

# 基于移动传感器/执行器网络的时滞分布参数系统镇定控制

付焕森<sup>1,2†</sup>, 崔宝同<sup>1</sup>, 庄 波<sup>1</sup>, 张建中<sup>3</sup>,

(1. 江南大学 物联网工程学院, 江苏 无锡 214122; 2. 泰州学院 船舶与机电工程学院, 江苏 泰州 225300;

3. 泰山学院 数学与统计学院, 山东 泰安 271000)

**摘要:** 考虑一类基于移动传感器/执行器网络具状态时滞的分布参数系统, 在系统中加入扰动因子; 分析移动传感器/执行器的动力学行为, 研究系统出现扰动时如何设计反馈控制器和移动控制力. 首先利用无穷维抽象发展方程理论将时滞分布参数系统在 Hilbert 空间中进行方程演变; 其次结合工程实际应用进行合理的假设以便于问题的解决; 再利用算子半群理论, 通过 Lyapunov 稳定性定理证明系统的状态在反馈控制器的作用下能够趋于稳态, 并且系统在移动控制力的作用下是渐近稳定的; 最后, 通过数值仿真实验说明文中所设计控制策略的有效性.

**关键词:** 时滞; 分布参数系统; 扰动; 移动传感器/执行器网络; 镇定控制

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.1309

## Stabilization control for a class of distributed parameter systems with time-delay based on mobile sensor and actuator networks

FU Huan-sen<sup>1,2†</sup>, CUI Bao-tong<sup>1</sup>, ZHUANG Bo<sup>1</sup>, ZHANG Jian-zhong<sup>3</sup>

(1. School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. School of Shipping and Mechatronic Engineering, Taizhou University, Taizhou 225300, China; 3. School of Mathematics and Statistics, Taishan University, Tai'an 271000, China)

**Abstract:** This paper consider a class of distributed parameter systems with state delay based on the mobile sensor/actuator networks, combined with the disturbance factor added to the system. We analyze the dynamic behavior of the mobile sensor/actuator, design the feedback controller and the mobile control force. Firstly, the infinite-dimensional abstract evolution equation theory is employed to evolve the equation of the time-delay distributed parameter system in the Hilbert space; Secondly, making reasonable assumptions in combination with practical engineering applications to facilitate the problems solving reasonably; Thirdly, the Lyapunov stability theorem and the operator semigroup theory are applied to prove that the state of the system can approach stable in the feedback controller, and the system is asymptotic under the action of the mobile control force. Finally, the effectiveness of the proposed control strategy is verified by numerical simulation experiments.

**Keywords:** time delay; distributed parameter systems; perturbation; mobile sensor and actuator networks; stabilization control

## 0 引言

随着人工智能技术的快速发展, 传统的固定传感器/执行器网络控制技术已不能满足要求, 从而衍生出移动传感器/执行器网络 (mobile sensor and actuator networks, MSAN), 该网络中的传感器和执行器都是移动的, 根据不同的系统控制要求呈现出不同的网络拓扑结构, 在军事领域的目标追踪和障碍排除, 生态环境的污染控制和精细管理, 智能交通的自动驾驶和调度, 以及风力发电等方面取得了大量的研究成果<sup>[1-4]</sup>.

时滞和扰动是理论研究和工程应用中不可避免的因素, 研究成果也较为丰硕. Hu<sup>[5]</sup> 介绍了时滞系统动力学和控制的最新进展, 其中利用线性矩阵不等式优化技术 (linear matrix inequality, LMI) 和 Lyapunov–Krasovskii 泛函方法较为典型; Wu<sup>[6]</sup> 针对有界扰动的非线性分布参数系统, 通过 LMI 技术设计了自适应神经控制器保证系统半全局稳定; Liu<sup>[7]</sup> 针对具有周期性扰动的时滞系统, 利用 LMI 技术得出了一类时滞系统的稳定条件; Fridman<sup>[8]</sup> 利用 Lyapunov–Krasovskii 方法对线性时滞系统进行了指

收稿日期: 2019-09-16; 修回日期: 2019-12-17.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61473136, 61807016).

†通讯作者. E-mail: fuhuansen@163.com.

数稳定性分析, 导出了指数稳定的充分条件; 武斌<sup>[9]</sup>针对非线性扰动的时变时滞系统, 通过时滞分割方法和 Lyapunov–Krasovskii 泛函, 提出了保守性更小的系统稳定性分析准则. 时滞和扰动作为系统控制理论研究的热点问题, 新技术和新观点也不断产生, Wang<sup>[10]</sup> 针对多时滞分布参数系统, 利用 Wirtinger 不等式和分布式比例–积分控制拓展了时滞系统控制器的设计方法; Bai<sup>[11]</sup> 针对带有区间扰动的时滞系统, 设计了一种新方法来研究延迟和扰动; Nishida<sup>[12]</sup> 采用动态模式分解的数据驱动建模方法, 提出了一种输出时滞非线性分布参数系统的预测最优控制方法, 可以解决因延迟引起的性能下降问题; 罗李平<sup>[13]</sup> 针对双曲型分布参数系统, 借助处理高阶 Laplace 算子的方法研究得出了系统振动的显式充分判据; Wang<sup>[14]</sup> 研究了一类具有连续可微时变时滞和时空控制输入的线性分布参数系统的指数镇定问题; Wang<sup>[15]</sup> 针对非线性时滞分布参数系统, 提出了一种空间点测量下的模糊控制方法.

分布参数系统通常是由偏微分方程来描述, 基于移动传感器/执行器网络的分布参数系统相关研究近年来取得了较多的成果. 文献 [16-18] 利用算子半群理论和抽象发展方程对移动传感器/执行器网络的分布参数系统进行了全面详细的分析和讨论, 但对时滞问题没有深入研究; 文献 [19] 将算子半群方法运用于时滞分布参数系统, 讨论了移动传感器/执行器网络的稳定性, 但未考虑扰动情况下的系统稳定性问题. 部分文献将传感器和执行器看成智能体, 如文献 [20] 利用图论和矩阵论等方法研究了具有时滞和扰动的多智能体的领导跟随问题; 文献 [21-22] 针对非线性系统研究了多智能体混沌延迟的协同同步问题和分布式一致性跟踪问题; 文献 [23] 采用线性矩阵不等式的方法, 研究了固定有向拓扑下的多智能体随机扰动和时间延迟问题; 文献 [20-23] 是将移动传感器/执行器看成智能体进行研究, 相比于文献 [16-18] 的算子半群方法, 从拓扑结构角度考虑存在时滞和扰动情况下的系统稳定性; 国内吴淮宁教授团队在基于移动传感器/执行器网络的分布参数系统研究中取得了丰硕的成果, 在最新的文献 [24-27] 中, 研究了其指数镇定, 切换控制, 模糊镇定设计, 以及  $H_\infty$  控制设计等问题.

本文利用抽象发展方程、算子半群理论和 Lyapunov 稳定性等方法, 研究了基于移动传感器/执行器网络的具有界扰动项的时滞分布参数系统的镇定性问题, 是对已有研究成果的一个补充拓展; 文中

设计一种新的移动传感器/执行器通讯网络节点集合, 由此得到新的反馈控制器是文中的一个创新点. 同时基于移动传感器/执行器的动力学行为设计了移动控制力, 再设计 Lyapunov 函数证明了该系统在移动控制力的作用下是渐近稳定的, 并且通过大量的数值仿真实验验证了系统的状态在出现扰动时, 移动控制相比于固定的传感器/执行器控制要更快地趋于稳态. 文中对不同时滞因子, 不同扰动强度下的系统稳定性问题进行仿真验证, 研究较为全面, 对于理论研究和工程实际应用有一定的参考价值.

## 1 问题描述

考虑基于移动传感器/执行器网络的多输入、多输出时滞分布参数系统

$$\begin{aligned} \frac{\partial x(t, z)}{\partial t} = & a_1 \frac{\partial^2 x(t, z)}{\partial z^2} - a_2 x(t, z) + \\ & a_3 x(t - \tau(t), z) + \\ & \sum_{i=1}^n b(z; \theta_i^a(t)) u_i(t) + d(t, z), t > 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_0^l c(z; \theta_1^s(t)) x(t, z) dz \\ \int_0^l c(z; \theta_2^s(t)) x(t, z) dz \\ \vdots \\ \int_0^l c(z; \theta_n^s(t)) x(t, z) dz \end{bmatrix}, \quad (2)$$

系统对应的初始条件

$$x(t, z) = \psi(t, z), (t, z) \in [-\tau, 0] \times \Omega, \quad (3)$$

以及边界条件满足

$$x(t, 0) = x(t, l) = 0. \quad (4)$$

上述网络模型是由  $n$  个传感器和执行器组成,  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $x(t, z)$  表示移动传感器/执行器网络的系统状态,  $t$  表示时间,  $t > 0$ ,  $z$  代表位置,  $z \in \Omega = [0, l]$ ,  $l, a_1, a_2, a_3, \tau, \eta$  都是正常数;  $\tau(t)$  为变时滞因子且是可导函数, 满足  $0 \leq \tau(t) \leq \tau$  和  $\dot{\tau}(t) \leq \eta < 1$ ;  $\theta_i^a(t)$  和  $c(z; \theta_i^s(t))$  分别表示第  $i$  个移动传感器的空间位置和空间分布函数,  $\theta_i^a(t)$  和  $b(z; \theta_i^a(t))$  分别代表第  $i$  个移动执行器的空间位置和空间分布函数;  $\psi(t, z)$  为某一适当的光滑函数;  $u_i(t)$  和  $y(t)$  分别表示系统的控制输入和输出;  $d(t, z)$  为扰动源, 是随时间和位置变化的有界函数.

本文考虑的是移动传感器/执行器网络的时滞分布参数系统出现扰动时的镇定控制, 拟解决以下两个问题:

问题 1: 如何选择控制器, 使得系统的状态在出现扰动时能够趋于稳态.

问题 2: 考虑移动移动传感器/执行器的动力学

行为, 如何设计控制力, 研究出现扰动时传感器/执行器的运动路径和系统的稳定性问题.

本文采用算子半群法, 通过 Lyapunov 稳定性定理和抽象发展方程解决上述两个问题. 令  $\mathcal{H} \triangleq L_2(p, q)$  为 Hilbert 空间, 则对于  $p \leq q \in \mathbb{R}$ , 有  $\int_p^q |x|^2 dt < \infty$ ,  $\mathbb{R}$  表示全体实数的集合,  $x$  为平方可积的函数; 在  $\mathcal{H}$  中定义内积  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  和内积诱导的范数  $\|\cdot\|$ , 对于  $x, y \in \mathcal{H}$ , 有内积  $\langle x, y \rangle = \int_p^q x \bar{y} dt$ , 范数  $\|x\| = (\langle x, x \rangle)^{\frac{1}{2}}$ , 其中  $y$  是  $\bar{y}$  的共轭函数;  $\mathcal{V}$  表示一个自反的 Banach 空间,  $\mathcal{V}^*$  表示  $\mathcal{V}$  的共轭对偶空间, 其范数分别表示为  $\|\cdot\|_{\mathcal{V}}$  和  $\|\cdot\|_{\mathcal{V}^*}$ ,  $\mathcal{V}^*$  和  $\mathcal{V}$  的对偶关系也用  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  表示.

令算子  $\mathcal{V}, \mathcal{H}$  和  $\mathcal{V}^*$  满足三嵌入关系, 即  $\mathcal{V} \hookrightarrow \mathcal{H} \hookrightarrow \mathcal{V}^*$ ,  $\hookrightarrow$  表示嵌入是连续且稠密的, 且满足  $\|\phi\| \leq c \|\phi\|_{\mathcal{V}}, \phi \in \mathcal{V}, c > 0$ . 二阶椭圆算子  $\mathcal{A}_1$  定义为  $\mathcal{A}_1 \phi = a_1 \frac{d^2 \phi}{dz^2}$ ,  $\text{Dom}(\mathcal{A}_1) = \{\psi \in L_2(\Omega) | \psi, \dot{\psi} \text{ 绝对连续, } \ddot{\psi} \in L_2(\Omega), \text{ 且 } \psi(0) = \psi(l) = 0\}$ . 根据文献 [17], 可以得到算子  $\mathcal{A}_1$  有如下性质: 有界性,  $|\langle \mathcal{A}_1 \phi, \varphi \rangle| \leq \alpha \|\phi\| \|\varphi\|$ ; 强制性,  $\langle -\mathcal{A}_1 \phi, \phi \rangle \geq \beta \|\phi\|^2$ ; 对称性,  $\langle \mathcal{A}_1 \phi, \varphi \rangle = \langle \phi, \mathcal{A}_1 \varphi \rangle$ ; 其中  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$ ,  $\phi, \varphi \in \mathcal{V}$ ;  $\text{Dom}$  表示定义域.

为简化问题的解决, 做如下假设:

**假设 1** 实际工程应用中, 传感器和执行器可以合为一体控制, 也可以分开控制, 即并列和非并列, 这里假设传感器和执行器并列控制, 其空间位置  $\theta_i^s(t) = \theta_i^a(t) = \theta_i(t)$ , 传感器和执行器的空间分布函数也相同, 其空间分布参数为

$$\begin{aligned} b(z; \theta_i^a(t)) &= c(z; \theta_i^s(t)) \\ &= \begin{cases} 1, z \in [\theta_i(t) - \varepsilon, \theta_i(t) + \varepsilon], \\ 0, \text{其它}, \end{cases} \\ &= H(\theta_i(t) - \varepsilon) - H(\theta_i(t) + \varepsilon), \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $H(\theta_i(t) - \varepsilon)$  和  $H(\theta_i(t) + \varepsilon)$  是 Heaviside 阶跃函数,  $\varepsilon$  为较小的正数, 表示  $\theta_i(t)$  的作用半径. 为简述方便, 并列的传感器和执行器统一以智能体代替.

则式 (2) 可以表示为

$$\begin{aligned} y_i(t) &= \int_0^l c(z; \theta_i(t)) x(t, z) dz \\ &= \int_{\theta_i(t) - \varepsilon}^{\theta_i(t) + \varepsilon} x(t, z) dz \\ &\approx 2\varepsilon \times \frac{x(t, \theta_i(t) - \varepsilon) + x(t, \theta_i(t) + \varepsilon)}{2}. \end{aligned} \quad (6)$$

**假设 2** 对于移动传感器/执行器网络, 为减少智能体间的通讯能耗, 对于第  $i$  个智能体,  $N_i(t) = \{j \in \{1, 2, \dots, n\} \mid |\theta_i(t) - \theta_j(t)| \in [R - r, R + r]\}$ ,

表示其通讯区间内节点的集合, 其中  $R$  表示智能体间的最小通讯能耗距离,  $r$  表示  $R$  的波动距离, 即某个智能体只在与其  $[R - r, R + r]$  区间范围内的智能体进行通讯.

基于问题 1, 输出反馈控制器设计为

$$u_i(t) = - \sum_{j \in N_i(t)} \gamma_{ij} y_j(t), \quad (7)$$

其中  $\gamma_{ij}$  表示反馈增益,  $\gamma_{ij} > 0, i = 1, 2, \dots, n$ . 设定增益矩阵  $\Gamma = [\gamma_{ij}]_{n \times n}$  为对角阵,  $\Gamma = [\gamma_{ii}]_{n \times n} > 0$ , 则输出反馈控制器可以表达成  $u(t) = -\Gamma y(t)$ , 其中  $u(t) = [u_1(t), \dots, u_n(t)]^\top$ ,  $y(t) = [y_1(t), \dots, y_n(t)]^\top$ .

**假设 3** 移动智能体的节点位置和速度状态都是一直可测的, 移动智能体的运动规律满足牛顿第二运动定律  $F = ma$ , 即  $m_i \ddot{\theta}_i(t) = f_i(t), \theta_i(0) = \theta_{i0}, i = 1, 2, \dots, n$ .  $m_i$ ,  $\theta_{i0}$  和  $\dot{\theta}_{i0}$  分别表示第  $i$  个移动智能体的质量、初始位置和初始速度;  $\ddot{\theta}_i(t)$  表示  $\theta_i(t)$  的二阶导数, 即为智能体的加速度;  $f_i(t)$  是移动智能体的控制力.

**假设 4** 智能体的数据在传输过程中无数据丢失, 控制信号与移动外部扰动信号是平方可积的, 满足  $\mathcal{B}(\theta(t))u(t) + \mathcal{D}\omega(t) \in L_2[0, t, \mathcal{V}^*]$ , 其中控制输入算子  $\mathcal{B}(\theta(t)) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathcal{V}^*$ , 表示  $\langle \mathcal{B}_i(\theta_i(t))u_i(t), \phi \rangle = \int_0^l b(z; \theta_i(t))\phi(z)u_i(t)dz$ ; 扰动算子  $\mathcal{D} : \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{V}^*$ , 表示  $\langle \mathcal{D}\omega(t), \phi \rangle = \int_0^l d(t, z)\phi(z)dz = \int_0^l g(z)\omega(t)\phi(z)dz$ , 或者表示成  $\mathcal{D}\omega(t) = g(z)\omega(t)$ , 其中  $g(z)$  和  $\omega(t)$  分别为扰动  $d(t, z)$  的空间分布和扰动强度<sup>[17]</sup>.

基于假设 4, 则式 (1) 和式 (2) 可以写成如下抽象发展方程

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \mathcal{A}_1 x(t) - \mathcal{A}_2 x(t) + \mathcal{A}_3 x(t - \tau(t)) + \\ &\quad \mathcal{B}(\theta(t))u(t) + \mathcal{D}\omega(t), \end{aligned} \quad (8)$$

$$y(t) = \mathcal{C}(\theta(t))x(t), \quad (9)$$

其中观测输出算子  $\mathcal{C}(\theta(t)) : \mathcal{V} \rightarrow \mathbb{R}^n$ , 表示  $\langle \mathcal{C}_i(\theta_i(t))\phi, \varphi \rangle = \int_0^l c(z; \theta_i(t))\phi(z)\varphi(z)dz$ .

根据假设 1 和式 (7), 传感器和执行器并列结构, 所以  $\mathcal{C}(\theta(t)) = \mathcal{B}^*(\theta(t))$ , 式 (8) 进一步可以得到

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \mathcal{A}_1 x(t) - \mathcal{A}_2 x(t) + \mathcal{A}_3 x(t - \tau(t)) + \\ &\quad \mathcal{B}(\theta(t))u(t) + \mathcal{D}\omega(t) \\ &= \mathcal{A}_1 x(t) - \mathcal{A}_2 x(t) + \mathcal{A}_3 x(t - \tau(t)) - \\ &\quad \sum_{j \in N_i(t)} \gamma_{ij} \mathcal{B}(\theta(t))\mathcal{B}^*(\theta(t))x(t) + \mathcal{D}\omega(t) \\ &= (\mathcal{A}_1 - \mathcal{A}_2 - \mathcal{B}(\theta(t))\Gamma\mathcal{B}^*(\theta(t)))x(t) + \\ &\quad \mathcal{A}_3 x(t - \tau(t)) + \mathcal{D}\omega(t), \\ &= \mathcal{A}_{cl} x(t) + \mathcal{A}_3 x(t - \tau(t)) + \mathcal{D}\omega(t), \end{aligned} \quad (10)$$

$$y(t) = \mathcal{C}(\theta(t))x(t) = \mathcal{B}^*(\theta(t))x(t), \quad (11)$$

其中  $\mathcal{A}_{\text{cl}} = \mathcal{A}_1 - \mathcal{A}_2 - \mathcal{B}(\theta(t))\Gamma\mathcal{B}^*(\theta(t))$ .

**注 1** 文中控制算子  $\mathcal{B}$  和观测算子  $\mathcal{C}$  都是时变的, 则闭环算子  $\mathcal{A}_{\text{cl}}$  也是时变的, 所以文中讨论是基于时变算子的分析. 为证明的简便, 假设二阶椭圆算子  $\mathcal{A}_1$  是时不变的, 所得结论与当  $\mathcal{A}_1$  为时变算子时是一致的, 即  $\mathcal{A}_1(t), t > 0$ . 当  $\mathcal{A}_1(t)$  是时变算子, 对于时变发展方程解的适定性问题, 若假设算子  $\mathcal{A}_1(t)$  可微, 且  $\dot{\mathcal{A}}_1(t) \geq 0$ , 则可将本文的结果直接推广到算子  $\mathcal{A}_1$  是时变的情形<sup>[17]</sup>.

**引理 1**  $-\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{B}(\theta(t))\Gamma\mathcal{B}^*(\theta(t))$  是自伴算子.

**证明** 由于二阶椭圆算子  $\mathcal{A}_1$  满足自伴性,  $\mathcal{A}_2$  为常数算子, 同时  $\Gamma = \Gamma^T > 0$ , 则

$$\begin{aligned} &\langle (-\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{B}(\theta(t))\Gamma\mathcal{B}^*(\theta(t)))\varphi, \phi \rangle \\ &= \langle -\mathcal{A}_1\varphi, \phi \rangle + \langle \mathcal{A}_2\varphi, \phi \rangle + \langle \mathcal{B}(\theta(t))\Gamma\mathcal{B}^*(\theta(t))\varphi, \phi \rangle \\ &= \langle \varphi, -\mathcal{A}_1\phi \rangle + \langle \varphi, \mathcal{A}_2\phi \rangle + \langle \varphi, \mathcal{B}^*(\theta(t))\Gamma\mathcal{B}(\theta(t))\phi \rangle \\ &= \langle \varphi, (-\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{B}(\theta(t))\Gamma\mathcal{B}^*(\theta(t)))\phi \rangle \end{aligned}$$

所以  $-\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{B}(\theta(t))\Gamma\mathcal{B}^*(\theta(t))$  是自伴算子. 证明成立.  $\square$

**引理 2** 自伴算子  $\mathcal{B}(\theta(t))\Gamma\mathcal{B}^*(\theta(t))$  和  $-\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{B}(\theta(t))\Gamma\mathcal{B}^*(\theta(t))$  都是正定算子.

**证明** 因为  $\Gamma = \Gamma^T > 0$ , 所以  $\mathcal{B}(\theta(t))\Gamma\mathcal{B}^*(\theta(t))$  是正定算子. 现证明  $-\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{B}(\theta(t))\Gamma\mathcal{B}^*(\theta(t))$  为正定算子.

$$\begin{aligned} &\langle (-\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{B}(\theta(t))\Gamma\mathcal{B}^*(\theta(t)))x(t), x(t) \rangle \\ &= \langle -\mathcal{A}_1x(t), x(t) \rangle + \langle \mathcal{A}_2x(t), x(t) \rangle + \\ &\quad \langle \mathcal{B}(\theta(t))\Gamma\mathcal{B}^*(\theta(t))x(t), x(t) \rangle \\ &\geq \beta_1 \|x(t)\|^2 + \beta_2 \|x(t)\|^2 + \lambda_{\min}(\Gamma) \|\mathcal{B}^*(\theta(t))x(t)\|^2 \\ &\geq (\beta_1 + \beta_2) \|x(t)\|^2, \end{aligned}$$

其中  $\lambda_{\min}(\Gamma)$  是  $\Gamma$  的最小特征值,  $\beta_1$  是根据算子  $\mathcal{A}_1$  强制性质的某一正常数,  $\beta_2$  是有界算子  $\mathcal{A}_2$  的下界. 因为  $\mathcal{A}_2$  是正有界算子, 所以  $\beta_1 + \beta_2 > 0$ , 即上述算子正定. 证明成立.  $\square$

## 2 主要结果

**定理 1** 针对时滞分布参数系统(1)–(2), 满足初始条件(3)和边界条件(4), 反馈控制器设计为式(7), 移动智能体的控制力设计为

$$\begin{aligned} f_i(t) = & -\frac{\lambda_2 \|x(t)\|^2 + \lambda_1 d_{\max} \|\omega(t)\|^2}{n\dot{\theta}_i(t)} - k_i \theta_i(t) + \\ & 2\lambda_1 \sum_{j \in N_i(t)} \gamma_{ij} y_j(t) \times \\ & (x(t, \theta_i(t) + \varepsilon)) - x(t, \theta_i(t) - \varepsilon)), \end{aligned} \quad (12)$$

当满足  $\lambda_1 a_3 - \lambda_2 + \lambda_2 \eta < 0$ , 时滞分布参数系统在出现扰动时是渐近稳定的.

**证明** 构造 Lyapunov 函数<sup>[19]</sup>

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t), \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} V_1(t) &= -\lambda_1 \langle (\mathcal{A}_{\text{cl}}x(t), x(t)) \rangle, \\ V_2(t) &= \lambda_2 \int_{t-\tau(t)}^t \langle x(s), x(s) \rangle ds, \\ V_3(t) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (m_i(\dot{\theta}_i(t))^2 + k_i(\theta_i(t))^2), \end{aligned}$$

$\lambda_1$  和  $\lambda_2$  为正常数,  $k_i \in \mathbb{R}$ , 表示智能体的运动弹性系数.

根据引理 1 和引理 2, 可以得到  $\langle -\mathcal{A}_{\text{cl}}\phi, \phi \rangle > \beta_1 \|\phi\|^2$ , 即可以得到  $V_1(t) > 0$ ; 显然  $V_2(t) > 0$  和  $V_3(t) > 0$ , 所以  $V(t) > 0$ , 即完成渐近稳定性证明的第一步.

现将  $V(t)$  沿着系统(10)对时间  $t$  进行求导, 其中  $\dot{V}_1(t)$  的表达式

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= -\lambda_1 \langle (\dot{x}(t), \mathcal{A}_{\text{cl}}x(t)) \rangle - \lambda_1 \langle x(t), \mathcal{A}_{\text{cl}}\dot{x}(t) \rangle - \\ &\quad \lambda_1 \langle x(t), \dot{\mathcal{A}}_{\text{cl}}x(t) \rangle \\ &= -2\lambda_1 \langle \dot{x}(t), \mathcal{A}_{\text{cl}}x(t) \rangle + \lambda_1 \langle x(t), \frac{d}{dt}(\mathcal{B}\Gamma\mathcal{B}^*)x(t) \rangle \\ &= -2\lambda_1 \times \\ &\quad \langle (\mathcal{A}_{\text{cl}}x(t) + \mathcal{A}_3x(t - \tau(t)) + \mathcal{D}\omega(t)), \mathcal{A}_{\text{cl}}x(t) \rangle + \\ &\quad \lambda_1 \langle x(t), \frac{d}{dt}(\mathcal{B}\Gamma\mathcal{B}^*)x(t) \rangle \\ &= -2\lambda_1 \langle \mathcal{A}_{\text{cl}}x(t), \mathcal{A}_{\text{cl}}x(t) \rangle - 2\lambda_1 \langle \mathcal{D}\omega(t), \mathcal{A}_{\text{cl}}x(t) \rangle - \\ &\quad 2\lambda_1 \langle \mathcal{A}_3x(t - \tau(t)), \mathcal{A}_{\text{cl}}x(t) \rangle + \\ &\quad \lambda_1 \langle x(t), \frac{d}{dt}(\mathcal{B}\Gamma\mathcal{B}^*)x(t) \rangle, \end{aligned} \quad (14)$$

推导  $\dot{V}_1(t)$  的最后一项, 得到

$$\begin{aligned} &\lambda_1 \left\langle x(t), \frac{d}{dt}(\mathcal{B}\Gamma\mathcal{B}^*)x(t) \right\rangle \\ &= \lambda_1 \left\langle x(t), \frac{\partial(\mathcal{B}\Gamma\mathcal{B}^*)}{\partial t} x(t) \right\rangle \\ &= \lambda_1 \sum_{i=1}^n \int_0^l (\dot{\theta}_i(t) \frac{\partial b(z; \theta_i(t))}{\partial \theta_i(t)} x(t, z) \sum_{j \in N_i(t)} r_{ij} y_j(t)) dz \\ &= \lambda_1 \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) \sum_{j \in N_i(t)} r_{ij} y_j(t) \times \\ &\quad \int_0^l \frac{\partial}{\partial t} (H(\theta_i(t) - \varepsilon) - H(\theta_i(t) + \varepsilon)) x(t, z) dz \\ &= \lambda_1 \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) \sum_{j \in N_i(t)} r_{ij} y_j(t) \times \\ &\quad \int_0^l (\delta(\theta_i(t) - \varepsilon) - \delta(\theta_i(t) + \varepsilon)) x(t, z) dz \end{aligned}$$

$$= \lambda_1 \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) \sum_{j \in N_i(t)} r_{ij} y_j(t) \times \\ (x(t, \theta_i(t) - \varepsilon) - x(t, \theta_i(t) + \varepsilon)), \quad (15)$$

推导  $\dot{V}_1(t)$  的中间两项, 得到

$$\begin{aligned} & -2\lambda_1 \langle \mathcal{A}_3 x(t - \tau(t)), \mathcal{A}_{\text{cl}} x(t) \rangle - \\ & 2\lambda_1 \langle \mathcal{D}\omega(t), \mathcal{A}_{\text{cl}} x(t) \rangle \\ \leq & \lambda_1 \langle \mathcal{A}_3 x(t - \tau(t)), \mathcal{A}_3 x(t - \tau(t)) \rangle + \\ & \lambda_1 \langle \mathcal{A}_{\text{cl}} x(t), \mathcal{A}_{\text{cl}} x(t) \rangle + \lambda_1 \langle \mathcal{D}\omega(t), \mathcal{D}\omega(t) \rangle + \\ & \lambda_1 \langle \mathcal{A}_{\text{cl}} x(t), \mathcal{A}_{\text{cl}} x(t) \rangle \\ \leq & \lambda_1 \|\mathcal{A}_3 x(t - \tau(t))\|^2 + 2\lambda_1 \|\mathcal{A}_{\text{cl}} x(t)\|^2 + \\ & \lambda_1 \|\mathcal{D}\omega(t)\|^2, \end{aligned} \quad (16)$$

则可以得到  $\dot{V}_1(t)$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) \leq & \lambda_1 \|\mathcal{A}_3 x(t - \tau(t))\|^2 + \lambda_1 \|\mathcal{D}\omega(t)\|^2 + \\ & 2\lambda_1 \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) \sum_{j \in N_i(t)} \gamma_{ij} y_j(t) \times \\ & (x(t, \theta_i(t) - \varepsilon) - x(t, \theta_i(t) + \varepsilon)). \end{aligned} \quad (17)$$

推导  $\dot{V}_2(t)$ , 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) = & \lambda_2 \langle x(t), x(t) \rangle - \\ & \lambda_2 (1 - \dot{\tau}(t)) \langle x(t - \tau(t)), x(t - \tau(t)) \rangle \\ = & \lambda_2 \|x(t)\|^2 - \lambda_2 (1 - \dot{\tau}(t)) \|x(t - \tau(t))\|^2 \\ \leq & \lambda_2 \|x(t)\|^2 - \lambda_2 (1 - \eta) \|x(t - \tau(t))\|^2. \end{aligned} \quad (18)$$

根据假设 3, 推导  $\dot{V}_3(t)$ , 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) = & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (2m_i \dot{\theta}_i(t) \ddot{\theta}(t) + 2k_i \theta_i(t) \dot{\theta}_i(t)) \\ = & \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) (m_i \ddot{\theta}_i(t) + k_i \theta_i(t)) \\ = & \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) (f_i(t) + k_i \theta_i(t)). \end{aligned} \quad (19)$$

则可以得到  $\dot{V}(t)$  的表达式

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t) + \dot{V}_3(t) \\ \leq & \lambda_1 \|\mathcal{A}_3 x(t - \tau(t))\|^2 + \lambda_1 \|\mathcal{D}\omega(t)\|^2 + \\ & 2\lambda_1 \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) \sum_{j \in N_i(t)} \gamma_{ij} y_j(t) \times \\ & (x(t, \theta_i(t) - \varepsilon) - x(t, \theta_i(t) + \varepsilon)) + \\ & \lambda_2 \|x(t)\|^2 - \lambda_2 (1 - \eta) \|x(t - \tau(t))\|^2 + \\ & \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) (f_i(t) + k_i \theta_i(t)) \\ \leq & \lambda_1 a_3 \|x(t - \tau(t))\| + \lambda_1 d_{\max} \|\omega(t)\|^2 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2\lambda_1 \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) \sum_{j \in N_i(t)} \gamma_{ij} y_j(t) \times \\ & (x(t, \theta_i(t) - \varepsilon) - x(t, \theta_i(t) + \varepsilon)) + \\ & \lambda_2 \|x(t)\|^2 + (-\lambda_2 + \lambda_2 \eta) \|x(t - \tau(t))\|^2 + \\ & \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) (f_i(t) + k_i \theta_i(t)) \\ \leq & (\lambda_1 a_3 - \lambda_2 + \lambda_2 \eta) \|x(t - \tau(t))\|^2 + \\ & \lambda_1 d_{\max} \|\omega(t)\|^2 + \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) (f_i(t) + k_i \theta_i(t)) + \\ & \lambda_2 \|x(t)\|^2 + 2\lambda_1 \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) \sum_{j \in N_i(t)} \gamma_{ij} y_j(t) \times \\ & (x(t, \theta_i(t) - \varepsilon) - x(t, \theta_i(t) + \varepsilon)), \end{aligned} \quad (20)$$

其中  $d_{\max}$  表示  $\|\mathcal{D}\omega(t)\|$  的上界.

进一步推导  $\dot{V}(t)$ , 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t) + \dot{V}_3(t) \\ \leq & (\lambda_1 a_3 - \lambda_2 + \lambda_2 \eta) \|x(t - \tau(t))\|^2 + \\ & \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) \left( \frac{\lambda_2 \|x(t)\|^2 + \lambda_1 d_{\max} \|\omega(t)\|^2}{n \dot{\theta}_i(t)} + \right. \\ & \left. f_i(t) + k_i \theta_i(t) - 2\lambda_1 \sum_{j \in N_i(t)} \gamma_{ij} y_j(t) \times \right. \\ & \left. (x(t, \theta_i(t) + \varepsilon) - x(t, \theta_i(t) - \varepsilon)) \right). \end{aligned} \quad (21)$$

当移动智能体的控制力满足式 (12) 时, 可以得到  $\dot{V}(t) \leq (\lambda_1 a_3 - \lambda_2 + \lambda_2 \eta) \|x(t - \tau(t))\|^2$ ; 若  $\lambda_1 a_3 - \lambda_2 + \lambda_2 \eta < 0$  成立, 即可证明  $\dot{V}(t) < 0$ , 亦可证明时滞分布参数系统在控制力  $f_i(t)$  的作用下是能够实现渐近稳定的. 证明成立.  $\square$

**注 2** 在  $f_i(t)$  表达式中, 令  $f_i(t) = f_{1i}(t) + f_{2i}(t)$ , 其中  $f_{1i}(t) = -\frac{\lambda_2 \|x(t)\|^2 + \lambda_1 d_{\max} \|\omega(t)\|^2}{n \dot{\theta}_i(t)}$ ,  $f_{2i}(t) = -k_i \theta_i(t) + 2\lambda_1 \sum_{j \in N_i(t)} \gamma_{ij} y_j(t) \times (x(t, \theta_i(t) + \varepsilon) - x(t, \theta_i(t) - \varepsilon))$ ; 由于  $f_{1i}(t)$  中含有分母项,  $f_{1i}(t)$  有可能趋向于无穷大, 所以当智能体的速度  $\dot{\theta}_i(t) = 0$  时, 可以令  $f_{1i}(t) = 0$ , 此时控制力  $f_{2i}(t)$  起作用, 控制系统受扰时的稳定性.

**注 3** 在注 2 中对  $f_i(t)$  进行了特殊处理, 从理论分析角度保证系统的稳定性; 在仿真实验或者实际应用时, 当第  $i$  智能体的速度  $\dot{\theta}_i(t)$  接近于零时, 可以设定  $\dot{\theta}_i(t) < 0.001 \dot{\theta}_{i0}$ , 并且在  $f_i(t)$  的一定时间作用下, 若此智能体速度  $\dot{\theta}_i(t)$  仍未提高, 则可以考虑其处于故障状态, 不再施加控制力  $f_{1i}(t)$ , 等其有速度或者故障修复后再施加  $f_{1i}(t)$  的作用力.

**推论 1** 若移动智能体的控制力设计为

$$f_i(t) = -\lambda_3 \dot{\theta}_i(t) + 2\lambda_1 \sum_{j \in N_i(t)} \gamma_{ij} y_j(t) \times (x(t, \theta_i(t) + \varepsilon) - x(t, \theta_i(t) - \varepsilon)), \quad (22)$$

且满足  $\lambda_1 a_3 - \lambda_2 + \lambda_2 \eta < 0$  和  $M - \lambda_3 \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i^2(t) \leq 0$ , 时滞分布参数系统在出现扰动时是渐近稳定的, 其中  $\lambda_1, \lambda_2$  和  $\lambda_3$  为正常数,  $M = \lambda_1 d_{\max} \|\omega(t)\|^2 + \lambda_2 \|x(t)\|^2$ .

**证明** 令  $V_3(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i (\dot{\theta}_i(t))^2$ ,  $V_1(t)$  和  $V_2(t)$  不变, 则可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t) + \dot{V}_3(t) \\ &\leq (\lambda_1 a_3 - \lambda_2 + \lambda_2 \eta) \|x(t - \tau(t))\|^2 + \lambda_1 d_{\max} \|\omega(t)\|^2 + \lambda_2 \|x(t)\|^2 + \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i(t) (f_i(t) + 2\lambda_1 \sum_{j \in N_i(t)} \gamma_{ij} y_j(t) \times (x(t, \theta_i(t) - \varepsilon) - x(t, \theta_i(t) + \varepsilon))) \end{aligned} \quad (23)$$

令  $M = \lambda_1 d_{\max} \|\omega(t)\|^2 + \lambda_2 \|x(t)\|^2$ ,  $f_i(t) + 2\lambda_1 \sum_{j \in N_i(t)} \gamma_{ij} y_j(t) \times (x(t, \theta_i(t) - \varepsilon) - x(t, \theta_i(t) + \varepsilon)) = -\lambda_3 \dot{\theta}_i(t)$ , 因为文中假定系统的状态和扰动都是有界的, 所以  $M$  为正且有界, 则存在正数  $\lambda_3$ , 使得  $M - \lambda_3 \sum_{i=1}^n \dot{\theta}_i^2(t) \leq 0$ ; 当  $\lambda_1 a_3 - \lambda_2 + \lambda_2 \eta < 0$  时, 可证明  $\dot{V}(t) < 0$ , 即在控制力  $f_i(t)$  的作用下, 时滞分布参数系统是能够实现渐近稳定的, 得到式(22). 证明成立.  $\square$

**注 4** 推论 1 中  $f_i(t)$  表达式不再含有速度分母项, 当智能体速度  $\dot{\theta}_i(t)$  过小时,  $f_i(t)$  不会出现无限大的情况,  $M = \lambda_1 d_{\max} \|\omega(t)\|^2 + \lambda_2 \|x(t)\|^2$  确定时, 正数  $\lambda_3$  即存在.

**注 5** 本文是将时滞分布参数系统演变成抽象发展方程, 利用算子理论等方法解决问题, 为方便证明文中提出的理论方法, 空间变量都是一维的, 相关结果可以推广到二维或三维空间, 具体可以参考文献 [17,28,29], Demetriou 团队将相关控制理论和方法在一维, 二维和三维空间进行了阐述和证明.

**注 6** 文中在研究智能体的移动轨迹时未考虑智能体间的碰撞问题, 有关时滞分布参数系统的智能体防碰撞问题作者已在其他论文中说明, 这里不再重复, 或者可以参考文献 [30,31]. 至于智能体和扰动源的防碰撞问题研究是作者下一步研究的方向.

### 3 数值仿真

根据时滞分布参数系统 (1)–(4), 验证文中所提出定理的正确性, 设置相关参数, 其中扩散系数  $a_1 = 0.001$ , 常数  $a_2 = 2$ , 常数  $a_3 = 1$ ,  $\eta = 0.01$ ; 智能

体的数量  $n = 3$ , 初始位置  $\theta_1(0) = 0.5, \theta_2(0) = 0.9, \theta_3(0) = 1.6, \varepsilon = 0.025$ ; 通讯半径  $R = 0.6$ , 通讯波动半径  $r = 0.2$ ;  $\lambda_1 = 0.005, \lambda_2 = 0.03$ ; 扰动信号分布  $g(z) = 0.6 + 0.3 \sin(9 * \pi t / 20)$ .

当扰动信号强度  $\omega(t) = 0.03e^{-t/10}$  时, 则可以得到扰动强度最大值  $d_{\max} = 0.03$ . 在扰动一定的情况下, 比较时变时滞在  $\tau(t) = 0.01|\sin(\pi t)|$ ,  $\tau(t) = 0.019|\sin(\pi t)|$  和  $\tau(t) = 0.1|\sin(\pi t)|$  情况下系统状态  $L_2$  范数的演变, 如图 1 所示.

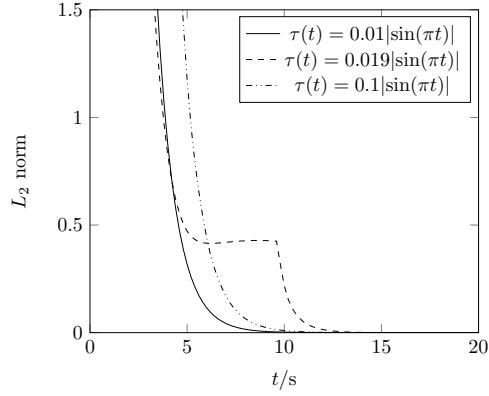


图 1 不同时变时滞条件下的状态  $L_2$  范数演变

从图 1 中可以看出, 系统状态  $L_2$  范数在不同的时变时滞条件下, 有一定的延迟, 但系统都能趋向于稳定. 当系统的时变时滞  $\tau(t) = 0.01|\sin(\pi t)|$  一定时, 比较扰动强度大小  $\omega(t) = 0.03e^{-t/10}, \omega(t) = 0.3e^{-t/10}$  和  $\omega(t) = 3e^{-t/10}$  情况下, 系统状态  $L_2$  范数的演变, 如图 2 所示, 从图 2 中可以看出, 系统的状态  $L_2$  范数演变在不同扰动强度大小有所波动, 系统也都能趋于稳定. 图 1 和图 2 说明定理中的控制策略是有效的.

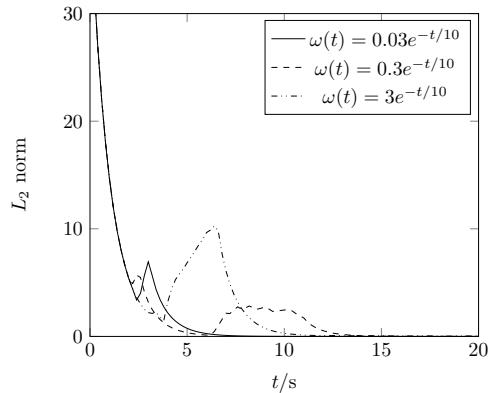


图 2 不同扰动强度下的状态  $L_2$  范数演变

图 3 描绘了在移动控制力和扰动源的作用下, 三个智能体在不同初始位置  $(0.5, 0.9, 1.6)$  的移动轨迹. 为了进一步比较定理中控制力的有效性, 设定  $\tau(t) = 0.01|\sin(\pi t)|$  和  $\omega(t) = 10e^{-t/10}$ , 图 4 比较了系统在固定控制和移动控制的状态  $L_2$  范数演变.

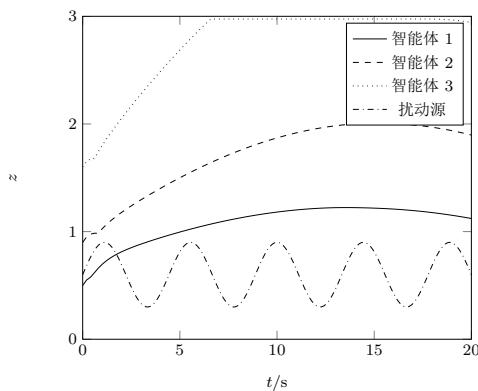
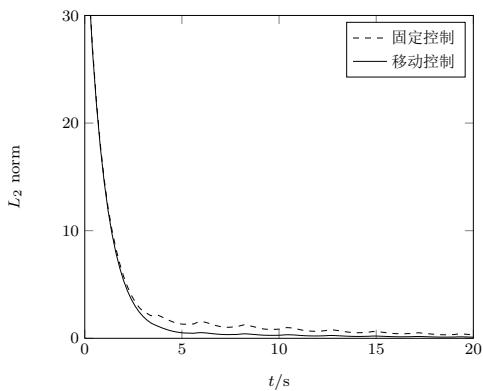
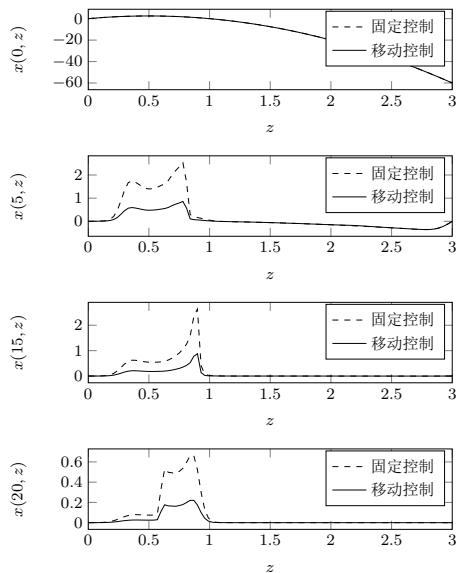


图 3 智能体和扰动源的运动轨迹

图 4 固定控制和移动控制的状态  $L_2$  范数演变

从图 4 中可以看出, 当扰动强度  $d_{\max} = 10$  时, 传感器/执行器在固定控制时, 系统状态  $L_2$  范数在  $t = 20s$  时还未能趋于稳定, 而传感器/执行器在移动控制时, 系统状态  $L_2$  范数在  $t = 20s$  已趋于稳定状态; 图 5 比较了  $t = 0, 5, 15, 20$  等不同时刻, 在固定控制和移动控制两种不同控制方式下的系统空间状态分布, 从图中可以发现系统状态在移动控制方式下要比固定控制以更快地速度趋于稳定。

图 5 系统状态  $x(t, z)$  在  $t = 0, 5, 15, 20$  时刻的空间分布

综合图 1—图 5, 表明时滞分布参数系统在出现

扰动时, 系统是能够趋于稳定的, 移动控制的效果也要优于固定控制, 进一步验证了文中所提出控制策略的正确性。

#### 4 结束语

本文利用抽象发展方程理论、算子理论和 Lyapunov 稳定性定理, 研究了一类基于移动传感器/执行器网络系统的时滞分布参数系统在出现扰动时的镇定控制问题。为了提高时滞分布参数系统的控制性能, 设计了一种新的反馈控制器, 并给出了传感器/执行器的通讯节点集合; 再基于移动传感器/执行器的动力学行为设计了移动控制力, 并证明了在此控制力下的时滞分布参数系统的渐近稳定性。最后通过仿真比较了不同时变时滞、不同扰动强度、固定控制和移动控制的系统状态  $L_2$  范数演变, 实验表明系统状态在移动控制比固定控制时更快地趋于稳定, 说明了所设计反馈控制器和控制力的有效性。

#### 参考文献 (References)

- [1] Blanco J, García A, Morenas J L. Design and implementation of a wireless sensor and actuator network to support the intelligent Control of Efficient Energy Usage[J]. Sensors, 2018, 18(6): 1892-1907.
- [2] Luo K, Chi M, Chen J, et al. Distributed coordination of multiple mobile actuators for pollution neutralization[J]. Neurocomputing, 2018, 316: 10-19.
- [3] Dou L, Song C, Wang X, et al. Nonuniform coverage control for heterogeneous mobile sensor networks on the line[J]. Automatica, 2017, 81: 464-470.
- [4] Dimitrios P, Konstantinos A. A scalable hardware design architecture for wireless sensors and actuators networks nodes in the agricultural domain[J]. Sensors, 2016, 16(8): 1227-1286.
- [5] Hu H Y, Wang Z H. Singular perturbation methods for nonlinear dynamic systems with time delays[J]. Chaos Solitons & Fractals, 2009, 40(1): 13-27.
- [6] Wu H N, Li H X. Adaptive neural control design for nonlinear distributed parameter systems with persistent bounded disturbances[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2009, 20(10): 1630-1644.
- [7] Liu B, Chen X, She J, et al. Complete rejection of periodic disturbances in time-delay systems[C]. Proc of Control Conference. Nanjing: IEEE, 2014: 3736-3739.
- [8] Fridman, Emilia, Orlov, et al. Exponential stability of linear distributed parameter systems with time-varying delays[J]. Automatica, 2009, 45(1): 194-201.
- [9] 武斌, 王长龙, 徐锦法, 等. 带有非线性扰动的时变时滞系统的稳定性准则 [J]. 控制理论与应用, 2017, 34(5): 692-700.  
(Wu B, Wang C L, Xu J F, et al. Stability criteria for time-varying delay systems with nonlinear perturbations[J]. Control Theory & Applications,

- 2017, 34(5): 692-700.)
- [10] Wang J W, Wu H N. Some extended Wirtinger's inequalities and distributed proportional-spatial integral control of distributed parameter systems with multi-time delays[J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(10): 4423-4445.
- [11] Bai Y, Li Z, Huang C. New  $H_\infty$  control approaches for interval time-delay systems with disturbances and their applications[J]. ISA Transactions, 2016, 65: 174-185.
- [12] Nishida G, Sakamoto N. Data-driven nonlinear optimal control for distributed parameter systems with output delay[J]. IFAC-PapersOnLine, 2018, 51(3): 101-106.
- [13] 罗李平, 罗振国, 邓义华. 脉冲扰动对非线性时滞双曲型分布参数系统振动的影响 [J]. 数学物理学报, 2018, 38A(2): 313-321.  
(Luo L P, Luo Z G, Deng Y H. Effect of impulsive perturbations on oscillation of nonlinear delay hyperbolic distributed parameter systems[J]. Mathematicae Applicatae Sinica, 2018, 38A(2): 313-321.)
- [14] Wang J W, Sun C Y. Delay-dependent exponential stabilization for linear distributed parameter systems with time-varying delay[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2018, 140(5): 051003.
- [15] Wang Z P, Wu H N. Fuzzy control for nonlinear time-delay distributed parameter systems under spatially point measurements. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2019, 27(9): 1844-1852
- [16] Demetriou M A, Kazantzis N. A new actuator activation policy for performance enhancement of controlled diffusion processes[J]. Automatica, 2004, 40(3): 415-421.
- [17] Demetriou M A. Guidance of mobile actuator plus sensor networks for improved control and estimation of distributed parameter systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 55(7): 1570-1584.
- [18] Demetriou M A, Uciński D. State estimation of spatially distributed processes using mobile sensing agents[C]. Proc of American Control Conference. San Francisco: IEEE, 2011: 1770-1776.
- [19] Jiang Z X, Cui B T, Lou X Y. Improved control of distributed parameter systems with time-varying delay based on mobile actuator-sensor networks[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2014, 47(3): 6490-6495.
- [20] Ren H, Deng F, Liu W, et al. Consensus tracking of multi-agent systems with time delays and disturbances[C]. Proc of Control Conference. Nanjing: IEEE, 2014: 5241-5246.
- [21] Cui B, Ma T, Lewis F L, et al. Distributed adaptive consensus control of heterogeneous multi-agent chaotic systems with unknown time delays[J]. Control Theory & Applications, 2015, 9(16): 2414-2422.
- [22] Ma T, Lewis F L, Song Y. Exponential synchronization of nonlinear multi-agent systems with time delays and impulsive disturbances[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2016, 26(8): 1615-1631.
- [23] Qiu L, Guo L, Liu J. Mean square average generalized consensus of multi-agent systems under time-delays and stochastic disturbances[J]. Journal of Systems Science and Complexity, 2018(6): 1-12.
- [24] Zhang X W, Wu H N. Exponential stabilization for distributed parameter systems with mobile actuators/sensors[C]. Proc of 2017 Chinese Automation Congress. Jinan: IEEE, 2017: 4575-4580.
- [25] Wu H N, Zhang X W. Integrated design of switching control and mobile actuator/sensor guidance for a linear diffusion process[J]. Journal of the Franklin Institute, 2019, 356(13): 7246-7262.
- [26] Zhang X W, Wu H N. Fuzzy stabilization design for semilinear parabolic PDE systems with mobile actuators and sensors[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2019. DOI 10.1109/TFUZZ.2019.2908139
- [27] Zhang X W, Wu H N.  $H_\infty$  control design for non-linear distributed parameter systems with mobile actuators and sensors[J]. IET Control Theory & Applications, 2019, 13(14): 2228-2238.
- [28] Demetriou M A. Adaptive control of 2-D PDEs using mobile collocated actuator/sensor pairs with augmented vehicle dynamics[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(12): 2979-2993.
- [29] Demetriou M A, Gatsonis N A, Court J R. Lyapunov based guidance of a mobile sensing agent for state estimation of a gaseous source in a 3D spatial domain[C]. Proc of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference. Orlando: IEEE, 2011: 1986-1992.
- [30] 江正仙, 崔宝同, 楼旭阳, 等. 基于防碰撞的移动 SAN 对分布参数系统的控制 [J]. 控制与决策, 2014, 29(12): 2242-2246.  
(Jiang Z X, Cui B T, Lou X Y, et al. Controlling distributed parameter systems utilizing mobile sensor-actuator networks with guaranteed collision avoidance. Control and Decision, 2014, 29(3): 2242-2246.)
- [31] 张建中, 崔宝同. 一类活动边界分布参数系统具防碰撞的移动控制策略 [J]. 信息与控制, 2018, 47(5): 634-640.  
(Zhang J Z, Cui B T. Mobile control strategy with guaranteed collision avoidance for a class of distributed parameter systems with moving boundaries. Information and Control, 2018, 47(5): 634-640.)

## 作者简介

付焕森(1982—), 男, 副教授, 博士生, 从事分布参数系统控制理论与应用的研究, E-mail: fuhuansen@163.com.

崔宝同(1960—), 男, 教授, 博士(博士生导师), 从事复杂系统控制理论与应用的研究, E-mail: btcui@jiangnan.edu.cn.

庄波(1976—), 男, 副教授, 博士, 从事分布参数系统的控制研究, E-mail: bozhuang@jiangnan.edu.cn.

张建中(1979—), 男, 讲师, 博士, 从事基于分布参数系统的移动传感器执行器网络控制理论与应用的研究, E-mail: zhangjz2018@163.com.