

考虑模型响应不确定性的稳健参数设计

冯泽彪, 汪建均[†]

(南京理工大学 经济管理学院, 南京 210094)

摘要: 针对模型响应不确定性的稳健参数设计问题, 在高斯过程回归 (Gaussian process regression, GPR) 建模的框架下, 结合贝叶斯超参数最大后验 (Maximum a posteriori estimation, MAP) 估计和多目标线性加权方法构建一个新的优化模型. 首先, 利用 MAP 方法获得最优超参数组合, 构建高斯回归模型; 然后, 考虑响应不确定性与响应之间的交互效应, 采用线性加权准则, 构建多响应稳健优化模型; 最后, 利用聚类分析方法获得最优参数解. 该方法考虑了输出响应不确定性对优化结果的影响, 权衡了最优因子水平与多元质量特性之间的关系. 结合实际案例和软件仿真对所提出方法进行实证研究, 结果表明, 该方法能够较好地兼顾输出响应的最优性和稳健性, 从而实现稳健参数设计.

关键词: 高斯过程模型; 不确定性; 多响应; 最大后验估计; 线性加权; 稳健参数设计

中图分类号: TP273.2

文献标志码: A

Multi-response robust parameter design based on uncertainty of model response

FENG Ze-biao, WANG Jian-jun[†]

(School of Economics and Management, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: A new optimization model, integrating maximum a posteriori (MAP) estimation of the Bayesian approach and the linear weighting method for multi-objectives in the framework of Gaussian process regression (GPR) modeling, is proposed to solve the problem of robust parameter design for the uncertainty of response. Firstly, optimal hyperparameters are obtained by using a MAP method, and the Gaussian regression model is constructed. Then, a multi-objective optimization model is constructed by using the linear weighting criterion. Finally, the optimal parameter solution is obtained by cluster analysis. The proposed method considers the effect of output response uncertainty on the optimization results and balances the relationship between the optimal factor level and the multivariate quality characteristics. The effectiveness of the proposed method is verified through a practical industrial example combined with a simulation example. The results show that the proposed method can give good consideration to the optimal and the robust of response, so as to achieve the robust parameter design.

Keywords: Gaussian process model; uncertainty; multi-response; maximum a posteriori estimation; linear weighting; robust parameter design

0 引 言

在 20 世纪 80 年代, 日本著名的质量工程专家 Taguchi 博士提出了稳健设计 (Robust design, RD) 的方法, 以提高和改善产品/工艺过程的质量设计水平^[1]. 稳健参数设计是结合统计知识和工程实践而发展起来的一种质量改进方法, 其基本原理是选择最佳的参数组合, 使得响应对噪声因素的变化不敏

感^[2]. 产品的性能通常是由若干个质量特性来刻画的, 因此, 多元质量特性的满意参数设计具有非常重要的意义^[3]. 多响应稳健参数设计研究方向, 基本上可以归纳为以下几个方面^[4]: 1) 构建指标以合理度量多响应系统的稳健性以及各目标响应之间的相关性; 2) 构建模型以综合考虑模型预测性能以及各目标响应之间的冲突; 3) 优化参数以获得模型全局最

收稿日期: 2018-07-18; 修回日期: 2018-09-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (71771121, 71371099, 71471088); 中央高校基本科研业务费专项资金项目 (30915011102).

责任编辑: 王光臣.

作者简介: 冯泽彪 (1988—), 男, 博士生, 从事质量管理与质量工程、计算机试验设计与机器学习的研究; 汪建均 (1977—), 男, 副教授, 博士生导师, 从事质量管理与质量工程、工业工程、应用统计学等研究.

[†]通讯作者. E-mail: jjwang@njjust.edu.cn.

优解和稳健解。

针对上述多响应稳健参数设计问题,国内外学者提出了多种研究方法.常用的方法可大致归纳为以下几种^[4-5]:满意度函数法、贝叶斯后验概率法、多元质量损失函数等.满意度函数法以其易于掌握、简单实用的优点,广泛应用于工程实践中.然而,该方法忽视了响应之间的相关性,可能无法获得合理的参数设计值^[6].Ko等^[7]提出了一种基于损失函数的多响应优化方法,该方法能同时满足预测的鲁棒性和质量要求,但该方法无法对优化结果进行可靠性评估.张旭涛等^[8]提出了一种基于贝叶斯分析的递阶优化方法,改善了现有稳健最优解可靠性较差的情况,利用贝叶斯后验分析获得有效最优解.Chiao等^[9]提出了评估优化结果可靠性的新方法,该方法有效度量了响应之间方差和协方差结构,对于异方差噪声回归模型依然适用.然而,该方法没有考虑模型的不确定性.

在实际生产过程中,仪器、测量等客观因素将一定程度地影响实验数据的准确性或者对产品/工艺过程有显著性影响的变量无法准确地获知,因此,考虑不确定性情况下的响应曲面建模方法变得越来越重要.特别是在高可靠性和微制造领域的产品设计中,若无法精确地获得过程输入与输出之间的函数关系,则将难以有效地确定最优的输入参数^[10].因此,在进行产品质量设计时,应将不确定性纳入模型的优化目标中,以获得更加稳健的参数设计.近年来,针对稳健参数设计中不确定性问题的研究,国内外学者已提出不同的建模方法和优化策略.从模型参数的不确定性角度出发,Ouyang等^[11]利用响应曲面理论,提出了一种区间稳健性设计方法,通过未知参数置信区间来考虑模型不确定性,对最好和最坏情况的均方差构建模型,在参数不确定情况下,获得最优稳健设计.Wang等^[12]利用响应曲面理论,结合质量损失函数和贝叶斯统计方法,综合考虑了多响应之间的相关性和模型参数的不确定性,以及质量损失和优化结果的可靠性,获得了更为稳健的优化解.从模型输出响应的不确定性角度出发,He等^[13]提出了一种同时优化多个响应的稳健期望函数方法,考虑了响应曲面模型的不确定性对优化结果的影响,用最坏策略定义传统期望函数稳健性度量,获得了最优参数组合.Yuan等^[14]提出了基于高斯过程的多响应稳健优化模型,将输出响应与方差波动组合建模,考虑了输出响应的不确定性,获得了较为稳健的优化解.然而,由于该组合建模方法忽略了响应与方差波动间的权重关系,当模型精度较高时,优化解的稳健性值得商榷.

针对模型输出响应不确定性的多响应稳健参数设计问题,本文拟在高斯过程多目标优化模型框架下,首先利用贝叶斯理论中的最大后验估计方法,优化高斯回归模型超参数,提高模型预测精度;然后,将模型输出响应与输出方差波动加权组合,建立多响应稳健优化模型;最后,利用混合遗传算法对优化模型进行参数寻优,从而在考虑输出响应不确定性的情况下,提高优化解的稳健性.

1 高斯过程回归(GPR)模型原理

在高斯过程回归中,假设输出响应 y 与输入变量 x 之间为一个预测函数加上噪声变量的非线性关系, $y(x) = f(x) + \epsilon$.如果 $\epsilon \sim N(0, \sigma^2)$,则 y 可以表示为^[15]

$$y(x) \sim N(f(x), \sigma^2). \quad (1)$$

给定预测函数一个高斯过程先验

$$f(x) \sim \text{GP}(m(x), k(x, x')). \quad (2)$$

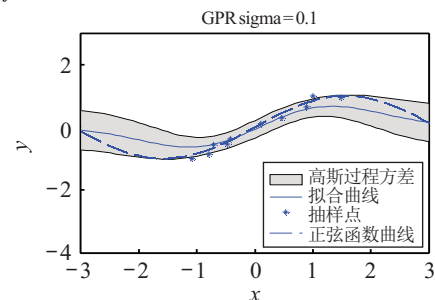
其中:定义 $m(x)$ 为高斯过程的均值函数, $k(x, x')$ 为一个半正定协方差核函数.任意 $f(x)$ 与 $f(x')$ 之间的关系为

$$k(x, x') \sim \text{cov}(f(x), f(x')). \quad (3)$$

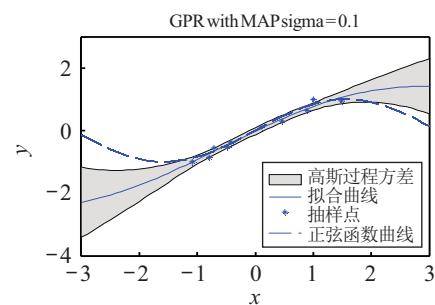
核函数通常简称为核.核函数形式通常定义为平方指数核^[16],即

$$k(x, x') = \sigma_f^2 \exp\left(-\sum_{i=1}^N (x_i - x'_i)^2 l_i^{-2} / 2\right). \quad (4)$$

其中: σ_f^2 为量级因子或协方差函数的方差,控制输入



(a) 普通GP模型回归



(b) MAPGP模型回归

图1 两种GP模型预测精度对比

变量的局部相关性; l_i^{-2} 为特征长度, 控制模型平滑度. 如图1(a)所示, 实验函数选取噪声方差为0.1的正弦函数, 随机选取10个实验点, 核函数为平方指数核形式的高斯过程回归预测.

2 考虑不确定性的多响应稳健参数设计

2.1 高斯过程建模

本文中, 假设高斯过程均值为0, 核为含有参数 θ 的形式, 即 $k(x, x'|\theta)$. 对于有限输入因子 $X = (x_1, x_2, \dots, x_N)$, 响应 $f(x) = (f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_N))$ 为联合多元高斯分布, 有

$$f(x) \sim N(0, K_{X,X}(\theta)), \quad (5)$$

其中协方差核 $[K_{X,X}(\theta)]_{i,j} = k(x, x'|\theta)$ 为一个 $N \times N$ 协方差矩阵, 其表达式如式(4)所示.

在预测模型构建方面, 本文采用如下分层高斯过程模型^[17]:

$$\begin{aligned} \theta &\sim \pi(\theta), \\ f &\sim N(0, K_{X,X}(\theta)), \\ y &\sim N(f(x), \sigma^2 I). \end{aligned} \quad (6)$$

其中: $\pi(\theta)$ 是核参数先验 (包含 σ^2), σ^2 是噪声方差, I 是 $N \times N$ 阶单位矩阵. 高斯模型中对 f 进行边际分析, 可得

$$y(x|X, \theta) = \int p(y|f, X, \theta) p(f|X, \theta) df = N(0, K_{X,X}(\theta) + \sigma^2 I). \quad (7)$$

本文在对超参数估计时, 根据文献[15]和文献[18]中所述方法, 利用贝叶斯最大后验估计(MAP)方法, 记似然估计 $p(\theta|y) \propto p(y|\theta)p(\theta)$, 边际似然函数为

$$p(y|\theta) \propto \int p(y|f)p(f|X, \theta) df. \quad (8)$$

为了得到近似 $p(y|\theta)$, 对边际似然函数使用拉普拉斯方法. 在预测位置 \hat{f} 处, 对式(8)中被积函数进行泰勒展开, 得到 f 的积分乘以常数形式, 即

$$\begin{aligned} \log p(y|\theta) &= \\ \log p(y|\hat{f}) &- \frac{1}{2} \hat{f}^T K_{X,X} \hat{f} - \\ \frac{1}{2} \log |K_{X,X}| &- \frac{1}{2} \log |K_{X,X}^{-1} + W|. \end{aligned} \quad (9)$$

其中: W 为一个对角矩阵, 对角元素为 $W_{ii} = \nabla_{f_i} \times \nabla_{f_i} \log p(y|f_i, \theta)|_{f_i=\hat{f}_i}$, 详见文献[15]. 然后, 对式(9)利用最大后验估计方法近似超参数, 有

$$\log p(y|\theta) = \log p(\theta|y) + \log p(\theta). \quad (10)$$

式(10)是对 θ 可微的, 使用梯度优化方法得到

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} p(\theta|y). \quad (11)$$

利用最大后验估计方法确定超参数, 使得模型的预测精度得到了改善, 如图1(b)所示, 已知参数设置与图1(a)一致.

2.2 模型响应不确定性量化

由于本文GP模型不能保证严苛的高精度, 如图1(b)所示. 为了提高模型的稳健性, 必须考虑预测响应方差即输出响应波动因素对优化结果的影响. 本文考虑利用预测方差来评估模型的不确定性. 假设预测方差的95%置信区间为 (v_l, v_u) ^[14], 其中 $v_l = 0$, v_u 采用最大化近似方法, 有

$$\begin{aligned} v_u &= 2(K_{x_i, x_i} - \sigma^2)^{\frac{1}{2}} = \\ 2 \left(\sigma_f^2 \exp \left(- \sum_{i=1}^N (x_i - x'_i)^2 l_i^{-2} / 2 \right) \right)^{\frac{1}{2}} &= 2\sigma_f. \end{aligned} \quad (12)$$

由式(12)可知, v_u 为任意预测点处标准差的2倍. 因 v_u 为预测方差置信区间上限, 故其值的变化情况可以反映方差波动情况. 本文主要利用该指标来评价输出响应的不确定性. $\tilde{y} = \hat{f} \pm v_u$ 即为模型输出响应的置信区间范围, 如图1(b)中阴影区域所示.

2.3 多响应稳健参数设计

在构建多响应模型时, 通常的做法是将输出响应与方差波动直接相加组合建模. 如文献[14]所述, 建模方法如下:

$$\begin{cases} \min \text{fun}_1 = y_1^x + \gamma \delta_1^x, \\ \min \text{fun}_2 = y_2^x + \gamma \delta_2^x, \\ \gamma \in R^+, x \in \Phi. \end{cases} \quad (13)$$

其中: γ 为方差波动项系数, 通常取 $\gamma \in [0, 1]$; Φ 为输入变量 x 取值空间; y^x 为模型在 x 点处的输出响应; δ^x 为模型在 x 点处的方差波动, 且其值为预测方差置信区间上限 v_u .

当模型输出方差较大时, 上述方法在考虑模型输出响应不确定性的情况下, 能获得相对较好的优化结果. 但是, 为了获得更加精确的预测值, 在组合建模之前, 本文对模型超参数进行MAP估计, 可以改善模型精度, 结果如图1(b)所示. 此时, 模型响应方差相对于输出响应为可忽略的量级. 若直接将响应与方差波动组合建模, 则优化过程将会忽略输出方差波动项的效应, 导致响应的不确定性对优化结果的影响有可能被忽略, 优化解的可靠性值得商榷. 而通过增大的 γ 值增加方差波动项的影响的策略, 缺乏有效的约束评价方法, 因而无法实施. 为了解决高精度预测模型响应不确定性对优化结果影响的问题, 本文提出将输出响应与方差波动线性加权的方式, 建立如下优化模型:

$$\begin{cases} \min \text{fun}_1 = \gamma y_1^x + (1 - \gamma)\delta_1^x, \\ \min \text{fun}_2 = \gamma y_2^x + (1 - \gamma)\delta_2^x, \\ \gamma \in [0, 1], x \in \Phi. \end{cases} \quad (14)$$

其中: γ 为组合权重; Φ 为输入变量 x 取值空间; y^x 为模型在 x 点处的输出响应, δ^x 为模型在 x 点处的输出

响应波动, 将其定义为预测方差置信区间上限 v_u . 本文采用混合遗传算法进行全局优化^[19-20].

2.4 考虑不确定性的多响应模型构建步骤

考虑输出响应不确定性的多响应模型构建流程如图2所示, 详细步骤如下.

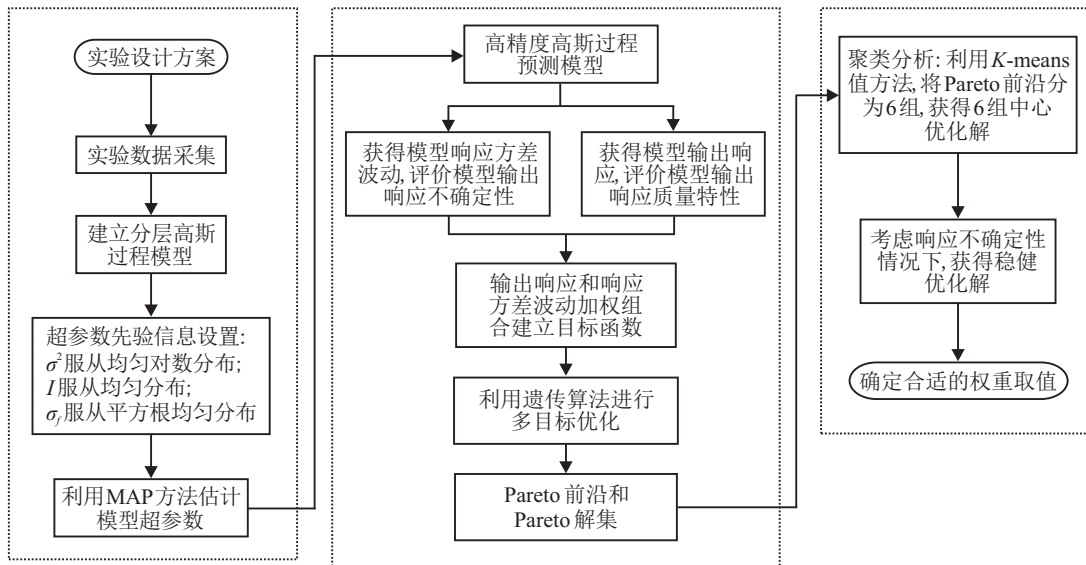


图2 不确定性的多响应建模流程

Step 1: 进行实验设计, 收集实验数据.

Step 2: 建立分层高斯过程模型, 设置超参数.

Step 3: 超参数确定. 利用 MAP 最大后验估计方法, 确定模型最优超参数组合.

Step 4: 获得高精度预测模型. 利用 Step 3 中超参数估计结果进行高斯过程回归拟合, 获得相对准确的输出响应和方差.

Step 5: 组合多响应模型. 利用 Step 4 中模型输出结果, 对输出响应和方差波动进行加权组合, 构建多响应模型.

Step 6: Pareto 寻优. 利用遗传算法寻找模型 Pareto 解集和前沿.

Step 7: 利用 K-means 聚类分析^[21], 将 Pareto 前沿分为 6 个簇, 获得中心点最优解, 即为考虑输出响应不确定性情况下的最佳参数设置.

Step 8: 根据 Step 6 和 Step 7 中获得的响应均值和方差均值, 讨论不同权重对优化结果的影响, 确定合适的权重取值.

3 实例分析

以微纳钻孔^[22]为实验案例, 主要研究微纳制孔过程参数设计问题. 该过程有两个输出响应: 过度切割 (Overcut), 指加工孔半径与钻头半径的差值越小, 钻孔精度越高; 锥度 (Taper), 指微孔的入口与出

表1 实验结果

实验序号	实验因子			响应	
	x_1	x_2	x_3	y_1 过度切割	y_2 锥度
1	-1	-1	-1	46.16	2.14
2	-1	-1	0	42.05	1.94
3	-1	-1	1	37.64	1.85
4	-1	0	-1	51.08	1.58
5	-1	0	0	46.16	1.48
6	-1	0	1	47.26	1.39
7	-1	1	-1	54	0.89
8	-1	1	0	49.54	0.75
9	-1	1	1	51.76	0.63
10	0	-1	-1	43.17	0.98
11	0	-1	0	38.69	0.84
12	0	-1	1	34.97	0.65
13	0	0	-1	45.04	0.68
14	0	0	0	41.68	0.85
15	0	0	1	43.17	0.78
16	0	1	-1	47.28	0.65
17	0	1	0	44.29	0.62
18	0	1	1	39.79	0.58
19	1	-1	-1	38.69	1.65
20	1	-1	0	34.99	1.52
21	1	-1	1	31.98	1.256
22	1	0	-1	41.37	1.11
23	1	0	0	35.96	0.94
24	1	0	1	33.87	1.12
25	1	1	-1	43.26	1.05
26	1	1	0	39.66	1.21
27	1	1	1	36.09	1.26

口半径不一致所形成的一个锥形角度,其值越小,制成的孔质量越高.因此,两个响应皆为望小质量特性.影响上述两个输出响应的可控因子为:推进速率(Feed rate),主轴转速(Spindle speed)和辅助气压(Air pressure).

该实验的目的是获得可控因子的最佳参数组合,使得两个输出响应和输出响应的方差波动同时达到最小化.为此,实验设计者选择田口 $L27$ 正交阵列设计,其实验因子水平表详见文献[22],实验结果如表1所示.

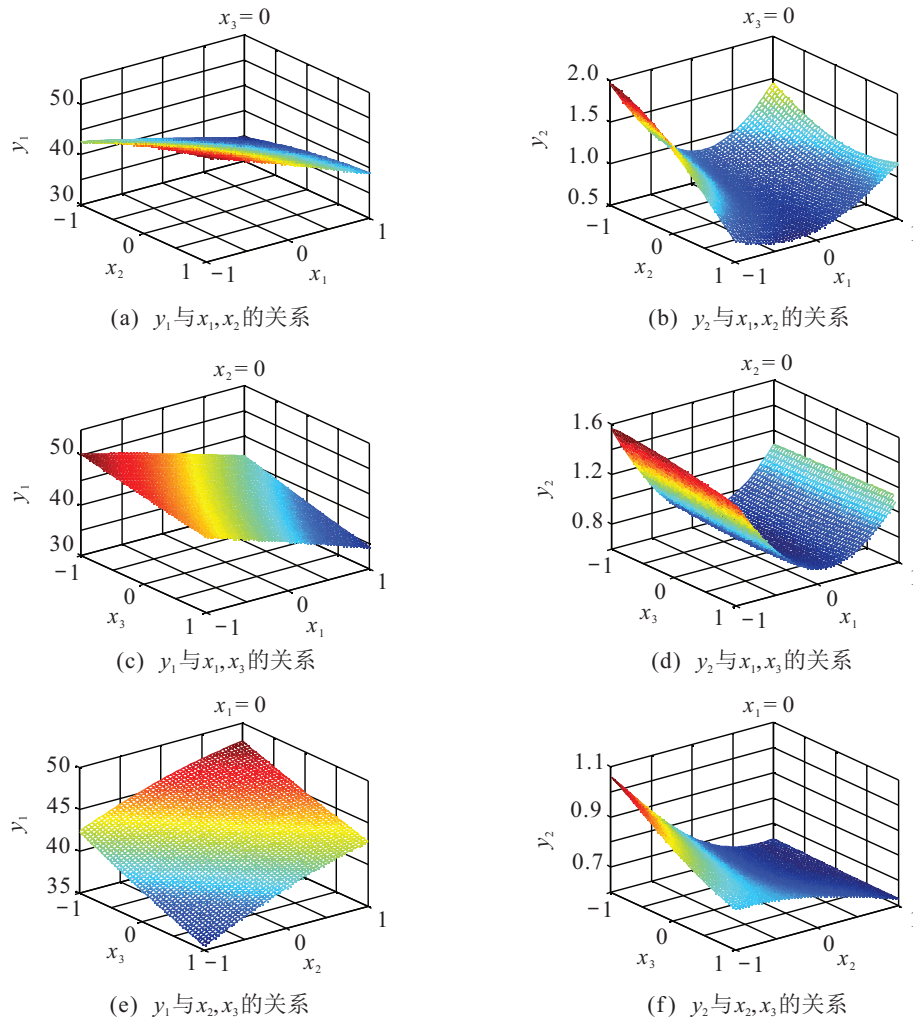


图3 两个输出响应与3个输入变量之间的关系

3.1.1 常用组合建模方法

在上述微纳钻孔实验中,两个目标响应皆为望小质量特性,因此,可利用混合遗传算法对多响应模型进行优化.为了便于对比分析,本文将分别以常用方法和本文所提出的方法举例说明,寻找相对稳健优化解.

首先,利用常用方法,将输出响应与方差波动相加组合建模,如式(13).然后,利用遗传算法搜索最优解,其中, γ 取值分别为0、0.25、0.5、0.75、1,搜索种群

3.1 高斯过程模型拟合及数据分析

针对该案例,假设高斯模型方差未知,利用最大后验估计方法,如式(8)~(11)所示步骤,确定高斯过程超参数,获得高精度拟合模型,预测变量分别为对应预测点的输出响应和输出方差.如图3所示,两个输出响应(y_1 /过度切割和 y_2 /锥度)与3个输入变量(x_1 /推进速率、 x_2 /主轴转速和 x_3 /辅助气压)之间为非线性关系,尤其是锥度响应与主轴转速因子间呈高度复杂非线性关系.

大小设置为300,变异概率为0.5,交叉概率为0.8,迭代次数设置为100,其他参数选择默认形式.

为了获得更加合理的稳健解优化解,本文利用聚类 K -means 值方法将 Pareto 前沿分成6个簇群.进而获得6个中心点解,即为6个最优参数设置,分别代表6种不同类别折中选择,结果如表2所示.

比较分析表2中 γ 取不同值的情况.其中,当 $\gamma = 0$ 时,式(13)中方差波动项系数为0,相当于不考虑输出响应不确定性,仅对输出响应作最小化寻

表2 无加权组合模型的优化结果

γ	序号	输入因子优化结果			输出响应优化结果			
		x_1	x_2	x_3	y_1	δ_1	y_2	δ_2
0	1	0.4827	-0.9937	0.9918	33.5266	0.7524	0.8031	0.0064
	2	0.2150	-0.0868	0.5717	39.5945	0.3512	0.7035	0.0048
	3	0.2131	-0.5414	0.9954	36.6872	0.4911	0.7288	0.0056
	4	0.8628	-0.9915	0.9901	31.8458	0.9540	1.0777	0.0065
	5	0.0211	0.9242	0.9876	42.4802	0.6345	0.6427	0.0059
	6	-0.2827	0.9894	0.9679	44.6001	0.6863	0.5637	0.0062
	总均值					37.0034	0.6842	0.7968
1/4	1	0.2110	-0.1232	0.6386	39.2982	0.3548	0.7075	0.0048
	2	0.8573	-0.9968	0.9874	31.8583	0.9521	1.0737	0.0065
	3	-0.2017	0.9771	0.9687	44.0582	0.6678	0.5796	0.0061
	4	0.4898	-0.9951	0.9872	33.5025	0.7516	0.8071	0.0063
	5	0.2155	-0.6169	0.9876	36.3841	0.5028	0.7301	0.0056
	6	0.0481	0.7444	0.9818	41.9094	0.5336	0.6668	0.0054
	总均值					36.7384	0.6782	0.8074
1/2	1	0.2108	-0.5520	0.9775	36.7057	0.4815	0.7290	0.0055
	2	0.8393	-0.9952	0.9792	31.9697	0.9268	1.0582	0.0063
	3	-0.0197	0.8284	0.9761	42.5483	0.5674	0.6426	0.0055
	4	0.1907	0.0512	0.6402	39.9843	0.3555	0.6991	0.0048
	5	-0.2646	0.9798	0.9746	44.4488	0.6814	0.5687	0.0062
	6	0.4726	-0.9914	0.9783	33.6220	0.7351	0.8000	0.0062
	总均值					36.8781	0.6753	0.8062
3/4	1	-0.3055	0.9964	0.9725	44.7498	0.6995	0.5586	0.0063
	2	0.0114	0.8042	0.9350	42.3913	0.5277	0.6518	0.0052
	3	0.8706	-0.9899	0.9920	31.8110	0.9611	1.0846	0.0065
	4	0.2052	-0.0362	0.5799	39.7922	0.3519	0.7007	0.0048
	5	0.2102	-0.5081	0.9524	36.9590	0.4591	0.7283	0.0054
	6	0.5078	-0.9889	0.9873	33.4487	0.7515	0.8155	0.0063
	总均值					37.0161	0.6810	0.8029
1	1	0.2021	-0.5000	0.9725	36.9754	0.4692	0.7280	0.0055
	2	-0.0005	0.8400	0.9857	42.4324	0.5806	0.6459	0.0056
	3	-0.2470	0.9928	0.9617	44.3961	0.6798	0.5681	0.0062
	4	0.5130	-0.9984	0.9862	33.3886	0.7610	0.8188	0.0063
	5	0.1852	-0.0946	0.5320	39.8418	0.3506	0.7009	0.0047
	6	0.8794	-0.9881	0.9860	31.7972	0.9604	1.0941	0.0065
	总均值					37.3079	0.6698	0.7953

优. 取两个响应方差皆为最小的第2组为例加以说明. 此时, 优化参数设置为 $(x_1, x_2, x_3) = [0.2150, -0.0868, 0.5717]$; 过度切割响应为 $y_1 = 39.5945$, 输出方差为 $\delta_1 = 0.3512$; 锥度响应为 $y_2 = 0.7035$, 输出方差为 $\delta_2 = 0.0048$. 此后, 随着 γ 的增大, 方差波动项在目标函数中所占比例逐渐增大, 输出响应不确定性在优化效应中的占比逐渐增加. 当 $\gamma = 1$ 时, 响应不确定性对模型优化结果的影响最大, 两个响应输出方差均值达到最小值. 为了便于对比分析, 取两个响应方差最小的第5组为例进行说明. 优化参数设置为 $(x_1, x_2, x_3) = [0.1852, -0.0946, 0.5320]$; 过度切

割响应为 $y_1 = 39.8418$, 输出方差为 $\delta_1 = 0.3506$; 锥度响应为 $y_2 = 0.7009$, 输出方差为 $\delta_2 = 0.0047$. 可见, 该类别的折中解在 $\gamma = 1$ 时要优于 $\gamma = 0$ 时. 分析表2中总体均值变化情况可知, 利用该方法能达到优化输出方差波动的效果. 然而, 对比表2中总均值数值不难发现, 该方法针对方差波动的优化效果微乎其微, 而且无法确定 γ 的取值来获得相对满意的优化结果.

综上分析, 该方法并没有达到参数稳健设计要求. 究其原因, 如前文所述, 本文所用高斯过程回归模型, 利用最大后验估计方法提高了模型精度, 使得模

型方差相对于输出响应量级基本可以忽略,这点由表2中响应和方差数值可证. 此时,若利用直接组合方法建模优化,则会使得模型寻优时更偏好于对目标函数有显著影响的输出响应项,而忽略方差波动项,故很难获得满意的优化解. 对此,本文提出将输出响应项与方差波动项加权组合建模,权衡输出响应与响应不确定性的关系,进而获得相对满意的优化结果.

3.1.2 加权组合建模方法

本小节将利用2.1节中所提出的加权组合建模方法对微纳钻孔实验数据进行拟合分析,如式

(14). 高斯模型参数的优化方法以及混合遗传算法参数设置与上节中数据完全一致. γ 不同取值情况下的6组优化解,如表3所示. 当 $\gamma = 0$ 时,输出响应项系数为0,相当于仅考虑模型响应不确定性对优化结果的影响. 此时,获得输出响应稳健解和响应方差最优解,两个输出响应预测区间和方差波动区间相对较小,如图4所示. 当 $\gamma = 1$ 时,输出方差波动项系数为0,相当于仅对模型输出响应进行优化,此时,与上节中所讨论的 $\gamma = 0$ 情况一致,对比表2和表3也可得到验证.

表3 加权模型优化结果

γ	序号	输入因子优化结果			输出响应优化结果			
		x_1	x_2	x_3	y_1	δ_1	y_2	δ_2
0	1	-0.0352	-0.3996	0	41.4598	0.3551	0.7780	0.0044
	2	-0.3055	-0.3523	0.0713	42.6869	0.3503	0.9156	0.0047
	3	-0.0422	-0.4395	0.1256	40.9393	0.3527	0.7816	0.0046
	4	-0.3451	-0.3088	-0.2026	43.8792	0.3482	0.9509	0.0048
	5	-0.2982	-0.4021	0.1536	42.1980	0.3482	0.9173	0.0048
	6	-0.0105	-0.3074	-0.0158	41.7406	0.3587	0.7531	0.0043
	总均值				41.9770	0.3549	0.7991	0.0045
1/4	1	-0.0498	0.7766	0.7566	43.1298	0.4338	0.6399	0.0049
	2	0.7965	-0.8136	0.7915	33.4408	0.6032	1.0246	0.0046
	3	0.2129	-0.3043	0.7776	38.2376	0.3765	0.7199	0.0050
	4	-0.2942	0.9799	0.8149	44.9856	0.5784	0.5700	0.0055
	5	0.4126	-0.8080	0.8932	34.9273	0.5324	0.7757	0.0051
	6	0.2109	0.0090	0.3312	40.6368	0.3543	0.6891	0.0045
	总均值				39.1681	0.4798	0.7408	0.0049
1/2	1	0.1697	0.2754	0.1192	42.2701	0.3564	0.6649	0.0044
	2	-0.2615	0.9848	0.9279	44.5428	0.6487	0.5691	0.0059
	3	0.1950	-0.1014	0.6550	39.4111	0.3565	0.7062	0.0048
	4	0.8370	-0.9868	0.9916	31.9745	0.9290	1.0526	0.0063
	5	0.2212	-0.5667	0.9875	36.5657	0.4914	0.7295	0.0056
	6	0.4471	-0.9856	0.9921	33.7189	0.7355	0.7871	0.0063
	总均值				37.5360	0.6463	0.7804	0.0057
3/4	1	0.2136	-0.6936	0.9884	36.0659	0.5259	0.7311	0.0055
	2	0.0114	0.7147	0.9479	42.1438	0.5002	0.6610	0.0052
	3	0.5402	-0.9931	0.9965	33.2589	0.7749	0.8315	0.0064
	4	0.2073	-0.1845	0.5229	39.4434	0.3490	0.7071	0.0048
	5	-0.2742	0.9912	0.9863	44.5104	0.7023	0.5638	0.0064
	6	0.8560	-0.9944	0.9937	31.8535	0.9553	1.0709	0.0065
	总均值				36.8488	0.6806	0.8016	0.0059
1	1	0.4827	-0.9937	0.9918	33.5266	0.7524	0.8031	0.0064
	2	0.2150	-0.0868	0.5717	39.5945	0.3512	0.7035	0.0048
	3	0.2131	-0.5414	0.9954	36.6872	0.4911	0.7288	0.0056
	4	0.8628	-0.9915	0.9901	31.8458	0.9540	1.0777	0.0065
	5	0.0211	0.9242	0.9876	42.4802	0.6345	0.6427	0.0059
	6	-0.2827	0.9894	0.9679	44.6001	0.6863	0.5637	0.0062
	总均值				37.0034	0.6842	0.7968	0.0060

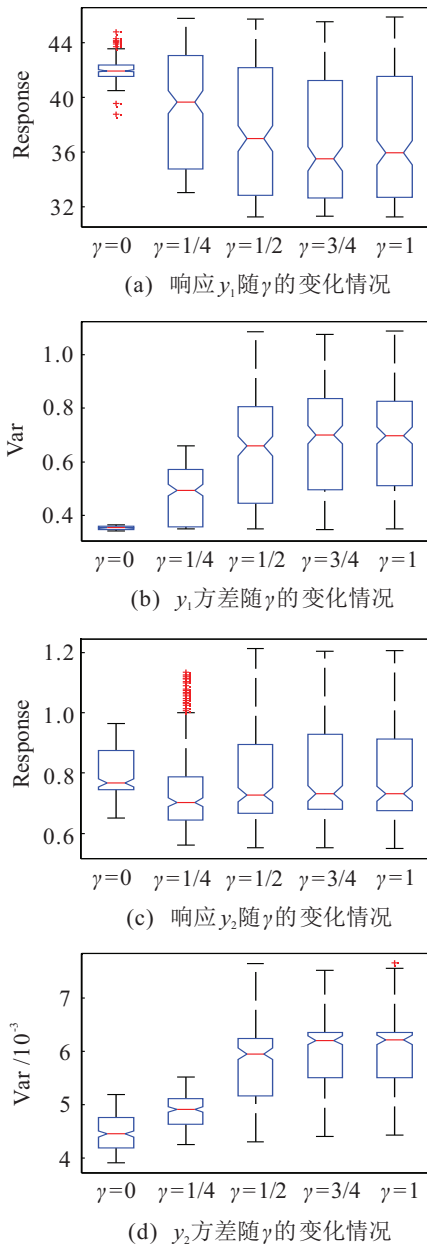


图4 γ 取不同值时,加权模型响应和方差的变化情况

分析图4和表3可知,当 $\gamma = 0$ 时,输出响应项系数为0,模型响应不确定性对优化结果的影响得到最充分的考虑.此时,6组最优解响应值和响应总均值较其他情况偏高,响应方差值较其他情况偏低.虽然该情况下响应值相对保守,但这保证了输出响应被控制在一个很小的区间内,可以获得相对稳健的优化解.此后,随着 γ 值的不断增大,响应方差均值和方差预测区间呈先增大而后非线性变化趋势,输出响应均值呈先减小而后非线性变化趋势,输出响应预测区间呈先增大而后非线性变化趋势,如图4和图5所示.究其原因,随着 γ 值的增加,方差波动项在优化模型中的占比越来越小,输出响应项在优化模型中的占比越来越大,导致方差波动项对优化结果的影响逐渐减小,而输出响应项对优化结果的影响逐渐增加.当

γ 增加至某一个临界值,使得方差波动项相对于输出响应项可以忽略时,相当于仅对输出响应项优化建模.若继续增加 γ 的值,如 $\gamma = 0.5, 0.75, 1$ 的情况,仅需权衡两个响应之间的关系,则两个输出响应呈现出此消彼长的非线性变化趋势,输出方差呈现跟随性变化,如图5所示.针对本案例,分析图5均值变化趋势可知,该临界值应位于0.25附近.

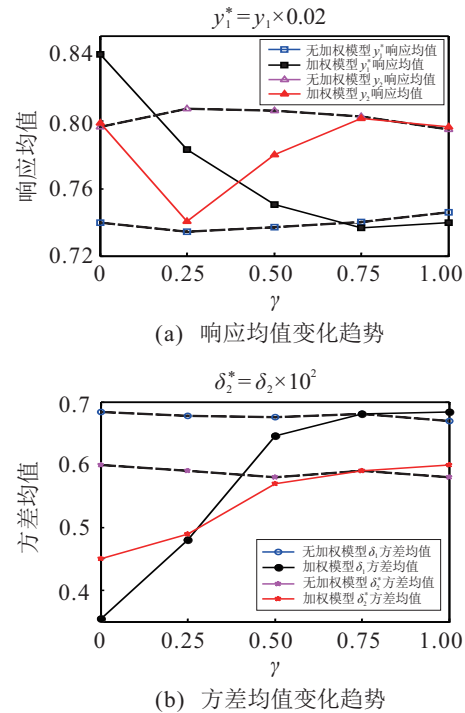


图5 γ 取不同值时,两个模型均值变化趋势

本文所提出的加权组合建模方法相对于无加权组合建模方法而言,能够更好地改善模型输出响应的稳健性以及响应方差的优化性,如表4和图5所示.在表4中, γ 取不同值时,将两模型所得优化方差总均值由小到大排序,并给出加权模型结果相对于无加权模型结果的优化比例.对比表2、表3以及图5中方差变化情况可知:加权模型在 γ 取0、0.25时,能够更大幅度地优化输出响应方差波动,表4中的优化比例数据也可证实;而且,两个模型分别在 $\gamma = 0$ 和 $\gamma = 1$ 时,获得最大输出方差总均值.因此,在 γ 取合适值的情况下,加权模型的最好结果优于无加权模型,而最差结果与无加权模型的一致.分析表2和表3可知:无加权优化模型在 γ 取合适值时仅可获得1组相对较好的优化解;而加权优化模型在 γ 取合适值时,可以获得6组相对较好的优化解,这为工程人员提供了更加多样的参数设计选择.因此,本文所提出的加权组合建模方法,在考虑了模型输出响应不确定性的情况下,不仅获得了较为稳健的优化解,而且提供了多种参数组合类型,为工程实践提供了更多便利.

表4 模型优化结果对比

无加权模型优化结果					加权模型优化结果						
γ	y_1	δ_1	y_2	δ_2	γ	y_1	δ_1	优化比例/%	y_2	δ_2	优化比例/%
1	37.3079	0.6698	0.7953	0.0058	0	41.9770	0.3549	47.01	0.7991	0.0045	22.41
1/2	36.8781	0.6753	0.8062	0.0058	1/4	39.1681	0.4798	28.95	0.7408	0.0049	15.52
1/4	36.7384	0.6782	0.8074	0.0059	1/2	37.5360	0.6463	4.70	0.7804	0.0057	3.39
3/4	37.0161	0.6810	0.8029	0.0059	3/4	36.8488	0.6806	0.06	0.8016	0.0059	0
0	37.0034	0.6842	0.7968	0.0060	1	37.0034	0.6842	0	0.7968	0.0060	0

综上,针对本案例,若将降低方差波动作为优先考虑项,最充分考虑响应不确定性对输出的影响,则可取 $\gamma = 0$ 。虽然该情况下,过度切割响应和锥度响应相对于其他取值时较为保守,但是其输出波动区间小,输出响应稳健性得到显著改善。结合过度切割的定义,参考加工孔半径的值和过度切割值,选择合适半径尺寸的钻头可以提高制孔的精度和质量。此情况下获得的稳健解即为表3中 $\gamma = 0$ 时的6组解。当 $\gamma = 0.25$ 时,由于方差波动项系数降低,导致该项在优化模型中的权重降低,过度切割响应均值和锥度响应均值有所降低,且预测方差均值均稍微增加。此时,综合考虑了模型输出响应和响应不确定性对优化结果的影响,使结果的优化性和稳健性更加均衡合理,所提到的稳健优化解即为表3中 $\gamma = 0.25$ 时的6组解。

3.2 方法讨论

针对输出响应不确定性问题,为了获得更为稳健的优化解,本文提出了加权组合建模策略。首先,利用MAP方法提高模型预测精度,获得相对精确的输出响应和方差;然后,将输出响应与方差波动组合建模,建立多响应优化模型;最后,利用混合遗传算法和聚类分析方法,获得优化解折中参数设置。该方法不仅提高了模型的预测精度,更重要的是利用线性加权策略,改善了优化结果的可靠性。为了验证模型的有效性和稳健性,以常用组合建模方式作为对比,数据分析表明了两种建模策略的区别以及本文模型的优势。以真实工程案例为例,比较了不同权重条件下,输出响应不确定性对优化结果的影响。由分析结果可知:

1) 在考虑模型响应不确定性的情况下,针对高精度高斯预测模型,组合建模方法获得的优化解可靠性值得商榷。

2) 在考虑模型响应不确定性的情况下,针对高精度高斯预测模型,采用线性加权组合建模方法,可以获得相对稳健的最优解。

3) 在考虑模型响应不确定性的情况下,优化过程

中模型的输出响应与方差波动之间的关系类似于稳健参数设计中位置与散度间的关系,权衡二者的策略类似于容差设计策略。

4 结论

针对模型输出响应不确定性的多响应稳健参数设计问题,本文综合考虑多响应过程的稳健性、各响应之间的相关性和冲突性、优化结果的可靠性等一系列问题,利用高斯过程模型拟合预测,结合贝叶斯最大后验估计和线性加权方法,构建多响应稳健优化模型,提出了一个基于输出响应不确定性的多响应稳健参数设计方法。该方法改善了模型预测精度,解决了常用建模方法在高精度模型多响应优化时,获得稳健优化解可靠性不足的问题。在考虑模型输出响应与响应不确定性之间相关性以及互斥性的基础上,构建了一个类似于位置与散度模型的高斯过程多响应稳健参数设计模型。在考虑响应的不确定性对优化结果影响的情况下,获得了相对稳健的优化输入参数组合。该建模策略体现了稳健参数设计的容差设计思想^[23]。

需要指出的是,本文采用的是两个目标函数同步加权准则。而将两个目标函数分离加权可以有效扩展本文方法,这将是下一步的主要研究方向。

参考文献(References)

[1] 汪建均, 马义中. 基于GLM的双响应曲面法及其稳健设计[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(11): 2306-2311.
(Wang J J, Ma Y Z. Dual response surface methodology based on generalized linear models and its application on robust design[J]. Systems Engineering & Electronics, 2012, 34(11): 2306-2311.)

[2] 欧阳林寒, 马义中, 汪建均, 等. 基于模型不确定性的响应曲面建模[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(8): 1818-1824.
(Ouyang L H, Ma Y Z, Wang J J, et al. Response surface modeling based on model uncertainty[J]. Systems Engineering & Electronics, 2015, 37(8): 1818-1824.)

- [3] 顾晓光, 马义中, 汪建均, 等. 多元质量特性的满意参数设计[J]. 控制与决策, 2014, 29(6): 1064-1070.
(Gu X G, Ma Y Z, Wang J J, et al. Satisfactory parameter design for multivariate quality characteristics[J]. Control and Decision, 2014, 29(6): 1064-1070.)
- [4] Murphy T E, Tsui K L, Allen J K. A review of robust design methods for multiple responses[J]. Research in Engineering Design, 2005, 16(3): 118-132.
- [5] 汪建均, 马义中, 欧阳林寒, 等. 多响应稳健参数设计的贝叶斯建模与优化[J]. 管理科学学报, 2016, 19(2): 85-94.
(Wang J J, Ma Y Z, Ouyang L H, et al. Bayesian modeling and optimization of multi-response robust parameter design[J]. J of Management Sciences in China, 2016, 19(2): 85-94.)
- [6] 何桢, 宗志宇, 孔祥芬. 改进的满意度函数法在多响应优化中的应用[J]. 天津大学学报, 2006, 39(9): 1136-1140.
(He Z, Zong Z Y, Kong X F. Application of improved desirability function method to the multi-response optimization[J]. J of Tianjin University, 2006, 39(9): 1136-1140.)
- [7] Ko Y H, Kim K J, Jun C H. A new loss function-based method for multiresponse optimization[J]. J of Quality Technology, 2005, 37(1): 50-59.
- [8] 张旭涛, 何桢. 多响应稳健性优化的贝耶斯分析[J]. 系统工程, 2015, 33(9): 127-132.
(Zhang X T, He Z. Robust optimization for multi-response using bayesian analysis[J]. Systems Engineering, 2015, 33(9): 127-132.)
- [9] Chiao C H, Hamada M. Analyzing experiments with correlated multiple responses[J]. J of Quality Technology, 2001, 33(4): 451-465.
- [10] Apley D W, Kim J. A cautious approach to robust design with model parameter uncertainty[J]. IIE Trans, 2011, 43(7): 471-482.
- [11] Ouyang L, Ma Y, Byun J H, et al. An interval approach to robust design with parameter uncertainty[J]. Int J of Production Research, 2016, 54(11): 3201-3215.
- [12] Wang J, Ma Y, Ouyang L, et al. A new Bayesian approach to multi-response surface optimization integrating loss function with posterior probability[J]. European J of Operational Research, 2016, 249(1): 231-237.
- [13] He Z, Zhu P F, Park S H. A robust desirability function method for multi-response surface optimization considering model uncertainty[J]. European J of Operational Research, 2012, 221(1): 241-247.
- [14] Yuan J, Wang K, Yu T. Reliable multi-objective optimization of high-speed WEDM process based on Gaussian process regression[J]. Int J of Machine Tools and Manufacture, 2008, 48(1): 47-60.
- [15] Rasmussen C E, Williams C K I. Gaussian process for machine learning[M]. Cambridge: MIT Press, 2006: 1-248.
- [16] Quinonero-Candela J Q, Rasmussen C E. An unifying view of sparse approximate Gaussian process regression[J]. J of Machine Learning Research, 2005, 6: 1939-1959.
- [17] Shi J Q, Murray-Smith R, Titterton D M. Hierarchical Gaussian process mixtures for regression[J]. Statistics and Computing, 2005, 15(1): 31-41.
- [18] Helin T, Burger M. Maximum a posteriori probability estimates in infinite-dimensional Bayesian inverse problems[J]. Inverse Problems, 2015, 31(8): 085009(1-22).
- [19] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.
- [20] 何桢, 朱鹏飞. 基于模式搜索的渴求函数法在多响应优化中的应用[J]. 数学的实践与认识, 2009, 39(18): 114-121.
(He Z, Zhu P F. Application of pattern search algorithm to multiresponse optimization based on desirability functions[J]. Mathematics in Practice & Theory, 2009, 18(18): 114-121.)
- [21] Ding C, He X F. Cluster structure of K -means clustering via principal component analysis[J]. Pacific-Asia Conf on Advances in Knowledge Discovery and Data Mining, 2004, 46(4): 414-418.
- [22] Prasanna J, Karunamoorthy L, Venkat Raman M, et al. Optimization of process parameters of small hole dry drilling in Ti-6Al-4V using Taguchi and grey relational analysis[J]. Measurement, 2014, 48(1): 346-354.
- [23] Wu C F J, Hamada M S. Experiments: Planning, analysis and optimization[M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 2009.

(责任编辑: 李君玲)