文章编号: 1001-0920(2019)02-0395-11 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2017.1045

竞争环境下B2C平台增值服务投资决策

桂云苗, 武 众†, 龚本刚

(安徽工程大学 管理工程学院，安徽 芜湖 241000)

摘 要: 为提高竞争环境下的平台经济效益, 讨论平台企业对双边用户的增值服务投资问题, 在考虑用户多归属条件下构建B2C平台竞争模型. 通过比较分析发现, 在双边单归属或一边多归属条件下, 平台企业的最优投资满足一个区间策略: 若投资资源小于该区间的下界, 则根据边际投资成本小于或大于某一阈值, 平台企业选择投资全部或部分资源; 若投资资源大于该区间的上界, 则最优投资存在两个纯策略均衡; 若投资资源位于该区间内, 则最优投资存在唯一纳什均衡. 此外, 在双边多归属条件下, 平台企业的最优投资满足一个单阈值策略: 根据边际投资成本小于或大于某一阈值, 平台企业选择投资全部或部分资源.

关键词: 双边市场；平台竞争；Hotelling 模型；单归属；部分多归属；增值服务投资

中图分类号: F272 **文献标志码:** A

Value-added service investment decision of B2C platform in competition

GUI Yun-miao, WU Zhong†, GONG Ben-gang

(School of Management Engineering，Anhui Polytechnic University，Wuhu 241000，China)

Abstract: In order to improve economic benefits of platforms in competition, this paper discusses the problem on value-added service investment. The B2C platform competition model based on multi-homing is built. The result shows that, when platforms’ two sides are single-homing or the platforms’ one side is multi-homing, the optimal investment meets on an interval strategy: If investment resources are less than the lower bound, the total resources or partial resources will be applied to value-added service according to one threshold of the marginal cost of investment. If investment resources are more than the upper bound, it will result in two pure strategy equilibriums. If investment resources are within the interval, a unique Nash equilibrium can be achieved. Moreover, when platforms’ two sides are multi-homing, the optimal investment meets a single threshold strategy: If the marginal cost of investment is less than a threshold, the total resources of platform enterprise will be applied to value-added service, if not, partial resources will be applied.

Keywords: two-sided market；platform competition；Hotelling model；single-homing；partial multi-homing；value-added service investment

0 引 言

随着移动互联、云计算以及大数据处理等信息技术的迅速普及与广泛应用, B2C、C2C 等模式的电子商务平台得到更加广阔的发展空间. 同时电子商务平台间的竞争也愈演愈烈, 电子商务平台不仅仅采用注册费免费、价格补贴等价格策略吸引和稳固买卖双边用户规模, 而且采取投资增值服务等非价格策略提高用户对平台的黏度. 比如京东商城为消费者推出京东E卡、京东白条等增值服务, 为商户推出 JD+ 数据服务; 天猫为消费者推出蚂蚁花呗、大众评审等服务, 为商户推出店铺装修、企业服务等增值服务. 因此提供增值服务成为电子商务平台提高企业竞争优势的重要策略之一. 电子商务平台如何对买卖双方用户进行增值服务投资, 提高平台企业绩效, 是我国电子商务可持续发展的重要问题.

目前, 围绕电子商务平台投资问题, 国内外专家学者已经取得了一定的成果. Barua 等[1] 以 IT 投资为例, 研究了成本不对称对寡头竞争平台投资决策的影响, 结果表明, 相比同时投资, 序贯投资表现为平台企业投资的占优策略. Chang 等[2] 在讨论 B2B 和 B2C

收稿日期: 2017-08-06；**修回日期:** 2017-10-28.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (71671001)；安徽省哲学社科规划项目 (AHSKY2016D13)；安徽省高校优秀青年人才支持计划重点项目 (gxyqZD2016115).

责任编委: 李登峰.

作者简介: 桂云苗 (1978−), 男, 教授, 博士, 从事平台运营管理等研究；武众 (1993−), 男, 硕士生, 从事平台运营管理的研究.

†通讯作者. E-mail: 18355307399@163.com.

交易的最优投资时机问题时发现,最优投资时机的选择取决于未来现金流的不确定性以及与电子商务相关的机会成本. Belleflamme等[3]以平台竞争和卖家投资激励为切入点,说明了免接入费可能会造成投资不足,而向平台双边收费则可能会引起投资过剩. Hagiu等[4]关于第1方内容投资的研究显示, 在位平台企业对第1方内容投资的多与少,取决于第1方内容与第3方卖家参与度之间究竟是互补还是替代关系. Anderson等[5]和梁玉婉[6]从平台性能投资决策的角度出发,分析了用户效用和开发商内容开发成本之间的矛盾,研究结果均表明,平台低性能但内容丰富可成为一种优势策略. 豆国威[7]在寡头垄断情形下,分别讨论了平台增值服务的最优投资决策和最优定价问题,研究发现,无论是单边投资还是双边投资,最优投资均满足一个单阈值策略. 谢兆霞[8]和柴双[9]分别从B2B, C2C讨论了面向用户忠诚度的和建立竞争优势的平台投资决策. 黄文妍等[10]则从投资分配和战略选择的角度出发,研究了技术导向型和人工服务型的平台战略投资决策问题.

此外,在平台经济发展的过程中,双边用户选择多平台接入的行为已经成为双边市场的主要特征之一,例如某一用户可以同时持有多家银行的信用卡等. Caillaud等[11]在分析不完美价格竞争的基础上,就曾提出过用户采取多归属的可能性. 随后,许多专家学者沿用了这一假设, 例如Doganoglu等[12]研究了消费者多归属行为对企业兼容性的影响等. 另外,虽然用户多归属假设被广泛应用于双边市场文献之中,但此前的假设多是“纯粹多归属”,并没有界定出“部分多归属”这一概念[13]. 基于此, Poolsombat等[14]率先为“部分多归属”给出了明确的定义. 之后,更多研究借鉴了该假设, 如Rasch[15]在考虑平台水平化差异化的同时,引入了用户部分多归属这一条件.

通过梳理以往文献发现,尽管双边市场理论成果颇丰,但是较少涉及到平台投资策略方面的研究,而关于平台增值服务方面的研究则更少. 因此,本文以B2C平台为例,从平台增值服务投资的角度出发,讨论双边用户单归属、一边用户多归属以及双边用户多归属条件下的平台增值服务投资决策问题.

1 问题描述与模型建立

假定B2C市场上存在两个相互竞争的平台企业1和企业2,且同时为买家b和卖家s提供虚拟交易平台及其相关服务. 平台交易多在线上完成,因此假设平台双边用户均不用支付转移成本. 此外,考虑到目前国内B2C市场的发展状况,本文假定平台企业1和企业2向双边用户提供的基本服务是相同的,均可用平台服务水平$v(v > 0)$表示. 另外,因为买家和卖家获取信息的途径和对市场时机把握的不同,导致双边用户对于平台服务的评价并不一致,所以本文用$\theta_i(i = b, s; \theta_i \in U[0,1])$来假定他们各自的服务评价系数,$\theta_i v$为接入平台时各自所获得的服务效用,而$\theta_i = 1$和$\theta_i = 0$则分别表示非常满意和非常不满意两种极端情形[16].

假定平台在双边所拥有的用户规模分别为n_{bj}和$n_{sj}(j = 1, 2)$,同时用$\alpha_i(\alpha_i \in [0,1])$来假定买家和卖家所具备的网络外部性强度,则双边用户接入平台时所获得的网络外部效用可以分别表示为$a_b n_{sj}$和$\alpha_s n_{bj}$. 此外,平台双边用户在进行交易前,需向平台企业缴纳一定的接入费来获取准入权限以及不同等级的会员增值服务,因此本文假定p_{bj}和p_{sj}分别为平台企业向买家和卖家收取的费用.

与双边用户对平台服务的评价相类似,当平台企业对平台进行投资时,双边用户所获得的增值服务效用是不同的, 因此用$\beta_i(\beta_i \in [0,1])$来假定他们各自的增值服务系数. 当平台企业的投资为$x_j(x_j \in [0, z])$时,双边用户所获得的增值服务效用可分别表示为$\beta_b x_j$和$\beta_s x_j$. 此外,平台企业进行增值服务投资时会产生一定成本,因此本文假定投资量为x_j时,平台企业的投资成本为cx_j^2[7].

综上所述,买家接入平台时的效用可以表示为

$$u_{b1} = \theta_b v + \alpha_b n_{s1} + \beta_b x_1 - p_{b1}, \tag{1}$$

$$u_{b2} = (1-\theta_b)v + \alpha_b n_{s2} + \beta_b x_2 - p_{b2}. \tag{2}$$

卖家接入平台时的效用可以表示为

$$u_{s1} = \theta_s v + \alpha_s n_{b1} + \beta_s x_1 - p_{s1}, \tag{3}$$

$$u_{s2} = (1-\theta_s)v + \alpha_s n_{b2} + \beta_s x_2 - p_{s2}. \tag{4}$$

平台利润可以表示为

$$\pi_j = p_{bj} n_{bj} + p_{sj} n_{sj} - \frac{cx_j^2}{2},\ x_j \in [0, z]. \tag{5}$$

2 不同归属条件下的投资分析

2.1 双边用户单归属

2.1.1 单边增值服务投资

当双边用户单归属时,平台企业在双边所拥有的用户规模满足$n_{b1} + n_{b2} = 1, n_{s1} + n_{s2} = 1$. 基于Hotelling线性竞争模型,并假定$\theta_b$和$\theta_s$分别为平台双边的无差异点,若仅对商户进行增值服务投资,此时可得双边用户效用满足如下方程:

$$\theta_b v + \alpha_b n_{s1} - p_{b1} = (1-\theta_b)v + \alpha_b n_{s2} - p_{b2}, \tag{6}$$

$$\theta_s v + \alpha_s n_{b1} + \beta_s x_1 - p_{s1} =$$

$$(1-\theta_s)v+\alpha_s n_{b2}+\beta_s x_2-p_{s2}. \tag{7}$$

对上述方程进行求解,并将该结果代入利润目标函数求一阶偏导数,令$I=4v^2-(\alpha_b+\alpha_s)^2, K=v\beta_s^2, E_1=\dfrac{\beta_s}{2z_1}, B_1=\dfrac{4v^2-(\alpha_b+\alpha_s)^2}{2v\beta_s}$.

定理1　若$v\geqslant\alpha_i$,则平台企业关于商户的最优投资策略为:

1) 当$z_1<B_1$时,若$K/I<c\leqslant E_1$,则$x_j^*=z_1$;若$c>E_1$,则$x_j^*=\beta_s/(2c)$.

2) 当$z_2\geqslant B_1$时,若$z_2\in[B_1,B_2]$,则投资存在唯一纳什均衡$\{x_1=B_1,x_2=B_1\}$;若$z_2>B_2$,则投资存在两个纯策略均衡$\{x_1=B_1,x_2=z_2\}$和$\{x_1=z_2,x_2=B_1\}$.

证明　联立式(6)和(7),可得平台双边的无差异点分别为

$$\theta_b=\frac{v+p_{b1}-p_{b2}+(n_{s2}-n_{s1})\alpha_b}{2v}, \tag{8}$$

$$\theta_s=\frac{v+p_{s1}-p_{s2}+(n_{b2}-n_{b1})\alpha_s+(x_2-x_1)\beta_s}{2v}. \tag{9}$$

结合无差异点性质,易知双边用户规模可以表示为$n_{b1}=1-\theta_b, n_{b2}=\theta_b, n_{s1}=1-\theta_s, n_{s2}=\theta_s$. 联立后代入平台企业1的利润目标函数,分别对$p_{b1}$、$p_{s1}$、$x_1$求一阶偏导数$\partial\pi_1/\partial p_{b1}$、$\partial\pi_1/\partial p_{s1}$、$\partial\pi_1/\partial x_1$,进而可得Hessian矩阵

$$A=\begin{bmatrix}-\dfrac{v}{v^2-\alpha_b\alpha_s} & -\dfrac{\alpha_b+\beta_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & \dfrac{\alpha_b\beta_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)}\\ -\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & -\dfrac{v}{v^2-\alpha_b\alpha_s} & \dfrac{v\beta_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)}\\ \dfrac{\alpha_b\beta_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & \dfrac{v\beta_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & -c\end{bmatrix},$$

及其行列式的值

$$|A|=\frac{v\beta_s^2-c(4v^2-(\alpha_b+\alpha_s)^2)}{4(v^2-\alpha_b\alpha_s)^2}.$$

由于$v>0$且$v>\alpha_i$,二阶主子式

$$\begin{vmatrix}-\dfrac{v}{v^2-\alpha_b\alpha_s} & -\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)}\\ -\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & -\dfrac{v}{v^2-\alpha_b\alpha_s}\end{vmatrix}>0.$$

不妨令$I=4v^2-(\alpha_b+\alpha_s)^2, K=v\beta_s^2$,若$c>K/I$,则$|A|<0$,此时Hessian矩阵为负定矩阵,平台企业利润可在驻点处取得极大值. 结合$\partial\pi_2/\partial p_{b2}, \partial\pi_2/\partial p_{s2}, \partial\pi_2/\partial x_2$,并令所有一阶偏导数为零,联立后可得驻点

$$p_{b1}^*=p_{b2}^*=v-\alpha_s,\ p_{s1}^*=p_{s2}^*=v-\alpha_b,$$

$$p_{s1}^*=p_{s2}^*=v-\alpha_b,\ x_1^*=x_2^*=\frac{\beta_s}{2c}.$$

此外,令$E_0=\beta_s/(2z), E_1=\beta_s/(2z_1)$. 由$E_0=K/I$可得$B_1=\dfrac{4v^2-(\alpha_b+\alpha_s)^2}{2v\beta_s}$,因此有:

1) 当$z_1<B_1$时,$c>K/I$. 若$K/I<c\leqslant E_1$,则$x_j^*=z_1$;若$c>E_1$,则$x_j^*=\beta_s/(2c)$.

2) 当$z_2\geqslant B_1$时,$c\leqslant K/I$. 此时$|A|\geqslant 0$, Hessian矩阵既非正定也非负定,但由于驻点唯一,且利润目标函数在该区域上连续有界,平台企业的最优利润在$x=B_1$或$x=z_2$处取得.

讨论边界$x=z_2$和$x=B_1$:

i) 若$x_1=x_2=B_1$,则

$$\pi_{1,\{B_1,B_1\}}^*=\pi_{2,\{B_1,B_1\}}^*=v-\frac{(\alpha_b+\alpha_s)+cB_1^2}{2};$$

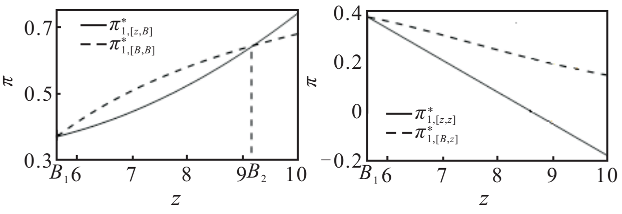
ii) 若$x_1=x_2=z_2$,则

$$\pi_{1,\{z_2,z_2\}}^*=\pi_{2,\{z_2,z_2\}}^*=v-\frac{(\alpha_b+\alpha_s)+cz_2^2}{2};$$

iii) 若$x_1=z_2, x_2=B_1$,同理可得$\pi_{1,\{z_2,B_1\}}^*$和$\pi_{2,\{z_2,B_1\}}^*$.

令$v=1.55, \beta_b=0.55, \beta_s=0.5, \alpha_b=0.5, \alpha_s=0.45$(初始数值随机选取),此时$B_1=5.61$. 由于$z_2\geqslant B_1$,本文取$z_2\in[5.61,10]$. 利用Mathematica绘制图形,分别比较$\pi_{1,\{z_2,B_1\}}^*$和$\pi_{2,\{B_1,B_1\}}^*$以及$\pi_{1,\{z_2,z_2\}}^*$和$\pi_{2,\{B_1,z_2\}}^*$.

如图1所示,存在一点$z_2=B_2$,当$z_2\in[B_1,B_2]$时,两平台投资存在唯一纳什均衡$\{x_1=B_1,x_2=B_1\}$;当$z_2>B_2$时,投资存在两个纯策略均衡$\{x_1=z_2,x_2=B_1\}$和$\{x_1=B_1,x_2=z_2\}$. 由对称性可知,该结论对平台企业2同样成立. □



(a)　平台企业2投资B　　(b)　平台企业2投资z

图1　双边单归属单边增值利润比较

2.1.2　双边增值服务投资

由单边增值服务投资假设可知,若同时对双边用户进行投资,则用户效用满足如下方程:

$$\theta_b v+\alpha_b n_{s1}+\beta_b x_1-p_{b1}=$$
$$(1-\theta_b)v+\alpha_b n_{s2}+\beta_b x_2-p_{b2}, \tag{10}$$
$$\theta_s v+\alpha_s n_{b1}+\beta_s x_1-p_{s1}=$$
$$(1-\theta_s)v+\alpha_s n_{b2}+\beta_s x_2-p_{s2}. \tag{11}$$

同理,对上述方程进行求解,代入利润目标函数求其一阶偏导数,令

$$I=4v^2-(\alpha_b+\alpha_s)^2,$$

$$K = v(\beta_b^2 + \beta_s^2) + (\alpha_b + \alpha_s)\beta_b\beta_s,$$

$$E_1 = \frac{(\beta_b + \beta_s)}{2z_1},$$

$$B_1 = \frac{(4v^2 - (\alpha_b + \alpha_s)^2)(\beta_b + \beta_s)}{2(v(\beta_b^2 + \beta_s^2) + (\alpha_b + \alpha_s)\beta_b\beta_s)}.$$

定理2 若$v > \alpha_i$,则平台企业关于双边用户的最优投资策略为:

1) 当$z_1 < B_1$时,若$K/I < c \leqslant E_1$,则$x_j^* = z_1$;若$c > E_1$,则$x_j^* = (\beta_b + \beta_s)/(2c)$.

2) 当$z_2 \geqslant B_1$时,若$z_2 \in [B_1, B_2]$,则投资存在唯一纳什均衡$\{x_1 = B_1, x_2 = B_1\}$;若$z_2 > B_2$,则投资存在两个纯策略均衡$\{x_1 = B_1, x_2 = z_2\}$和$\{x_1 = z_2, x_2 = B_1\}$.

证明 根据定理1,由$\partial\pi_1/\partial p_{b1}, \partial\pi_1/\partial p_{s1}, \partial\pi_1/\partial x_1$可得Hessian矩阵.

$$A = \begin{bmatrix} -\dfrac{v}{v^2 - \alpha_b\alpha_s} & -\dfrac{\alpha_b + \alpha_s}{2(v^2 - \alpha_b\alpha_s)} & \dfrac{v\beta_b + \alpha_b\beta_s}{2(v^2 - \alpha_b\alpha_s)} \\ -\dfrac{\alpha_b + \alpha_s}{2(v^2 - \alpha_b\alpha_s)} & -\dfrac{v}{v^2 - \alpha_b\alpha_s} & \dfrac{\alpha_s\beta_b + v\beta_s}{2(v^2 - \alpha_b\alpha_s)} \\ \dfrac{v\beta_b + \alpha_b\beta_s}{2(v^2 - \alpha_b\alpha_s)} & \dfrac{\alpha_s\beta_b + v\beta_s}{2(v^2 - \alpha_b\alpha_s)} & -c \end{bmatrix},$$

由于$v > 0$且$v > \alpha_i$,二阶主子式

$$\begin{vmatrix} -\dfrac{v}{v^2 - \alpha_b\alpha_s} & -\dfrac{\alpha_b + \alpha_s}{2(v^2 - \alpha_b\alpha_s)} \\ -\dfrac{\alpha_b + \alpha_s}{2(v^2 - \alpha_b\alpha_s)} & -\dfrac{v}{v^2 - \alpha_b\alpha_s} \end{vmatrix} > 0.$$

不妨令$I = 4v^2 - (\alpha_b + \alpha_s)^2, K = v(\beta_b^2 + \beta_s^2) + (\alpha_b + \alpha_s)\beta_b\beta_s$,若$c > K/I$,则$|A| < 0$,此时Hessian矩阵$A$为负定矩阵,平台企业利润可在驻点处取得极大值. 结合$\partial\pi_2/\partial p_{b2}, \partial\pi_2/\partial p_{s2}, \partial\pi_2/\partial x_2$,并令所有的一阶偏导数为零,联立后可得驻点

$$p_{b1}^* = p_{b2}^* = v - \alpha_s,\ p_{s1}^* = p_{s2}^* = v - \alpha_b,$$

$$x_1^* = x_2^* = \frac{\beta_b + \beta_s}{2c}.$$

此外,令$E_0 = (\beta_b + \beta_s)/(2z), E_1 = (\beta_b + \beta_s)/(2z_1)$. 由$E_0 = K/I$可得

$$B_1 = \frac{(4v^2 - (\alpha_b + \alpha_s)^2)(\beta_b + \beta_s)}{2(v(\beta_b^2 + \beta_s^2) + (\alpha_b + \alpha_s)\beta_b\beta_s)}.$$

因此:

1) 当$z_1 < B_1$时,$c > K/I$. 若$K/I < c \leqslant E_1$,则$x_j^* = z_1$;若$c > E_1$,则$x_j^* = \dfrac{\beta_b + \beta_s}{2c}$.

2) 当$z_2 \geqslant B_1$时,$c \leqslant K/I$. 此时$|A| \geqslant 0$,Hessian矩阵既非正定也非负定,但由于驻点唯一,且利润目标函数在该区域上连续有界,平台企业的最优利润在$x = B_1$或$x = z_2$处取得.

讨论边界$x = z_2$和$x = B_1$:

i) 若$x_1 = x_2 = B_1$,则

$$\pi_{1,\{B_1,B_1\}}^* = \pi_{2,\{B_1,B_1\}}^* = v - \frac{(\alpha_b + \alpha_s) + cB_1^2}{2};$$

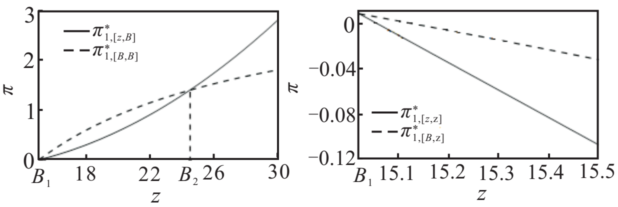
ii) 若$x_1 = x_2 = z_2$,则

$$\pi_{2,\{z_2,z_2\}}^* = \pi_{2,\{z_2,z_2\}}^* = v - \frac{(\alpha_b + \alpha_s) + cz_2^2}{2};$$

iii) 若$x_1 = z_2, x_2 = B_1$,同理可得$\pi_{1,\{z_2,B_1\}}^*$, $\pi_{2,\{z_2,B_1\}}^*$.

令$v = 4, \beta_b = 0.5, \beta_s = 0.45, \alpha_b = 0.45, \alpha_s = 0.4$(初始数值随机选取),此时$B_1 = 15.02$. 由于$z_2 \geqslant B_1$,本文取$z_2 \in [15.02, 30]$. 利用Mathematica绘制图形,分别比较$\pi_{1,\{z_2,B_1\}}^*$和$\pi_{2,\{B_1,B_1\}}^*$以及$\pi_{1,\{z_2,z_2\}}^*$和$\pi_{2,\{B_1,z_2\}}^*$.

如图2所示,存在一点$z_2 = B_2$,当$z_2 \in [B_1, B_2]$时,两平台投资存在唯一纳什均衡$\{x_1 = B_1, x_2 = B_1\}$;当$z_2 > B_2$时,投资存在两个纯策略均衡$\{x_1 = z_2, x_2 = B_1\}$和$\{x_1 = B_1, x_2 = z_2\}$. 由对称性可知,该结论对平台企业2同样成立.□



(a) 平台企业2投资B (b) 平台企业2投资z

图2 双边单归属双边增值利润比较

由定理1和定理2可知,当增值服务投资资源受到限制时,平台企业的最优投资量满足一个区间策略:当全部投资资源z小于该区间的下界B_1时,若边际投资成本$c < E_1$,则平台企业将选择全部投资资源z进行增值服务投资,此时最优投资量z不受边际投资成本c的影响;若边际投资成本$c \geqslant E_1$,则增值服务投资将为平台企业带来较大的成本,因此选择部分投资对平台企业更为有利,此时边际投资成本c将成为影响平台企业最优投资的主要因素. 另外,如图1和图2所示,若z位于区间$[B_1, B_2]$内,则平台企业的最优投资存在唯一纳什均衡$\{x_1 = B_1, x_2 = B_1\}$;若全部投资资源z大于该区间的上界B_2,则平台投资存在两个纯策略均衡$\{x_1 = z_2, x_2 = B_1\}$和$\{x_1 = B_1, x_2 = z_2\}$,一方平台企业能否取得最优投资,取决于它在多大程度上相信其竞争对手的投资策略.

综上所述,在寡头垄断市场当中,当双边用户单归属时,平台企业应当先根据边际投资成本所处的范围确定己方的最优投资策略;而当最优投资存在多个纯策略均衡时,了解竞争对手关于各策略的偏好程度,将有助于平台企业作出最优投资决策.

2.2 一边用户多归属

2.2.1 消费者增值服务投资

当商户多归属时,平台企业在双边所拥有的用户规模满足$n_{b1}+n_{b2}=1, n_{s1}+n_{s2}>1$. 结合Hotelling线性竞争模型,并假定$\theta_b$、$\theta_1$、$\theta_2$分别为平台双边的无差异点,若仅对消费者进行增值服务投资,则双边用户效用满足如下方程:

$$\begin{aligned}&\theta_b v+\alpha_b n_{s1}+\beta_b x_1-p_{b1}=\\&(1-\theta_b)v+\alpha_b n_{s2}+\beta_b x_2-p_{b2};\end{aligned}\tag{12}$$

$$\begin{aligned}&\theta_1 v+\alpha_s n_{b2}-p_{s2}=0,\\&(1-\theta_2)v+\alpha_s n_{b1}-p_{s1}=0.\end{aligned}\tag{13}$$

对上述方程进行求解,并将该结果代入利润目标函数求一阶偏导数. 令$I=8v^2-(\alpha_b^2+6\alpha_b\alpha_s+\alpha_s^2), K=2v\beta_b^2, E_1=\dfrac{\beta_b}{2z_1}, B_1=\dfrac{8v^2-(\alpha_b^2+6\alpha_b\alpha_s+\alpha_s^2)}{4v\beta_b}$.

定理3 若$v>\alpha_i$,则平台企业关于消费者的最优投资策略为:

1) 当$z_1<B_1$时,若$K/I<c\leqslant E_1$,则$x_j^*=z_1$;若$c_1>E_1$,则$x_j^*=\beta_b/(2c)$.

2) 当$z_2\geqslant B_1$时,若$z_2\in[B_1,B_2]$,则投资存在唯一纳什均衡$\{x_1=B_1,x_2=B_1\}$;若$z_2>B_2$,则投资存在两个纯策略均衡$\{x_1=B_1,x_2=Z_2\}$和$\{x_1=z_2,x_2=B_1\}$.

证明 联立式(11)和(12)可得

$$\theta_b=\frac{v+p_{b1}-p_{b2}+(n_{s2}-n_{s1})\alpha_b+(x_2-x_1)\beta_b}{2v},\tag{14}$$

$$\theta_1=\frac{p_{s2}-n_{b2}\alpha_s}{v},\ \theta_2=\frac{v-p_{s1}+n_{b1}\alpha_s}{v}.\tag{15}$$

结合双边用户规模$n_{b1}=1-\theta_b, n_{b2}=\theta_b, n_{s1}=\theta_2, n_{s2}=1-\theta_1$,联立后代入$\pi_1$,再分别对$p_{b1}$、$p_{s1}$、$x_1$求一阶偏导数$\partial\pi_1/\partial p_{b1}$、$\partial\pi_1/\partial p_{s1}$、$\partial\pi_1/\partial x_1$,易求得Hessian矩阵

$$A=\begin{bmatrix}-\dfrac{v}{v^2-\alpha_b\alpha_s} & -\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & \dfrac{v\beta_b}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)}\\ -\dfrac{\alpha_b+\beta_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & \dfrac{-2v^2+\alpha_b\alpha_s}{v(v^2-\alpha_b\alpha_s})) & \dfrac{\alpha_s\beta_b}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)}\\ \dfrac{v\beta_b}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & \dfrac{\alpha_s\beta_b}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & -c\end{bmatrix},$$

由于$v>0$且$v>\alpha_i$,二阶主子式

$$\begin{vmatrix}-\dfrac{v}{v^2-\alpha_b\alpha_s} & -\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)}\\ -\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & \dfrac{-2v^2+\alpha_b\alpha_s}{v(v^2-\alpha_b\alpha_s)}\end{vmatrix}>0.$$

不妨令$I=8v^2-(\alpha_b^2+6\alpha_b\alpha_s+\alpha_s^2), K=2v\beta_b^2$,若$c>K/I$,则$|A|<0$,此时Hessian矩阵$A$为负定矩阵,因此平台企业利润可在驻点处取得极大值. 同理,结合$\partial\pi_2/\partial p_{b2}, \partial\pi_2/\partial p_{s2}, \partial\pi_2/\partial x_2$,并令所有一阶偏导数为零,联立后得

$$p_{b1}^*=p_{b2}^*=\frac{4v^2-\alpha_s(2v+3\alpha_b+\alpha_s)}{4v},$$

$$x_1^*=x_2^*=\frac{\beta_b}{2c},\ p_{s1}^*=p_{s2}^*=\frac{2v-\alpha_b+\alpha_s}{4}.$$

此外,令$E_0=\beta_b/(2z), E_1=\beta_b/(2z_1)$. 当$E_0=K/I$时,易求得$B_1=(8v^2-(\alpha_b^2+6\alpha_b\alpha_s+\alpha_s^2))/(4v\beta_b)$. 因此:

1) 当$z_1<B_1$时,$c=K/I$. 若$K/I<c\leqslant E_1$,则$x_j^*=z_1$;若$c>E_1$,则$x_j^*=\beta_b/(2c)$.

2) 当$z_2\geqslant B_1$时,$c\leqslant K/I$. 此时$|A|\geqslant 0$, Hessian矩阵既非正定也非负定,但由于驻点唯一,且利润目标函数在该区域上连续有界,平台企业的最优利润在$x=B_1$或$x=z_2$处取得.

讨论边界$x=z_2$和$x=B_1$:

i) 若$x_1=x_2=B_1$,则

$$\pi_{1,\{B_1,B_1\}}^*=\pi_{2,\{B_1,B_1\}}^*=\frac{12v^2-(\alpha_b^2+6\alpha_b\alpha_s+\alpha_s^2)}{16v}-\frac{cB_1^2}{2};$$

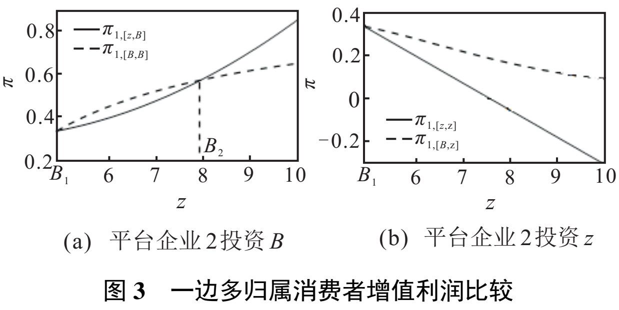
ii) 若$x_1=x_2=z_2$,则

$$\pi_{1,\{z_2,z_2\}}^*=\pi_{2,\{z_2,z_2\}}^*=\frac{12v^2-(\alpha_b^2+6\alpha_b\alpha_s+\alpha_s^2)}{16v}-\frac{cz_2^2}{2};$$

iii) 若$x_1=z_2, x_2=B_1$,同理可得$\pi_{1,\{z_2,B_1\}}^*$, $\pi_{2,\{z_2,B_1\}}^*$.

令$v=1.35, \beta_b=0.5, \beta_s=0.45, \alpha_b=0.45, \alpha_s=0.4$(初始数值随机选取),此时$B_1=4.87$. 由于$z_2\geqslant B_1$,本文取$z_2\in[4.87,10]$. 利用Mathematica绘制图形,分别比较$\pi_{1,\{z_2,B_1\}}^*$和$\pi_{2,\{B_1,B_1\}}^*$以及$\pi_{1,\{z_2,z_2\}}^*$和$\pi_{2,\{B_1,z_2\}}^*$.

如图3所示,存在一点$z_2=B_2$,当$z_2\in[B_1,B_2]$时,两平台投资存在唯一纳什均衡$\{x_1=B_1,x_2=B_1\}$;当$z_2>B_2$时,投资存在两个纯策略均衡$\{x_1=z_2,x_2=B_1\}$和$\{x_1=B_1,x_2=z_2\}$. 由对称性可知,该结论对平台企业2同样成立. □



(a) 平台企业2投资B　　(b) 平台企业2投资z

图3 一边多归属消费者增值利润比较

2.2.2 商户增值服务投资

若仅对商户进行增值服务投资,同理可得双边用户效用满足如下方程:

$$\theta_b v+\alpha_b n_{s1}-p_{b1}=(1-\theta_b)v+\alpha_b n_{s2}-p_{b2};\quad(16)$$

$$\theta_1 v+\alpha_s n_{b2}+\beta_s x_2-p_{s2}=0,$$

$$(1-\theta_2)v+\alpha_s n_{b1}+\beta_s x_1-p_{s1}=0.\quad(17)$$

求解方程(16)和(17),并将该结果代入利润目标函数求一阶偏导数,令

$$I=8v^2-(\alpha_b^2+6\alpha_b\alpha_s+\alpha_s^2),$$

$$K=\frac{2(2v^2-\alpha_b\alpha_s)\beta_s^2}{v},$$

$$E_1=\frac{\beta_s(2v+\alpha_b+\alpha_s+2z_1\beta_s)}{4vz_1},$$

$$B_1=\frac{(2v+\alpha_b+\alpha_s)(8v^2-\alpha_b^2-6\alpha_b\alpha_s-\alpha_s^2)}{2(\alpha_b+\alpha_s)^2\beta_s}.$$

定理4 若$v>\alpha_i$,则平台企业关于商户的最优投资策略为:

1) 当$z_1<B_1$时,若$K/I<c\leqslant E_1$,则$x_j^*=z_1$;若$c>E_1$,则$x_j^*=\dfrac{(2v+\alpha_b+\alpha_s)\beta_s}{4cv-2\beta_s^2}$;

2) 当$z_2\geqslant B_1$时,若$z_2\in[B_1,B_2]$,则投资存在唯一纳什均衡$\{x_1=B_1,x_2=B_1\}$;若$z_2>B_2$,则投资存在两个纯策略均衡$\{x_1=B_1,x_2=z_2\}$和$\{x_1=z_2,x_2=B_1\}$.

证明 联立式(16)和(17)可得

$$\theta_b=\frac{v+p_{b1}-p_{b2}+(n_{s2}-n_{s1})\alpha_b}{2v};\quad(18)$$

$$\theta_1=\frac{p_{s2}-n_{b2}\alpha_s-x_2\beta_s}{v},$$

$$\theta_2=\frac{v-p_{s1}+n_{b1}\alpha_s+x_1\beta_s}{v}.\quad(19)$$

结合双边用户规模$n_{b1}=1-\theta_b,n_{b2}=\theta_b,n_{s1}=\theta_2$,$n_{s_2}=1-\theta_1$,联立后代入$\pi_1$,再分别对$p_{b1}$、$p_{s1}$、$x_1$求一阶偏导数$\partial\pi_1/\partial p_{b1},\partial\pi_1/\partial p_{s1},\partial\pi_1/\partial x_1$,易求得Hessian矩阵

$$A=\begin{bmatrix}-\dfrac{v}{v^2-\alpha_b\alpha_s} & -\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & \dfrac{\alpha_b\beta_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)}\\ -\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & \dfrac{-2v^2+\alpha_b\alpha_s}{v(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & \dfrac{(2v^2-\alpha_b\alpha_s)\beta_s}{2v(v^2-\alpha_b\alpha_s)}\\ \dfrac{\alpha_b\beta_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & \dfrac{(2v^2-\alpha_b\alpha_s)\beta_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & -c\end{bmatrix}.$$

由于$v>0$且$v>\alpha_i$,二阶主子式

$$\begin{vmatrix}-\dfrac{v}{v^2-\alpha_b\alpha_s} & -\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)}\\ -\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & -\dfrac{2v^2-\alpha_b\alpha_s}{v(v^2-\alpha_b\alpha_s)}\end{vmatrix}>0.$$

不妨令$I=8v^2-(\alpha_b^2+6\alpha_b\alpha_s+\alpha_s^2)$, $K=2(2v^2-\alpha_b\alpha_s)\beta_s^2/v$,若$c>K/I$,则$|A|<0$,此时Hessian矩阵$A$为负定矩阵,因此平台企业利润可在驻点处取得极大值. 同理,结合$\partial\pi_2/\partial p_{b2},\partial\pi_2/\partial p_{s2},\partial\pi_2/\partial x_2$,令所有的一阶偏导数为零,联立后可求得

$$x_1^*=x_2^*=\frac{(2v+\alpha_b+\alpha_s)\beta_s}{4cv-2\beta_s^2},$$

$$p_{b1}^*=p_{b2}^*=\frac{1}{2}\Big(2v-\frac{\alpha_b\alpha_s}{v}+\frac{c\alpha_s(2v+\alpha_b+\alpha_s)}{-2cv+\beta_s^2}\Big),$$

$$p_{s1}^*=p_{s2}^*=\frac{cv(2v+\alpha_s)+\alpha_b(-cv+\beta_s^2)}{4cv-2\beta_s^2}.$$

此外,令

$$E_0=\frac{\beta_s(2v+\alpha_b+\alpha_s+2z\beta_s)}{4vz},$$

$$E_1=\frac{\beta_s(2v+\alpha_b+\alpha_s+2z_1\beta_s)}{4vz_1}.$$

由$E_0=K/I$可得

$$B_1=\frac{(2v+\alpha_b+\alpha_s)(8v^2-\alpha_b^2-6\alpha_b\alpha_s-\alpha_s^2)}{2(\alpha_b+\alpha_s)^2\beta_s}.$$

1) 当$z_1<B_1$时,有$c>K/I$. 若$K/I<c\leqslant E_1$,则$x_j^*=z_1$;若$c>E_1$,则$x_j^*=\dfrac{(2v+\alpha_b+\alpha_s)\beta_s}{4cv-2\beta_s^2}$.

2) 当$z_2\geqslant B_1$时,有$c\leqslant K/I$. 此时$|A|\geqslant 0$,Hessian矩阵既非正定也非负定,但由于驻点唯一,且利润目标函数在该区域上连续有界,平台企业的最优利润在$x=B_1$或$x=z_2$处取得.

讨论边界$x=z_2$和$x=B_1$:

i) 若$x_1=x_2=B_1$,则

$$\pi_{1,\{B_1,B_1\}}^*=\pi_{2,\{B_1,B_1\}}^*=\frac{4(3v^2+B_1\beta_s(2v+B_1\beta_s))-(\alpha_b^2+6\alpha_b\alpha_s+\alpha_s^2)}{16v}-\frac{cB_1^2}{2};$$

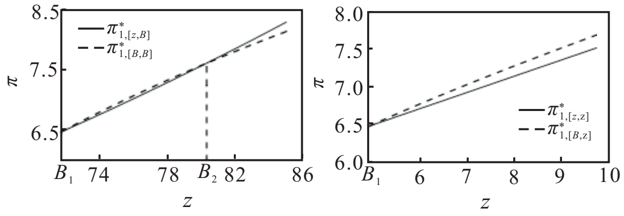
ii) 若$x_1=x_2=z_2$,则

$$\pi_{1,\{z_2,z_2\}}^*=\pi_{2,\{z_2,z_2\}}^*=\frac{4(3v^2+z_2\beta_s(2v+z_2\beta_s))-(\alpha_b^2+6\alpha_b\alpha_s+\alpha_s^2)}{16v}-\frac{cz_2^2}{2};$$

iii) 若$x_1=z_2,z_2=B_1$,同理可得$\pi_{1\{z_2,B_1\}}^*$, $\pi_{2\{z_2,B_1\}}^*$.

令$v=1.35,\beta_b=0.5,\beta_s=0.45,\alpha_b=0.45$, $\alpha_s=0.4$(初始数值随机选取),此时$B_1=71.72$. 由于$z_2\geqslant B_1$,本文取$z_2\in[71.72,85]$. 利用Mathematica绘制图形,分别比较$\pi_{1\{z_2,B_1\}}^*$和$\pi_{2\{B_1,B_1\}}^*$以及$\pi_{1\{z_2,z_2\}}^*$和$\pi_{2\{B_1,z_2\}}^*$.

如图4所示,存在一点$z_2=B_2$,当$z_2\in[B_1,B_2]$时,两平台投资存在唯一纳什均衡$\{x_1=B_1,x_2=B_1\}$;当$z_2>B_2$时,投资存在两个纯策略均衡$\{x_1=z_2,x_2=B_1\}$和$\{x_1=B_1,x_2=z_2\}$. 由对称性可知,该结论对平台企业2同样成立. □



(a) 平台企业2投资B　　(b) 平台企业2投资z

图4　一边多归属商户增值利润比较

2.2.3　双边用户增值服务投资

若同时对消费者和商户进行增值服务投资,则结合双边单归属和一边多归属情形,同理可得双边用户效用满足如下方程:

$$\theta_b v+\alpha_b n_{s1}+\beta_b x_1-p_{b1}=$$
$$(1-\theta_b)v+\alpha_b n_{s2}+\beta_b x_2-p_{b2};\tag{20}$$
$$\theta_1 v+\alpha_s n_{b2}+\beta_s x_2-p_{s2}=0,$$
$$(1-\theta_2)v+\alpha_s n_{b1}+\beta_s x_1-p_{s1}=0.\tag{21}$$

联立求解方程,并将该结果代入利润目标函数后求一阶偏导数,令

$$B_1=\frac{(8v^2-\alpha_b^2-6\alpha_b\alpha_s-\alpha_s^2)(2v(\beta_b+\beta_s)+(\alpha_b+\alpha_s)\beta_s)}{2(2v\beta_b+(\alpha_b+\alpha_s)\beta_s)^2},$$
$$K=2v\beta_b^2+2(\alpha_b+\alpha_s)\beta_b\beta_s+\frac{(2(2v^2-\alpha_b\alpha_s)\beta_s^2)}{v},$$
$$I=8v^2-(\alpha_b^2+6\alpha_b\alpha_s+\alpha_s^2),$$
$$E_1=\frac{2v(\beta_b+\beta_s)+(\alpha_b+\alpha_s)\beta_s+2z_1\beta_s^2}{4vz_1}.$$

定理5　若$v>\alpha_i$,则平台关于双边用户的最优投资策略为:

1) 当$z_1<B_1$时,若$K/I<c\leqslant E_1$,则$x_j^*=z_1$;若$c>E_1$,则$x_j^*=\dfrac{2v\beta_b+(2v+\alpha_b+\alpha_s)\beta_s}{(4cv-2\beta_s^2)}$.

2) 当$z_2\geqslant B_1$时,若$z_2\in[B_1,B_2]$,则投资存在唯一纳什均衡$\{x_1=B_1,x_2=B_1\}$;若$z_2>B_2$,则投资存在两个纯策略均衡$\{x_1=B_1,x_2=z_2\}$和$\{x_1=z_2,x_2=B_1\}$.

证明　联立式(20)和(21)可求得

$$\theta_1=\frac{p_{s2}-n_{b2}\alpha_s-x_2\beta_s}{v},$$
$$\theta_2=\frac{v-p_{s1}+n_{b1}\alpha_s+x_1\beta_s}{v};\tag{22}$$
$$\theta_b=\frac{v+p_{b1}-p_{b2}+(n_{s2}-n_{s1})\alpha_b+(x_2-x_1)\beta_b}{2v}.\tag{23}$$

结合双边用户规模为$n_{b1}=1-\theta_b,n_{b2}=\theta_b,n_{s1}=\theta_2,n_{s2}=1-\theta_1$,联立后代入$\pi_1$,分别对$p_{b1}$、$p_{s1}$、$x_1$求一阶偏导数$\partial\pi_1/\partial p_{b1}$、$\partial\pi_1/\partial p_{s1}$、$\partial\pi_1/\partial x_1$,易求得Hessian矩阵

$$A=\begin{bmatrix}-\dfrac{v}{v^2-\alpha_b\alpha_s} & -\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & \dfrac{v\beta_b+\alpha_b\beta_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)}\\ -\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & -\dfrac{2v^2+\alpha_b\alpha_s}{v(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & \dfrac{v\alpha_s\beta_b+2v^2\beta_s-\alpha_b\alpha_s\beta_s\beta_s}{2v(v^2-\alpha_b\alpha_s)}\\ \dfrac{v\beta_b+\alpha_b\beta_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & \dfrac{v\alpha_s\beta_b+2v^2\beta_s-\alpha_b\alpha_s\beta_s}{2v(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & -c\end{bmatrix}.$$

由于$v>0$且$v>\alpha_i$,二阶主子式

$$\begin{vmatrix}-\dfrac{v}{v^2-\alpha_b\alpha_s} & -\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)}\\ -\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & -\dfrac{2v^2-\alpha_b\alpha_s}{v(v^2-\alpha_b\alpha_s)}\end{vmatrix}>0.$$

不妨令

$$K=2v\beta_b^2+2(\alpha_b+\alpha_s)\beta_b\beta_s+\frac{2(2v^2-\alpha_b\alpha_s)\beta_s^2}{v},$$
$$I=8v^2-(\alpha_b^2+6\beta_b\alpha_s+\alpha_s^2),$$

若$c=K/I$,则$A<0$,此时Hessian矩阵A为负定矩阵,因此平台企业利润在驻点处取得极大值. 同理,结合$\partial\pi_2/\partial p_{b2}$、$\partial\pi_2/\partial p_{s2}$、$\partial\pi_2/\partial x_2$,并令所有的一阶偏导数为零,联立后可得

$$p_{b1}^*=p_{b2}^*=\frac{1}{2}\Big(\frac{2v^2-\alpha_b\alpha_s}{v}-\frac{\alpha_s(c(2v+\alpha_b+\alpha_s)+\beta_b\beta_s)}{2cv-\beta_s^2}\Big),$$
$$p_{s1}^*=p_{s2}^*=\frac{cv(2v-\alpha_b+\alpha_s)+v\beta_b\beta_s+\alpha_b\beta_s^2}{4cv-2\beta_s^2},$$
$$x_1^*=x_2^*=\frac{2v\beta_b+(2v+\alpha_b+\alpha_s)\beta_s}{4cv-2\beta_s^2}.$$

此外,令

$$E_0=\frac{2v(\beta_b+\beta_s)+(\alpha_b+\alpha_s)\beta_s+2z\beta_s^2}{4vz},$$
$$E_1=\frac{2v(\beta_b+\beta_s)+(\alpha_b+\alpha_s)\beta_s+2z_1\beta_s^2}{4vz_1}.$$

由$E_0=K/I$可得

$$B_1=\frac{(8v^2-\alpha_b^2-6\alpha_b\alpha_s-\alpha_s^2)(2v(\beta_b+\beta_s)+(\alpha_b+\alpha_s)\beta_s)}{2(2v\beta_b+(\alpha_b+\alpha_s)\beta_s)^2},$$

因此:

1) 当$z_1<B_1$时,有$c>K/I$. 若$K/I<c\leqslant E_1$,则$x_j^*=z_1$;若$c>E_1$,则$x_j^*=(2v\beta_b+(2v+\alpha_b+\alpha_s)\beta_s)/(4cv-2\beta_s^2)$.

2) 当$z_2\geqslant B_1$时,有$c\leqslant K/I$. 此时$|A|\geqslant 0$,Hessian矩阵既非正定也非负定,但由于驻点唯一,且

利润目标函数在该区域上连续有界,平台企业的最优利润在$x = B_1$或$x = z_2$处取得.

讨论边界$x = z_2$和$x = B_1$:

i) 若$x_1 = x_2 = B_1$,则

$$\pi^*_{1,\{B_1,B_1\}} = \pi^*_{2,\{B_1,B_1\}} = \frac{4(3v^2+B_1\beta_s(2v+B_1\beta_s))-(\alpha_b^2+6\alpha_b\alpha_s+\alpha_s^2)}{16v} - \frac{cB_1^1}{2};$$

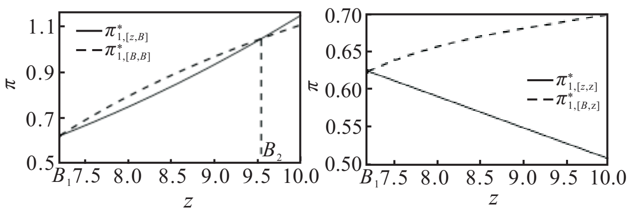
ii) 若$x_1 = x_2 = z_2$,则

$$\pi^*_{1,\{z_2,z_2\}} = \pi^*_{2,\{z_2,z_2\}} = \frac{4(3v^2+z_2\beta_s(2v+z_2\beta_s))-(\alpha_b^2+6\alpha_b\alpha_s+\alpha_s^2)}{16v} - \frac{cz_2^2}{2};$$

iii) 若$x_1 = z_2, x_2 = B_1$,同理可得$\pi^*_{1,\{z_2,B_1\}}$, $\pi^*_{2,\{z_2,B_1\}}$.

令$v = 1.3, \beta_b = 0.45, \beta_s = 0.4, \alpha_b = 0.4, \alpha_s = 0.35$(初始数值随机选取),此时$B_1 = 7.20$. 由于$z_2 \geqslant B_1$,本文取$z_2 \in [7.20, 10]$. 利用Mathematica绘制图形,分别比较$\pi^*_{1,\{z_2,B_1\}}$和$\pi^*_{2,\{B_1,B_1\}}$以及$\pi^*_{1,\{z_2,z_2\}}$和$\pi^*_{2,\{B_1,z_2\}}$.

如图5所示,存在一点$z_2 = B_2$,当$z_2 \in [B_1, B_2]$时,两平台投资存在唯一纳什均衡$\{x_1 = B_1, x_2 = B_1\}$;当$z_2 > B_2$时,投资存在两个纯策略均衡$\{x_1 = z_2, x_2 = B_1\}$和$\{x_1 = B_1, x_2 = z_2\}$. 由对成性可知,该结论对平台企业2同样成立. □



(a) 平台企业2投资B (b) 平台企业2投资z

图 5 一边多归属双边增值利润比较

由定理3～定理5可知,当增值服务投资资源受到限制时,平台企业的最优投资仍然满足一个区间策略,相关结论描述可参考双边单归属情形. 因此,在寡头垄断市场当中,当仅供应商多归属时,平台企业也应当先根据边际投资成本所处的范围确定己方的最优投资策略;另外,当最优投资存在多个纯策略均衡时,充分了解竞争对手关于各策略的偏好程度,同样有助于平台企业作出最优投资决策.

2.3 双边用户均多归属

2.3.1 单边增值服务投资

当双边用户均多归属时,平台企业在双边所拥有的用户规模满足$n_{b1} + n_{b2} > 1, n_{s1} + n_{s2} > 1$. 根据Hotelling线性模型,并假定$\theta_1, \theta_2$及$\theta_3, \theta_4$分别为平台双边的无差异点,若仅对商户进行增值服务投资,则双边用户效用满足如下方程:

$$\theta_1 v + \alpha_b n_{s2} - p_{b2} = 0,$$
$$(1-\theta_2)v + \alpha_b n_{s1} - p_{b1} = 0; \quad (24)$$
$$\theta_3 v + \alpha_s n_{b2} + \beta_s x_2 - p_{s2} = 0,$$
$$(1-\theta_4)v + \alpha_s n_{b1} + \beta_s x_1 - p_{s1} = 0. \quad (25)$$

求解方程(24)和(25),并代入利润目标函数求一阶偏导数. 令$I = 4v^2 - (\alpha_b + \alpha_s)^2, E = (v\beta_s(2v + \alpha_b + \alpha_s) + zK)/(zI), K = 2v\beta_s^2$.

定理6 若$v > \alpha_i$,则平台企业关于商户的最优投资策略为:当$c \leqslant E$时,$x_j^* = z$;若$c > E$,则

$$x_j^* = \frac{v(2v+\alpha_b+\alpha_s)\beta_s}{2v(2cv-\beta_s^2)-c(\alpha_b+\alpha_s)^2}.$$

证明 联立方程(24)和(25)可求得

$$\theta_1 = \frac{p_{b2} - n_{s2}\alpha_b}{v},$$
$$\theta_2 = \frac{v - p_{b1} + n_{s1}\alpha_b}{v}; \quad (26)$$
$$\theta_3 = \frac{p_{s2} - n_{b2}\alpha_s - x_2\beta_s}{v},$$
$$\theta_4 = \frac{v - p_{s1} + n_{b1}\alpha_s + x_1\beta_s}{v}. \quad (27)$$

结合双边用户的规模$n_{b1} = \theta_2, n_{b2} = 1 - \theta_1, n_{s1} = \theta_4, n_{s2} = 1 - \theta_3$,联立后代入$\pi_1$,分别对$p_{b1}$、$p_{s1}$、$x_1$求一阶偏导数$\partial\pi_1/\partial\pi_{b1}$、$\partial\pi_1/\partial\pi_{s1}$、$\partial\pi_1/\partial x_1$,易求得Hessian矩阵

$$A = \begin{bmatrix} -\dfrac{2v}{v^2-\alpha_b\alpha_s} & -\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & \dfrac{\alpha_b\beta_s}{v^2-\alpha_b\alpha_s} \\ -\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & -\dfrac{2v}{v^2-\alpha_b\alpha_s} & \dfrac{v\beta_s}{v^2-\alpha_b\alpha_s} \\ \dfrac{\alpha_b\beta_s}{v^2-\alpha_b\alpha_s} & \dfrac{v\beta_s}{v^2-\alpha_b\alpha_s} & -c \end{bmatrix} > 0.$$

由于$v > 0$且$v > \alpha_i$,二阶主子式

$$\begin{vmatrix} -\dfrac{2v}{v^2-\alpha_b\alpha_s} & -\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} \\ -\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{2(v^2-\alpha_b\alpha_s)} & -\dfrac{2v}{v^2-\alpha_b\alpha_s} \end{vmatrix} > 0.$$

不妨令$I = 4v^2 - (\alpha_b + \alpha_s)^2, K = 2v\beta_s^2$,若$c > K/I$,则$|A| < 0$,此时Hessian矩阵$A$为负定矩阵,平台企业利润可在驻点处取得极大值. 同理,结合$\partial\pi_2/\partial p_{b2}$,$\partial\pi_2/\partial p_{s2}$,$\partial\pi_2/\partial x_2$,并令所有的一阶偏导数为零,联立后可求得

$$p_{b1}^* = p_{b2}^* = \frac{v(c(v-\alpha_s)(2v+\alpha_b+\alpha_s)-v\beta_s^2)}{-c(\alpha_b+\alpha_s)^2+2v(2cv-\beta_s^2)},$$

$$p_{s1}^* = p_{s2}^* = \frac{cv(v-\alpha_b)(2v+\alpha_b+\alpha_s)+v\alpha_b\beta_s^2}{-c(\alpha_b+\alpha_s)^2+2v(2cv-\beta_s^2)},$$

$$x_1^* = x_2^* = \frac{v(2v+\alpha_b+\alpha_s)\beta_s}{-c(\alpha_b+\alpha_s)^2+2v(2cv-\beta_s^2)},$$

此外,令$E=\dfrac{v\beta_d(2v+\alpha_b+\alpha_s)+zK}{zI}$,若$c>E$,则$x_j^*=\dfrac{v(2v+\alpha_b+\alpha_s)\beta_s}{-c(\alpha_b+\alpha_s)^2+2v(2cv-\beta_s^2)}$,若$K/I<c\leqslant E$,则$x_j^*=z$;若$c\leqslant K/I$,则$|A|\geqslant 0$,Hessian矩阵$A$既非正定也非负定. 但由于利润目标函数存在唯一驻点,且在区域上连续有界,平台企业的最优利润在$x=0$或$x=z$处取得.

讨论边界$x=0$和$x=z$:

i) 若$x_1=x_2=0$,则

$$\pi^*_{1,\{0,0\}}=\pi^*_{2,\{0,0\}}=\frac{v^2}{2v-\alpha_b-\alpha_s};$$

ii) 若$x_1=x_2=z$,则

$$\pi^*_{1,\{z,z\}}=\pi^*_{2,\{z,z\}}=\frac{(2v+\alpha_b+\alpha_s)(2v(v-cz^2)+cz^2(\alpha_b+\alpha_s))}{2(4v^2-(\alpha_b+\alpha_s)^2)}+\frac{2vz(2v+\alpha_b+\alpha_s)\beta_s+2vz^2\beta_3^2}{2(4v^2-(\alpha_b+\alpha_s)^2)};$$

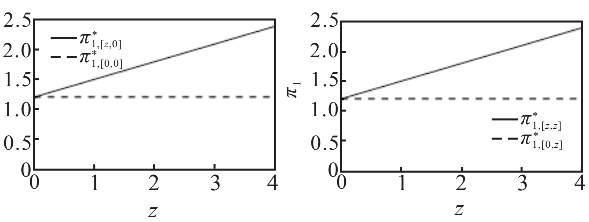
iii) 若$x_1=z,x_2=0$,则

$$\pi^*_{2,\{z,0\}}=\frac{v^2}{2v-\alpha_b-\alpha_d},$$

$$\pi^*_{1,\{z,0\}}=\frac{(2v+\alpha_b+\alpha_s)(2v(v-cz^2)+cz^2(\alpha_b+\alpha_s))}{2(4v^2-(\alpha_b+\alpha_s)^2)}+\frac{2vz(2v+\alpha_b+\alpha_s)\beta_s+2vz^2\beta_3^2}{2(4v^2-(\alpha_b+\alpha_s)^2)}.$$

令$v=1.65,\beta_b=0.45,\beta_s=0.4,\alpha_b=0.55,\alpha_s=0.5$(初始数值随机选取),当$c=K/I$时,$x_1=z$处的平台利润最小,此时$c=0.054$. 由于$z<B$,本文取$z\in[0,4]$. 利用Mathematica绘制图形,分别比较$\pi^*_{1,\{0,0\}}$与$\pi^*_{1,\{z,0\}}$以及$\pi^*_{1,\{0,z\}}$与$\pi^*_{1,\{z,z\}}$.

如图6所示,无论平台企业2选择$x_2=0$或$x_2=z$,平台企业1选择$x_1=z$时的利润曲线始终位于$x_1=0$时的利润曲线之上,说明$\min\pi^*_{1,\{z,0\}}>\pi^*_{1,\{0,0\}}$且$\min\pi^*_{1,\{z,z\}}>\pi^*_{1,\{0,z\}}$. 因此,$x_1=z$表现为平台企业1增值服务投资的占优策略. 由对称性可得,$x_2=z$同样为平台企业2的占优策略,此时竞争存在唯一纳什均衡$\{x_1=z,x_2=z\}$. □



(a) 平台企业2投资0　　(b) 平台企业2投资z

图6　双边多归属单边增值利润比较

2.3.2　双边用户增值服务投资

若对双边用户进行增值服务投资,则用户效用满足如下方程:

$$\begin{aligned}&\theta_1v+\alpha_bn_{s2}+\beta_bx_2-p_{b2}=0,\\&(1-\theta_2)v+\alpha_bn_{s1}+\beta_bx_1-p_{b1}=0;\end{aligned}\tag{28}$$

$$\begin{aligned}&\theta_3v+\alpha_sn_{b2}+\beta_sx_2-p_{s2}=0,\\&(1-\theta_4)v+\alpha_sn_{b1}+\beta_sx_1-p_{s1}=0.\end{aligned}\tag{29}$$

求解方程(28)和(29),并将结果代入利润目标函数求其一阶偏导数. 令

$$\begin{aligned}&I=4v^2-(\alpha_b+\alpha_s)^2,\\&K=2v(\beta_b^2+\beta_s^2)+2(\alpha_b+\alpha_s)\beta_b\beta_s,\\&E=\frac{(2v^2+v(\alpha_b+\alpha_s))(\beta_b+\beta_s)+zK}{zI}.\end{aligned}$$

定理7　若$v>\alpha_i$,则平台企业的最优投资策略为:当$c\leqslant E$时,有$x_j^*=z$;当$c>E$时,有

$$x_j^*=\frac{v(2v+\alpha_b+\alpha_s)(\beta_b+\beta_s)}{cI-K}.$$

证明　联立方程(28)和(29)可求得

$$\begin{aligned}&\theta_1=\frac{p_{b2}-n_{s2}\alpha_b-x_2\beta_b}{v},\\&\theta_2=\frac{v-p_{b1}+n_{s1}\alpha_b+x_1\beta_b}{v};\end{aligned}\tag{30}$$

$$\begin{aligned}&\theta_3=\frac{p_{d2}-n_{b2}\alpha_s-x_2\beta_s}{v},\\&\theta_4=\frac{v-p_{s1}+n_{b1}\alpha_s+x_1\beta_s}{v}.\end{aligned}\tag{31}$$

结合双边用户规模$n_{b1}=\theta_2,n_{b2}=1-\theta_1,n_{s1}=\theta_4,n_{s2}=1-\theta_3$,联立后代入$\pi_1$,分别对$p_{b1}$、$p_{s1}$、$x_1$求一阶偏导数$\partial\pi_1/\partial p_{b1}$、$\partial\pi_1/\partial p_{s1}$、$\partial\pi_1/\partial\pi x_1$,易求得Hessian矩阵

$$A=\begin{bmatrix}-\dfrac{2v}{v^2-\alpha_b\alpha_s}&-\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{v^2-\alpha_b\alpha_s}&\dfrac{v\beta_b+\alpha_b\beta_s}{v^2-\alpha_b\alpha_s}\\-\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{v^2-\alpha_b\alpha_s}&-\dfrac{2v}{v^2-\alpha_b\alpha_s}&\dfrac{\alpha_s\beta_b+v\beta_s}{v^2-\alpha_b\alpha_s}\\\dfrac{v\beta_b+\alpha_b\beta_s}{v^2-\alpha_b\alpha_s}&\dfrac{\alpha_s\beta_b+v\beta_s}{v^2-\alpha_b\alpha_s}&-c\end{bmatrix},$$

由于$v>0$且$v>\alpha_i$,二阶主子式

$$\begin{vmatrix}-\dfrac{2v}{v^2-\alpha_b\alpha_s}&-\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{v^2-\alpha_b\alpha_s}\\-\dfrac{\alpha_b+\alpha_s}{v^2-\alpha_b\alpha_s}&-\dfrac{2v}{v^2-\alpha_b\alpha_s}\end{vmatrix}>0.$$

不妨令$I=4v^2-(\alpha_b+\alpha_s)^2$, $K=2v(\beta_b^2+\beta_s^2)+2(\alpha_b+\alpha_s)\beta_b\beta_s$,若$c=K/I$,则$|A|<0$,此时Hessian矩阵$A$为负定矩阵,因此平台利润在驻点处取得极大值. 同理,结合$\partial\pi_2/\partial p_{b2},\partial\pi_2/\partial p_{s2},\partial\pi_2/\partial x_2$,令所有的一阶

偏导数为零,联立后可得

$$p_{b1}^* = p_{b2}^* = \frac{v(2cv^2 + (c\alpha_b + \beta_b\beta_s)(v - \alpha_s))}{cI - K} + \frac{v\alpha_s(-c(v + \alpha_s) + \beta_b^2) - v\beta_s^2}{cI - K},$$

$$p_{s1}^* = p_{s2}^* = \frac{v(-c\alpha_b^2 - \alpha_b(cv + c\alpha_s + (\beta_b - \beta_s)\beta_s))}{cI - K} + \frac{v^2(2cv + c\alpha_s + (\beta_s - \beta_b)\beta_b)}{cI - K},$$

$$x_1 = x_2 = \frac{v(2v + \alpha_b + \alpha_s)(\beta_b + \beta_s)}{cI - K}.$$

此外,令$E = ((2v^2 + v(\alpha_b + \alpha_s))(\beta_b + \beta_s) + zK)/(zI)$,易得:若$c > E$,则$x_j^* = v(2v + \alpha_b + \alpha_s)(\beta_b + \beta_s)/(cI - K)$;若$K/I < c \leqslant E$,则$x_j^* = z$;若$c \leqslant K/I$,则$|A| \geqslant 0$,Hessian矩阵$A$既非正定也非负定. 但由于利润目标函数有唯一驻点,且在区域上连续有界,平台企业的最优利润在边界上取得.

讨论边界$x = 0$和$x = z$:

i) 若$x_1 = x_2 = 0$,则

$$\pi_{1\{0,0\}}^* = \pi_{2\{0,0\}}^* = \frac{v^2}{2v - (\alpha_b + \alpha_s)};$$

ii) 若$x_1 = x_2 = z$,则

$$\pi_{1\{z,z\}}^* = \pi_{2\{z,z\}}^* = \frac{cz^2(\alpha_b + \alpha_s)^2 + 2(\alpha_b + \alpha_s)(v + z\beta_b)(v + z\beta_s)}{2(4v^2 - (\alpha_b + \alpha_s)^2)} + \frac{2v(2v(v - cz^2) + z(2v(\beta_b + \beta_s) + z(\beta_b^2 + \beta_s^2)))}{2(4v^2 - (\alpha_b + \alpha_s)^2)}.$$

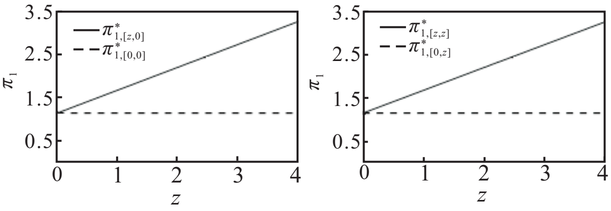
iii) 若$x_1 = z, x_2 = 0$,同理可得

$$\pi_{2,\{z,0\}}^* = \frac{v^2}{2v - (\alpha_b + \alpha_s)},$$

$$\pi_{1\{z,0\}}^* = \frac{cz^2(\alpha_b + \alpha_s)^2 + 2(\alpha_b + \alpha_s)(v + z\beta_b)(v + z\beta_s)}{2(4v^2 - (\alpha_b + \alpha_s)^2)} + \frac{2v(2v(v - cz^2) + z(2v(\beta_b + \beta_s) + z(\beta_b^2 + \beta_s^2)))}{2(4v^2 - (\alpha_b + \alpha_s)^2)}.$$

令$v = 1.6, \beta_b = 0.4, \beta_s = 0.35, \alpha_b = 0.5, \alpha_s = 0.45$(初始数值随机选取). 当$c = K/I$时,$x_1 = z$处的平台企业利润最小,此时$c = 0.125$. 由于$z < B$,本文取$z \in [0, 4]$. 利用Mathematica绘制图形,分别比较$\pi_{1,\{z,0\}}^*$与$\pi_{1,\{0,0\}}^*$以及$\pi_{1,\{z,z\}}^*$与$\pi_{1,\{0,z\}}^*$.

如图7所示,无论平台企业2选择$x_2 = 0$或$x_2 = z$,平台企业1选择$x_1 = z$时的利润曲线始终位于$x_1 = 0$时的利润曲线之上,这说明$\min \pi_{1,\{z,0\}}^* > \pi_{1\{0,0\}}^*$且$\min \pi_{1,\{z,z\}}^* > \pi_{1\{0,z\}}^*$. 因此,$x_1 = z$表现为平台企业1增值服务投资的占优策略. 由对称性可得,$x_2 = z$同样为平台企业2的占优策略,此时竞争存在唯一纳什均衡$\{x_1 = z, x_2 = z\}$. □



(a) 平台企业2投资0 (b) 平台企业2投资z

图7 双边多归属双边增值利润比较

由定理6和定理7可知,当双边用户多归属且投资资源受限时,平台企业的最优投资量满足一个单阈值策略:若边际投资成本c小于阈值E,则平台企业将选择全部投资资源z进行增值服务投资,此时该投资不受边际投资成本c的影响;若边际投资成本c大于阈值E,则此时进行增值服务投资将为平台企业带来较大的成本,因此选择部分投资对平台企业更为有利,而边际投资成本c也将成为影响平台企业最优投资的主要因素.

综上所述,在寡头垄断市场当中,当双边用户多单归属时,平台企业应根据边际投资成本所处的范围来确定己方的最优投资策略.

3 结 论

本文以平台双边用户的增值服务投资为出发点,在构建B2C平台竞争模型的基础上,综合考虑了双边用户的3种不同归属条件. 通过比较分析发现:

1) 在双边用户单归属和一边用户多归属条件下,无论是单边投资还是双边投资,平台企业的最优投资始终满足一个区间策略,即当投资资源小于该区间的下界时,若边际投资成本小于某一阈值,则平台企业将选择全部投资资源进行增值服务投资;若边际投资成本大于该阈值,则增值服务投资将为平台企业带来较大的成本,因此选择部分投资对平台企业更有利. 另外,当投资资源位于该区间内时,平台企业的最优投资存在唯一纳什均衡.而当投资资源大于该区间的上界时,平台企业的最优投资存在两个纯策略均衡.

2) 在双边用户多归属条件下,平台企业的最优投资始终满足一个单阈值策略,即若边际投资成本小于某一阈值,则平台企业将选择全部投资资源进行增值服务投资;若边际投资成本大于该阈值,则平台企业将选择部分投资资源进行增值服务投资.

3) 无论在何种用户归属条件下,边际投资成本系数,双边交叉网络外部性等参数均是影响平台企业投资决策的重要因素.

此外,尽管本文考虑了用户多归属条件对增值服务投资的影响,但所得结果均在静态平台竞争情形下取得,因此未来可进一步拓展到动态平台竞争.

参考文献(References)

[1] Barua A, Kriebel C H, Mukhopadhyay T. An economic analysis of strategic information technology investments.[J]. MIS Quarterly, 1991, 15(3): 313-331.

[2] Chang J R, Hung M W. Optimal timing to invest in e-commerce[J]. Psychology & Marketing, 2006, 23(4): 335-348.

[3] Belleflamme P, Peitz M. Platform competition and seller investment incentives[J]. European Economic Review, 2010, 54(8): 1059-1076.

[4] Hagiu A, Spulber D. First-party content and coordination in two-sided markets[J]. Management Science, 2013, 59(4): 933-949.

[5] Anderson E G Jr, Parker G G, Tan B. Platform performance investment in the presence of network externalities[J]. Ssrn Electronic J, 2013, 25(1): 152-172.

[6] 梁玉婉. 双边平台的性能投资与定价研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学管理学院, 2016.
(Liang Y W. A study on performance investment and pricing for two-sided platforms[D]. Hefei: School of Management, University of Science and Technology of China, 2016.)

[7] 豆国威. 双边平台增值服务的投资和定价策略研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学管理学院, 2016.
(Dou G W. The value-added services investment and pricing strategy on bilateral platform[D]. Hefei: School of Management, University of Science and Technology of China, 2016.)

[8] 谢兆霞. 面向用户忠诚的B2B电子中介投资决策研究[D]. 南京: 南京理工大学经济管理学院, 2012.
(Xie Z X. Investment strategy analysis of B2B E-intermediary oriented to user loyalty[D]. Nanjing: School of Economics and Management, Nanjing University of Science & Technology, 2012.)

[9] 柴双. 网商在C2C电子商务平台上建立竞争优势的投资决策研究——以淘宝网为例[D]. 上海: 复旦大学管理学院, 2013.
(Cha S. Study on investment decision of the e-businessman on C2C e-commerce platform—Based on taobao[D]. Shanghai: School of Management, Fudan University, 2013.)

[10] 黄文妍, 段文奇. 双边市场平台战略投资决策——技术创新导向型还是人工服务导向型[J]. 中国管理科学, 2015, 23(S1): 686-689.
(Huang W Y, Duan W Q. Technology-intensive—Strategy investment for two-sided market platforms[J]. China J of Management Science, 2015, 23(S1): 686-689.)

[11] Caillaud B, Jullien B. Chicken & egg: Competition among intermediation service providers[J]. Rand J of Economics, 2003, 34(2): 309-328.

[12] Doganoglu T, Wright J. Multihoming and compatibility[J]. International J of Industrial Organization, 2006, 24(1): 45-67.

[13] 纪汉霖, 张永庆. 用户多归属条件下的双边市场平台竞争策略[J]. 经济问题探索, 2009(5): 101-107.
(Ji H L, Zhang Y Q. The competition strategy of two-sided market platform under multihoming[J]. Inquiry into Economic Issues, 2009(5): 101-107.)

[14] Poolsombat R, Vernasca G. Partial multihoming in two-sided markets[EB/OL]. [2017-08-05]. http://ideas.repec.org/p/yor/yorken/06-10.html.

[15] Rasch A. Platform competition with partial multihoming under differentiation: A note[J]. Infection & Immunity, 2007, 79(4): 1489-1497.

[16] 曹俊浩. 基于双边市场理论的B2B平台运行策略及其演化研究[D]. 上海: 上海交通大学安泰经济管理学院, 2010.
(Cao J H. On operation strategies and evolution of B2B platform based on the theory of two-sided markets[D]. Antai School of Economics and Management. Shanghai: Shanghai Jiaotong University, 2010.)

(责任编辑: 孙艺红)