

基于中间状态值的多智能体系统安全一致性控制

张 霓^{1†}, 杜 伟¹, 何熊熊¹, 伍益明²

(1. 浙江工业大学 信息工程学院, 杭州 310023; 2. 杭州电子科技大学 网络空间安全学院, 杭州 310018)

摘 要: 针对存在恶意攻击的多智能体系统一致性控制问题, 提出一种快捷有效的安全一致性算法. 采用选取中间值的筛选方法, 将同一时刻采集到的邻居信息值按从小到大序列排序, 选取位于中间序列的信息值用于节点自身的状态更新, 该算法较传统一致性算法减少了计算复杂度, 同时降低了系统所需较强的网络连通条件和信息储备所需的资源, 使得整个系统变得更加简单、灵活. 利用迭代学习和凸包条件, 通过创建具有与原系统有向图相同连通条件的虚拟网络拓扑图, 证明了系统在满足特定的网络拓扑的条件下, 能够实现安全一致. 仿真结果验证了所提出算法的有效性.

关键词: 多智能体系统; 一致性; 安全性; 中间状态值; 迭代学习控制; 稳健性

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Secure consensus control of multi-agent systems based on median state strategy

ZHANG Ni^{1†}, DU Wei¹, HE Xiong-xiong¹, WU Yi-ming²

(1. College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China; 2. School of Cyberspace, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: For consensus control of multi-agent systems under malicious attacks, a fast and effective secure consensus algorithm is proposed. In each status update process, normal agents select the median state value in an arranged value sequence collected at the same time from their neighbor agents. The computation complexity is reduced. The strong network connectivity and vast resource needed for information storage of the traditional algorithm are also reduced. The proposed algorithm makes the whole system much simple, flexible, and cheap. By using iterative learning and convex hull conditions, we create a virtual network topology with the same connectivity condition as the original system directed graph. Under the condition that the system satisfies certain network topology, it is proved that the system is safe and consistent. Simulation results verify the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: multi-agent systems; consensus; security; median state value; iterative learning control; robustness

0 引 言

研究人员不断对多智能体系统一致性问题进行研究和改进, 已取得了丰硕的成果. 随着多智能体系统在交通、机器人和军事等领域的广泛应用^[1-4], 与其相关的安全性问题显得尤为重要. 系统安全一致性的基本思想是通过系统中正常智能体增加安全控制协议, 在系统执行一致性控制协议时, 保证其正常智能体的状态始终处于一个合理的范围(安全区间)内, 并最终使其状态趋于一致, 从而达到抵御恶意攻击的目的. Dolev 等^[5]给出了存在拜占

庭(Byzantine)攻击节点时网络连接拓扑图所需的充分和必要条件. Sundaram 等^[6]证明了图的连通度是线性迭代策略容忍恶意(或错误)节点的能力的决定性因素. Kieckhafer 等^[7]得出了恶意节点个体数目与网络通信图连通度的对应关系. Wu 等^[8-9]研究了多智能体系统在通信时延情况下的安全一致性问题. Abbas 等^[10]应用 Leader-Follower 模式通过创立一类可信节点, 使得系统最终达成一致.

有限时间一致性是指在多智能体系统中, 各个智能体状态可以在有限的时间内实现收敛, 并能够在有限

收稿日期: 2017-08-22; 修回日期: 2018-03-30.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61473262); 浙江省基础公益研究计划项目(LGG18F020015); 浙江省教育厅一般科研项目(Y201737924).

责任编辑: 王龙.

作者简介: 张霓(1970—), 女, 副教授, 博士, 从事多智能体系统、多移动机器人路径优化等研究; 杜伟(1989—), 男, 硕士生, 从事多智能体系统的研究.

[†]通讯作者. E-mail: zn@zjut.edu.cn.

个相同的状态空间上保持不变,其算法的研究重点在于收敛速度.迭代学习控制方法不仅设计较为简单,在线计算量较少,而且能够在有限的时间内实现完全跟踪^[11]. Xu^[12]提出一种新的应用于高阶多智能体系统的分布式自适应迭代学习控制方法,解决了多智能体系统一致性的问题. Liu等^[13]设计出一种可以同时处理两种情况(连续和非连续)的一致性协议,且具有较快的收敛速度.

本文将图论方法与迭代学习控制方法相结合,综合多智能体系统一致性问题的一般框架,针对系统中存在恶意攻击节点的情况,采用选取中间值的筛选方法.在整个筛选过程中,各个智能体不用知晓整个系统的网络拓扑,也不需判别邻居节点是否为恶意节点,降低了计算复杂度和系统所需较强的网络连通条件,使系统在有限时间内实现状态一致.

1 预备知识

本节主要阐述图论的基础概念,更为具体的论述请参见文献[14-15].

一般地,一个包含权重的有向图可以定义为

$$\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}_{\mathcal{G}}, A_{\mathcal{G}}\},$$

其中: $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, N\}$ 为节点集, $\mathcal{E}_{\mathcal{G}}$ 为边集,节点*i*的邻接节点可以定义为 $\mathcal{N}_i = \{j \in \mathcal{V} \mid (j, i) \in \mathcal{E}_{\mathcal{G}}\}$, $A_{\mathcal{G}} = [a_{i,j}] \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为图 \mathcal{G} 的邻接加权矩阵.若边 $(j, i) \in \mathcal{E}_{\mathcal{G}}$,则表示节点*i*可以获取节点*j*的信息,即 $a_{i,j} > 0$.如果节点*i*到节点*j*之间存在有序边组成的一条路径,则称之为节点*i*到节点*j*的一条有向路径.若有向图中至少存在一个节点,可以沿着有向路径遍历其他节点,则称该有向图中含有一棵生成树.拉普拉斯矩阵也是描述拓扑结构的一种矩阵,它的结构与邻接矩阵类似,可以定义为

$$L^{i,j} = \begin{cases} -a_{k,i,j}, & i \neq j; \\ \sum_{j=1,2,\dots,n} a_{i,j}, & i = j. \end{cases}$$

下面给出一些定义及引理^[16-17].

定义1 *r*-可得集. 给定一个非空有向图 \mathcal{G} , S 为有向图 \mathcal{G} 中的一个非空节点子集,若子集 S 中存在任意节点*i*,该节点具有*r*个来自子集 S 外部的邻居节点,即 $\exists i \in S, |\mathcal{N}_i/S| \geq r, r \in \mathbf{Z}^+$,则称子集 S 为*r*-可得集.

定义2 *r*-稳健图. 给定一个非空有向图 \mathcal{G} ,对于任意一对非空的不相交的子集,其中存在至少一个子集为*r*-可得集,则称该有向图为*r*-稳健图.

引理1 如果有向图 $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}\}$ 为*r*-稳健图,令 \mathcal{G}' 为原有向图 \mathcal{G} 中各个节点除去 $s(s < r)$ 条输入边

后的子图,则子图 \mathcal{G}' 为 $(r-s)$ -稳健图.

引理2 有向图 \mathcal{G} 为*r*-稳健图,若 $r \geq 1$,则该有向图含有一棵生成树.

引理3 若矩阵 L 为有向图 \mathcal{G} 对应的拉普拉斯矩阵, 0 为该矩阵的一个特征值,则 $\mathbf{1}_n$ 为所对应的特征向量,当且仅当有向图 \mathcal{G} 含有一棵生成树时,特征值 $\lambda = 0$ 的代数重数为1.

非负矩阵指所有元素均大于或等于零的矩阵,行和为1的非负方阵称为随机矩阵.一个随机矩阵是SIA(Stochastic, indecomposable and aperiodic)矩阵,是指存在一个常数列向量 \mathbf{v} ,使得 $\lim_{k \rightarrow \infty} P^k = \mathbf{1}\mathbf{v}^T$.在后文中将会用到以下引理^[18].

引理4 若一系列有向图 $\{\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2, \dots, \mathcal{G}_n\} \subset \mathcal{G}$ 含有一棵生成树, D_i 为有向图 \mathcal{G}_i 所对应的随机矩阵,则这些矩阵的乘积 $D_1 D_2 \dots D_n$ 为SIA矩阵.

引理5 令 P_1, P_2, \dots, P_m 为一系列有限的SIA矩阵,其中有限个矩阵的乘积 $P_{i_j} P_{i_{j-1}} \dots P_{i_1}$ 也是SIA矩阵,对于无限SIA矩阵乘积存在一个非负列向量 \mathbf{c} ,使得 $\lim_{j \rightarrow \infty} P_{i_j} P_{i_{j-1}} \dots P_{i_1} = \mathbf{1}\mathbf{c}^T$.

2 主要问题描述

考虑一个由*N*个多智能体个体组成的多智能体系统,其中包含*n*个能够正确传递自身状态信息的正常智能体和 $m(m = N - n)$ 个不遵循控制协议的恶意智能体.将系统中每个智能体都看作一个节点,从而可得到有向图 $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}_{\mathcal{G}}, A_{\mathcal{G}}\}$. \mathcal{V}_n 表示有向图中正常节点的集合, \mathcal{V}_m 表示恶意节点的集合,注意 $\mathcal{V}_n \cup \mathcal{V}_m = \mathcal{V}, \mathcal{V}_n \cap \mathcal{V}_m = \emptyset$.

这里应用迭代学习控制方法,令*k*为迭代次数,每个正常节点在*k*次迭代后的动力学方程如下:

$$\dot{x}_{k,i}(t) = u_{k,i}, i \in \mathcal{V}_n. \quad (1)$$

其中: $x_{k,i}(t)$ 表示节点*v_i*的状态值, $t \in [0, T], T > 0$ 表示每次迭代所需时间; $u_{k,i}$ 表示控制输入.在本文中考虑系统最多存在*f*个恶意节点,且恶意节点均不以上述控制方式更新状态信息,而是任意地改变自身状态.

在第*k*次迭代中所有正常节点状态信息中的最大值和最小值可以如下定义:

$$M_k(t) = \max_{i \in \mathcal{V}_n} x_{k,i}(t), m_k(t) = \min_{i \in \mathcal{V}_n} x_{k,i}(t). \quad (2)$$

其中 M_0 和 m_0 为初始状态下各正常节点中最大和最小的状态信息值.

综上所述,可以对有限时间安全一致性作出以下定义.

定义3 如果多智能体系统满足如下两个条件:

$$x_{k,i}(t) \in [m_0, M_0], t \in [0, T], \forall i \in \mathcal{V}_n, \quad (3)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} [x_{k,i}(T) - x_{k,j}(T)] = 0, \forall i, j \in \mathcal{V}_n, \quad (4)$$

则称系统实现了有限时间安全一致性. 其中: T 为每一轮有限迭代时间; 式(3)保证了系统的安全性; 式(4)保证了系统一致性.

本文的主要目的是设计控制算法, 使得系统在有限时间内实现系统的一致性. 结合中间值方法, 给出该控制算法的具体描述: 在第 k 轮迭代时, 正常节点获取 t 时刻邻居节点发送给它的状态信息 $x_{k,j}(t) (j \in \mathcal{N}_i)$, 将这些状态信息按数值从小到大进行排序, 排序后的状态值可用序列表示为 $[x_{k,j_1}, x_{k,j_2}, \dots, x_{k,j_{|\mathcal{N}_i|}}] (j_1, j_2, \dots, j_{|\mathcal{N}_i|})$ 表示状态信息值排序的顺序, 利用该序列选取节点 i 邻居状态信息值的中间值 $x_{k,i,\text{mid}}$, 该中间值可以表示为

$$x_{k,i,\text{mid}} = \begin{cases} x_{k,j_{(|\mathcal{N}_i|+1)/2}}, & \text{mod}(|\mathcal{N}_i|, 2) = 1; \\ (x_{k,j_{|\mathcal{N}_i|/2}} + x_{k,j_{(|\mathcal{N}_i|/2)+1}})/2, & \text{mod}(|\mathcal{N}_i|, 2) = 0. \end{cases}$$

该中间值所对应的权重 $a_{k,i,\text{mid}}$ 可表示为

$$a_{k,i,\text{mid}} = \begin{cases} a_{i,j_{(|\mathcal{N}_i|+1)/2}}, & \text{mod}(|\mathcal{N}_i|, 2) = 1; \\ (a_{i,j_{|\mathcal{N}_i|/2}} + a_{i,j_{(|\mathcal{N}_i|/2)+1}})/2, & \text{mod}(|\mathcal{N}_i|, 2) = 0. \end{cases}$$

其中: $a_{k,i,j_{\mathcal{N}_i}}$ 为节点 i 所对应邻居的权重, $|\mathcal{N}_i|$ 为节点 i 邻居的个数. 现在给出正常节点 i 的迭代学习协议, 即

$$u_{k+1,i} = u_{k,i} + \gamma_i a_{k,i,\text{mid}} (x_{k,i,\text{mid}} - x_{k,i}), \quad i \in \mathcal{V}_n. \quad (5)$$

根据凸包理论^[19], 中间状态信息值 $x_{k,i,\text{mid}}$ 可由序列中所有的状态信息值线性表示, 即

$$x_{k,i,\text{mid}} = a'_{k,i,j_1} x_{k,j_1} + a'_{k,i,j_2} x_{k,j_2} + \dots + a'_{k,i,j_{|\mathcal{N}_i|}} x_{k,j_{|\mathcal{N}_i|}}. \quad (6)$$

其中 $a'_{k,i,j_1} + a'_{k,i,j_2} + \dots + a'_{k,i,j_{|\mathcal{N}_i|}} = 1, a'_{k,i,j} > 0$.

由式(1)可以推出 $x_{k,i}(t) = x_{k,i}(0) + t u_{k,i}$, 假设每一轮迭代开始时的初始状态均相同, 即 $x_{k,i}(0) = x_{0,i}$, 则正常节点在 T 时刻满足

$$\begin{aligned} x_{k+1,i}(T) &= x_{k,i}(T) + [x_{k+1,i}(T) - x_{k,i}(T)] = \\ &= x_{k,i}(T) + [x_{k+1,i}(0) - x_{k,i}(0)] + T(u_{k+1,i} - u_{k,i}) = \\ &= x_{k,i}(T) + T(u_{k+1,i} - u_{k,i}). \end{aligned} \quad (7)$$

综合式(5)~(7)可得

$$\begin{aligned} x_{k+1,i}(T) &= \\ &= x_{k,i}(T) + T \gamma_i a_{k,i,\text{mid}} \sum_{j=0}^{|\mathcal{N}_i|} a'_{k,i,j}(T) [x_{k,j}(T) - x_{k,i}(T)]. \end{aligned} \quad (8)$$

将式(8)写成紧凑形式如下:

$$x_{k+1}(T) = (I - a_{k,\text{mid}} T \Gamma L'_k) x_k(T). \quad (9)$$

其中: $\gamma_i > 0$ 表示学习增益, $\Gamma = \text{diag}\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\}$. 根据凸包条件, 原系统有向图 \mathcal{G} 等同于一个新的有向图 $\mathcal{G}' = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}_{\mathcal{G}'}, A'_{\mathcal{G}'}\}$. 由于有向图 \mathcal{G}' 与原有向图的通信边一致, \mathcal{G}' 同样具有原有的稳健性. 根据条件可知 $\sum_{j=1}^{|\mathcal{N}_i|} a'_{k,i,j} = 1$, 该有向图 \mathcal{G}' 的拉普拉斯矩阵 L'_k 定义如下:

$$\begin{cases} L'_k = I - A'_k; \\ A'_k = \begin{cases} a'_{k,i,j}, & i \neq j; \\ 0, & i = j. \end{cases} \end{cases}$$

3 主要结果

引理6 如果系统中各节点的邻居个数至少为 $(2f+1)$ (f 为系统中恶意节点个数的上限), 则在迭代过程中所选取的中间状态值始终处于系统初始状态最大和最小值的区间内, 即 $x_{k,i,\text{mid}} \in [m_0, M_0]$.

证明 1) 当迭代次数 $k=1$ 时, 由于系统中各节点的邻居个数至少为 $(2f+1)$, 将节点 i 所采集到的邻居状态值从小到大排序 $[x_{0,j_1}, x_{0,j_2}, \dots, x_{0,j_{|\mathcal{N}_i|}}]$, 又因为系统中最多存在 f 个恶意节点, 从而可以确保

$$x_{0,j_{f+1}} \in [m_0, M_0], \quad x_{0,j_{|\mathcal{N}_i|-f}} \in [m_0, M_0].$$

又因为 $x_{0,i,\text{mid}} \in [x_{0,j_{f+1}}, x_{0,j_{|\mathcal{N}_i|-f}}]$, 可得 $x_{0,i,\text{mid}} \in [m_0, M_0]$.

2) 假设当迭代次数 $k=s$ 时, 引理成立, 即 $x_{s-1,i,\text{mid}} \in [m_0, M_0]$, 则有

$$\begin{aligned} x_{s,i}(T) &= \\ &= x_{s-1,i}(T) + T \gamma_i a_{s-1,i,\text{mid}} [x_{s-1,i,\text{mid}}(T) - x_{s-1,i}(T)] \leq \\ &= x_{s-1,i}(T) + T \gamma_i a_{s-1,i,\text{mid}} [M_0 - x_{s-1,i}(T)] = \\ &= \mu M_0 + (1 - \mu) x_{s-1,i}(T) \leq M_0. \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $\mu = T \gamma_i a_{s-1,i,\text{mid}} < 1$. 与式(10)同理, $x_{s,i}(T) \geq m_0$, 可以得出所有正常节点均在安全范围内, 即 $x_{s,i}(T) \in [m_0, M_0]$. 又因为系统各节点中的正常节点个数大于恶意节点个数, 与证明的第1步同理, 当 $k=s+1$ 时, $x_{s,i,\text{mid}} \in [m_0, M_0]$.

根据数学归纳法原理, 综上所述, 引理成立. \square

综合控制协议(7), 给出本文重要结论如下.

定理1 在控制协议(7)下的多智能系统(1)中, 令学习增益 γ_i 满足

$$T \gamma_i < 1, \quad i \in \mathcal{V}_n. \quad (11)$$

如果系统有向图 \mathcal{G} 满足1-稳健图且系统中各节点至少存在 $(2f+1)$ 个邻居 ($|\mathcal{N}_i| \geq (2f+1)$), 则随迭代次

数 $k \rightarrow \infty$, 所有正常节点可实现有限时间安全一致.

证明 1) 根据引理6及其证明, 可以得出正常节点的状态值 $x_{k,i} \in [m_0, M_0]$, 从而满足定义3中的安全性条件, 即满足式(3).

2) 由第2节中 L'_k 的定义可知, $L'_k = I - A'_k$, 则有

$$I - a_{k,i,\text{mid}} T \Gamma L'_k = (I - a_{k,i,\text{mid}} T \Gamma I) + a_{k,i,\text{mid}} T \Gamma A'_k. \quad (12)$$

不难看出 $I - a_{k,i,\text{mid}} T \Gamma I$ 为对角矩阵, 对角元素的值为 $1 - a_{k,i,\text{mid}} T \gamma_i$, 因为 $0 < a_{k,i,\text{mid}} \leq 1, 0 < T \gamma_i < 1, A'_k$ 为非负矩阵, 从而 $I - a_{k,i,\text{mid}} T \Gamma I \geq 0, a_{k,i,\text{mid}} T \Gamma A'_k \geq 0$. 由此可得 $I - a_{k,i,\text{mid}} T \Gamma L'_k$ 为非负矩阵. 原系统有向图 \mathcal{G} 满足1-稳健图. 有向图 \mathcal{G}' 也满足1-稳健图, 由引理2可知, \mathcal{G}' 中包含一棵生成树, 再由引理3可以得出 $L'_k \mathbf{1}_n = 0, (I - a_{k,i,\text{mid}} T \Gamma L'_k) \mathbf{1}_n = \mathbf{1}_n$, 因此 $I a_{k,i,\text{mid}} T \Gamma L'_k$ 为一个随机矩阵, 且 $I - a_{k,i,\text{mid}} T \Gamma L'_k$ 的特征值 $\lambda = 1$ 的重数为1, 其不为1的特征值 $|\lambda| < 1$. 再由引理4和引理5可得, $I - a_{k,i,\text{mid}} T \Gamma L'_k$ 为SIA矩阵. 令 $I - a_{k,i,\text{mid}} T \Gamma L'_k = Q_k$, 可得

$$\lim_{k \rightarrow \infty} Q_k Q_{k-1} \cdots Q_1 = \mathbf{1} \mathbf{c}^T. \quad (13)$$

将式(13)代入(10), 最终系统各正常节点达到一致时的状态值为 $x_c = \mathbf{c} \mathbf{x}_0$, 其中 \mathbf{x}_0 为系统正常节点的初始状态, 从而满足定义3中的一致性条件, 即满足式(4). \square

4 仿 真

本节通过仿真的方法, 验证上述理论结果和所提出算法的有效性. 假设一个多智能体系统由8个智能体组成, 其中含有2个恶意攻击的智能体和6个正常的智能体, 智能体均可以视为节点, 不妨设其初始状态值分别为 $x_1(0) = 19, x_2(0) = 35, x_3(0) = 40, x_4(0) = 55, x_5(0) = 41, x_6(0) = 23, x_7(0) = 33, x_8(0) = 60$. 假设 $T = 20 \text{ s}$, 学习增益 $\Gamma = \text{diag}\{0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.03, 0.02, 0.01, 0.04\}$.

由图1可以验证系统有向图至少为1-稳健图且各节点均具有5个邻居, 设定3号和6号为恶意攻击节点, 其状态更新不遵循控制协议, 不妨设为

$$\begin{cases} x_{k,3}(t) = 25\sin(0.05\pi t) + 40, \\ x_{k,6}(t) = 25\sin(0.01\pi t) + 30. \end{cases} \quad (14)$$

如果按照一般的迭代学习方法更新节点的状态信息值(如图2所示), 则3号和6号恶意节点自始至终干扰正常节点的状态更新, 进而破坏系统的安全一致性.

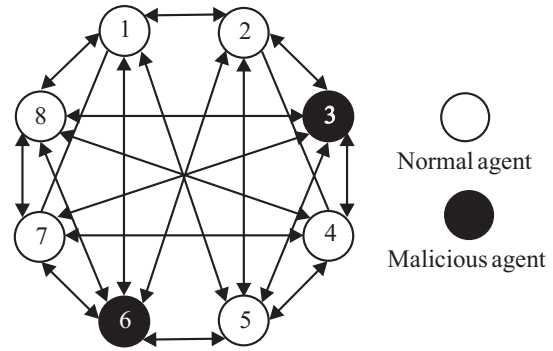


图1 多智能系统有向图

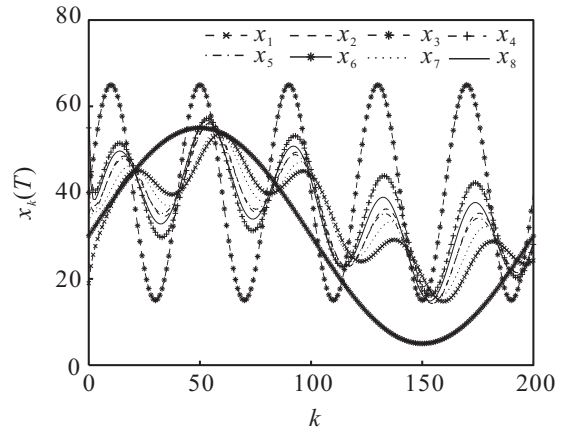


图2 一般迭代学习方法下各节点状态值轨迹

图3为采用本文所描述算法的仿真实验, 系统中6个正常节点在迭代学习过程中采用中间值作为重要依据进行更新, 随迭代次数的增加, 其状态值趋于一致, 最终状态值为37.68. 由式(14)可以看出, 3号和6号恶意节点的状态值是在5~65之间变化, 已超出系统的安全范围, 但在整个迭代过程中正常节点的状态值始终处于初始状态最大值和最小值之间, 从而满足定义3.

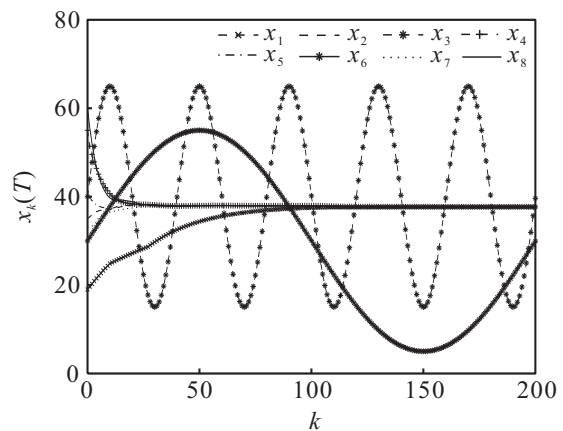


图3 存在恶意攻击情况下的多智能体系统状态轨迹

考虑系统删除节点1-2, 3-4, 5-6, 7-8之间的通信边, 各节点的邻居节点个数小于 $(2f + 1)$, 则恶意节点会破坏系统安全一致性, 如图4所示, 可以验证第3小节中定理1条件的必要性.

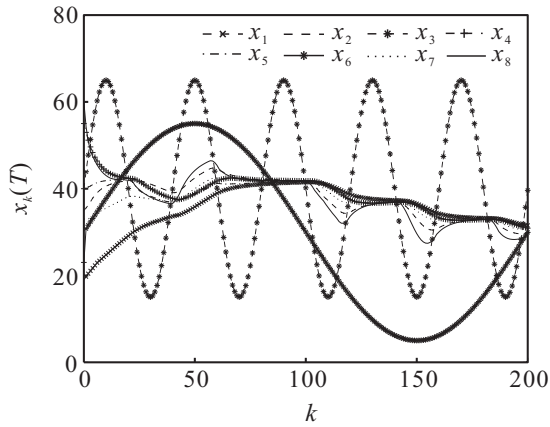


图4 删除若干通信边后多智能体系统状态值轨迹

5 结 论

本文研究了在受到恶意攻击下的多智能体系统安全一致性问题,提出了一种在迭代学习过程中各正常节点采用中间状态值作为参量进行状态更新的算法,并引入凸包思想,将中间状态值由所有邻居的状态值线性表示,理论上没有改变系统有向图的稳健性.在最多存在 f 个恶意节点的前提下,给出了系统收敛的条件.最后通过仿真实例,验证了理论分析的有效性.

参考文献(References)

- [1] 王祥科,李迅,郑志强.多智能体系统编队控制相关问题研究综述[J].控制与决策,2013,28(11):1601-1613.(Wang X K, Li X, Zheng Z Q. Survey of developments on multi-agent formation control related problems[J]. Control and Decision, 2013, 28(11): 1601-1613.)
- [2] Zolfpour-Arokhlo M, Mashinchi M R. A multi-agent system approach to control road transportation network[C]. Swarm Intelligence and Evolutionary Computation. Bam, 2016: 42-46.
- [3] Grivault L, Fallahseghrouchni A E, Girardclaudon R. Agent-based architecture for multi-sensors system deployed on airborne platform[C]. IEEE Int Conf on Agents. Matsue, 2016: 86-89.
- [4] Cha H J, Won D J, Kim S H, et al. Multi-agent system-based microgrid operation strategy for demand response[J]. Energies, 2015, 8(12): 14272-14286.
- [5] Dolev D, Lynch N A, Pinter S S, et al. Reaching approximate agreement in the presence of faults[J]. J of the ACM, 1986, 33(3): 499-516.
- [6] Sundaram S, Hadjicostis C N. Distributed function calculation via linear iterative strategies in the presence of malicious agents[J]. IEEE Trans on Automatic Control,

2011, 56(7): 1495-1508.

- [7] Kieckhafer R M, Azadmanesh M H. Reaching approximate agreement with mixed-mode faults[J]. IEEE Trans on Parallel and Distributed Systems, 1994, 5(1): 53-63.
- [8] Wu Y M, He X X, Liu S, et al. Consensus of discrete-time multi-agent systems with adversaries and time delays[J]. Int J of General Systems, 2014, 43(3/4): 402-411.
- [9] Wu Y M, He X X. Secure consensus control for multi-agent systems with attacks and communication delays[J]. IEEE/CAA J of Automatica Sinica, 2017, 4(1): 136-142.
- [10] Abbas W, Vorobeychik Y, Koutsoukos X. Resilient consensus protocol in the presence of trusted nodes[C]. Proc of the 7th Int Symposium on Resilient Control Systems. Denver, 2014: 1-7.
- [11] 伍巧凤,刘山.初始误差修正的多智能体一致性迭代学习控制[J].计算机工程与应用,2014,50(1):29-35.(Wu Q F, Liu S. Iterative learning control of multi-agent consensus with initial error correction[J]. Computer Engineering and Applications, 2014, 50(1): 29-35.)
- [12] Xu J. Adaptive iterative learning control for high-order nonlinear multi-agent systems consensus tracking[J]. Systems & Control Letters, 2016, 89(1): 16-23.
- [13] Liu X, Lam J, Yu W, et al. Finite-time consensus of multiagent systems with a switching protocol[J]. IEEE Trans on Neural Networks and Learning Systems, 2016, 27(4): 853-862.
- [14] West D B. Introduction to graph theory[M]. New Jersey: Prentice Hall, 2001: 1-190.
- [15] Godsil C, Royle G F. Algebraic graph theory[M]. New York: Springer-Verlag, 2001: 9-72.
- [16] LeBlanc H J, Zhang H, Sundaram S, et al. Resilient continuous-time consensus in fractional robust networks[C]. Proc of the American Control Conf. Washington DC, 2013: 1237-1242.
- [17] Ren W, Beard R W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(5): 655-661.
- [18] Wolfowitz J. Products of indecomposable, aperiodic, stochastic matrices[J]. Proc of the American Mathematical Society, 1963, 14(5): 733-737.
- [19] Zuckerberg M. Geometric proofs for convex hull defining formulations[J]. Operations Research Letters, 2016, 44(5): 625-629.

(责任编辑:孙艺红)