

自适应的非支配排序遗传算法

王嵘冰, 徐红艳[†], 郭 军

(辽宁大学 信息学院, 沈阳 110036)

摘 要: 针对带精英策略的非支配排序遗传算法不能根据环境变化自适应地动态调整运行参数, 难以实现对解空间的高效搜索, 提出一种自适应的非支配排序遗传算法. 所提出算法根据运行阶段、运行代数和当前临时种群非支配个体数动态调整进化个体的运行参数, 通过提高进化算子的自适应能力使算法具有自适应性. 经实验对比, 所提出算法在收敛性、多样性两方面确有提升, 可以有效提高原算法的搜索能力.

关键词: 非支配排序遗传算法; 多目标优化; 自适应; 收敛性; 多样性; 进化算子

中图分类号: TP18

文献标志码: A

Adaptive non-dominated sorting genetic algorithm

WANG Rong-bing, XU Hong-yan[†], GUO Jun

(College of Information, Liaoning University, Shenyang 110036, China)

Abstract: The elitist non-dominated sorting genetic algorithm (NSGA-II) can't adjust the operation parameters adaptively according to the change of environment, so it is difficult to search the solution space efficiently. To solve the problem, an adaptive non-dominated sorting genetic algorithm is proposed. The proposed algorithm dynamically adjusts the operating parameters of evolutionary individuals according to the running phase, the evolutionary generation and the number of non-dominated individuals in the current temporary population, via improving the adaptive ability of the evolutionary operator to make the algorithm adaptive. The experimental results show that the proposed algorithm can increase the original algorithm in two aspects, such as convergence and diversity, and also improve the searching ability.

Keywords: NSGA-II; multi-objective optimization; adaptive; convergence; diversity; evolutionary operator

0 引言

在实际工程及科研领域中存在大量需要同时对不止一个目标进行优化求解的问题, 即多目标优化问题^[1] (Multi-objective optimization problems, Mops). Mops的最优解往往不唯一, 且多个优化目标之间一般存在相互冲突的关系, 在对某一目标优化的同时会使其他目标劣化, 因此Mops的求解就是要得出一组在多目标间优化性能均衡的解^[2-4].

带精英策略的非支配排序遗传算法 (Elitist non-dominated sorting genetic algorithm, NSGA-II) 是目前应用最为广泛的多目标优化算法, 也是其他多目标优化算法进行性能对比的基准算法. NSGA-II具有较高的求解效率, 可在一次运行过程中得出多个高质量的解^[5-6]. 随着NSGA-II应用的深入推广, 该算法的不足亦显现出来, 因而针对NSGA-II的多种改进算法被

相继提出, 如陶文华等^[7]提出了一种基于差分进化和NSGA-II的混合算法, 以提高NSGA-II的收敛速度及Pareto最优解集空间分布的均匀性; 耿焕同等^[8]针对NSGA-II多样性保持策略不能客观反映个体间真实拥挤程度的问题, 提出了一种基于自适应混合非支配个体排序策略的改进型NSGA-II; 王超学等^[9]针对NSGA-II早熟收敛及多样性不足的问题, 提出了一种改进的非支配排序合作型协同进化遗传算法. 这些算法虽然能在一定程度上提高原算法的求解效率, 但没有从运行自适应角度考虑, 难以提高算法收敛性和解集多样性.

1 传统适应性策略局限性分析

传统的适应性策略有基于进化阶段的和基于个体的两种, 这两种策略虽然可以有效抑制算法的早熟收敛并提高算法的收敛性, 但是仍具有如下局限性:

收稿日期: 2017-08-02; 修回日期: 2017-11-09.

基金项目: 辽宁省博士科研启动基金项目 (201601099); 辽宁省社科规划基金项目 (L18AGL007).

责任编委: 陈家伟.

作者简介: 王嵘冰 (1979—), 男, 副教授, 博士, 从事大数据、数据挖掘及其应用等研究; 徐红艳 (1972—), 女, 副教授, 硕士, 从事数据挖掘、个性化推荐等研究.

[†]通讯作者. E-mail: xuhongyan@lnu.edu.cn

1) 基于进化阶段的适应性策略仅考虑算法在不同进化阶段内对交叉率及变异率需求的不同,而没有考虑在同一进化代内个体的进化操作与种群其他个体的关系,只实现了种群对环境适应能力的模拟,并没有实现个体对环境适应能力的模拟。

2) 基于个体的适应性策略没有从进化的整体过程考虑个体的进化表现. 该策略只实现了个体对环境适应能力的模拟,其中不同进化代内的个体均以同一交叉率和变异率调整函数对其进化参数进行调整,而没有实现种群对环境适应能力的模拟。

本文针对NSGA-II的不足,在传统的适应性策略基础上提出了一种自适应的非支配排序遗传算法,通过提高进化算子的自适应能力使算法具有自适应性。

2 自适应的非支配排序遗传算法

2.1 交叉率及变异率调整模型

2.1.1 非支配个体交叉率及变异率调整模型

本文算法中非支配个体的交叉率及变异率的调整模型改进是基于进化阶段的适应性策略^[10]. 该模型首先对进化过程进行阶段划分,不同阶段起始交叉率及变异率的设置与基于进化阶段的适应性策略一致,个体在同一进化阶段内交叉率及变异率随着进化代数的增加而线性下降,直至等于下一阶段的起始交叉率及变异率;其次,为了保证非支配个体在运行后期阶段仍可以以一定的概率参与进化,该模型中交叉率及变异率随着进化代数的增加趋近于不为0的值。

在进化算法中交叉率最大为1,变异率最大一般不能超过0.1,为防止变异率过大导致算法的搜索过程变为随机搜索,本文模型中全局最大交叉率为1.0,全局最大变异率为0.1. 文献[11]中提出NSGA-II在运行一定代数后,新生成的父代种群多样性急剧降低,使算法搜索过程陷入停滞状态,难以搜索到问题的最优解集. 因此,本文算法中非支配个体变异率调整模型以临时种群中非支配个体数作为衡量算法种群多样性的一个评价指标,并采用高变异率的方式提高种群多样性. 该部分模型分为以下两个子部分:

1) 临时种群中非支配个体数小于种群规模。

该情况下,下一代父代种群中个体存在支配关系,其非支配排序分层数大于1,因此这种情况下不需要进行种群多样性增强。

NSGA-II采用实数编码可能会出现个体基因长度较短的情况,所以直接采用基于进化阶段的适应性策略对其进行改进,导致变异率调整模型出现个体变异率大于全局最大变异率的问题,对此本文将非支配个体变异率模型分为变量个数不小于10和变量个数

小于10两种情况讨论. 该子部分的非支配个体交叉率调整模型如下:

$$P_c = \begin{cases} \frac{0.25(T_1 - t)}{T_1} + 0.75, & t \in [0, T_1]; \\ \frac{0.25(T_2 - t)}{T_2 - T_1} + 0.5, & t \in (T_1, T_2]; \\ \frac{0.5(T - t)}{(T - T_2)(1 - \beta)} + 0.5\beta, & t \in (T_2, T]. \end{cases} \quad (1)$$

变异率调整模型在变量个数不小于10时,有

$$P_m = \begin{cases} \left(\min \left\{ 0.1, \frac{10}{L} \right\} - \frac{1}{L} \right) \frac{(T_1 - t)}{T_1} + \frac{1}{L}, & t \in [0, T_1]; \\ \left(\frac{1}{L} - \frac{0.1}{L} \right) \frac{(T_2 - t)}{T_2 - T_1} + \frac{0.1}{L}, & t \in (T_1, T_2]; \\ \frac{0.1}{L} \frac{(T - t)}{(T - T_2)(1 - \beta)} + \frac{0.1}{L} \beta, & t \in (T_2, T]. \end{cases} \quad (2)$$

变量个数小于10时,有

$$P_m = \begin{cases} 0.1, & t \in [0, T_1]; \\ 0.1, & t \in (T_1, T_2]; \\ \left(0.1 - \frac{0.1}{L} \right) \frac{(T - t)}{(T - T_2)(1 - \beta)} + \frac{0.1}{L} \beta, & t \in (T_2, T]. \end{cases} \quad (3)$$

其中: L 为个体的编码长度; T 为最大进化代数,进化初期阶段为 $[0, T_1]$,进化中期阶段为 $(T_1, T_2]$,进化后期阶段为 $(T_2, T]$; P_c 为非支配个体的交叉率, P_m 为非支配个体的变异率; $T_1 = \alpha T$, $T_2 = (1 - \alpha)T$,通常取 $\alpha = 0.382$ 或取 $\alpha = 0.258$; $\beta (\beta \in (0, 1])$ 为进化后期阶段交叉率及变异率的调节系数,该系数的设置可以保证非支配个体的交叉率及变异率在进化后期阶段渐近于不为0的值,本文推荐设置为0.4。

2) 临时种群中非支配个体数不小于种群规模。

在该情况下,下一代父代种群中个体不存在支配关系,其非支配排序分层数为1,对种群个体进行高变异率的种群多样性增强,交叉率调整模型保持不变. 非支配个体变异率调整模型为

$$\begin{cases} P'_m = \frac{P_m + P_{m\text{Max}}}{2}, & N \leq r < \alpha N; \\ P'_m = P_{m\text{Max}}, & \alpha N \leq r \leq 2N. \end{cases} \quad (4)$$

其中: N 为种群规模,临时种群规模为 $2N$; r 为临时种群中非支配个体数; $P_{m\text{Max}} = 0.1$ 为全局预设最大变异率, P_m 为进行种群多样性增强前的非支配个体变异率,由式(2)或(3)确定, P'_m 为进行种群多样性增强

后的非支配个体变异率; $\alpha \in (1, 2]$ 为种群多样性的评判系数, 本文推荐设置为 1.5.

2.1.2 支配个体交叉率及变异率调整模型

本文算法中支配个体的交叉率及变异率调整模型是由基于个体的适应性策略改进的^[11]. 改进算法中, 首先将支配个体的交叉率及变异率调整模型设定为全局最大交叉率及变异率, 并将其作为每一代种群中性能最劣个体运行参数值; 然后根据 NSGA-II 中非支配排序后个体分层序号与最小分层序号和最大分层序号的关系, 线性地为支配个体赋予交叉率及变异率. 支配集个体根据自身的非支配排序分层序号与最大分层序号之间的关系, 线性调整自身的交叉率及变异率, 种群中个体的交叉率及变异率模型如下:

$$p'_c = \frac{(p_{cMax} - p_c)(i_{rank} - 1)}{R - 1} + p_c, \quad (5)$$

$$p'_m = \frac{(p_{mMax} - p_m)(i_{rank} - 1)}{R - 1} + p_m. \quad (6)$$

其中: p'_c 为支配个体的交叉率, p'_m 为支配个体的变异率, p_{cMax} 为全局最大交叉率, p_{mMax} 为全局最大变异率, i_{rank} 为支配个体的非支配排序分层序号, R 为当前种群非支配排序的最大分层序号, p_c 为式 (1) 所确定非支配个体的交叉率, p_m 为式 (2) 或式 (3) 确定的非支配个体的变异率. 一般情况下, $P_{cMax} = 1.0$, $P_{mMax} = 0.1$.

2.2 交叉分布指数及变异分布指数调整模型

2.2.1 非支配集个体的交叉分布指数及变异分布指数调整模型

在 NSGA-II 模拟二进制交叉操作中, 子代个体间距与父代个体间距成比例, 这个间距比例是随交叉分布指数 η_c 变化的递减函数. η_c 取值越大, 所生成子代个体远离父代个体概率越小, 反之亦然. 在多项式变异操作中, 变异分布指数 η_m 取值越大, 所生成子代个体远离父代个体概率越小, 反之亦然. 因此, 在 NSGA-II 运行初期阶段应使用较小的 η_c 和 η_m , 使算法具备较大概率搜索到较远空间, 提高算法对未知空间的探索能力; 随着进化代数的增加, 算法从全局搜索转向局部搜索, 解个体趋于收敛, 此时应逐渐增大 η_c 和 η_m , 实现较小范围的集中搜索, 提高算法局部搜索能力. 因此, 本文算法中非支配集个体的交叉分布指数及变异分布指数调整模型中, 首先设置非支配个体在算法初始和终止时的 η_c 和 η_m 值, 在算法运行过程中非支配个体根据进化代数线性调整自身的 η_c 和 η_m 值. 给出种群中非支配个体 η_c 和 η_m 的模型为

$$\eta_c = \eta_{cMin} + \frac{(\eta_{cMax} - \eta_{cMin})t}{T}, \quad (7)$$

$$\eta_m = \eta_{mMin} + \frac{(\eta_{mMax} - \eta_{mMin})t}{T}. \quad (8)$$

其中: η_{cMin} 为算法初始时的交叉分布指数, η_{cMax} 为算法结束时的交叉分布指数, η_{mMin} 为算法初始时的变异分布指数, η_{mMax} 为算法结束时的变异分布指数, t 为种群的当前进化代数, T 为最大进化代数. 为使算法在运行初期具有较大搜索空间, 运行后期具有较小搜索空间, 一般情况下推荐 $\eta_{cMin} = \eta_{mMin} = 1$, $\eta_{cMax} = \eta_{mMax} = 30$.

2.2.2 支配集个体的交叉分布指数及变异分布指数调整模型

在支配个体的交叉分布指数及变异分布指数调整模型中, 为使种群最劣个体一直保持较大搜索空间, 对其交叉分布指数及变异分布指数赋值为全局最小值, 即非支配个体在算法初始时的数值. 在该模型中种群最优个体随着进化代数的增加逐渐缩小搜索空间, 其他个体根据自身的非支配排序分层序号与最大分层序号之间的关系, 线性调整自身的交叉分布指数及变异分布指数. 支配个体的交叉分布指数及变异分布指数调整模型分别为

$$\eta'_c = \eta_c - \frac{(\eta_c - \eta_{cMin})(i_{rank} - 1)}{R - 1}, \quad (9)$$

$$\eta'_m = \eta_m - \frac{(\eta_m - \eta_{mMin})(i_{rank} - 1)}{R - 1}. \quad (10)$$

其中: η'_c 为支配个体的交叉分布指数, η'_m 为支配个体的变异分布指数, η_{cMin} 为全局最小交叉分布指数, η_{mMin} 为全局最小变异分布指数, i_{rank} 、 R 同式 (6), η_c 由式 (7) 确定, η_m 由式 (8) 确定. 一般情况下, $\eta_{cMin} = 1$ 、 $\eta_{mMin} = 1$.

3 自适应的非支配排序遗传算法基本流程

本文算法的基本思想为: 根据运行阶段、运行代数及当前种群非支配个体数自适应地调整个体交叉率、变异率、交叉分布指数及变异分布指数, 从而达到动态调整遗传算法交叉算子和变异算子表现的目的, 使算法具备运行自适应性. 算法步骤如下.

Step 1: 对运行参数 (即交叉率、变异率、交叉分布指数、变异分布指数、种群个体数、最大迭代次数等系数) 进行初始化.

Step 2: 在解空间内随机生成个体数为 N 的初始种群 P_t , $t = 0$, 将其作为父代种群.

Step 3: 对父代种群 P_t 进行非支配排序, 得出每个个体的非支配排序分层序号.

Step 4: 对父代种群 P_t 进行二元竞赛选择操作.

Step 5: 根据父代种群 P_t 中个体的非支配排序分层序号计算出待交叉、变异个体的交叉率、变异率、

交叉分布指数、变异分布指数,从而对父代种群 P_t 进行自适应的模拟二进制交叉操作和自适应的多项式变异操作,产生种群 Q_t ,并将 Q_t 作为子代种群.

Step 6: 将 P_t 和 Q_t 融合在一起,作为规模为 $2N$ 的临时种群 R_t ,对其进行快速非支配排序和拥挤度计算,根据个体的非支配排序分层序号和个体的拥挤距离选择出最优的 N 个个体作为下一代进行进化操作的父代种群 P_{t+1} , $t = t + 1$.

Step 7: 判断迭代次数 t 是否等于最大迭代次数MaxGen,如果等于则结束运行;否则,跳转到Step 4.

4 实验与分析

4.1 性能评价指标

多目标优化算法的性能评价标准一般包括两个方面:一是算法时间复杂度与空间复杂度的度量;二是对解质量优劣进行评价.对于后者,通常在收敛性和多样性两方面进行估计,即使求得的解尽可能逼近问题的真实解,同时也要使求得的解集具备较好的分布性^[12].

本文算法与NSGA-II相比分别在交叉操作部分及变异操作部分增加了对参与进化个体运行参数动态计算的操作,而该部分操作在时间复杂度及空间复杂度上均为线性,所以本文算法在空间复杂度及时间复杂度上与原算法保持一致.

本文采用收敛性准则 γ ^[12]对算法的收敛性进行度量,使用多样性准 Δ ^[13]对算法的多样性进行度量,定义如下:

$$\gamma(P, P^*) = \frac{1}{|P|} \sum_{p \in P} \min\{\|p - p^*\|, p^* \in P^*\}, \quad (11)$$

$$\Delta(P, P^*) = \frac{d_f + d_l + \sum_{i=1}^{|P|-1} |d_i - \bar{d}|}{d_f + d_l + (|P| - 1)\bar{d}}. \quad (12)$$

其中: P 为待评价的解集, P^* 为问题真实最优解集.当收敛指标 γ 越小时,代表求解出的最优解集 P 与真实最优解集 P^* 之间距离越小; d_i 为解集 P 中两个连续解向量间距离, $\bar{d}$ 为全部 d_i 的平均值, d_f 和 d_l 为解集 P 的边界解与 P^* 中极端解之间的欧几里得距离.准则 Δ 值越小,代表解集多样性越好.

4.2 实验设置

本文实验环境:Ubuntu14.04 64位操作系统,编程语言为Python2.7及Numpy计算框架,实验中使用ZDT测试函数集^[12]中关于连续型优化问题的ZDT1-ZDT4、ZDT6测试函数.对比算法分别为原始NSGA-II(原始算法)、基于进化阶段的适应性NSGA-II^[10](对比算法1)、基于进化代数的线性渐变NSGA-II^[14](对

比算法2).实验参数的设置如表1所示.

表1 实验参数设置

函数名称	交叉率	变异率	交叉分布指数	变异分布指数
原始算法	0.8	1/n	20	20
对比算法1	文献[15]	文献[15]	20	20
对比算法2	0.8	1/n	20	$\eta_{mMin} = 1,$ $\eta_{mMax} = 30$
本文算法	$\beta = 0.4$	$\alpha = 1.5$	$\eta_{cMin} = 1,$ $\eta_{cMax} = 30$	$\eta_{mMin} = 1,$ $\eta_{mMax} = 30$

表1中 n 为变量个数, β 和 α 参见本文2.1.1节.实验中进化代数500,种群规模为200,对每个算法均进行100次重复实验.

4.3 实验结果与分析

由图1~图5可知,本文所提出算法可以有效提高原算法的收敛速度,其在ZDT1、ZDT2、ZDT3运行前期临时种群非支配个体数增长较为缓慢;在运行中期增长较为迅速,与NSGA-II、对比算法1、对比算法2相比能更快到达稳定的水平值.在ZDT6中,所提

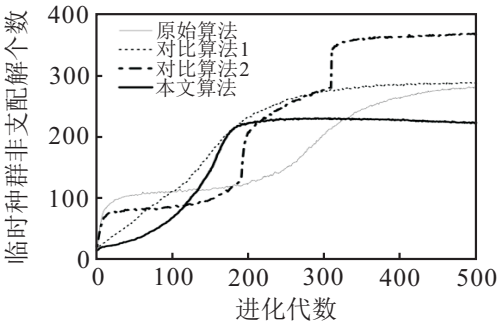


图1 ZDT1临时种群非支配个体数变化趋势

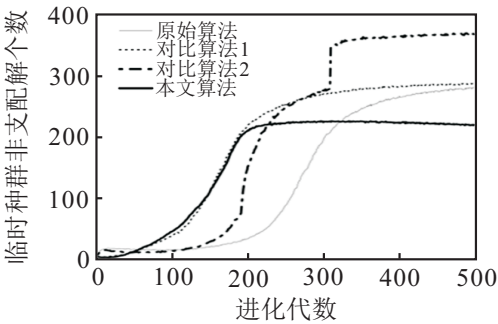


图2 ZDT2临时种群非支配个体数变化趋势

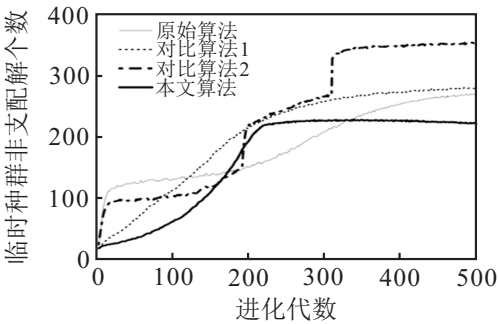


图3 ZDT3临时种群非支配个体数变化趋势

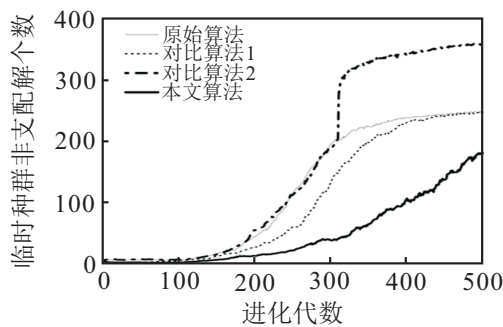


图 4 ZDT4临时种群非支配个体数变化趋势

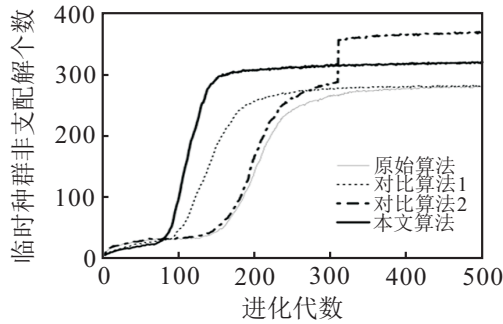


图 5 ZDT6临时种群非支配个体数变化趋势

出算法收敛速度在运行到 100 代左右时便迅速成为所有对比算法中最快的,并最早到达稳定值,但这同时也使其种群多样性过早降低到最低水平,影响其后期进化.在 ZDT4 中,所提出算法收敛速度较慢,在整个进化过程中其临时种群的非支配个体数都在持续增加并小于其他对比算法,在算法结束时其最终个数仍是对比算法中最小值,并且小于种群规模.

表 2 收敛性准则 γ

函数名称	算法名称	均值	方差
ZDT1	原始算法	0.005 509	0.000 774
	对比算法 1	0.002 710	0.000 263
	对比算法 2	0.008 079	0.001 609
	本文算法	0.002 250	0.000 143
ZDT2	原始算法	0.004 246	0.001 206
	对比算法 1	0.002 104	0.000 303
	对比算法 2	0.007 136	0.002 053
	本文算法	0.001 767	0.000 168
ZDT3	原始算法	0.006 160	0.000 481
	对比算法 1	0.005 153	0.000 168
	对比算法 2	0.007 335	0.000 922
	本文算法	0.004 960	0.000 138
ZDT4	原始算法	0.007 830	0.002 921
	对比算法 1	0.010 174	0.004 166
	对比算法 2	0.016 000	0.018 065
	本文算法	0.369 046	0.266 799
ZDT6	原始算法	0.029 176	0.013 015
	对比算法 1	0.030 542	0.017 539
	对比算法 2	0.038 937	0.015 774
	本文算法	0.017 943	0.013 988

表 3 收敛性准则 Δ

函数名称	算法名称	均值	方差
ZDT1	原始算法	0.008 439	0.001 730
	对比算法 1	0.002 630	0.000 644
	对比算法 2	0.014 084	0.003 459
	本文算法	0.001 303	0.000 418
ZDT2	原始算法	0.006 953	0.002 496
	对比算法 1	0.002 379	0.000 672
	对比算法 2	0.013 607	0.004 415
	本文算法	0.001 401	0.000 459
ZDT3	原始算法	0.020 961	0.031 298
	对比算法 1	0.004 875	0.001 399
	对比算法 2	0.037 769	0.041 326
	本文算法	0.002 336	0.000 664
ZDT4	原始算法	0.014 611	0.005 809
	对比算法 1	0.021 191	0.013 193
	对比算法 2	0.029 337	0.035 741
	本文算法	0.316 590	0.144 342
ZDT6	原始算法	0.132 053	0.062 484
	对比算法 1	0.138 085	0.071 950
	对比算法 2	0.142 931	0.066 603
	本文算法	0.101 250	0.065 495

由表 2 和表 3 可知,本文算法最优解集收敛性及多样性均值在 ZDT1、ZDT2、ZDT3、ZDT6 上均为最优,多样性方差在 ZDT1、ZDT2、ZDT3 均为最优,在 ZDT6 上略低于原始算法,从而表明本文算法能有效提高原算法最优解集的收敛性和多样性.在 ZDT4 上优化结果没有得到改进反而劣化,这一点表明本文所提出的自适应优化算法与单目标优化中自适应优化算法在侧重欺骗性的优化问题上使算法优化结果劣化的特点相同.

5 结 论

本文所提出算法在传统的基于进化阶段的适应性策略和基于个体的适应性策略基础上对 NSGA-II 中的交叉率、变异率、交叉分布指数、变异分布指数进行调整,并给出了相应的自适应调整模型,从而使算法在进化过程中可以自适应调整运行参数,达到自适应进化的目的.实验对比表明,本文所提出算法通过提高进化算子的自适应能力能够提高原算法的搜索效率,起到了抑制算法早熟、加快算法收敛、增加算法最优解集多样性的作用.

参考文献(References)

[1] 焦李成,尚荣华,马文萍,等.多目标优化免疫算法、理论和应用[M].北京:科学出版社,2010:1-5.
(Jiao L C, Shang R H, Ma W P, et al. Multi-objective optimization immune algorithm, theory

- and application[M]. Beijing: Science Press, 2010: 1-5.)
- [2] Tran K D. An improved non-dominated sorting genetic algorithm-II(ANSGA-II) with adaptable parameters[J]. Int J of Intelligent Systems Technologies and Applications, 2009, 7(4): 347-369.
- [3] Li Q, Liu J, Wang Y, et al. Adaptive non-dominated sorting genetic algorithms for wavelength selection of molecular hyperspectral images[C]. Int Conf on Biomedical Engineering and Informatics. Piscataway: IEEE, 2010: 82-85.
- [4] Aghbashlo M, Hosseinpour S, Tabatabaei M, et al. On the exergetic optimization of continuous photobiological hydrogen production using hybrid ANFIS-NSGA-II (adaptive neuro-fuzzy inference system-non-dominated sorting genetic algorithm-II)[J]. Energy, 2016, 96(2): 507-520.
- [5] 王聪, 赵文玲. 基于自适应多目标指数罚函数的 NSGA-II 算法[J]. 山东理工大学学报: 自然科学版, 2016, 30(3): 11-14.
(Wang C, Zhao W L. NSGA-II based on adaptive multi-objective exponential penalty function[J]. J of Shandong University of Technology: Natural Science Edition, 2016, 30(3): 11-14.)
- [6] 陈志旺, 陈林, 白铎, 等. 求解约束多目标区间优化的交互多属性决策NSGA-II算法[J]. 控制与决策, 2015, 30(5): 865-870.
(Chen Z W, Chen L, Bai X, et al. Interactive multi-attribute decision-making NSGA-II for constained muti-objective optimization with interval numbers[J]. Control and Decision, 2015, 30(5): 865-870.)
- [7] 陶文华, 刘洪涛. 基于差分进化与NSGA-II的多目标优化算法[J]. 计算机工程, 2016, 42(11): 219-224.
(Tao W H, Liu H T. Multi-objective optimization algorithm based on differential evolution and NSGA-II[J]. Computer Engineering, 2016, 42(11): 219-224.)
- [8] 耿焕同, 李辉健, 赵亚光, 等. 基于自适应混合非支配个体排序策略的改进型NSGA-II算法[J]. 计算机应用, 2016, 36(5): 1319-1324.
(Geng H T, Li H J, Zhao Y G, et al. Improved NSGA-II algorithm based on adaptive hybrid non-dominated individual sorting strategy[J]. J of Computer Applications, 2016, 36(5): 1319-1324.)
- [9] 王超学, 田利波. 一种改进的多目标合作型协同进化遗传算法[J]. 计算机工程与应用, 2016, 52(2): 18-23.
(Wang C X, Tian L B. Improved cooperative coevolutionary genetic algorithm for multi-objective[J]. Computer Engineering and Applications, 2016, 52(2): 18-23.)
- [10] 王鲁. 基于遗传算法的多目标优化算法研究[D]. 武汉: 武汉理工大学自动化学院, 2006.
(Wang L. Research on multi-objective optimization algorithm based on genetic algorithm[D]. Wuhan: College of Automation, Wuhan University of Technology, 2006.)
- [11] 李敏强, 窦纪淞, 林丹, 等. 遗传算法的基本理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2002: 198-232.
(Li M Q, Dou J S, Lin D, et al. The basic theory and application of genetic algorithm[M]. Beijing: Science Press, 2002: 198-232.)
- [12] Deb K, Pratab A, Agrawal S, et al. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.
- [13] Zitzler E, Deb K, Thiele L. Comparison of multi-objective evolutionary algorithms: Empirical results[J]. Evolutionary Computation, 2000, 8(2): 173-195.
- [14] 赵森. 基于精英集选择与扩展策略的多目标智能算法研究[D]. 广州: 华南理工大学计算机科学与工程学院, 2013.
(Zhao S. Research on multi-objective intelligent algorithm based on elitist selection and extension strategy[D]. Guangzhou: School of Computer Science & Engineering, South China University of Technology, 2013.)
- [15] Holland J H. Outline for a logical theory of adaptive systems[J]. J of the Association for Computation Machinery, 1962, 9(3): 297-314.
- [16] 任子武, 伞冶. 自适应遗传算法的改进及在系统辨识中应用研究[J]. 系统仿真学报, 2006, 18(1): 41-66.
(Ren Z W, San Y. Improved adaptive genetic algorithm and its application research in parameter identification[J]. J of System Simulation, 2006, 18(1): 41-66.)

(责任编辑: 孙艺红)