏. 重构时间能够评估算法的复杂度以及重构效率. 二维信号的重构峰值信噪比和相对误差分别由下面两个公式表示:

$$\begin{cases} \text{PSNR} = 10\lg\left(\frac{255 \times 255}{\text{MSE}}\right), \\ \text{MSE} = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (g(i, j) - f(i, j))^2; \end{cases} \quad (10)$$

$$\text{err} = \text{sqrt}\left(\frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (g(i, j) - f(i, j))^2}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N f(i, j)^2}\right). \quad (11)$$

其中: 函数 f 和 g 分别为原图和重构图的像素值; i, j 为像素位置; M, N 为图像像素行列总数.

3.3 实验结果分析

实验中, 本文选取标准测试图像Lena、Camera和Mondrian 图像为重构信号, 分别选取 10 组不同的采样率, 每组采样值重复实验 50 次, 并取得实验数据的平均值. 图 1 和图 2 给出了Lena 图像在 10 组不同采样率下的SAMP算法和MSAMP算法重构信号峰值信噪比和重构时间对比图像, 表 1 显示出Lena 图像通过SAMP算法和MSAMP算法在不同采样值下的重构信号峰值信噪比和重构时间的具体实验结果.

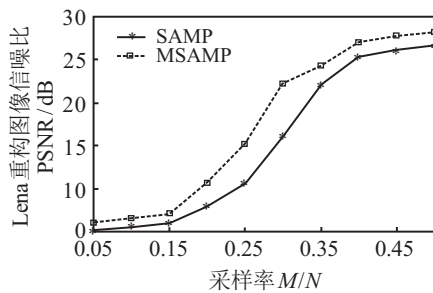


图 1 不同采样值下的Lena 重构信号峰值信噪比对比

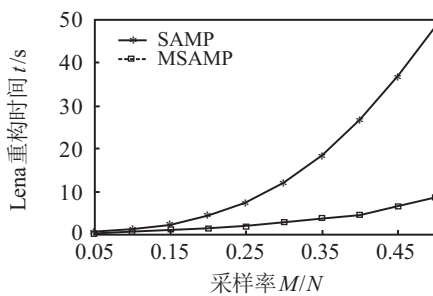


图 2 不同采样值下的Lena 信号重构时间对比

从图 1 可以看出, 当采样率 (M/N) 增大时, MSAMP算法和SAMP算法重构Lena 图像的PSNR值都在逐渐增大, 重构图像清晰度逐渐增强. 改进算法通过模糊阈值的筛选, 在预选阶段中挑选出错误的重构原子, 提高了重构的精度, 在重构质量上较SAMP算法有了较好的提高.

图 2 表明, 采样率的逐渐增大加大了信号的重构计算量, 完成信号重构所需要的时间有所增加, 重构图像的PSNR值逐渐增大. 当采样值较大时, MSAMP

表 1 SAMP和改进算法对Lena 图重构的 t 和 PSNR 比较

M/N	t/s		PSNR/dB	
	SAMP	MSAMP	SAMP	MSAMP
0.05	0.637 274	0.404 264	5.303 7	6.147 5
0.1	1.335 786	0.605 343	5.593 0	6.493 5
0.15	2.260 438	1.085 979	6.074 3	7.126 4
0.2	4.673 052	1.506 047	7.935 5	10.727 6
0.25	7.389 548	2.120 230	10.657 3	15.273 1
0.3	12.216 613	3.016 326	16.167 8	22.202 1
0.35	18.395 821	3.950 480	22.184 9	24.294 8
0.4	26.854 903	4.550 931	25.321 4	26.973 7
0.45	36.953 760	6.598 372	26.058 3	27.782 9
0.5	48.635 180	8.740 381	26.636 9	28.205 3

算法在稀疏度估计阶段能够相对快速地逼近稀疏度, 同时迭代条件的改进加快了重构进程, 重构的速度较SAMP算法有了显著提高.

由表 1 可知, 与原算法相比, 改进算法能够在更短的重构时间内达到较好的重构效果.

图 3 是采样率为 0.5 时的 SAMP 算法和 MSAMP 算法的重构图像, 原始信号选用Lena、Camera以及Mondrian 灰度图像. 仿真结果表明, 改进算法在图像边缘以及平滑区域重构效果较SAMP算法更为清晰, 重构效果得到进一步提高.

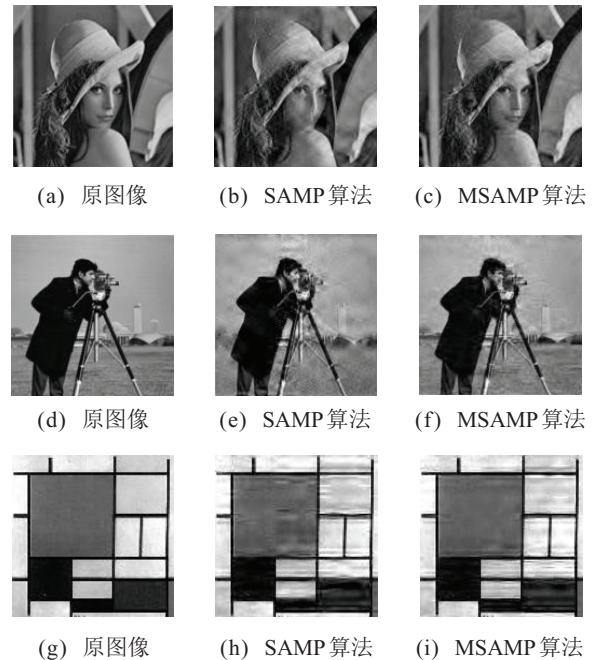


图 3 采样率为 0.5 时Lena Camera和Mondrian 重构对比

表 2 和图 4 是采样率为 0.4 时的 MSAMP 算法与OMP、CoSaMP、SP、SAMP算法对Lena 图像进行的一组重构实验对比, 比较相同条件下的重构图像的信噪比、重构时间和重构误差. 由实验数据可知, MSAMP算法重构的图像质量从清晰度、重构时间、信噪比和重构相对误差上较其他算法都有所提升, 从而进一步

验证了MSAMP算法效果较好.

表 2 不同算法下的Lena 重构质量对比

算法	t/s	PSNR/dB	err
OMP	6.793 992	23.883 6	0.001 7
CoSaMP	5.673 554	24.578 3	0.001 6
SP	4.921 908	24.954 2	0.001 1
SAMP	26.935 622	25.664 2	0.001 0
MSAMP	4.396 551	27.368 2	9.207 5e-04

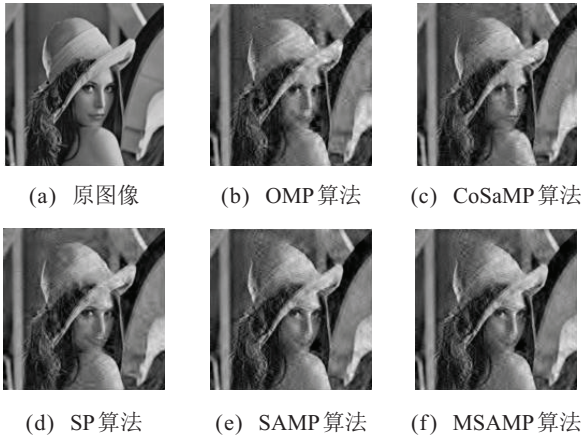


图 4 不同算法下的Lena 重构图像对比

4 结 论

本文经过对SAMP算法在稀疏度估计、候选原子集的修剪、迭代停止条件等各方面的改善,在稀疏度估计阶段,将稀疏度估计过量判据与过小判据相结合,采用预设稀疏度的方法进行稀疏度估计,能够相对快速地逼近真实稀疏度;预选阶段中加入合理的模糊阈值参数,能够筛选出过多的错误原子,提高重构的精度,同时,迭代条件的改进加快了重构的进程. 实验结果表明,MSAMP算法较SAMP算法在重构质量上有所改善,信号的重构速度显著提高.

由实验结果还可以看出,MSAMP算法的重构精度还有待提高,而且本文实验是在无噪声干扰的环境中运行的. 进一步提高算法的重构精度以及对噪声的抗干扰能力验证将是下一步研究的主要工作.

参考文献(References)

[1] Candès E J, Wakin M B. An introduction to compressive sampling[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(2): 21-30.

[2] Donoho D L, Maleki A, Montanari A. Message-passing algorithms for compressed sensing[J]. Proc of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2009, 106(45): 18914.

[3] 吕伟杰, 张飞, 胡晨辉. 基于双阈值的压缩采样匹配追踪改进算法[J]. 控制与决策, 2017, 32(8): 1528-1532. (Lv W J, Zhang F, Hu C H. Modified compressive sampling matching pursuit algorithm based on double

threshold[J]. Control and Decision, 2017, 32(8): 1528-1532.)

[4] Wang J. Support recovery with orthogonal matching pursuit in the presence of noise[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2015, 63(21): 5868-5877.

[5] Ambat S K, Chatterjee S, Hari K V S. On selection of search space dimension in Compressive Sampling Matching Pursuit[C]. TENCON 2012-2012 IEEE Region 10 Conf. Cebu: IEEE, 2012: 1-5.

[6] Song C B, Xia S T, Liu X J. Improved analysis for subspace pursuit algorithm in terms of restricted isometry constant[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2014, 21(11): 1365-1369.

[7] 吕伟杰, 陈霞, 刘红珍. 基于压缩感知的自适应匹配追踪算法优化[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(5): 1201-1205. (Lv W J, Chen X, Liu H Z. Modified adaptive matching pursuit algorithm based on compressive sensing[J]. Systems Engineering and Electronics, 2015, 37(5): 1201-1205.)

[8] Huang W, Zhao J, Lv Z, et al. Sparsity and step-size adaptive regularized matching pursuit algorithm for compressed sensing[C]. Information Technology and Artificial Intelligence Conf. Chongqing: IEEE, 2015: 536-540.

[9] Blumensath T, Davies M E. Stagewise weak gradient pursuits[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2009, 57(11): 4333-4346.

[10] Candès E J. The restricted isometry property and its implications for compressed sensing[J]. Comptes Rendus Mathématique, 2008, 346(9): 589-592.

[11] Song C B, Xia S T. Sparse signal recovery by l_q minimization under restricted isometry property[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2014, 21(9): 1154-1158.

[12] Tsaig, Yaakov, Donoho, et al. Extensions of compressed sensing[J]. Signal Processing, 2006, 86(3): 549-571.

[13] Yang L U, Guo W B, Xing W, et al. Probabilistic greedy pursuit for streaming compressed spectrum sensing[J]. The J of China Universities of Posts and Telecommunications, 2011, 18(5): 15-21.

[14] 田文飏, 付争, 芮国胜. 基于分治试探的盲自适应匹配追踪重构算法[J]. 通信学报, 2013, 34(4): 180-186. (Tian W B, Fu Z, Rui G S. Blind adaptive matching pursuit algorithm for signal reconstruction based on sparsity trial and error[J]. J on Communications, 2013, 34(4): 180-186.)

[15] Wang R, Zhang J, Ren S, et al. A reducing iteration orthogonal matching pursuit algorithm for compressive sensing[J]. Tsinghua Science and Technology, 2016, 21(1): 71-79.

[16] Plonka G, Jianwei M. Curvelet-wavelet regularized split bregman iteration for compressed sensing[J]. Int J of Wavelets Multiresolution and Information Processing, 2011, 9(1): 79-110.

(责任编辑: 李君玲)