

# 基于文化萤火虫算法的足球机器人动态路径规划

薛 晗<sup>†</sup>, 邵哲平, 潘家财, 方琼林

(集美大学 航海学院, 福建 厦门 361021)

**摘要:** 提出一种基于文化算法框架的萤火虫优化算法, 结合动态避障和滑模控制求解足球机器人动态路径规划问题, 并利用数学定理证明算法的收敛性. 根据足球机器人在比赛中承担任务的分工不同, 分别对进攻和防守两种角色进行分析讨论, 进攻时结合动态避障的方法平滑和修正规划的路径; 防守时通过滑模控制跟踪足球或对手机器人的轨迹, 利用 CFA 算法进行整定优化滑模控制的参数, 计算出机器人的运行速度和角速度. 以足球机器人比赛实例进行测试, 实验结果证实所提出算法无论对无碰撞危险还是有多个障碍物机器人碰撞危险等不同情况, 都具备有效性和高效性. 考察路径采样点数、种群数量和进化迭代次数等参数变化对收敛性能的影响, 并将所提出算法与 PSO 和 ACO 等进化计算算法进行性能比较, 验证了算法更容易搜索到全局最优解, 有更好的收敛性能.

**关键词:** 文化算法; 萤火虫算法; 避障; 路径规划; 滑模控制; 足球机器人

中图分类号: TP18

文献标志码: A

## Cultural firefly algorithm for dynamic path planning of soccer robot

XUE Han<sup>†</sup>, SHAO Zhe-ping, PAN Jia-cai, FANG Qiong-lin

(Institute of Navigation, Jimei University, Xiamen 361021, China)

**Abstract:** In this paper, combined with dynamic collision prevention and sliding mode control, a firefly algorithm based on the framework of a cultural algorithm is proposed to solve the dynamic path planning for the soccer robot problem. The convergence of the algorithm is proved by the mathematical theorem. According to the different tasks of the robot soccer in the competition, two roles of attack and defense are analyzed and discussed respectively. When attacking, combined with the method of dynamic collision avoidance, the path is smoothed and corrected. When defending, the trajectory of the ball or opponent robot is tracked based on sliding mode control, and the parameters of sliding mode control are optimized using the CFA algorithm. Thus the speed and angular velocity of the robot are computed. The robot soccer games are used to test the new algorithm. The experimental results confirms that the CFA has effectiveness and efficiency, regardless of without risk of collision, or with risk of collision when encountering different obstacle robots. The effects of different parameters on the convergence performance are tested, such as path sampling points, population scale and evolutionary iteration number. Compared with the PSO, ACO and other famous evolutionary algorithms, it is verified that the proposed algorithm is easier to search the global optimal solution and has better convergence performance.

**Keywords:** cultural algorithm; firefly algorithm; collision prevention; path planning; sliding mode control; robot soccer

## 0 引 言

国际机器人足球竞赛由 Jong-Hwan Kim 于 1995 年提出, 目前影响最大的是 FIRA 和 RoboCup 两类, 涉及多学科的综合运用. 机器人路径规划是其中重要的环节之一, 是指寻找一条从机器人初始点到目标终点的路线, 以满足路径长度最短、避免碰撞、与所跟踪轨迹的跟踪误差最小等优化原则和目标. 足球机器

人路径规划需要考虑与同伴机器人和对手机器人之间的避障, 因此属于实时环境下的动态路径规划. 在国内外的研究中, 文献 [1] 采用基于 Bezier 曲线的算法, 定义贝塞尔曲线所需的边界条件与机器人和球的估计初始状态相一致; 当机器人接近一个在该领域的移动障碍物时, 进行减速并转到另一个贝塞尔路径以使偏离估计目标位置. 文献 [2] 利用栅格法描述障

收稿日期: 2017-06-26; 修回日期: 2017-12-25.

基金项目: 国家自然科学基金项目(51579114).

责任编辑: 程龙.

作者简介: 薛晗(1982—), 女, 讲师, 博士, 从事智能控制及其应用等研究; 邵哲平(1964—), 男, 教授, 博士, 从事交通信息工程及控制等研究.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: imlmd@163.com

碍物环境信息,利用进化人工势场法对避障路径进行优化.文献[3]提出了基于预测控制的静态场景下的避障路径规划仿真,在每个周期不断更新期望轨迹.

然而,现有的智能算法不能完美地解决此问题,例如存在运算速度、存储空间、局部收敛等多方面问题.文化算法(Cultural algorithm, CA)<sup>[4-6]</sup>是一种双层进化机制,具备支持多层次种群空间和信念空间并存的多层次结构等优点.萤火虫算法(Firefly algorithm, FA)<sup>[7-10]</sup>是一种模拟自然界中成虫发光的生物学特性优化算法,具备参数较少、操作简单且稳定性较好等优点.本文结合两种算法的优点,提出一种基于文化算法框架的萤火虫优化算法(Cultural firefly algorithm, CFA),并证明新算法的收敛性.根据足球机器人在比赛中承担任务的分工不同,分别对进攻和防守两种角色进行分析讨论.在进攻时结合动态避障的方法,利用CFA算法平滑和修正规划的路径;在防守时跟踪足球或对手机器人的轨迹,利用滑模控制进行轨迹规划,并用CFA算法进行整定优化滑模控制的参数,计算出机器人的运行速度和角速度.所提出算法用于解决足球机器人动态避障问题,从而扩展了CFA算法的应用领域,同时为有效解决足球机器人路径规划问题提供了科学依据.

## 1 CFA算法

文化算法是一种包含信仰空间与种群空间的双层进化系统,种群空间的演化可以由信仰空间中保存的知识引导.

### 1.1 CFA算法模型

萤火虫个体*i*相对个体*j*的荧光亮度为

$$I_i = I_{0i}e^{-\gamma r_{ij}}, \quad (1)$$

其中: $I_{0i}$ 为个体*i*的最大荧光亮度,与其目标函数相关,目标函数越优则亮度越高; $\gamma$ 为光强吸收系数; $r_{ij}$ 为萤火虫个体*i*与*j*之间的距离,计算如下:

$$r_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^d (x_{ik} - x_{jk})^2}, \quad (2)$$

$d$ 为问题的维数.萤火虫个体*i*与*j*间吸引力为

$$\beta = \beta_0 e^{-\gamma r_{ij}^2}, \quad (3)$$

其中 $\beta_0$ 为个体最大吸引力.若个体*j*的亮度高于个体*i*的亮度,即 $I_j > I_i$ ,则个体*j*吸引个体*i*向自己方向移动,其位置更新为

$$x_i(t+1) = x_i(t) + \beta[x_j(t) - x_i(t)] + \lambda[\text{rand} - 0.5]. \quad (4)$$

其中: $\lambda$ 为步长,rand为[0,1]间均匀分布的随机数.

信仰空间由在进化过程中获取的经验和知识组

成,根据现有的种群经验(如最好个体以及新个体经验)进行更新.利用当前最优个体 $x_{\text{best}}$ 更新信仰空间Belief的知识 $b(t)$ ,有

$$b(t+1) = \begin{cases} x_{\text{best}}(t), & f(x_{\text{best}}(t)) < f(b(t)); \\ b(t), & \text{Otherwise.} \end{cases} \quad (5)$$

信仰空间Belief通过如下规则影响种群空间:

$$x_{ik}(t+1) = \begin{cases} x_{ik}(t) + |\text{size}_i N(0,1)|, & x_{ik}(t) < b_j(t); \\ x_{ik}(t) - |\text{size}_i N(0,1)|, & x_{ik}(t) > b_j(t); \\ x_{ik}(t) + \text{size}_i N(0,1), & x_{ik}(t) = b_j(t). \end{cases} \quad (6)$$

其中: $N(0,1)$ 为服从标准正态分布的随机数, $\text{size}_i$ 为Belief中变量*i*可调整区间的长度, $x_{ik}(t)$ 为第*t*次迭代中第*i*个个体中第*k*维分量.

### 1.2 CFA算法的收敛性分析

**定理1** FA所表示的Markov链是有限时齐的.

**证明** 萤火虫个体位置更新的转移矩阵为

$$P(x_{t+1} = j | x_t = i, x_{t-1} = i_{t-1}, \dots, x_0 = i_0) =$$

$$P(x_{t+1} = j | x_t = i) = P_{ij}. \quad \square$$

**定理2** CFA中Belief的状态的随机变化属于有限齐次Markov链.

**证明** CFA中Belief用来记录搜索过程中的进化知识,CFA对目标最优值的搜索是在离散的、有限的空间中进行的,用来记录的Belief也是有限的.同时,Belief每一次状态转移概率只与其当前状态有关,而与时间*t*无关.因此,CFA的Belief状态随机变化属于有限齐次Markov链.  $\square$

**定理3** CFA依概率1全局收敛.

**证明** 设信念空间Belief的状态空间为 $\Omega_g$ ,局部状态空间为 $\Omega_1$ ,整个信念空间状态空间可表示为

$$\Pi = \{(I_g, I_s) | I_g \in \Omega_g, I_s \in \Omega_1\}.$$

其中: $I_g$ 为全局知识集, $I_s$ 为萤火虫群体空间的局部集. $\Pi$ 为闭集, $\Pi$ 中的状态是相通的,所以 $\Pi$ 中状态为常返状态.  $\square$

### 1.3 CFA算法流程

CFA的伪代码如下所示.

**算法1** Cultural firefly algorithm.

Require: Algorithm parameters  $\beta_0, \gamma, \lambda$ .

1: Output: Global extremum, optimal individual.

2: Initialize opulation space, such as the position of the firefly

3: Compute the fitness of each firefly as its max brightness  $I_0$

- 4: Initialize Belief Space
- 5: for  $t = 1$  to  $t = \max$  do
- 6: Compute the relative brightness of the firefly  $I$  using (1)
- 7: Compute the attractive force of the firefly  $\beta$  using (3)
- 8: Update the position of the firefly using (4)
- 9: Recompute the brightness of the firefly
- 10: Update Belief space using (5)
- 11: Influence population space using (6)
- 12:  $t \leftarrow t + 1$
- 13: end for

## 2 动态路径规划

### 2.1 碰撞预测模型

设机器人速度与障碍物相对速度的夹角为 $\theta$ , 机器人与障碍物间连线与机器人当前速度的夹角为 $\alpha_1$ , 机器人障碍物间连线与障碍物当前速度的夹角为 $\alpha_2$ , 如图1所示.

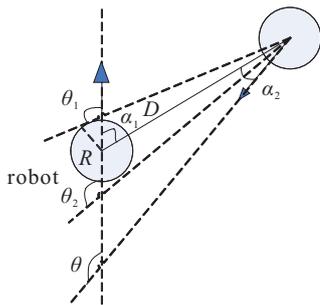


图1 机器人与障碍物位置图

由图1中几何关系可以得出下式:

$$\theta = 180^\circ - \alpha_1 + \alpha_2. \quad (7)$$

设机器人最大半径为 $R$ , 机器人与障碍物的当前距离为 $D$ , 可计算出上避障角 $\theta_1$ 和下避障角 $\theta_2$ 分别为

$$\theta_1 = 180^\circ - \alpha_1 - \arcsin \frac{R}{D}, \quad (8)$$

$$\theta_2 = 180^\circ - \alpha_1 + \arcsin \frac{R}{D}. \quad (9)$$

判断机器人与障碍物即将碰撞的条件为 $\theta_1 < \theta < \theta_2$ , 化简后可得

$$\alpha_2 < \arcsin \frac{R}{D}. \quad (10)$$

设机器人的位置为 $(x_r, y_r)$ , 机器人的速度为 $v_r = (v_{rx}, v_{ry})$ , 障碍物的位置为 $(x_o, y_o)$ , 障碍物的速度为 $v_o = (v_{ox}, v_{oy})$ , 则机器人与障碍物的距离为

$$D = \sqrt{(x_r - x_o)^2 + (y_r - y_o)^2}; \quad (11)$$

机器人与障碍物的相对速度为

$$v = \sqrt{(v_{rx} - v_{ox})^2 + (v_{ry} - v_{oy})^2}; \quad (12)$$

机器人与障碍物的相对速度方向为

$$\varphi = \arctan \frac{v_{rx} - v_{ox}}{v_{ry} - v_{oy}}; \quad (13)$$

障碍物相对于机器人的方向为

$$\alpha = \arctan \frac{x_r - x_o}{y_r - y_o}; \quad (14)$$

机器人与障碍物的最近会遇距离 (Distance to closest point of approach, DCPA) 为

$$DCPA = D \sin(\varphi - \alpha - \pi); \quad (15)$$

机器人与障碍物的最近会遇时间 (Time to closest point of approach, TCPA) 为

$$TCPA = \frac{D \cos(\varphi - \alpha - \pi)}{v_o}. \quad (16)$$

当式(10)条件成立时, 机器人要立刻进行转向或变速运动, 这时可采用进化避碰来规避动态障碍物, 以发现动态目标时的坐标点作为新的进化起始点, 以避碰结束后的安全点作为进化终点.

机器人路径规划和避碰的流程如下: 首先进行路径规划, 并根据当前局面进行碰撞检测. 如果检测到没有碰撞危险, 则行进一步, 重新进行路径规划, 以此类推. 如果检测到有碰撞危险, 则进行转向, 直到碰撞危险消除位置, 接着以机器人当前位置作为新起点重新开始路径规划.

### 2.2 进攻情况下基于CFA的轨迹规划

将路径上每个采样点的横纵坐标序列作为算法的编码内容. 进攻情况下算法的目标函数是在满足上述避碰的前提下, 所规划出的路径最短且路径最平滑. 设路径采样点数为 $N$ , 每个采样点的坐标为 $(x_i, y_i) (1 \leq i \leq N)$ , 则路径总长度为

$$L = \sum_{i=1}^{N-1} \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}. \quad (17)$$

相邻采样点用线段相连, 共可构成 $N - 1$ 条线段, 相邻子线段间夹角之和越小, 表明总路径越平滑. 设 $l_i (1 \leq i \leq N)$ 为连结 $(x_i, y_i)$ 与 $(x_{i+1}, y_{i+1})$ 的线段,  $\xi(l_i, l_{i+1})$ 表示从线段 $l_i$ 转向线段 $l_{i+1}$ 所转的最小角度, 则路径的平滑程度可计算为

$$\Phi = \sum_{i=1}^{N-1} \xi(l_i, l_{i+1}). \quad (18)$$

优化的性能指标是最小化下式:

$$J_1 = \sigma_1 L + \frac{\sigma_2}{m} \sum_{i=1}^{N-1} DCPA_i + \frac{\sigma_3}{m} \sum_{i=1}^{N-1} TCPA_i + \sigma_4 \sum_{i=1}^{N-1} \xi(l_i, l_{i+1}). \quad (19)$$

其中: $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ 均为权重系数;  $m$ 为障碍物机器人

的总数;  $DCPA_i$  为机器人与第  $i$  号障碍物机器人的最近会遇距离;  $TCPA_i$  为机器人与第  $i$  号障碍物机器人的最近会遇时间.

### 2.3 防守情况下基于CFA的滑模轨迹规划

在防守情况下, 机器人以球或者对手机器人的运动为目标进行轨迹跟踪. 令  $v_x$  和  $v_y$  分别为我方机器人的速度水平分量和速度垂直分量,  $\psi$  为我方机器人的运动角度,  $\omega$  为我方机器人的运动角速度. 机器人的运动学方程<sup>[11]</sup>为

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & 0 \\ \sin \psi & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}. \quad (20)$$

设跟踪误差为  $x_e = x - \bar{x}, y_e = y - \bar{y}$ ,  $\bar{x}$  和  $\bar{y}$  分别为对手的行动路径的横坐标和纵坐标, 取控制律为

$$v_x = \dot{\bar{x}} - k_1 x_e, v_y = \dot{\bar{y}} - k_2 y_e, \quad (21)$$

其中  $k_1, k_2$  为正实数. 取 Lyapunov 函数  $V = x_e^2/2 + y_e^2/2 \geq 0$ , 则有

$$\begin{aligned} \dot{V} &= x_e \dot{x}_e + y_e \dot{y}_e = x_e(v_x - \dot{\bar{x}}) + y_e(v_y - \dot{\bar{y}}) = \\ &= -k_1 x_e^2 - k_2 y_e^2 \leq 0, \end{aligned} \quad (22)$$

故系统稳定.

控制参数的选取关系到系统的控制性能指标, 利用本文提出的 CFA 算法进行参数整定优化, 使得如下系统的控制性能指标最小:

$$J_2 = \int_0^{t_f} (x(t) - \bar{x}(t))^2 + (y(t) - \bar{y}(t))^2 dt, \quad (23)$$

其中  $t_f$  为跟踪控制所用的时间.

## 3 实例与分析

### 3.1 实例介绍

CFA 算法测试于 Intel(R) Core(TM) i3-4150T CPU 3.00 GHz, 内存 4.00 GB 的 64 位操作系统、基于 x64 的处理器上. 初始参数设置如下: 路径采样点数为 50, 种群规模为 150, 最大迭代次数为 100. 场地划分为中圈、球门区、罚球区、角旗区、边线等.

### 3.2 实验结果

考虑两个障碍物机器人的环境, 验证避障的有效性. 图 2 为避开多个障碍物机器人的动态过程, 由图 2 可见, 机器人能够避开两个障碍物机器人, 重新开始新的全局路径规划. 机器人的半径尺寸为 0.3 m, 运动速度不超过 2 m/s.

### 3.3 防守时动态轨迹跟踪

对防守式动态轨迹跟踪进行测试, 如图 3 所示; 图 4 为防守时位置跟踪曲线; 图 5 为防守时速度、角度和角速度跟踪曲线.

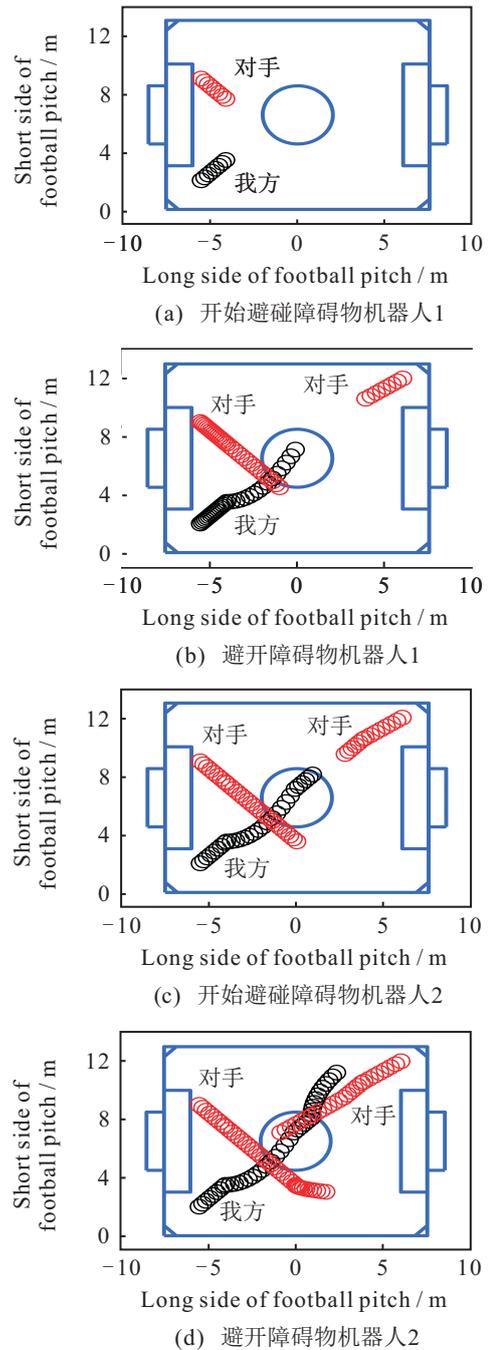


图 2 避开多个障碍物机器人

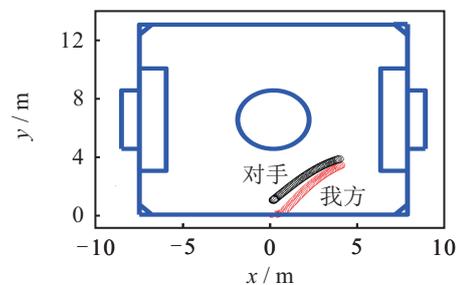


图 3 防守时动态轨迹跟踪图

### 3.4 参数影响分析

为了了解各个主要参数对算法计算性能的影响, 分别对路径采样点数、种群规模大小、最大迭代次数等参数取不同数值, 统计其计算最优值. 表 1 为不同

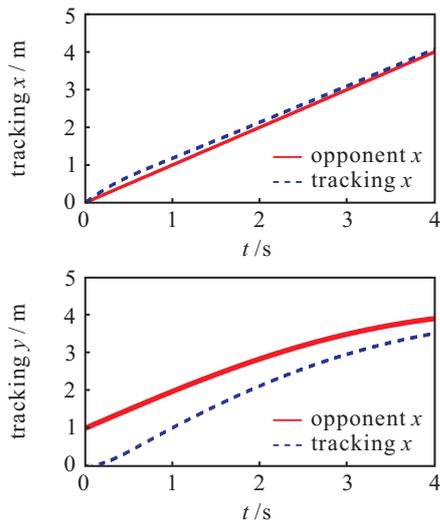


图4 防守时位置跟踪曲线

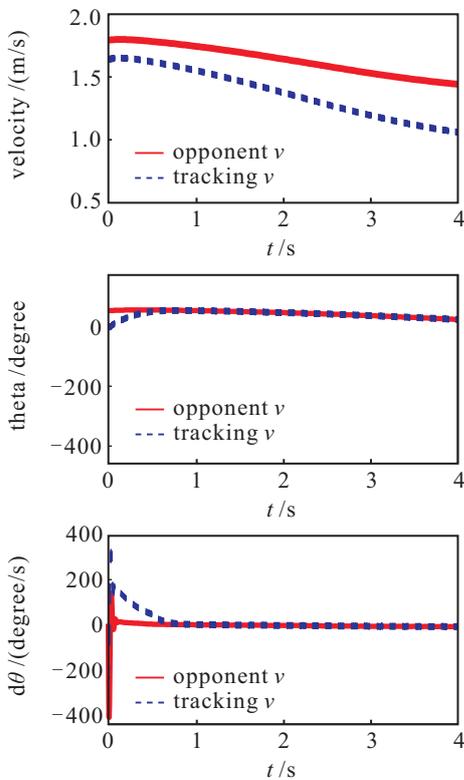


图5 防守时速度、角度和角速度跟踪曲线

表1 不同路径采样点数的计算最优值

序号	45	50	55	60
1	9.9780	9.9026	9.8750	9.8743
2	9.9617	9.8743	9.8737	9.8790
3	9.9677	9.8578	9.8884	9.8694
4	9.8685	9.8723	9.8756	9.7944
5	9.9379	9.8716	9.8631	9.8779
6	9.8533	9.8860	9.8734	9.8632
7	9.8781	9.9146	9.8659	9.8774
8	9.7944	9.8701	9.8875	9.8714
9	9.9213	9.9292	9.8643	9.8818
10	10.0250	9.8667	9.8732	9.8803
Mean	9.91859	9.88452	9.87401	9.86691
Std	0.069392	0.02331	0.008646	0.026099

路径采样点数的计算最优值. 此时种群规模取150, 最大迭代次数取100.

由表1可见, 当路径采样点数过小时, 计算出的路径不够光滑, 导致路径总长度偏长. 而且由于分段数量过小, 可能导致容易触碰障碍物机器人.

表2为不同种群规模大小的计算最优值. 此时路径采样点数取50, 最大迭代次数取100.

表2 不同种群规模大小的计算最优值

序号	50	75	150	100	125
1	9.8024	9.8797	9.9724	9.8709	9.3498
2	9.8941	9.8794	9.8845	9.9256	9.8765
3	9.9364	9.8935	9.8616	9.8758	9.8757
4	9.8822	9.8861	9.8881	9.8802	9.8792
5	9.9381	9.9244	9.8709	9.8861	9.8789
6	9.8884	9.8647	9.8694	9.8970	9.9561
7	9.8754	9.8745	9.8919	9.8783	9.8750
8	9.9675	9.9147	9.8911	9.8157	9.8792
9	9.9039	9.8857	9.8767	9.9019	9.9077
10	9.8824	9.9029	9.8766	9.9322	9.8903
Mean	9.8971	9.8906	9.8883	9.8864	9.8368
Std	0.0450	0.0186	0.0312	0.0324	0.1730

由表2数据可见, 当种群规模过小时, 所计算的最优解偏高, 种群规模的增大有利于寻找到更好的最优解. 然而, 当种群规模达到一定数量时, 再增大种群规模所求最优解基本保持不变. 此时种群规模取150, 路径采样点数取100.

表3为不同最大迭代次数的计算最优值. 此时路径采样点数取50, 种群规模取150.

表3 不同最大迭代次数的计算最优值

序号	100	150	200	250	300
1	9.9724	9.9191	9.8771	9.8081	9.8152
2	9.8845	9.8645	9.8653	9.8105	9.8089
3	9.8616	9.8848	9.8642	9.8231	9.8167
4	9.8881	9.8645	9.8786	9.8322	9.5912
5	9.8709	9.8827	9.9079	9.4147	9.8143
6	9.8694	9.8795	9.9075	9.8898	9.8145
7	9.8919	9.8962	9.3513	9.8702	9.8231
8	9.8911	9.8618	9.8936	9.8985	9.8162
9	9.8767	9.9154	9.8687	9.8792	9.5444
10	9.8766	9.8870	9.8792	9.8743	9.8256
Mean	9.8883	9.8856	9.8293	9.8101	9.7670
Std	0.0312	0.0201	0.1687	0.1429	0.1057

由表3可见: 当最大迭代次数过小时, 计算效果尚有待提高; 当最大迭代次数达到一定阈值后, 继续增大最大迭代次数, 计算结果基本稳定而无大改变.

### 3.5 算法性能比较

为了验证所提出算法的有效性, 将本文算法与ACO、PSO等算法进行比较, 计算最优解如表4所示. 使用的PSO算法参见文献[12], 参数选取如下: 个体

学习系数  $c_1 = 2.8$ , 全局学习系数  $c_2 = 1.3$ , 惯性权重阻尼比为0.98. 使用的ACO算法参见文献[13], 参数选取如下: 信息启发式因子为0.7, 期望启发式因子为1.1, 信息素挥发因子为0.9. 本文所设计的CFA的参数为:  $\lambda = 0.25, \beta_0 = 0.2, \gamma = 1.3$  种算法均取相同的最大迭代次数100和种群规模150. 表中数据均为计算20次后的平均值, 具有统计意义.

表4 不同算法计算结果比较

比赛规模	起点位置	PSO	ACO	CFA
5×5	边线	9.4422	9.4301	9.4147
	中圈	5.9121	5.8014	5.7525
7×7	边线	9.6142	9.5016	9.4622
	中圈	6.2248	6.2149	6.1974

由表4可见: CFA与其他机器人路径规划的算法相比, 在相同的运行条件下能搜索到比其他智能算法更好的计算结果; 本文算法能够计算出机器人运动过程中的速度和角速度曲线, 而且考虑了进攻和防守两种不同情况, 更接近现实情况.

## 4 结论

本文提出了一种基于文化算法框架的萤火虫优化算法, 结合动态避障方法进行求解, 并利用数学定理证明了算法的收敛性. 根据足球机器人在比赛中承担任务的分工不同, 分别对进攻和防守两种角色进行分析讨论. 在进攻时结合动态避障方法, 平滑和修正规划的路径. 在防守时通过滑模控制跟踪足球或对手机器人的轨迹, 利用CFA算法进行整定优化滑模控制的参数, 计算出机器人的运行速度和角速度. 实验中以足球机器人比赛实例进行测试, 实验结果表明了新算法无论对无碰撞危险, 还是有多个障碍物碰撞危险等不同情况, 都具备有效性和高效性. 考察了路径采样点数、种群数量和进化迭代次数等参数变化对收敛性能的影响, 并将所提出算法与PSO和ACO等其他进化计算算法进行性能比较, 验证了所提出算法的性能更优越. 下一步将研究多机器人对抗的复杂局面.

## 参考文献(References)

[1] Jolly K G, Sreerama Kumar R, Vijayakumar R. A Bezier curve based path planning in a multi-agent robot soccer system without violating the acceleration limits[J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2009, 57(1): 23-33.

- [2] Zhang Qiushi, Chen Dandan, Chen Ting. An obstacle avoidance method of soccer robot based on evolutionary artificial potential field[C]. *Int Conf on Future Energy, Environment, and Materials(FEEM 2012)*. Hong Kong: Elsevier, 2012: 1792-1798.
- [3] 蒋旭云. 基于预测控制的足球机器人路径规划研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2016: 20-25.  
(Jiang X Y. Soccer robot path planning research based on predictive control[D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2016: 20-25.)
- [4] Ali M Z, Awad N H. A novel class of niche hybrid cultural algorithms for continuous engineering optimization[J]. *Information Sciences*, 2014, 267(2): 158-190.
- [5] Ali M Z, Awad N H, Reynolds R G. Hybrid niche cultural algorithm for numerical global optimization[C]. *2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC2013)*. Mexico: IEEE, 2013: 309-316.
- [6] Awad N H, Ali M Z, Duwairi R M. Cultural algorithm with improved local search for optimization problems[C]. *2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC2013)*. Mexico: IEEE, 2013: 284-291.
- [7] Yang X S. Firefly algorithm, stochastic test functions and design optimization[J]. *Int J of Bio-Inspired Computation*, 2010, 2(2): 78-84.
- [8] Sundari M G, Rajaram M, Balaraman S. Application of improved firefly algorithm for programmed PWM in multilevel inverter with adjustable DC sources[J]. *Applied Soft Computing*, 2016, 41(4): 169-179.
- [9] Liang R H, Wang J C, Chen Y T, et al. An enhanced firefly algorithm to multi-objective optimal active/reactive power dispatch with uncertain ties consideration[J]. *Int J of Electrical Power & Energy Systems*, 2015, 64(1): 1088-1097.
- [10] Adil B, Fehmi B O. Adaptive firefly algorithm with chaos for mechanical design optimization problems[J]. *Applied Soft Computing*, 2015, 36(C): 152-164.
- [11] 刘金琨. 基于滑模变结构控制Matlab仿真[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005: 121-125.  
(Liu J K. Matlab simulation based on sliding mode variable structure control[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005: 121-125.)
- [12] Schutte J F, Groenwold A A. A study of global optimization using particle swarms[J]. *J of Global Optimization*, 2005, 31(1): 93-108.
- [13] Stutzle T, Hoos H H. MAX-MIN ant system[J]. *Future Generation Computer System*, 2000, 16(8): 889-914.

(责任编辑: 郑晓蕾)