

# 带恢复策略的复杂网络级联失效机理及鲁棒性研究

唐 亮<sup>1†</sup>, 焦 鹏<sup>2</sup>, 李纪康<sup>2</sup>, 靖 可<sup>3</sup>, 靳志宏<sup>1</sup>

(1. 大连海事大学 交通运输工程学院, 辽宁 大连 116026; 2. 沈阳航空航天大学 机电工程学院, 沈阳 110136;  
3. 大连海事大学 航运经济与管理学院, 辽宁 大连 116026)

**摘 要:** 为研究复杂网络在遭遇随机故障或蓄意攻击时的鲁棒性, 考虑节点具有恢复和重复失效等特征, 构建故障节点概率传播模式下的级联失效模型. 构建节点故障概率随故障次数增加而逐渐降低的故障概率函数, 设计概率恢复( $R$ )和阶段恢复( $T$ )两种故障节点恢复策略, 并针对 ER、WS、NC 和 BA 四类网络研究其恢复鲁棒性. 仿真实验考虑模型中相关参数变化, 揭示其对复杂网络级联失效过程中的鲁棒性影响, 综合分析边鲁棒性和节点鲁棒性的性能权衡. 仿真结果表明, 在概率恢复策略下, 随着恢复率的增大, 4 类网络级联失效的规模均能够实现有效降低; 而在阶段恢复策略下, 随着参数  $T$  值增加到不同阈值, 4 类网络鲁棒性指标在级联失效过程中均能够呈现出突变现象.

**关键词:** 复杂网络; 级联失效; 概率恢复策略; 阶段恢复策略; 鲁棒性; 重复失效

中图分类号: N94

文献标志码: A

## Cascading failure mechanism and robustness of complex networks with recovery strategy

TANG Liang<sup>1†</sup>, JIAO Peng<sup>2</sup>, LI Ji-kang<sup>2</sup>, JING Ke<sup>3</sup>, JIN Zhi-hong<sup>1</sup>

(1. College of Transportation Engineering, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China; 2. School of Mechatronics Engineering, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China; 3. School of Shipping Economic and Management, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China)

**Abstract:** To study the robustness of complex networks while encountering random failure or deliberate attack, the cascading failure model based on probability propagation is constructed by considering the characteristics of repeated failures and recovery of nodes. In particular, we consider that the failure probability of node decreases with the increase of number of failures and the failure probability function is constructed accordingly. Then, two kinds of node recovery strategies (i.e., probability  $R$  and stage  $T$ ) are proposed and implemented on ER random network, WS small-world network, nearest-neighbor coupled network and BA scale-free network, respectively, to test the network robustness of cascading failure model. Finally, simulation experiments are carried out and the parameters changes are considered to reveal their effects on robustness during cascading failure process. Additionally, performance tradeoff between edge robustness and node robustness is analyzed as well. The simulation results show that cascading failure scale of four types of network decreases with the increase of recovery rate. Under the stage recovery strategy, the network robustness index of four types of network shows a mutation phenomenon when the parameter  $T$  increases to a threshold.

**Keywords:** complex network; cascading failure; probability recovery strategy; stage recovery strategy; robustness; repeated failure

## 0 引 言

随着对复杂网络的深入研究, 网络级联失效行为<sup>[1-3]</sup>及鲁棒性<sup>[4-5]</sup>问题由于其现实意义越来越受到研究者的广泛关注. 现实生活中, 许多复杂系统都可以抽象为由节点和边所构成的复杂网络<sup>[6]</sup>, 如病毒网

络、电网、Internet、交通网络、生物网络、供应链网络等. 当复杂网络节点发生故障时, 通常由于其具有的传播效应特征而引发大规模故障, 甚至会导致整个网络崩溃. 例如在病毒网络中, 流行性传染病 SARS 的传播造成全国的恐慌; 在电网中, 电站故障会引起一

收稿日期: 2017-06-10; 修回日期: 2017-12-05.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71301108, 71201106).

责任编委: 姜斌.

作者简介: 唐亮(1980—), 男, 副教授, 博士, 从事供应链优化、复杂网络级联失效、网络化制造等研究; 焦鹏(1993—), 男, 硕士生, 从事复杂网络级联失效的研究.

†通讯作者. E-mail: erictangliang@163.com

定规模和时间的停电事故;在Internet网络中,某路由器发生故障则会对经过该路由器的数据包进行重新路由,从而导致网络出现大规模的堵塞等<sup>[7-10]</sup>.通常,在复杂网络中某个节点发生故障时,该节点在网络中正常承担的功能、负载等都会通过节点间的耦合关系分配给其邻居节点来额外承担,从而可能引起其他节点发生新的故障甚至会导致整个网络崩溃,这种现象称为级联失效.对于大多数的实际网络而言,网络节点都具有一定的抵御风险故障能力和恢复的能力,当节点发生故障时,其在网络中的部分邻居节点会因自身拥有较强抵御风险的能力而保持正常运作状态,其余部分邻居节点则会受到风险故障的影响而发生级联失效,但发生故障的节点通过自我或人为修复会使该节点恢复正常功能,并且在恢复后自身抵御风险故障的能力会得到加强,从而使得再次发生失效的概率降低.

目前,复杂网络级联失效方面的研究主要包括级联失效模型<sup>[11-14]</sup>、带有应急恢复机制的级联动力学特性<sup>[2,15]</sup>和鲁棒性<sup>[8,16-21]</sup>等方面.李钊等<sup>[2]</sup>提出了带有应急恢复机制的网络级联失效模型,对网络效率和网络节点故障率进行仿真分析,发现网络效率与网络的拓扑中节点度分布的异化程度与节点故障率有关.肖延东等<sup>[22]</sup>提出了复杂网络节点负荷失效下的可控性模型,采用介数和Weibull失效模型进行仿真分析,结果表明随机网络较之无标度网络具有较好的可控性,同时也发现高度数节点在网络中起到了极其重要的作用.丁超等<sup>[23]</sup>提出了社团划分下复杂网络级联抗毁攻击策略,采用介数定义节点初始负荷,考虑节点信息和局部择优策略对故障节点负荷重新分配的影响,揭示了社团划分策略下对网络攻击可造成大规模破坏的现象.王建伟等<sup>[24]</sup>针对复杂网络遭遇蓄意攻击引发的级联失效问题构建了模型,对比无标度网络和小世界网络上的全局级联失效现象,并探讨了网络拓扑结构对边袭击策略的影响.段东立等<sup>[25]</sup>提出了一种可调负载重分配范围与负载重分配异质性的复杂网络级联失效模型,并分析了该模型在无标度网络上的级联失效条件.王健等<sup>[26]</sup>分析了Internet网络级联动力学特性,研究了不同拓扑结构、延迟时间、处理能力、规模等的影响,从而揭示了级联失效分为3个阶段及影响传播的主要原因.Gao等<sup>[27]</sup>研究了层间随机连接关系下关联网络之间的级联失效问题,并解析了在随机攻击下关联网络处于稳态时其渗流巨片的关键阈值.邓宏钟等<sup>[28]</sup>研究了双层小世界网络中的级联失效行为,提出了一种带有过载函数的复

杂负载网络级联失效模型,模型给每个节点定义了一个过载函数,用节点权值演化代替网络拓扑结构的演化.

上述研究中,大部分研究并未考虑节点恢复这一实际特性,此外现实网络节点失效恢复后仍然可能再次失效,只是再次失效概率会有所降低,而这些现实特征也未体现在现有研究成果中.为此,本文对网络节点设计了随故障次数增多发生故障概率逐渐降低的故障率函数,并在概率失效的级联失效传播模式下提出概率恢复和阶段恢复策略机制,研究级联失效过程中不同恢复策略机制下参数的变化对网络鲁棒性的影响.仿真结果表明,在概率恢复策略下,随着恢复率的增大,4类网络级联失效的规模均实现有效降低;而在阶段恢复策略下,随着参数 $T$ 值增加到不同阈值,4类网络鲁棒性指标在级联失效过程中均呈现出突变现象.

## 1 复杂网络级联失效模型

网络节点遭受随机故障或蓄意攻击时会以一定的概率影响其邻居节点,实际网络中当节点发生故障后会对其进行修复,使得节点在级联失效过程中会以一定的概率或在一定的时刻得以恢复.网络中发生故障的节点恢复后,可能还会受到邻居故障节点的影响再次发生故障.考虑到实际网络,如Internet、病毒网、电网等,当网络故障节点被修复时都会对节点抵御风险故障的能力进行加强,所以假设在级联失效模型中网络节点的故障率随着节点发生故障次数的增加而降低.因此,当模型的迭代次数达到某个临界值 $t$ 时,整个网络最终将会恢复到初始正常状态.

本文对概率恢复和阶段恢复机制下级联失效迭代过程中网络节点和边的状态进行描述,依此研究整个网络的综合鲁棒性.模型中复杂网络可用一个含有 $N$ 个节点和 $M$ 条边的图 $G$ 表示,即

$$G = (V, E). \quad (1)$$

其中: $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$ 为网络中节点的集合, $E = \{(v_i, v_j) | e^{ij} = 0 \text{ 或 } 1\}$ 为网络中边的集合,当节点 $v_i$ 和节点 $v_j$ 有关联时 $e^{ij} = 1$ ,否则 $e^{ij} = 0$ .根据文献[1,27]等对级联失效过程中迭代(网络阶段)的描述,网络中故障节点 $v_i$ 向邻居节点 $v_j$ 进行概率传递即为一次迭代(网络阶段1),如导致邻居节点 $v_j$ 失效从而对节点 $v_j$ 的邻居节点 $v_s$ 进行二次概率传递即为第二次迭代(网络阶段2),依此类推,即为 $t$ 次迭代(网络阶段 $t$ ).为了对级联失效过程进行描述,首先对相关参数进行如下定义:

$f_i^{\varphi(x_i)}$ 表示节点 $v_i$ 发生故障概率,其中 $f$ 为故障

率参数(所有节点相同,  $0 < f < 1$ ),  $\varphi(x_i) = x_i + 1$  为节点  $v_i$  发生故障次数  $x_i$  的函数;

$R$  表示故障节点的恢复率;

$T$  表示故障节点恢复所需阶段数目的参数;

$N$  表示初始正常状态时网络中节点总数;

$M$  表示初始正常状态时网络中边总数;

$V_t$  表示  $t$  阶段网络中未采取恢复策略时故障节点的总数;

$V'_t$  表示  $t$  阶段网络中恢复节点个数;

$E_t$  表示  $t$  阶段网络中未采取恢复策略时移除边的总数;

$E'_t$  表示  $t$  阶段网络中恢复边个数;

$RIV_t$  表示  $t$  阶段网络故障节点数占原网络节点数的比例,即节点鲁棒性指标;

$RIE_t$  表示  $t$  阶段网络故障边数占原网络边数的比例,即边鲁棒性指标;

$RI_t$  表示  $t$  阶段网络综合鲁棒性指标,  $RI_t = \beta RIV_t + (1 - \beta)RIE_t$ , 其中  $\beta$  为可调参数,  $0 \leq \beta \leq 1$ .

### 1.1 概率 $R$ 恢复策略模型

网络中的节点可以分为3种状态,即正常运作状态、故障状态和待恢复状态.当网络中的节点发生故障时,将其正常运作状态时所承担的功能、负荷等以一定的概率传递给其邻居节点,然后便会处于待恢复状态不再影响其邻居节点,直至被修复到正常运作状态,即节点每发生一次故障只会对其邻居节点造成一次影响.由此,概率恢复策略下的级联失效过程描述如下:

初始阶段,设置故障节点,移除与故障节点相关联的边.此时可知,网络节点鲁棒性指标值为

$$RIV_1(R) = V_1/N,$$

网络边鲁棒性指标值为

$$RIE_1(R) = E_1/M,$$

网络综合鲁棒性指标值为

$$RI_1(R) = \beta RIV_1(R) + (1 - \beta)RIE_1(R).$$

该阶段的故障节点在下阶段对其邻居节点产生影响后会处于恢复状态,不会在之后的阶段对邻居节点产生影响,直至其恢复到正常运作状态.

在进行  $t + 1$  次失效传递时,网络节点只受到  $t$  次迭代时已发生故障节点的影响,而网络节点恢复则是面向  $t + 1$  次迭代前所有的故障节点.因此,  $t$  阶段网络中发生故障的节点会影响其邻居节点,并以  $f_i^{\varphi(x_i)}$  的概率致使邻居节点发生故障,同时移除与故障节点相关联的边.此外,  $t + 1$  阶段之前的所有故障节点以概

率  $R$  恢复,并恢复相应关联边,此时未恢复的网络节点仍处于待恢复状态.因此,该阶段网络节点鲁棒性指标值为

$$RIV_2(R) = (V_2 - V'_2)/N,$$

边鲁棒性指标值为

$$RIE_2(R) = (E_2 - E'_2)/M,$$

网络综合鲁棒性指标值为

$$RI_2(R) = \beta RIV_2(R) + (1 - \beta)RIE_2(R).$$

重复迭代,直至整个网络恢复到初始正常状态.

### 1.2 阶段 $T$ 恢复策略模型

考虑到另外一些实际的网络,如交通网络、供应链网络等,当网络节点发生故障后需要在规定的时刻恢复正常运作功能,此时采用概率恢复策略无法体现网络节点限时恢复这一特性.因此,考虑网络节点发生故障后经过一定阶段的恢复策略,采用参数  $T$  表征节点恢复的阶段数(即任意节点发生故障后需经过  $T$  个阶段才能恢复).该恢复策略下的级联失效过程描述如下:

在初始阶段,针对初始故障节点,移除与其相关联的边.此时可知,网络节点鲁棒性指标值为

$$RIV_1(T) = V_1/N,$$

边鲁棒性指标值为

$$RIE_1(T) = E_1/M,$$

网络综合鲁棒性指标值为

$$RI_1(T) = \beta RIV_1(T) + (1 - \beta)RIE_1(T).$$

同时,该阶段发生故障的节点需要经过  $T$  个阶段后在  $T + 1$  阶段时恢复正常运作功能.

初始阶段后,与概率  $R$  恢复策略类似,前一阶段中发生故障的节点会影响其邻居节点,并以  $f_i^{\varphi(x_i)}$  的概率致使邻居节点发生故障,同时移除与故障节点相关联的边.另外,恢复在当前阶段达到所需恢复阶段数  $T$  的待恢复节点,此时与恢复节点相关联的边也随之恢复,而未恢复的节点将仍将处于待恢复状态.此时,网络节点鲁棒性指标值为

$$RIV_2(T) = (V_2 - V'_2)/N,$$

边鲁棒性指标值为

$$RIE_2(T) = (E_2 - E'_2)/M,$$

网络综合鲁棒性指标值为

$$RI_2(T) = \beta RIV_2(T) + (1 - \beta)RIE_2(T).$$

重复执行该迭代过程,直至整个网络恢复到初始正常状态.

## 2 数值仿真

为使研究结果更具普适性,本文构建4类网络进行级联失效过程中网络鲁棒性的仿真分析:ER随机网络、WS小世界网络、NC最近邻耦合网络和BA无标度网络.每类网络采用1000个节点,平均度 $\langle k \rangle = 6$ ,参数 $\beta$ 取值0.8,对模型综合鲁棒性进行100次仿真取平均值.

### 2.1 概率恢复策略仿真分析

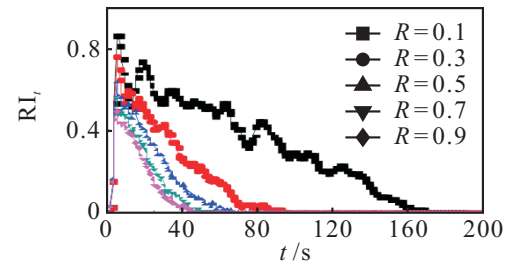
对级联失效模型采用概率恢复策略机制,研究恢复率 $R$ 值变化和故障率参数 $f$ 变化时网络综合鲁棒性指标 $RI_t$ 的相应变化情况.

#### 2.1.1 恢复率 $R$ 值变化

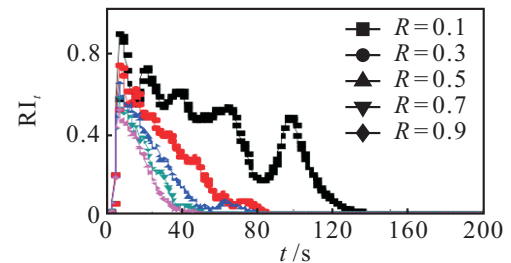
设定参数 $f$ 初始值为0.8,恢复率 $R$ 值按0.1、0.3、0.5、0.7、0.9变化,对4类网络级联失效模型的综合恢复鲁棒性指标值进行仿真.其中,BA网络由于节点度差异较大,仿真中对最小度节点、平均度节点、最大度节点3类节点初始失效情况进行了考虑,仿真结果如图1所示.

由图1可见,随着迭代次数 $t$ 的增加,4类网络综合鲁棒性指标值 $RI_t$ 均由0开始先增大后逐渐变小最终恢复到初始正常状态.当 $RI_t$ 值增大时,表明每次迭代后网络中出现的故障节点个数多于恢复节点个数;当 $RI_t$ 值变小时,表明每次迭代后网络中出现的故障节点个数少于恢复节点个数,并且伴有振荡现象.这是因为在级联失效传播过程中,初始设置的恢复率 $R$ 值保持不变,网络中各节点的故障率 $f_i^{\varphi(x_i)}$ 是关于该节点发生故障次数的递减函数,此外每个阶段的故障节点个数也会随着故障节点和连接边的恢复而发生变化.然而,随着迭代次数的增加,网络中各节点的故障率会逐渐变小, $RI_t$ 值也会随着故障节点和边的减小而相应变小,最终网络恢复到初始正常状态.同时,由图1还可见,随着恢复率 $R$ 值的增大,网络综合鲁棒性指标值 $RI_t$ 的振荡幅度呈递减趋势, $RI_t$ 恢复到初始状态所需的迭代次数也呈递减趋势,表明恢复率 $R$ 与 $RI_t$ 值呈反比.特别地,在NC网络中, $RI_t$ 值在迭代的过程中进行多次振荡后(200多次迭代)才呈现出递减趋势,与其他类型网络有所不同;此外,NC网络发生级联失效的规模明显较小, $RI_t$ 最大值为0.1左右,分析原因是由于其耦合特性所造成的.另外,图1(d)~图1(f)表明,初始故障节点的度对BA网络的综合鲁棒性指标值并没有明显的影响.

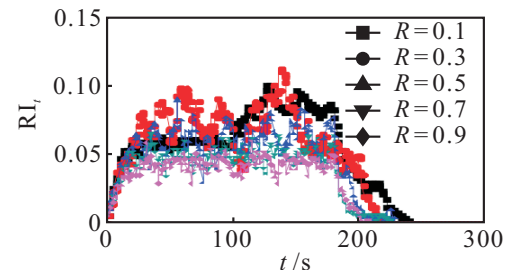
上述网络中所有节点恢复率 $R$ 值在单次仿真中是相同的,为了使研究具有普适性,考虑更为一般的情况,即各节点恢复率 $R$ 在单次仿真中不同,本文考



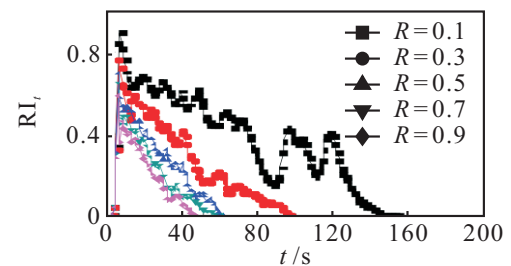
(a) ER network



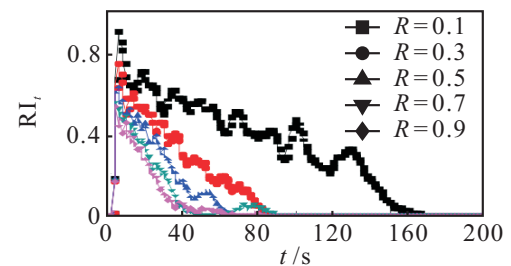
(b) WS network



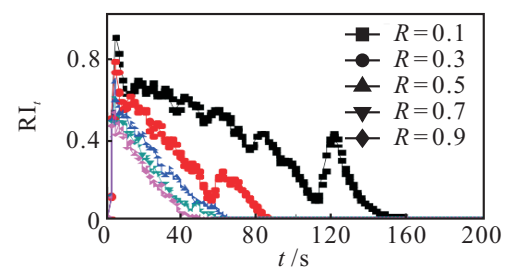
(c) NC network



(d) BA network (最小度节点)



(e) BA network (平均度节点)



(f) BA network (最大度节点)

图1 级联失效模型中不同 $R$ 值下 $RI_t$ 变化情况

考虑两种恢复率策略:所有节点随机概率恢复;节点恢复率与其初始度相关. 两种策略下的4类网络综合鲁棒性仿真结果如图2所示.

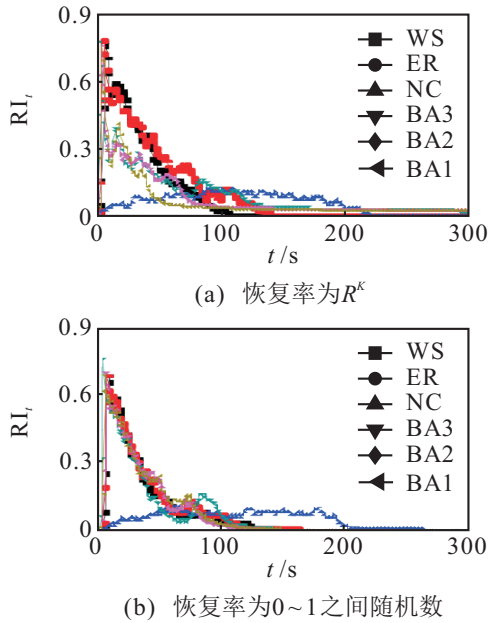


图2 不同概率恢复策略下4种网络RI<sub>t</sub>变化情况

由图2(a)可见,当所有节点恢复率为随机时,除了NC网络因其网络结构特性其鲁棒指标值与其他网络表现有所不同,其他3类网络的鲁棒性指标在级联失效过程中差异并不是特别大,表明该种策略下网络结构对于综合鲁棒性的影响不大. 而在节点恢复率与其初始度 $K$ 呈 $R^K$ 关系时(度大的故障节点通常由于连接关系的复杂性其恢复率会相应较低),4类网络的鲁棒性指标在级联失效过程中呈现出较大的差异. 相对而言,初始故障点为最小度节点的BA网络在初始迭代过程中呈现更好的鲁棒性,而WS网络则在迭代的后期更快地恢复到正常网络状态,表明该策略下,网络结构对鲁棒性有较大影响.

### 2.1.2 故障率参数 $f$ 值变化

研究级联失效模型中参数  $f$  变化时对网络综合鲁棒性指标  $RI_t$  的影响,此时设定参数  $R$  值为0.3,  $f$  值按0.1、0.3、0.5、0.7、0.9变化,分析4类网络综合鲁棒性指标值在迭代过程中的变化情况,仿真结果如图3所示.

由图3可见,随着迭代次数  $t$  的增加,网络综合恢复鲁棒性指标值  $RI_t$  由0开始先增大后逐渐变小最终又恢复到初始正常状态. 当  $f$  值较小时,网络经过较少次迭代即可得到完全恢复,表明  $f$  值越小网络发生级联失效的规模便越小,当  $f$  值为0.1时,4类网络模型几乎不会受到级联失效的影响,这是由于参数  $f$  过小使得在级联失效过程中与故障节点相连的邻居节点受到影响时,发生故障的概率非常低,从而导致

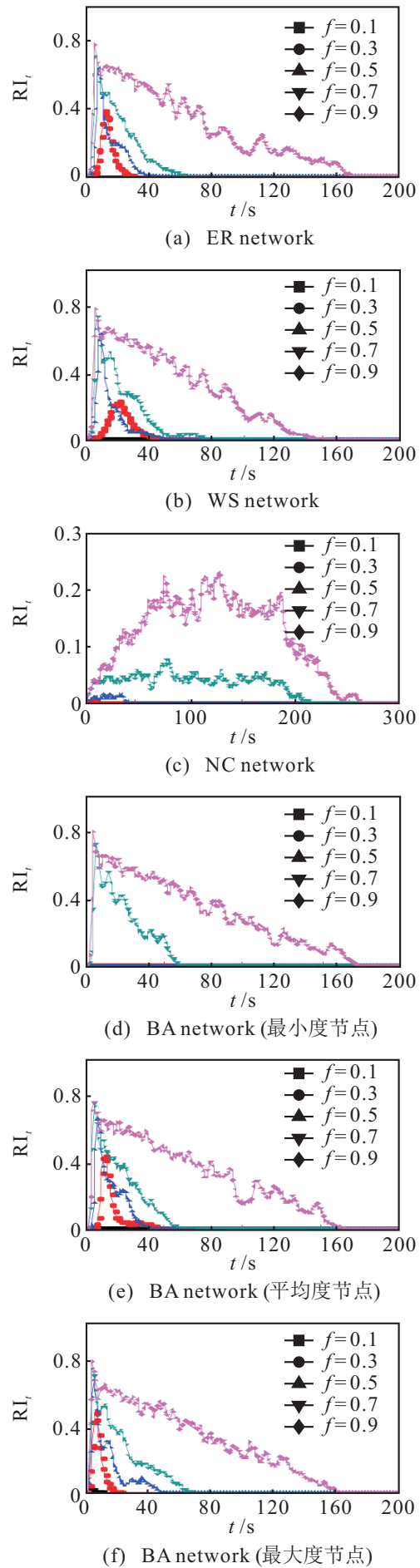


图3 级联失效模型中不同  $f$  值下  $RI_t$  变化情况 ( $R = 0.3$ )

故障传播的扩散范围很小,经过较少迭代即可恢复到初始正常状态.当 $f$ 值逐渐增大时,网络发生级联失效的规模就会随之增大,由于整个级联失效过程中恢复率 $R$ 为定值,整个网络完全恢复时所需迭代次数也随之增加.此外,由图3还可见,级联失效传播过程中 $RI_t$ 值的振荡幅度随着 $f$ 值的增加而增大,表明当 $f$ 值逐渐增大时,网络中正常运作的节点就越容易遭受级联失效的影响.图3(d)表明,当 $f$ 值为0.1、0.3和0.5时,初始故障节点最小度为3的BA网络几乎不会受到级联失效的影响;但是当初始故障节点为平均度节点和最大度节点时(图3(e)、图3(f)),BA网络会受到级联失效的影响且 $f$ 值越大影响也相应越大,这表明初始故障节点的度对BA网络发生级联失效的规模具有一定的影响.

### 2.1.3 鲁棒指标性能权衡分析

如前文所述,本文设计网络综合鲁棒指标包含节点鲁棒性和边鲁棒性两部分,并由参数 $\beta$ 进行调节.为探讨节点和边鲁棒性的性能权衡,需要对不同 $\beta$ 参数下网络综合鲁棒性进行仿真分析.设置 $\beta$ 值从0、0.2、0.4、0.6、0.8、1变化,仿真结果如图4所示,其中 $f = 0.8, R = 0.3$ .

由仿真结果看,在级联失效迭代传播过程的初期, $\beta$ 值较小时(边鲁棒性指标权重更大)网络综合鲁棒性较好,表明初始迭代阶段,相对于节点鲁棒性而言,边鲁棒性指标要更小,说明该阶段边鲁棒性指标对网络综合鲁棒性影响更大,占据主导地位.随着级联失效迭代次数的增加,发现 $\beta$ 值较大时(节点鲁棒性指标权重更大)网络综合鲁棒性更好,这表明随着级联失效的进行,节点鲁棒性指标变小,节点更多地恢复,而边的损坏比例相对较高,从而节点鲁棒性指标对网络综合鲁棒性影响更大,占据主导地位.综上, $\beta$ 值变化对于4类网络综合鲁棒性均具有影响,决策者需根据实际情况对其进行权衡和选择.

## 2.2 阶段 $T$ 恢复策略仿真分析

对级联失效模型采用阶段 $T$ 恢复策略机制,仿真 $T$ 值变化以及 $f$ 值变化时网络综合鲁棒性 $RI_t$ 的相应变化情况.

### 2.2.1 阶段恢复 $T$ 值变化

设定参数 $f = 0.8, T$ 值按2、4、6、8、10变化,分析4类网络级联失效模型下综合鲁棒性指标值的变化情况,仿真结果如图5所示.

由图5可见,随着迭代次数 $t$ 的增加,网络综合恢复鲁棒性指标值 $RI_t$ 由0开始先增大后逐渐变小最终恢复到初始正常状态.特别地,随着 $T$ 值的增大,4种

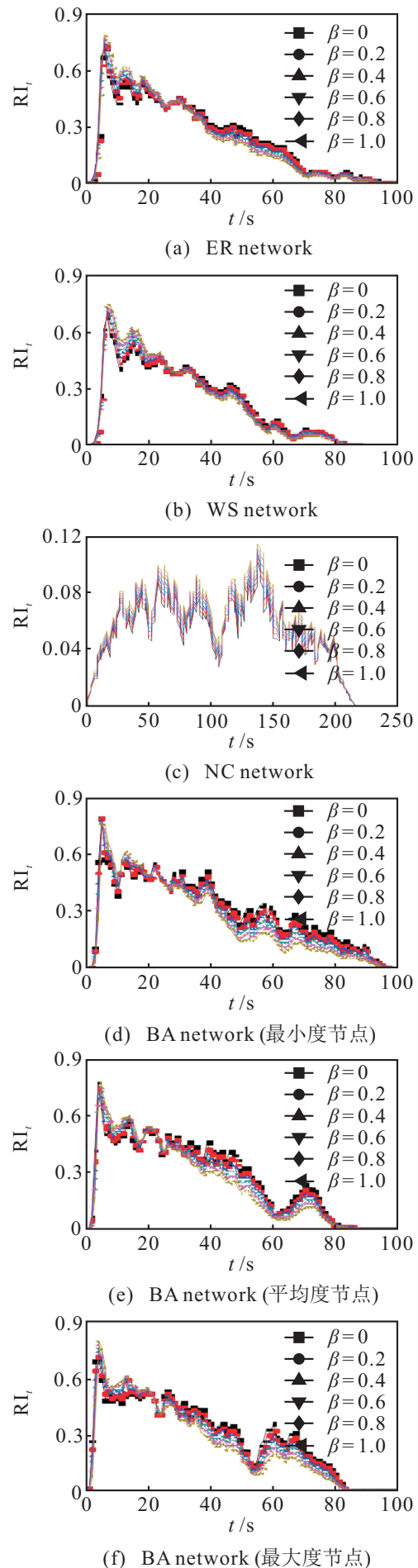


图4 概率 $R$ 恢复模型中不同 $\beta$ 值下 $RI_t$ 变化情况

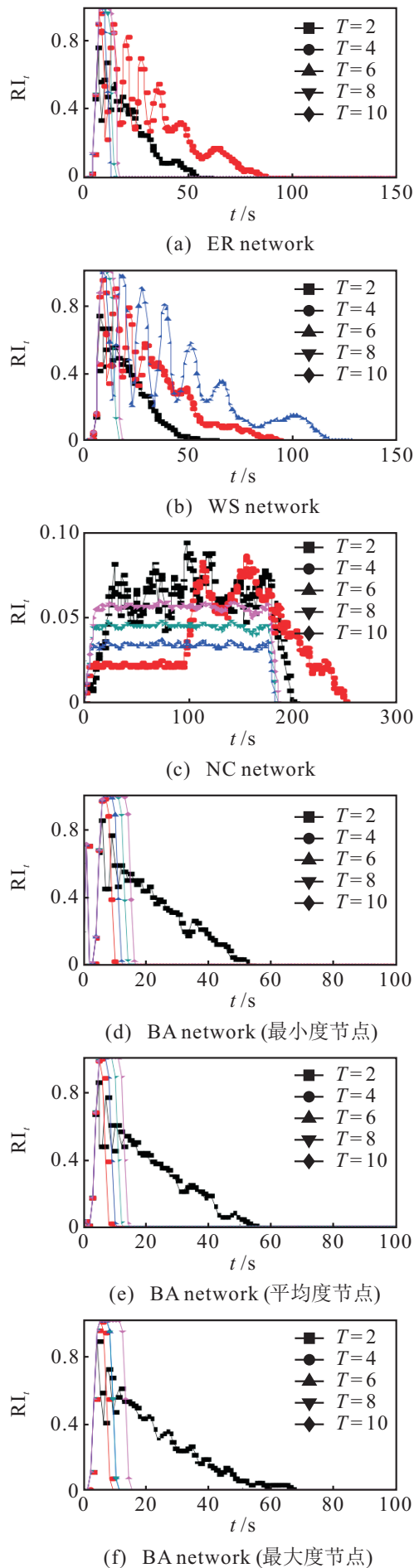


图5 级联失效模型中不同 $T$ 值下 $RI_t$ 变化情况

网络模型中的 $RI_t$ 值均呈现有突变现象,在ER和NC网络模型中发现,当 $T$ 值由4变为6时,图像中的 $RI_t$ 值呈现有突变现象.这表明,当 $T = 6$ 时,由于恢复阶段数较长,这两类网络中待恢复状态节点无法及时恢复,经过几次迭代网络中节点几乎全部损坏.然而,刚开始恢复时网络中大部分节点处于待恢复状态,无法产生更大规模的故障,从而使网络快速恢复到初始状态.而当 $T > 6$ 时,随着 $T$ 值的增加,网络综合鲁棒性指标自拐点后也相应逐渐增大,但增幅很小,这是由于此时网络中节点几乎全部损坏的特性所导致.类似地,在WS网络模型中发现,当 $T$ 值由6变为8时,图像中的 $RI_t$ 值呈现有突变现象;在BA网络模型中发现当 $T$ 值由2变为4时,图像中的 $RI_t$ 值呈现有突变现象.这些突变现象是由于采用阶段 $T$ 恢复策略时,起初小于 $T$ 值的迭代过程中故障节点不能及时恢复所造成.另外可知,NC网络模型中的 $RI_t$ 值在级联失效过程中的振荡频率和持续时间远大于其他3种网络,且级联失效规模远小于其他3种网络,这是由于NC网络的耦合特性所造成的.同时由图5还可见,随着迭代次数 $t$ 的增加,网络综合恢复鲁棒性指标值 $RI_t$ 的振荡频率呈递减趋势,表明网络节点及连接边在级联失效过程中逐渐趋于稳定.此外,图5(d)~图5(f)表明,当阶段恢复 $T$ 值变化时,初始故障节点的度对BA网络综合鲁棒性指标值并没有明显的影响.

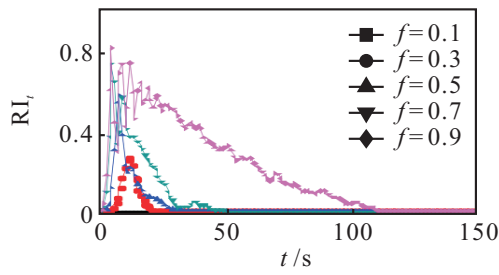
### 2.2.2 故障率参数 $f$ 值变化

设定参数 $T = 2$ ,  $f$ 值按0.1、0.3、0.5、0.7、0.9变化,分析各网络级联失效模型下综合鲁棒性指标值的变化情况,仿真结果如图6所示.

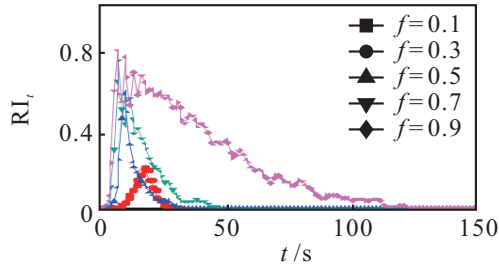
由图6可见,随着迭代次数 $t$ 的增加,网络综合鲁棒性指标值 $RI_t$ 呈现先增后减的变化趋势.与概率恢复策略下的情况类似,随着 $t$ 值的增加,网络发生级联失效的规模逐渐增大,且网络综合鲁棒性指标值 $RI_t$ 的振荡频率和幅度也在增大;当 $f$ 值较小时, $RI_t$ 值经过较少次的迭代即可恢复到初始状态.此外,由图6还可见,当 $f$ 值等于0.1和0.3时,4种网络模型受到级联失效的影响非常小,其原因与概率恢复策略下的仿真结果分析类似.而图6(d)~图6(f)表明,阶段 $T$ 恢复策略下,初始故障节点的度对BA网络发生级联失效的规模具有一定的影响.

### 2.2.3 鲁棒指标性能权衡分析

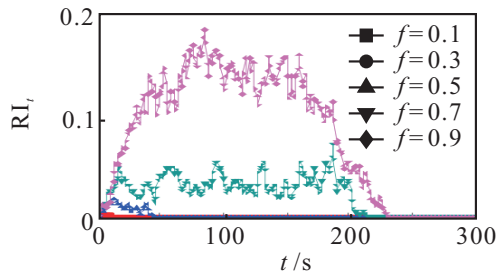
考虑阶段 $T$ 恢复策略下参数 $\beta$ 值变化时,节点和边鲁棒性的性能权衡.设置 $\beta$ 值从0、0.2、0.4、0.6、0.8、1变化,网络综合鲁棒性指标仿真结果如图7所示,其中 $f = 0.8, T = 2$ .



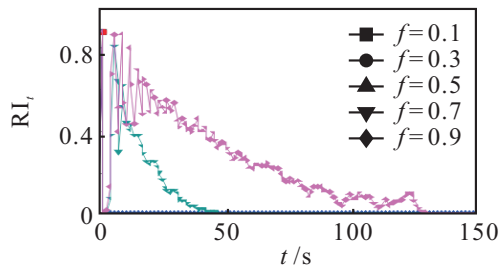
(a) ER network



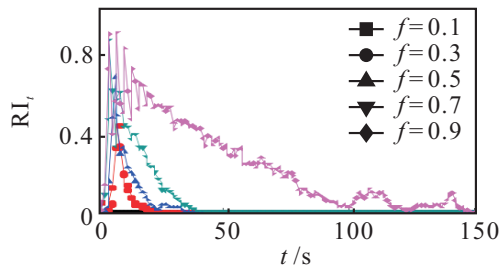
(b) WS network



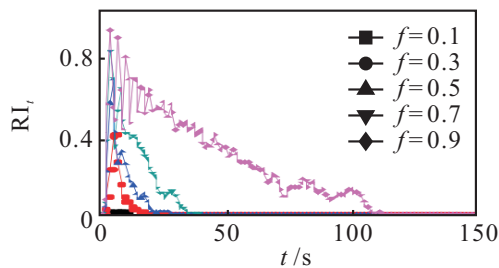
(c) NC network



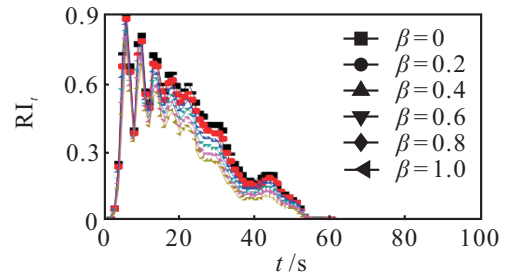
(d) BA network (最小度节点)



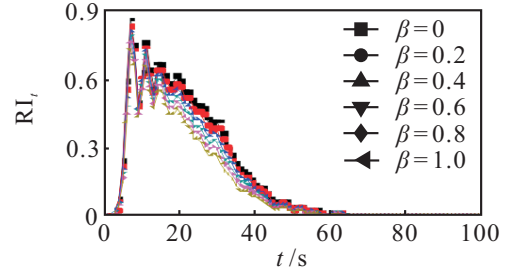
(e) BA network (平均度节点)



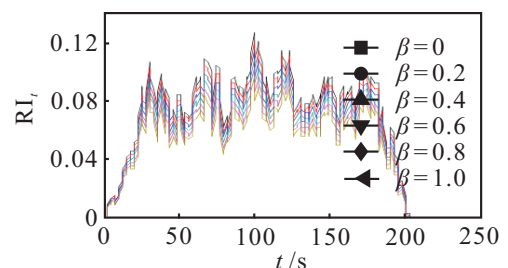
(f) BA network (最大度节点)



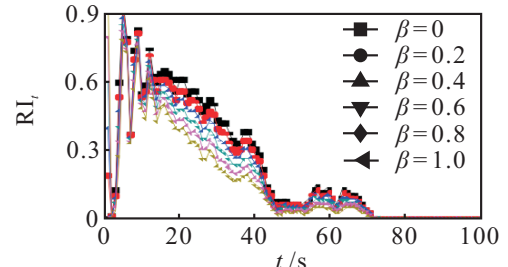
(a) ER network



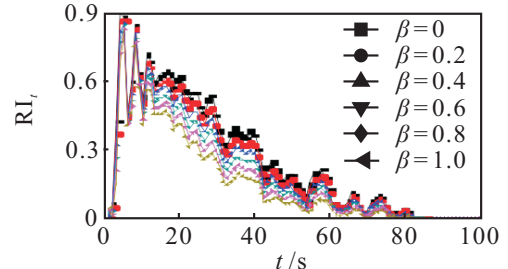
(b) WS network



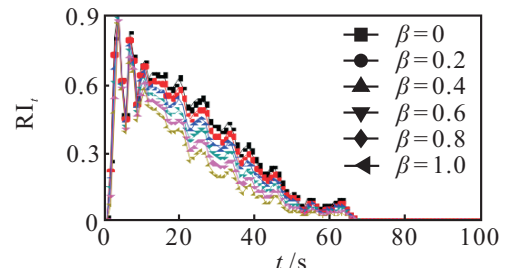
(c) NC network



(d) BA network (最小度节点)



(e) BA network (平均度节点)



(f) BA network (最大度节点)

图6 级联失效模型中不同  $f$  值下  $RI_t$  变化情况 ( $T = 2$ )

图7 阶段  $T$  恢复策略模型中不同  $\beta$  值下  $RI_t$  变化情况

由图7可见,随着级联失效迭代过程的进行,网络综合鲁棒性指标在不同 $\beta$ 值下呈现出一致的变化趋势,即节点鲁棒性指标始终占据主导地位.这种结果的差异是由于阶段 $T$ 恢复策略本身特性所导致(即故障节点经过 $T$ 个阶段网络迭代必然恢复),与概率恢复策略不同,这使得节点的损失比例情况相对于边而言始终较低.此外,从仿真结果看, $T$ 次迭代恢复策略下 $\beta$ 值变化引起的网络综合鲁棒性指标值的波动也比概率恢复策略下的波动要大.

### 2.3 非恢复及重复失效策略仿真比较分析

考虑到现有文献大都并未考虑故障节点恢复以及网络节点重复失效的现实特点,本文对所提出模型仿真结果与未考虑这两种特点的网络鲁棒性结果进行对比和分析,结果如图8所示,其中 $f = 0.8$ .

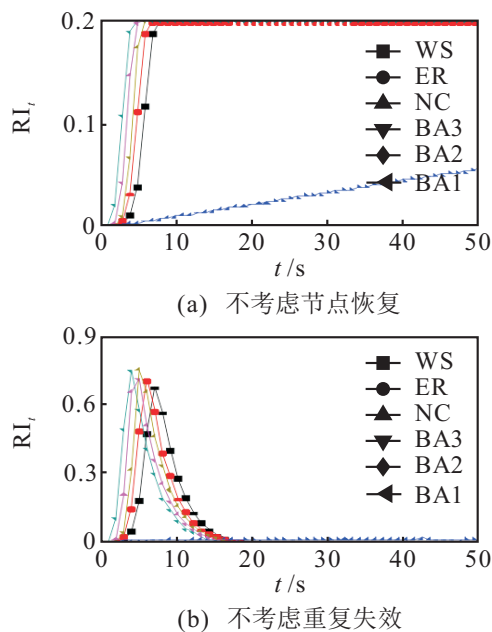


图8 概率恢复模型策略下4种网络 $RI_t$ 变化情况

由图8(a)可见,不考虑恢复策略的级联失效模型,在较少的几次失效传递后,WS、ER、BA网络均完全失效,NC网络则呈现均匀失效的状态.而考虑节点恢复但不考虑节点重复失效的网络鲁棒性仿真结果(图8(b)),WS、ER、BA三类网络鲁棒性指标均是在较快达到一个极大值(最坏情况)后,又较快恢复,曲线呈现出比较对称的形态.

## 3 结论

本文提出了 $T$ 次迭代恢复和概率恢复两种恢复策略机制,并构建了网络节点故障概率 $f_i^{\varphi(x_i)}$ 函数,在此基础上分析了级联失效过程并构建级联失效模型.此外,针对级联失效模型中各参数变化对网络综合鲁棒性指标变化进行了仿真.研究结果表明,概率恢复策略机制下,随恢复率 $R$ 值的增大网络级联失效

规模会减小,综合鲁棒性指标 $RI_t$ 变小,网络恢复所需迭代次数也相应减少;随着 $f$ 值的增大,网络级联失效规模变大, $RI_t$ 值也相应增大.阶段 $T$ 恢复策略机制下,随着 $T$ 值增大, $RI_t$ 值呈现有突变现象,主要是由于 $T$ 值达到一定阈值时故障节点不能及时恢复的特性所造成的.此外,4类网络综合鲁棒性指标均随着参数 $\beta$ 值变化而相应变化,表明 $\beta$ 值对边鲁棒性和节点鲁棒性的性能权衡具有影响.以上结果有效地反映了实际网络中节点发生故障后恢复运作的现象和特征,本文的研究成果一定程度上丰富了复杂网络鲁棒性理论,为研究复杂网络恢复过程中的网络结构优化、级联失效的控制和防范提供了参考和理论支撑.此外,由于实际网络往往不是孤立的,而是存在关联耦合的关系,针对关联网络研究具有恢复特性的级联失效问题具有实际意义和挑战性.另外,故障在网络中传播时对其他节点的影响通常不是实时的,因此考虑故障传播的时滞性特征亦是未来的研究方向之一.

### 参考文献(References)

- [1] 段东立, 吴俊, 邓宏钟, 等. 基于可调负载重分配的复杂网络级联失效模型[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(1): 203-208.  
(Duan D L, Wu J, Deng H Z, et al. Cascading failure model of complex networks based on tunable load redistribution[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2013, 33(1): 203-208.)
- [2] 李钊, 郭燕慧, 徐国爱, 等. 复杂网络中带有应急恢复机理的级联动力学分析[J]. 物理学报, 2014, 63(15): 158901.  
(Li Z, Guo Y H, Xu G A, et al. Analysis of cascading dynamic in complex networks with an emergency recovery mechanism[J]. Acta Physica Sinical, 2014, 63(15): 158901.)
- [3] Wang J W, Rong L L. A model for cascading failure in scale-free networks with a breakdown probability[J]. Physica A, 2009, 388(7): 1289-1298.
- [4] 阮逸润, 老松杨, 王竣德, 等. 基于邻域相似度的复杂网络节点重要度评估算法[J]. 物理学报, 2017, 66(3): 038902.  
(Ruan Y R, Lao S Y, Wang J D, et al. Node importance measurement based on neighborhood similarity in complex network[J]. Acta Physica Sinical, 2017, 66(3): 038902.)
- [5] 周漩, 张凤鸣, 周卫平, 等. 利用节点效率评估复杂网络功能鲁棒性[J]. 物理学报, 2012, 61(19): 190201.  
(Zhou X, Zhang F M, Zhou W P, et al. Evaluating complex network functional robustness by node efficiency[J]. Acta

- Physica Sinical, 2012, 61(19): 190201.)
- [6] Barabasi A L, Bonabeau E. Scale-free networks[J]. Science Americal, 2003, 288(5): 60-69.
- [7] Watts D J. The “new” science of networks[J]. Annual Review of Sociology, 2004, 30(5): 243-270.
- [8] 汪小帆, 李翔, 陈关荣. 复杂网络理论及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006: 72-101.  
(Wang X F, Li X, Chen G R. Complex network theory and its application[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006: 72-101.)
- [9] Chen S M, Pang S P, Zou X Q. An LCOR model for suppressing cascading failure in weighted complex networks[J]. Chinese Physics B, 2013, 22(5): 626-631.
- [10] 王建伟, 荣莉莉. 基于负荷局域择优重新分配原则的复杂网络上的相继故障[J]. 物理学报, 2009, 58(6): 3714-3721.  
(Wang J W, Rong L L. Cascading failures on complex networks based on the local preferential redistribution rule of the load[J]. Acta Physica Sinical, 2009, 58(6): 3714-3721.)
- [11] 王建伟, 荣莉莉, 王铎. 基于节点局域特征的复杂网络上相继故障模型[J]. 管理科学学报, 2010, 13(8): 42-50.  
(Wang J W, Rong L L, Wang D. Model for cascading failures on complex networks based on local characteristics of nodes[J]. J of Management Sciences in China, 2010, 13(8): 42-50.)
- [12] Bao Z J, Cao Y J, Ding L J, et al. Synergetic behavior in the cascading failure propagation of scale-free coupled map lattices[J]. Physica A, 2008, 387(23): 5922-5929.
- [13] Chen S M, Xu Y F, Nie S. Robustness of network controllability in cascading failure[J]. Physica A, 2017, 471(1): 536-539.
- [14] Wu J J, Gao Z Y, Sun H J. Effects of the cascading failure on scale-free traffic networks[J]. Physica A, 2007, 378(2): 505-511.
- [15] Sun H J, Gao Z Y. Dynamical behaviors of epidemics on scale-free networks with community structure[J]. Physica A, 2007, 381(15): 491-496.
- [16] Liu J, Xiong Q Y, Shi X, et al. Robustness of complex networks with an improved breakdown probability against cascading failure[J]. Physica A, 2016, 456(15): 302-309.
- [17] Grilo M, Fadigas I S, Miranda J G V, et al. Robustness in semantic networks based on cliques[J]. Physica A, 2017, 472(15): 94-102.
- [18] Jiang Z Y, Ma J F, Shen Y L, et al. Effects of link-orientation methods on robustness against cascading failures in complex networks[J]. Physica A, 2016, 457(1): 1-7.
- [19] Wang J W, Jiang C, Qian J F. Robustness of interdependent networks with different link patterns against cascading failure[J]. Physica A, 2014, 393(1): 535-541.
- [20] Tang L, Jing K, He J, et al. Robustness of assemble supply chain networks by considering risk propagation and cascading failure[J]. Physica A, 2016, 459(1): 129-139.
- [21] 唐亮, 何杰, 靖可. 关联供应链网络级联失效机理及鲁棒性研究[J]. 管理科学学报, 2016, 19(11): 33-43.  
(Tang L, He J, Jing K. Cascading failure mechanism and robustness of interdependent supply chain networks[J]. J of Management Sciences in China, 2016, 19(11): 33-43.)
- [22] 肖延东, 老松杨, 侯绿林, 等. 基于节点负荷失效的网络可控性研究[J]. 物理学报, 2013, 62(18): 180201.  
(Xiao Y D, Lao S Y, Hou L L, et al. Network controllability based on node overloaded failure[J]. Acta Physica Sinical, 2013, 62(18): 180201.)
- [23] 丁超, 姚宏, 杜军, 等. 基于社团划分的复杂网络级联抗毁攻击策略[J]. 计算机应用, 2014, (34)(6): 1666-1667.  
(Ding C, Yao H, Du J, et al. Cascading invulnerability attack strategy of complex network via community detection[J]. J of Computer Applications, 2014, 34(6): 1666-1667.)
- [24] 王建伟, 荣莉莉. 面向相继故障的复杂网络上边袭击策略研究[J]. 系统工程学报, 2011, 26(1): 1-8.  
(Wang J W, Rong L L. Study of cascading failure-oriented attack on the edges of complex networks[J]. J of System Engineering, 2011, 26(1): 1-8.)
- [25] 段东立, 武小悦. 基于可调负载重分配的无标度网络连锁效应分析[J]. 物理学报, 2014, 63(3): 030501.  
(Duan D L, Wu X Y. Cascading failure of scale-free networks based on a tunable load redistribution model[J]. Acta Physica Sinical, 2014, 63(3): 030501.)
- [26] 王健, 刘衍衍, 张程, 等. Internet级联动力学分析与建模[J]. 软件学报, 2010, 21(8): 2050-2058.  
(Wang J, Liu Y Y, Zhang C, et al. Analyzing and modeling cascading dynamics if internet[J]. J of Software, 2010, 21(8): 2050-2058.)
- [27] Gao J X, Buldyrev S V, Havlin S, et al. Robustness of a network formed by n interdependent networks with a one-to-one correspondence dependent nodes[J]. Physical Review E, 2012, 85(6): 036116.
- [28] 邓宏钟, 吴俊, 李勇. 双层小世界网络中的级联失效模型与分析[J]. 计算机仿真, 2008, 25(10): 150-153.  
(Deng H Z, Wu J, Li Y. Analysis of cascading failure model for two-layer small-world networks[J]. Computer Simulation, 2008, 25(10): 150-153.)