

非线性时变时延系统的模糊采样最优控制

曲子芳¹, 杜贞斌^{2†}

(1. 山东工商学院 数学与信息科学学院, 山东 烟台 264005;

2. 烟台大学 计算机与控制工程学院, 山东 烟台 264005)

摘 要: 针对非线性时变时延系统, 采用输入时延和自由权重矩阵方法研究模糊采样最优控制问题. 应用 T-S 模糊系统表征非线性系统, 控制器是零阶保持采样信号. 由线性矩阵不等式给出最优控制准则, 所设计的模糊采样控制器在闭环系统渐近稳定意义下可保证期望最优控制性能. 最后, 通过卡车拖车系统实验验证模糊采样控制设计方案的可行性.

关键词: T-S 模糊系统; 采样控制; 时变时延; 最优控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Fuzzy sampled-data optimal control for nonlinear systems with time-varying delay

QU Zi-fang¹, DU Zhen-bin^{2†}

(1. College of Mathematics and Information Science, Shandong Technology and Business University, Yantai 264005, China; 2. School of Computer Science and Control Engineering, Yantai University, Yantai 264005, China)

Abstract: This paper is concerned with a fuzzy sampled-data optimal control problem of nonlinear systems with time-varying delay by employing the input delay and free-weighting matrix approach. The Takagi-Sugeno(T-S) fuzzy system is used to represent the nonlinear systems, and the control input is a zero-order hold sampled-data signal. A linear matrix inequalities(LMIs)-based optimal control criterion is obtained, and a fuzzy sampled-data controller is designed for the system, which ensures that the optimal performance is achieved in the sense that the closed-loop system is asymptotically stable. A computer simulated truck-trailer system is given to illustrate the effectiveness of the fuzzy sampled-data control design.

Keywords: T-S fuzzy system; sampled-data control; time-varying delay; optimal control

0 引 言

T-S 模糊模型是由 Takagi 等^[1]于 1985 年提出的, 该模型为非线性系统的分析与综合提供了一个强有力的工具. 该模型能够将非线性系统转化为多个局部线性模型加权和形式, 然后运用线性系统理论进行控制系统设计, 故此模型能够实现非线性系统到线性系统的转化, 使得模糊理论与线性理论有机结合起来. 因此, 近些年 T-S 模糊模型引起了学者们的广泛关注^[2-3].

随着计算机技术的发展, 在工程实践中, 计算机通常作为数字控制器来控制被控对象. 数字计算机产生的是离散采样信号, 由于其具有延展性、有效性

和效益性, 能够降低成本和节约实现时间, 导致采样控制设计备受瞩目. 到目前为止, 学者已对模糊采样控制系统的分析与综合进行了大量的研究^[4-8], 其中离散化设计方法和输入时延方法经常被采用.

时延经常发生在许多工程动态系统中, 比如机械系统、网络系统、冶金系统等. 时延的存在使得系统性能恶化甚至导致系统不稳定. 因此, 时延控制系统设计也是重要的课题. 针对时延系统, 文献 [4, 8-10] 提出了几种模糊采样控制方案, 其中文献 [4, 10] 研究了 H_∞ 问题, 文献 [8] 讨论了稳定性和系统性能问题, 文献 [9] 考察了镇定问题. 针对这些研究工作, 本文的研究动机分为以下几个方面: 首先, 在工程设计中, 时

收稿日期: 2017-06-23; 修回日期: 2017-09-06.

基金项目: 山东省自然科学基金项目 (ZR2017MF019, 2016GGX109004, ZR2014FL023).

责任编辑: 王燕舞.

作者简介: 曲子芳 (1979—), 女, 讲师, 博士生, 从事控制科学与工程及其应用的研究; 杜贞斌 (1978—), 男, 副教授, 博士, 从事模糊采样控制等研究.

†通讯作者. E-mail: zhenbindu@126.com

变时延会给系统稳定性设计带来更大的困难,因此时变时延控制系统设计是一个具有挑战性的课题;其次,当前针对时延系统提出了几种模糊采样控制方案,然而这些研究方案中存在一个公开的问题,即在稳定性分析中,文献[4,8]和文献[9-10]分别采用了积分不等式和交叉不等式放大李氏函数,从而导致了李氏函数导数的负定性存在保守性;再次,最优控制设计不仅要考虑系统的快速稳定,而且要使得系统的动态响应具有较小的超调量,因此最优控制设计更能满足工程设计需求;最后,采样控制器不但能减少实现时间,而且能节约实现成本. 综上分析,本文提出非线性时变时延系统的模糊采样最优控制方案,其中被控对象是非线性时变时延系统,控制器是模糊采样控制器,实现目标是最优控制,在稳定性分析中增强李氏函数的负定性以改进系统收敛性.

基于上述分析,本文针对非线性时变时延系统,采用输入时延和自由权重矩阵方法,研究模糊采样最优控制问题. 应用T-S模糊系统表征非线性系统,控制器是零阶保持采样信号. 由线性矩阵不等式给出最优控制准则,所设计的模糊采样控制器在闭环系统渐近稳定意义下可保证期望最优控制性能. 最后通过卡车拖车系统实验验证模糊采样控制设计方案的可行性和有效性.

1 问题描述

考虑由模糊系统表征的非线性时变时延系统

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^L \lambda_i(\xi(t)) [A_i x(t) + A_{id} x(t-d(t)) + B_i u(t)]. \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n$ 是系统状态向量; $u(t) \in R^m$ 是控制输入向量; 矩阵 A_i, B_i, A_{id} 是定常适维矩阵; $d(t)$ 是时变时延, $0 \leq d(t) \leq d_M, \dot{d}(t) \leq d_D, d_M, d_D$ 是常数; L 是规则数; $\lambda_i(\xi(t)) = \frac{\beta_i(\xi(t))}{\sum_{i=1}^L \beta_i(\xi(t))}$, $\beta_i(\xi(t)) =$

$\prod_{j=1}^p M_{ij}(\xi_j(t))$, $M_{ij}(\cdot)$ 是隶属度函数, $\xi(t) = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_p]^T$ 是模糊规则的前件变量, $\lambda_i(\xi(t)) \geq 0, i = 1, 2, \dots, L, \sum_{i=1}^L \lambda_i(\xi(t)) = 1$.

针对模糊系统(1),设计如下模糊采样控制器:

$$u(t) = \sum_{i=1}^L \lambda_i(\xi(t_k)) K_i x(t_k). \quad (2)$$

其中: K_i 是控制增益, t_k 是采样时刻, 采样间隔 $t_{k+1} - t_k = h$.

采用输入时延方法将状态反馈控制器(2)改写为如下形式:

$$u(t) = \sum_{i=1}^L \lambda_i(\xi(t_k)) K_i x(t - \tau(t)), \quad (3)$$

其中 $\tau(t) = t - t_k$.

将式(3)代入(2),得到模糊闭环系统

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \lambda_i(\xi(t)) \lambda_j(\xi(t_k)) [A_i x(t) + A_{id} x(t-d(t)) + B_i K_j x(t - \tau(t))]. \quad (4)$$

考虑如下的最优控制性能:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)) dt, \quad (5)$$

其中 $Q > 0$ 和 $R > 0$ 是根据设计预先给定的.

控制任务: 针对模糊系统(1),设计模糊采样状态反馈控制器(2),使得在闭环系统(4)在渐近稳定意义下确保最优控制性能(5)实现极小化.

注1 采样控制系统中采样间隔越大,实现成本越低,实现时间越短. 大的采样间隔更加符合工程意义. 然而,采样间隔越大会导致系统的动态响应变慢. 因此,需要在可容许的调节时间意义下确定尽可能大的采样间隔.

2 模糊采样最优控制

本节提出非线性时变时延系统的模糊采样最优控制准则. 基于Lyapunov-Krasovskii稳定性理论、自由权重矩阵法以及Leibniz-Newton公式得到如下定理.

定理1 考虑模糊系统(1)及模糊采样控制器(2),对于给定的矩阵 $Q > 0, R > 0$, 标量 $h > 0, d_M > 0, d_D > 0, \mu > 0$, 如果存在对称正定矩阵 $\bar{P} > 0, \bar{W} > 0, \bar{H} > 0, \bar{E} > 0, \bar{Z} > 0, \bar{G} > 0$ 以及适维矩阵 $\bar{X} = \begin{bmatrix} \bar{X}_{11} & \bar{X}_{12} \\ * & \bar{X}_{22} \end{bmatrix}, \bar{Y} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} \\ * & \bar{Y}_{22} \end{bmatrix}, \bar{N} = [\bar{N}_1^T, \bar{N}_2^T]^T, \bar{M} = [\bar{M}_1^T, \bar{M}_2^T]^T, \bar{S} = [\bar{S}_1^T, \bar{S}_2^T]^T, \bar{T} = [\bar{T}_1^T, \bar{T}_2^T]^T, \bar{K}_j (j = 1, 2, \dots, L)$, 使得下面的线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Xi_{ij11} & \Xi_{ij12} & \Xi_{ij13} & \Xi_{ij14} & \Xi_{ij15} & 0 & \Xi_{ij17} & \Xi_{ij18} \\ * & \Xi_{ij22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \Xi_{ij33} & \Xi_{ij34} & 0 & 0 & 0 & \Xi_{ij38} \\ * & * & * & \Xi_{ij44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Xi_{ij55} & \Xi_{ij56} & \Xi_{ij57} & \Xi_{ij58} \\ * & * & * & * & * & \Xi_{ij66} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \Xi_{ij77} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & \Xi_{ij88} \end{bmatrix} < 0, \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_{11} & \bar{X}_{12} & \bar{N}_1 \\ * & \bar{X}_{22} & \bar{N}_2 \\ * & * & \bar{Z} \end{bmatrix} \geq 0, \quad \begin{bmatrix} \bar{X}_{11} & \bar{X}_{12} & \bar{M}_1 \\ * & \bar{X}_{22} & \bar{M}_2 \\ * & * & \bar{Z} \end{bmatrix} \geq 0, \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & \bar{S}_1 \\ * & \bar{Y}_{22} & \bar{S}_2 \\ * & * & \bar{F} \end{bmatrix} \geq 0, \quad \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & \bar{T}_1 \\ * & \bar{Y}_{22} & \bar{T}_2 \\ * & * & \bar{F} \end{bmatrix} \geq 0. \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \Xi_{ij11} &= A_i \bar{P} + \bar{P} A_i^T + \bar{E} + \bar{H} + \bar{N}_1 + \bar{N}_1^T + \\ &\quad d_M \bar{X}_{11} + \bar{S}_1 + \bar{S}_1^T + h \bar{Y}_{11}, \\ \Xi_{ij12} &= \bar{P}, \\ \Xi_{ij13} &= A_{id} \bar{P} - \bar{N}_1 + \bar{N}_2^T + \bar{M}_1 + d_M \bar{X}_{12}, \\ \Xi_{ij14} &= -\bar{M}_1, \\ \Xi_{ij15} &= B_i \bar{K}_j - \bar{S}_1 + \bar{S}_2^T + \bar{T}_1 + h \bar{Y}_{12}, \\ \Xi_{ij17} &= -\bar{T}_1, \quad \Xi_{ij18} = \mu \bar{P} A_i^T, \\ \Xi_{ij22} &= -Q^{-1}, \quad \Xi_{ij34} = -\bar{M}_2, \\ \Xi_{ij38} &= \mu \bar{P} A_{id}^T, \\ \Xi_{ij33} &= -(1 - d_D) \bar{H} - \bar{N}_2 - \bar{N}_2^T + \bar{M}_2 + \\ &\quad \bar{M}_2^T + d_M \bar{X}_{22}, \\ \Xi_{ij44} &= -\bar{W}, \\ \Xi_{ij55} &= -\bar{S}_2 - \bar{S}_2^T + \bar{T}_2 + \bar{T}_2^T + h \bar{Y}_{22}, \\ \Xi_{ij56} &= \bar{K}_j^T, \quad \Xi_{ij57} = -\bar{T}_2, \\ \Xi_{ij58} &= \mu \bar{K}_j^T B_i^T, \quad \Xi_{ij66} = -R^{-1}, \\ \Xi_{ij77} &= -\bar{E}, \quad \Xi_{ij88} = -2\mu \bar{P} + d_M \bar{Z} + h \bar{F}. \end{aligned}$$

则存在模糊采样控制器(2),使得闭环系统(4)渐近稳定并有最优上界,其中反馈增益 $K_j = \bar{K}_j \bar{P}^{-1}, j = 1, 2, \dots, L$.

非线性时变时延系统的模糊采样最优控制问题概括为下面的优化问题.

定理 2 考虑模糊闭环系统(4). 如果如下优化问题有可行解:

$$\begin{aligned} \min_{\bar{P}} & \text{Trace}(U), \\ \text{s.t.} & \text{式(6)} \sim \text{式(8)}, \quad \begin{bmatrix} U & I \\ * & \bar{P} \end{bmatrix} > 0, \end{aligned} \quad (9)$$

则模糊采样控制器(2)是最优控制器并有式(5)的最优上界 $x^T(0)Ux(0)$.

注 2 本文定理中的充分性条件的计算复杂度相对简单且容易实现. 首先,确定参数的取值范围,采用迭代算法逐步寻优确定最优值;其次,解线性矩阵不等式得到反馈增益,同时确定最大采样间隔.

注 3 定理 1 对系统(1)提出了新的稳定性条件,降低了准则的保守性. 其中 $-\int_{t-d_M}^t \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)ds$ 分解为 $-\int_{t-d(t)}^t \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)ds - \int_{t-d_M}^{t-d(t)} \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)ds$,

并且其过程未忽略 $-\int_{t-d_M}^{t-d(t)} \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)ds$,从而降低了算法的保守性. 引入自由权矩阵 N, M, S, T 表示 Newton-Leibniz 公式中的关系,同样也降低了准则的保守性.

注 4 文献[9-10]在推导过程中的采样交叉不等式为 $-2b^T N a \leq \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} T & Y - N^T \\ * & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$. 文献[4,8]采用 Jensen 不等式

$$\begin{aligned} & -h \int_{t-h}^t \dot{x}^T(s)R\dot{x}(s)ds \leq \\ & \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-h) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -R & R \\ * & -R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-h) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

放大 LKF. 从而导致了保守性的结果. 本文的设计过程不仅避免了交叉不等式,而且也克服了 Jensen 不等式. 于是,本文方案松弛了算法的保守性,提高了收敛性.

3 仿真算例

为验证本文提出的模糊采样最优控制方案的有效性,给出卡车拖车系统的实验结果.

算例 1 考虑如下卡车拖车系统^[11]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= \\ & -a \frac{v\bar{t}}{Lt_0} x_1(t) - (1-a) \frac{v\bar{t}}{Lt_0} x_1(t-t_d) + \frac{v\bar{t}}{lt_0} u(t), \\ \dot{x}_2(t) &= a \frac{v\bar{t}}{Lt_0} x_1(t) + (1-a) \frac{v\bar{t}}{Lt_0} x_1(t-t_d), \\ \dot{x}_3(t) &= \frac{v\bar{t}}{Lt_0} \sin(x_2(t) + a(v\bar{t}/2L)x_1(t) + \\ & (1-a)(v\bar{t}/2L)x_1(t-t_d)). \end{aligned} \quad (10)$$

其中: $x(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t)]^T, x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 是角度, $x_3(t)$ 是位移, $x_1(t) \in [-\pi/2, \pi/2], \dot{x}_1(t) \in [-3, 3], x_2(t) \in [-\pi/2, \pi/2], \dot{x}_2(t) \in [-2, 2], [x_1(0), x_2(0), x_3(0)] = [1.5, -2, 5]; l = 2.8; L = 5.5; v = -1.0; a = 0.7; \bar{t} = 2.0, t_0 = 0.5$.

应用两规则的模糊 T-S 系统表征非线性时变时延卡车拖车系统.

规则 1 如果 $\theta(t) = x_2(t) + a(v\bar{t}/2L)x_1(t) + (1-a)(v\bar{t}/2L)x_1(t-t_d)$ 为 0, 则有

$$\dot{x}(t) = A_1 x(t) + A_{d1} x(t - \tau_d) + B_1 u(t). \quad (11)$$

规则 2 如果 $\theta(t) = x_2(t) + a(v\bar{t}/2L)x_1(t) + (1-a)(v\bar{t}/2L)x_1(t-t_d)$ 为 π 或 $-\pi$, 则有

$$\dot{x}(t) = A_2 x(t) + A_{d2} x(t - \tau_d) + B_2 u(t). \quad (12)$$

其中相关参数和隶属度函数见文献[11].

设计如下两规则模糊采样控制器来确保系统稳定性并满足最优控制性能:考虑系统存在时变时延,定理2给出最大采样间隔 $h = 0.161$,设计参数为 $\mu = 0.6$, $d_M = 3$, $d_D = 1.5$, $Q = \text{diag}\{1, 5, 0.01\} \times 10^{-5}$, $R = 5 \times 10^{-3}$,反馈增益为

$$\begin{aligned} K_1 &= [1.1347, -0.0813, 0.0004], \\ K_2 &= [1.1347, -0.0813, 0.0004]. \end{aligned} \quad (13)$$

应用具有反馈增益(13)的模糊采样控制器控制卡车拖车系统,得到状态响应 x_1 , x_2 , x_3 的实验结果如图1~图3所示。

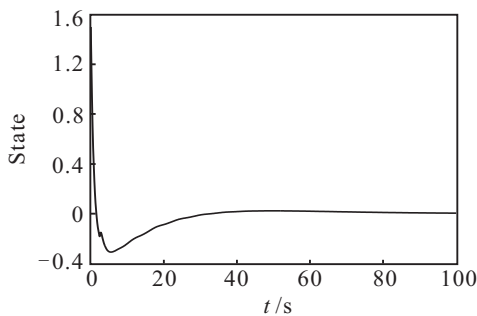


图1 状态响应 x_1

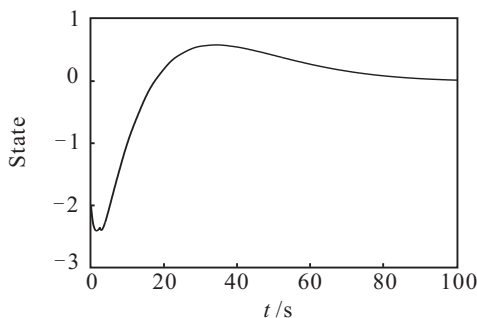


图2 状态响应 x_2

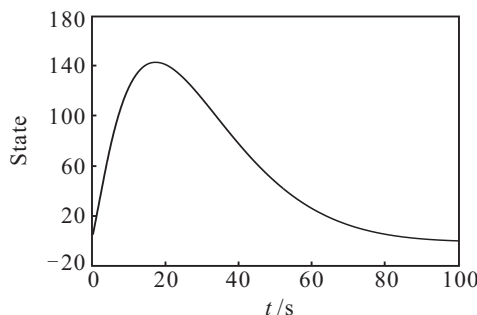


图3 状态响应 x_3

实验结果表明本文所提出的模糊采样控制方案是可行有效的。

4 结论

本文讨论了非线性时变时延系统的模糊采样最优控制问题.由线性矩阵不等式给出了系统稳定的充分性条件.稳定性分析中未忽略李氏函数导数的有

益信息,也未采用交叉不等式和积分不等式放大不等式,从而改善了系统的收敛性.最后通过卡车拖车系统实验结果验证了采样控制设计方案的可行性和有效性。

参考文献(References)

- [1] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control[J]. IEEE Systems, Man, and Cybernetics Society, 1985, 15(1): 116-132.
- [2] Du Z B, Song Y B, Zhang Z Q. The observer-based fuzzy H_∞ controller of nonlinear systems[J]. Chinese J Electron, 2013, 22(1): 114-117.
- [3] Lam H K, Narimani M. Quadratic-stability analysis of fuzzy-model-based control systems using staircase membership functions[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2010, 18(1): 125-137.
- [4] Chen P, Han Q L, Yue D, et al. Sampled-data robust H_∞ control for T-S fuzzy systems with time delay and uncertainties[J]. Fuzzy Sets Systems, 2011, 179(1): 20-33.
- [5] Hu S, Yue D, Du Z, et al. Reliable H_∞ non-uniform sampling tracking control for continuous-time non-linear systems with stochastic actuator faults[J]. IET Control Theory & Applications, 2012, 6(1): 120-129.
- [6] Wag M, Qiu J B, Chadli M, et al. A switched system approach to exponential stabilization of sampled-data T-S fuzzy systems with packet dropouts[J]. IEEE Trans Cybern, 2016, 46(12): 3145-3156.
- [7] Liu W H, Lim C C, Shi P, et al. Sampled-data fuzzy control for a class of nonlinear systems with missing data and disturbances[J]. Fuzzy Sets Systems, 2017, 306(1): 63-86.
- [8] Syed Ali M, Gunasekaran N, Zhu Q X. State estimation of T-S fuzzy delayed neural networks with Markovian jumping parameters using sampled-data control[J]. Fuzzy Sets Systems, 2017, 306(1): 87-104.
- [9] Lam H K, Leung F H. Sampled-data fuzzy controller for time-delay nonlinear systems: Fuzzy-model-based LMI approach[J]. IEEE Systems, Man, and Cybernetics Society, 2007, 37(3): 617-629.
- [10] Yang D Y, Cai K Y. Reliable H_∞ non-uniform sampling fuzzy control for nonlinear systems with time delay[J]. IEEE Systems, Man, and Cybernetics Society, 2008, 38(6): 1606-1613.
- [11] Tanaka K, Sano M. A robust stabilization problem of fuzzy control systems and its application to backing up control of a truck-trailer[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1994, 2(2): 119-134.