

# 伺服电机驱动连铸结晶器振动系统 受限状态下预设性能控制

李 强<sup>1</sup>, 方一鸣<sup>1,2†</sup>, 李建雄<sup>1</sup>, 马 壮<sup>1</sup>

(1. 燕山大学 工业计算机控制工程河北省重点实验室, 河北 秦皇岛 066004;  
2. 燕山大学 国家冷轧板带装备及工艺工程技术研究中心, 河北 秦皇岛 066004)

**摘 要:** 以伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统为研究对象, 针对系统输入和状态受限问题, 考虑系统存在的参数不确定性和负载转矩扰动影响, 设计一种基于观测器的预设性能自适应控制器. 首先, 针对系统存在的参数不确定性、负载转矩扰动等问题, 基于 Lyapunov 函数设计变增益扩张状态观测器, 在保证观测精度的同时, 削弱峰值现象; 其次, 考虑状态和输入受限的情况, 将预设性能函数与 Backstepping 技术相结合设计控制器, 构建指令滤波器解决“计算膨胀”问题, 引入动态补偿量对观测器及受限状态产生的误差进行补偿, 并对所设计的控制器进行稳定性分析; 最后, 通过仿真对比实验验证控制器的有效性.

**关键词:** 连铸结晶器; 振动位移系统; 预设性能; 状态观测; 反步控制

中图分类号: TP273 文献标志码: A

## The prescribed performance control for the mold vibration displacement system driven by sever motor with constrained states

LI Qiang<sup>1</sup>, FANG Yi-ming<sup>1,2†</sup>, LI Jian-xiong<sup>1</sup>, MA Zhuang<sup>1</sup>

(1. Key Lab of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China; 2. National Engineering Research Center for Equipment and Technology of Cold Strip Rolling, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

**Abstract:** With the continuous casting mold vibration displacement system driven by a servo motor as the research object, in view of the constrained input and states, the system parameter uncertainties and the load torque disturbance, an observer-based adaptive prescribed performance controller is proposed. Firstly, as to the parameter uncertainties and the load torque disturbance, an extended state observer with time-varying gain is designed based on the Lyapunov function, which can preserve the estimation accuracy as well as weakening the peaking phenomenon. The controller is designed by combining the prescribed performance function and the adaptive backstepping technique. Take into account the issue of states and input constraints, the constrained command filters are adopted to solve the problem of "computing inflation". A dynamic compensator is introduced to compensate the error caused by the observer and constrained states, and the stability of the controller is analyzed. Finally, the simulation results show the effectiveness of proposed control scheme.

**Keywords:** continuous casting mold; vibration displacement; prescribed performance; extended states observer; backstepping control

## 0 引 言

连铸结晶器的非正弦振动是目前发展高效连铸的关键技术之一<sup>[1-2]</sup>. 采用伺服电机驱动连铸结晶器非正弦振动作为一种新型系统, 利用伺服电机的单方

向、变角速度规律连续转动, 通过连杆机构实现结晶器非正弦振动. 与现有结晶器驱动方式相比, 该系统具有传动系统简单、结构紧凑、使用寿命长、节能降耗、便于维护等优点.

收稿日期: 2017-10-12; 修回日期: 2018-04-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61873226); 河北省自然科学基金项目(F2017203304, F2015203400); 河北省人才工程培养经费科研项目(A2016015002); 河北省高等学校科学技术研究青年基金项目(QN2016122).

责任编委: 李少远.

作者简介: 李强(1982—), 男, 博士生, 从事伺服电机驱动连铸结晶器振动系统控制的研究; 方一鸣(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 从事自适应鲁棒控制理论与应用、冶金自动化等研究.

†通讯作者. E-mail: fyiming@ysu.edu.cn.

在实际工况下,系统中存在机械加工精度、偏心轴零位初始偏差、时变负载转矩较大等不确定性影响.对于系统中存在的不确定性影响,扩张状态观测器能够进行有效的整体估计,但在观测初期存在峰值现象.针对峰值现象,可采用自适应增益的方法<sup>[3-5]</sup>削弱初始尖峰现象,本文基于Lyapunov函数提出一种时变递增增益的方法设计观测器.

针对系统的不确定性问题,自适应Backstepping算法具有很好的控制效果,但涉及中间变量的反复求导,易产生“计算膨胀”问题,特别是当系统存在输入受限情况时,势必影响系统的跟踪性能.针对输入受限问题,文献[6]通过优化执行器饱和发生前后的状态误差的积分性能指标,提出了一种双环路的动态抗饱和补偿方案;文献[7]提出了一类最优积分滑模控制算法,采用低增益反馈解决输入饱和问题;文献[8]中将动态状态反馈控制器与抗饱和补偿器相结合设计了抗饱和控制器;文献[9]通过计算高速时的电压饱和和量补偿电流指令,进而削弱饱和特性的影响.但对于输入受限问题,已有文献更多关注于系统的稳定性,而对系统的暂态性能分析较少.

预设性能控制能够在保证跟踪误差收敛到预先设定区域的同时,使收敛速度及超调量满足预先设定的条件,兼顾系统的暂态和稳态性能,对改善跟踪性能有显著效果,并得到了一系列的研究和应用<sup>[10-15]</sup>.但在这些文献研究中,大多假设期望轨迹的高阶导数已知.

本文针对伺服电机驱动连铸结晶器振动系统的特点及应用要求,设计基于扩张状态观测器的自适应预设性能控制器.采用变增益扩张状态观测器对系统状态量及扰动量进行实时观测,有效消除初始峰值现象;同时考虑状态和输入受限的情况,将预设性能函数与Backstepping技术相结合设计控制器,构建指令滤波器以解决“计算膨胀”问题,引入动态补偿量对观测器及受限状态产生的误差进行补偿,并对所设计的控制器进行稳定性分析.最后,通过仿真对比验证控制器的有效性.

## 1 伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统模型分析

伺服电机驱动的连铸结晶器振动系统的示意图如图1所示.

根据文献[16-17]中对模型的分析,考虑结晶器位移与电机转速量之间存在映射不唯一的问题,引入中间状态量 $\theta$ ,其模型可以表示为

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \frac{2\pi}{60i}n + D(t), \\ \dot{n} = \frac{1.5p\psi_f}{J} \times \frac{60}{2\pi}i_q - \frac{B}{J} \times n - \frac{60}{2\pi} \times \frac{T_L}{J}, \\ \dot{i}_q = -\frac{2\pi}{60}pni_d - \frac{R_s}{L}i_q - \frac{p\psi_f}{L} \times \frac{2\pi}{60}n + \frac{u_q}{L}, \\ \dot{i}_d = -\frac{R_s}{L}i_d + \frac{2\pi}{60}pni_q + \frac{u_d}{L}. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $u_d$ 、 $u_q$ 为定子电压 $d$ 、 $q$ 轴分量, $i_d$ 、 $i_q$ 为定子电流 $d$ 、 $q$ 轴分量, $L$ 为定子绕组等效电感, $\psi_f$ 为转子永磁体产生的磁链, $R_s$ 为定子电阻, $p$ 为电机的极对数, $J$ 为转子转动惯量, $B$ 为粘性摩擦系数, $T_L$ 为负载转矩, $\theta$ 为偏心轴转角, $n$ 为电机转速, $D(t)$ 为系统机械部分的扰动量.

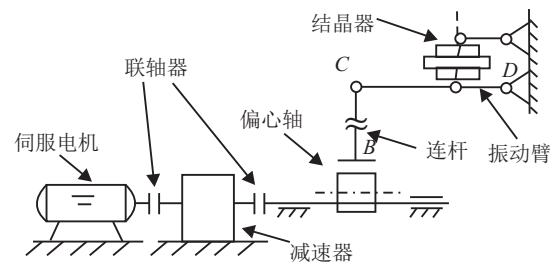


图1 连铸结晶器振动系统模拟发生装置

根据矢量控制原理,采用 $i_d^* = 0$ 的控制策略实现转速与电流的近似解耦,电流环采用PI控制.基于式(1)的前两个方程设计位置闭环控制器.定义变量 $z = \frac{2\pi}{60i}n + D(t)$ ,则有

$$\begin{cases} \dot{\theta} = z, \\ \dot{z} = \frac{1.5p\psi_f}{Ji}i_q - \frac{B}{J}z + N(\theta, z, t). \end{cases} \quad (2)$$

其中: $N(\theta, z, t) = \frac{B}{J}D(t) - \frac{1}{Ji}T_L + \dot{D}(t)$ 表示系统综合扰动量,包括负载扰动和机械部分的不确定性.

**假设1** 系统综合扰动量 $N(\theta, z, t)$ 未知但有界.

系统中伺服电机单方向、变角速度规律的运行实现了结晶器的非线性振动,系统状态量存在 $\theta > 0$ ,  $0 < z \leq |M_z|$ 等受限情况,实际工况下系统控制输入也存在受限情况,即 $i_q \leq |i_{qM}|$ .本文的控制目标是考虑系统状态量和控制受限情况下,实现结晶器振动位移的跟踪控制且闭环系统所有信号有界.

考虑系统状态受限,在采用自适应反步算法时虚拟控制量 $\alpha_i$ 也受限,则设计受限指令滤波器为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\tau}_1 \\ \dot{\tau}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_2 \\ 2\zeta\omega_n \left[ H_R \left( \frac{\omega_n^2}{2\zeta\omega_n} [H_M(\alpha_i) - \tau_1] \right) - \tau_2 \right] \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \bar{x}_i \\ \dot{\bar{x}}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (3)$$

其中:输入为虚拟控制量 $\alpha_i$ ,输出为考虑约束的 $\bar{x}_i$ 及其一阶导数, $\tau_1, \tau_2$ 为滤波器状态, $\zeta$ 为阻尼比, $\omega_n$ 为自然频率, $H_M$ 和 $H_R$ 分别为幅值与速率饱和函数. 本文采用双曲正切函数对饱和函数进行近似处理, $M$ 为饱和幅值,则有

$$H_M(v) = M \times \tanh\left(\frac{v}{M}\right) = M \frac{e^{v/M} - e^{-v/M}}{e^{v/M} + e^{-v/M}}. \quad (4)$$

## 2 伺服电机驱动的连接结晶器振动位移系统控制器设计

### 2.1 预设性能函数

**定义1**<sup>[18]</sup> 连续函数 $\rho(t): R_+ \rightarrow R_+$ 称为性能函数,且同时满足以下两个条件:1)  $\rho(t)$ 为正且严格递减;2)  $\lim_{t \rightarrow \infty} \rho(t) = \rho_\infty > 0$ .

假设系统的跟踪误差为 $e_1(t)$ ,则本文的控制目标可以通过如下不等式实现:

$$-\delta_{1\min}\rho(t) < e_1(t) < \delta_{1\max}\rho(t), \quad \forall t \geq 0, \quad (5)$$

其中 $\delta_{1\min}, \delta_{1\max}$ 为待设计常数. 性能函数选取为

$$\rho(t) = (\rho_0 - \rho_\infty)e^{-lt} + \rho_\infty, \quad (6)$$

其中 $\rho_0, \rho_\infty, l$ 为预先设定的正常数. 将式(5)转化为等式约束形式,定义

$$e_1(t) = \rho(t)S(\varepsilon). \quad (7)$$

其中: $\varepsilon$ 为转化误差, $S(\varepsilon)$ 满足如下性质:

- 1)  $S(\varepsilon)$ 光滑且严格递增.
- 2)  $\begin{cases} -\sigma < S(\varepsilon) < 1, & e(0) > 0; \\ -1 < S(\varepsilon) < \sigma, & e(0) < 0. \end{cases}$
- 3)  $\begin{cases} \lim_{\varepsilon \rightarrow -\infty} S(\varepsilon) = -\sigma, \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow +\infty} S(\varepsilon) = 1, \end{cases} \quad e(0) > 0;$   
 $\begin{cases} \lim_{\varepsilon \rightarrow -\infty} S(\varepsilon) = -1, \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow +\infty} S(\varepsilon) = \sigma, \end{cases} \quad e(0) < 0.$

可选取 $S(\varepsilon)$ 为如下形式:

$$S(\varepsilon) = (\delta_{1\max}e^\varepsilon - \delta_{1\min}e^{-\varepsilon}) / (e^\varepsilon + e^{-\varepsilon}). \quad (8)$$

### 2.2 状态观测器设计与分析

由式(2)可知,状态量 $z$ 及综合扰动 $N(\theta, z, t)$ 是不可测的. 设计三阶扩张状态观测器

$$\begin{cases} \dot{\hat{\theta}} = \hat{z} - \frac{a_1}{\xi}(\theta_g - \hat{\theta}_1), \\ \dot{\hat{z}} = \hat{N} - \frac{a_2}{\xi^2}(\theta_g - \hat{\theta}_1) + \frac{1.5p\psi_f}{Ji}u - \frac{B}{J}\hat{z}, \\ \dot{\hat{N}} = -\frac{a_3}{\xi^3}(\theta_g - \hat{\theta}_1). \end{cases} \quad (9)$$

其中: $\xi > 0, a_1, a_2, a_3$ 为正实数,多项式 $s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3$ 满足Hurwitz. 采用文献[17]中的非线性处

理方法 $\theta_g = g(y)$ . 参数 $\xi$ 越小,观测误差收敛速度越快,但选取很小的 $\xi$ 将会产生峰值现象,造成观测器的收敛效果较差. 因此,本文提出一种时变递增增益的观测器. 将 $N(\theta, z, t)$ 看成扩张状态量 $F, \dot{F} = f(\theta, z, t)$ . 根据模型(2)设定

$$\dot{\hat{\eta}} = T(\gamma)\eta. \quad (10)$$

其中: $\hat{\eta} = [\hat{\eta}_1, \hat{\eta}_2, \hat{\eta}_3], \hat{\eta}_1 = \theta - \hat{\theta}, \hat{\eta}_2 = z - \hat{z}, \hat{\eta}_3 = F - \hat{F}; T(\gamma) = \text{diag}\{\gamma, \gamma^2, \gamma^3\}$ . 为有效消除峰值现象,考虑 $\gamma(t)$ 为时变参数,即 $\gamma(t) = 1/\xi(t)$ ,则有

$$\dot{\hat{\eta}}(t) = (A - G(\gamma(t))C)\hat{\eta} + \tilde{B}(f(\theta, z, t) - f(\hat{\theta}, \hat{z}, t)). \quad (11)$$

根据式(10)、(11)可以推导出

$$\begin{aligned} \dot{\eta}(t) &= T(\gamma(t))^{-1}(A - G(\gamma(t))C)T(\gamma(t))\eta(t) - \\ &T(\gamma(t))^{-1}T'(\gamma(t))\dot{\gamma}(t)\eta(t) + \\ &T(\gamma(t))^{-1}\tilde{B}(f(\theta, z, t) - f(\hat{\theta}, \hat{z}, t)) = \\ &\gamma(t)\bar{A}\eta(t) - \dot{\gamma}(t)Q(\gamma(t))\eta(t) + \\ &\bar{B}(f(\theta, z, t) - f(\hat{\theta}, \hat{z}, t)). \end{aligned} \quad (12)$$

其中: $\bar{A} = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 & 0 \\ -a_2 & 0 & 1 \\ -a_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{B} = T(\gamma(t))^{-1}\tilde{B}, Q(\gamma(t)) = T(\gamma(t))^{-1}T'(\gamma(t)) = \frac{1}{\gamma} \text{diag}(1, 2, 3).$

**假设2** 存在已知常数 $L_f > 0, L > 0$ ,满足

$$|\bar{B}(f(\theta, z, t) - f(\hat{\theta}, \hat{z}, t))| \leq L_f \sum_{j=1}^3 |\eta_j| \leq L\|\eta(t)\|. \quad (13)$$

选取Lyapunov函数

$$V(\eta(t), t) = \eta^T P \eta + 2 \exp(\sigma t^2) \int_t^\infty |\bar{B}(f(\theta, z, t) - (f(\hat{\theta}, \hat{z}, t)))^T P \eta(s)| \exp(-\sigma s^2) ds. \quad (14)$$

其中: $\sigma > 0$ ,正定矩阵 $P$ 满足 $\bar{A}^T P + P\bar{A} + \lambda I \leq 0$ .

**引理1** 取 $\gamma > 1$ ,如果存在 $K_a > 0$ ,满足

$$K_a \geq \sup_{t \geq 0} \{ \|\gamma(t)\bar{A}\eta(t) - \dot{\gamma}(t)Q(\gamma)\eta(t)\| \}, \quad (15)$$

则有

$$\exp(\sigma t^2) \int_t^\infty \|\eta(s)\|^2 \exp(-\sigma s^2) ds \leq m_{\sigma, \eta}(t) \|\eta(s)\|^2, \quad (16)$$

$$t \exp(\sigma t^2) \int_t^\infty \|\eta(s)\|^2 \exp(-\sigma s^2) ds \leq n_{\sigma, \eta}(t) \|\eta(s)\|^2. \quad (17)$$

其中: $m_{\sigma, K_a}(t) = \exp(\sigma t^2 - Nt) \int_t^\infty \exp(-\sigma s^2 + Ns) ds$ 为严格递减函数, $N = 2(L + K_a)$ .  $n_{\sigma, K_a}(t) = t m_{\sigma, K_a}(t)$ 为可微函数,并满足:1) 存在时刻 $t_{\max} > 0$ ,在 $[0, t_{\max}]$ 上 $n_{\sigma, K_a}(t)$ 严格递增;在 $[t_{\max}, \infty)$ 上 $n_{\sigma, K_a}(t)$ 上严格递

减,并在时刻 $t_{\max}$ 取得最大值;2)  $n_{\sigma,Ka}(t)$ 在 $[0, t_{\max}]$ 上为凹函数.

**定理1** 给定常数 $\alpha > 0, \lambda > 0, P > 0$ ,观测器(9)具有时变增益 $\gamma(t)$ ,当 $\gamma(t) = \max(\Psi(t), 1)$ ,且 $\dot{\gamma}(t) \geq 0$ 时,对于任意时间 $t > 0$ ,观测器误差是全局指数稳定且 $\|\eta(s)\|$ 有界,这里

$$\Psi(t) = \begin{cases} \mu \cdot \varphi(t), & t \in [0, t_{\max}]; \\ \mu, & t \in [t_{\max}, \infty). \end{cases}$$

其中: $\mu$ 为常数,满足 $\mu \geq \frac{\alpha + \omega n_{\sigma,Ka}(t_{\max})}{\lambda}, \omega = 4\sigma L \lambda_{\max}(P)$ ;  $\varphi(t)$ 在区间 $[0, t_{\max}]$ 上严格递增且为凸函数.

**证明**

1)  $V(\eta(t), t)$ 用 $V(t)$ 简化表示,由式(14)可知

$$V(t) \leq \lambda_{\max}(P)\|\eta\|^2 + 2\lambda_{\max}(P)L \exp(\sigma t^2) \times \int_t^\infty \|\eta(s)\|^2 \exp(-\sigma s^2) ds. \quad (18)$$

由式(16)及其严格递减的特性可得

$$V(t) \leq \lambda_{\max}(P)\|\eta\|^2(1 + 2Lm_{\sigma,Ka}(0)). \quad (19)$$

由式(14)易推出 $V(t) \geq \lambda_{\min}(P)\|\eta\|^2$ ,则有

$$\lambda_{\min}(P)\|\eta\|^2 \leq V(t) \leq \lambda_{\max}(P)\|\eta\|^2(1 + 2Lm_{\sigma,Ka}(0)). \quad (20)$$

2) 对Lyapunov函数求导可得

$$\dot{V}(t) = \frac{\partial V(\eta(t), t)}{\partial \eta} \dot{\eta} + \frac{\partial V(\eta(t), t)}{\partial t} \leq$$

$$\begin{aligned} & \gamma(t)\eta(t)^T(\bar{A}^T P + P\bar{A})\eta(t) - \\ & 2\eta(t)^T \dot{\gamma}(t)Q(\gamma(t))P\eta(t) + \\ & 4\sigma \exp(\sigma t^2) \int_t^\infty |(\bar{B}(f(\theta, z, t) - f(\hat{\theta}, \hat{z}, t)))^T P\eta(s)| \cdot \\ & \exp(-\sigma s^2) ds. \end{aligned} \quad (21)$$

由于 $Q(\gamma(t)), P$ 为对称矩阵,满足

$$Q(\gamma(t))P + PQ(\gamma(t)) = 2Q(\gamma(t))P. \quad (22)$$

根据定理条件中 $\gamma(t)$ 和 $\dot{\gamma}(t)$ 的条件设定 $\dot{\gamma}(t) \times Q(\gamma(t))P > 0$ . 结合式(13)、(15)及(17)可得

$$\dot{V}(t) \leq -\lambda\gamma(t)\|\eta\|^2 + 4\sigma\lambda_{\max}(P)Lt \exp(\sigma t^2) \times \int_t^\infty \|\eta(s)\|^2 \exp(-\sigma s^2) ds, \quad (23)$$

则当 $\gamma(t) \geq \max\left(\frac{\alpha + 4\sigma L \lambda_{\max}(P)n_{\sigma,Ka}(t)}{\lambda}, 1\right)$ 时,有

$$\dot{V}(t) \leq -\alpha\|\eta\|^2, \quad (24)$$

其中 $\alpha > 0$ . 由式(23)、(24)可知,当 $\gamma(t)$ 选定为较大的常数时,能够保证观测误差有界,但在观测初期,较大的 $\gamma(t)$ 会造成峰值现象. 针对引理1中参数 $K_a$ 不易

确定的问题,根据 $n_{\sigma,Ka}(t)$ 函数的特点选取函数 $\Psi(t)$ ,满足

$$\Psi(t) = \begin{cases} \mu \cdot \varphi(t), & t \in [0, t_{\max}]; \\ \mu, & t \in [t_{\max}, \infty). \end{cases} \quad (25)$$

则选定 $\gamma(t) = \max(\Psi(t), 1)$ ,且 $\dot{\gamma}(t) \geq 0$ ,能够满足Lyapunov稳定条件. 其中: $\mu$ 为常数,满足 $\mu \geq \frac{\alpha + \omega n_{\sigma,Ka}(t_{\max})}{\lambda}, \omega = 4\sigma L \lambda_{\max}(P)$ ;  $\varphi(t)$ 在区间 $[0, t_{\max}]$ 上严格递增且为凸函数.

3) 由式(21)和(25)可得

$$\dot{V}(t) \leq -\frac{\alpha}{\lambda_{\max}(P)(1 + 2Lm_{\sigma,Ka}(0))}. \quad (26)$$

由比较原理<sup>[19]</sup>可得

$$V(t) \leq V(t_0) \exp\left(-\frac{\alpha(t - t_0)}{\lambda_{\max}(P)(1 + 2Lm_{\sigma,Ka}(0))}\right). \quad (27)$$

因此

$$\begin{aligned} \|\eta\| & \leq \left(\frac{V(t)}{\lambda_{\min}(P)}\right)^{1/2} \leq \\ & \left(\frac{V(t_0) \exp\left(-\frac{\alpha}{\beta}(t - t_0)\right)}{\lambda_{\min}(P)}\right)^{1/2} \leq \\ & \left(\frac{\beta\|\eta(t_0)\|^2 \exp\left(-\frac{\alpha}{\beta}(t - t_0)\right)}{\lambda_{\min}(P)}\right)^{1/2} = \\ & \left(\frac{\beta}{\lambda_{\min}(P)}\right)^{1/2} \|\eta(t_0)\| \exp\left(-\frac{\alpha}{2\beta}(t - t_0)\right), \end{aligned} \quad (28)$$

其中 $\beta = \lambda_{\max}(P)(1 + 2Lm_{\sigma,Ka}(0))$ .

综上所述,观测器误差动态方程全局指数稳定,且观测器误差变量有界. □

### 2.3 控制器设计及分析

考虑系统状态受限情况下,基于观测器的跟踪误差为

$$\begin{cases} \bar{e}_1(t) = \hat{\theta} - \bar{x}_1, \\ \bar{e}_2(t) = \hat{z} - \bar{x}_2. \end{cases} \quad (29)$$

针对观测器及受限状态产生的误差,引入动态补偿量 $\vartheta_i$ ,则补偿后的跟踪误差为

$$\begin{cases} e_1(t) = \hat{\theta} - \bar{x}_1 - \vartheta_1, \\ e_2(t) = \hat{z} - \bar{x}_2 - \vartheta_2. \end{cases} \quad (30)$$

$\vartheta_i$ 为补偿变量,主要补偿观测器的观测误差以及考虑控制信号和中间变量受限时产生的跟踪误差.

**Step 1:** 根据式(7)、(8)对 $e_1(t)$ 进行误差转换,即

$$\varepsilon = S^{-1}\left(\frac{e_1(t)}{\rho(t)}\right) = \frac{1}{2} \ln \frac{S - \gamma_{1\min}}{\gamma_{1\max} - S}, \quad (31)$$

$$\dot{\varepsilon} = p_1(\dot{e}_1 - (\dot{\rho}e_1/\rho)) = p_1(\dot{\hat{\theta}} - \dot{\bar{x}}_1 - \dot{\vartheta}_1 + v). \quad (32)$$

其中

$$p_1 = (1/2\rho)[(1/(S + \gamma_{1\min})) - (1/(S - \gamma_{1\max}))],$$

$$v = -(\rho e_1/\rho).$$

为方便表示,用  $e_1$ 、 $e_2$ 、 $\rho$  分别代表  $e_1(t)$ 、 $e_2(t)$ 、 $\rho(t)$ . 将  $\hat{z} = \bar{e}_2 + \bar{x}_2$  代入式(32),可得

$$\dot{\varepsilon} = p_1(\bar{x}_2 + \bar{e}_2 - \dot{\bar{x}}_1 - \dot{\vartheta}_1 + v). \quad (33)$$

定义变量  $B_2 = \alpha_2 - \vartheta_2$ , 将其代入式(33)可得

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= p_1(\bar{x}_2 + \bar{e}_2 - \dot{\bar{x}}_1 - \dot{\vartheta}_1 + v + B_2 - B_2) = \\ & p_1(\bar{x}_2 + \bar{e}_2 - \dot{\bar{x}}_1 - \dot{\vartheta}_1 + v + \alpha_2 - \vartheta_2 - B_2) = \\ & p_1(\bar{e}_2 + (\bar{x}_2 - B_2) - \dot{\bar{x}}_1 - \dot{\vartheta}_1 + v + \alpha_2 - \vartheta_2). \end{aligned} \quad (34)$$

设计动态补偿量  $\vartheta_1$  为

$$\dot{\vartheta}_1 = -c_1\vartheta_1 + (\bar{x}_2 - B_2), \quad (35)$$

其中  $c_1 > 0$  为待设计参数. 则式(33)可表示为

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= p_1(\bar{e}_2 + (\bar{x}_2 - B_2) - \dot{\bar{x}}_1 + c_1\vartheta_1 - \\ & (\bar{x}_2 - B_2) + v + \alpha_2 - \vartheta_2). \end{aligned} \quad (36)$$

选取 Lyapunov 函数为  $V_1 = \frac{1}{2p_1}\varepsilon_1^2$ , 对其求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \varepsilon_1(\bar{e}_2 - \dot{\bar{x}}_1 + c_1\vartheta_1 + v + \alpha_2 - \vartheta_2) = \\ & \varepsilon_1(e_2 - \dot{\bar{x}}_1 + c_1\vartheta_1 + v + \alpha_2). \end{aligned} \quad (37)$$

设计虚拟控制量  $\alpha_2$  为

$$\alpha_2 = \dot{\bar{x}}_1 - c_1\vartheta_1 - v - k_1\varepsilon_1, \quad (38)$$

则有

$$\dot{V}_1 = \varepsilon_1\dot{\varepsilon}_1 = -k_1\varepsilon_1^2 + \varepsilon_1e_2. \quad (39)$$

其中:  $k_1 > 0, c_1 > 0$  为设计参数.

Step 2: 对  $e_2 = \hat{z} - \bar{x}_2 - \vartheta_2$  进行求导, 由式(9)可得

$$\dot{e}_2 = \frac{1.5p\psi_f}{J_i}h(v) - \frac{B}{J}\hat{z} + \hat{N} - \dot{\bar{x}}_2 - \dot{\vartheta}_2. \quad (40)$$

设计动态补偿量  $\vartheta_2$  为

$$\dot{\vartheta}_2 = -c_2\vartheta_2 + \frac{1.5p\psi_f}{J_i}(h(v) - u_i). \quad (41)$$

其中:  $h(v)$  是考虑受限情况下的控制量输入,  $u_i$  是未考虑受限情况下的控制量输入. 选取 Lyapunov 函数

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}e_2^2, \quad (42)$$

对其求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + e_2\dot{e}_2 = \\ & -k_1\varepsilon_1^2 + \varepsilon_1e_2 + e_2\left(\frac{1.5p\psi_f}{J_i}h(v) - \right. \\ & \left. \frac{B}{J}\hat{z} + \hat{N} - \dot{\bar{x}}_2 - \dot{\vartheta}_2\right). \end{aligned} \quad (43)$$

设计系统的实际控制量为

$$u_i = \frac{J_i}{1.5p\psi_f}\left(\dot{\bar{x}}_2 - \varepsilon - c_2e_2 - \frac{B}{J}\hat{z} - \hat{N}\right), \quad (44)$$

则有

$$\dot{V}_2 = -k_1\varepsilon_1^2 - c_2e_2^2 \leq 0, \quad (45)$$

其中  $c_2 > 0$  为设计参数.

综上可得如下定理.

**定理2** 对于误差模型(30), 采用误差转化方程(7)和控制律(38)、(44)能够保证闭环系统中所有信号有界, 进而保证原系统(2)的补偿误差满足预设的瞬态和稳态性能要求.

**定理3** 动态补偿量  $\vartheta$  能够保证系统受限状态下跟踪误差有界.

**证明** 1) 动态补偿量能够保证跟踪误差收敛.

i) 当系统未饱和和受限时, 由式(35)和(41)可得  $\lim_{t \rightarrow \infty} |\vartheta(t)| = 0$ , 则由定理2可得  $\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| = 0$ , 其中  $e(t) = [e_1(t), e_2(t)]$ .

ii) 当存在饱和时, 采用 Lasalle-Yoshizawa 定理和式(45)可得  $\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| = 0$ .

2) 基于观测器的跟踪误差有界.

根据定理2并结合式(45)可得

$$|\varepsilon_1|^2 \leq \frac{1}{k_1}(V_2(0) - V_2(\infty)) \leq \frac{1}{k_1}V_2(0). \quad (46)$$

由式(42)可得

$$V_2(0) = \frac{1}{2p_1}\varepsilon_1(0)^2 + \frac{1}{2}e_2(0)^2. \quad (47)$$

观测器在观测初期由于受系统不确定性等因素影响, 存在一定的偏差, 即  $\varepsilon_1(0) = v_1 \neq 0, e_2(0) = v_2 \neq 0$ , 代入上式可得

$$V_2(0) = M_d, \quad (48)$$

其中  $M_d = \frac{1}{2p_1}v_1^2 + \frac{1}{2}v_2^2$ . 由式(31)及  $S^{-1}$  单调有界特性可得

$$|e_1| \leq |S| \cdot |\rho| \sqrt{M/k_1}. \quad (49)$$

定义  $V_{\vartheta_1} = \frac{1}{2}\vartheta_1^2$ , 则有

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\vartheta_1} &= \vartheta_1\dot{\vartheta}_1 = \vartheta_1(-c_1\vartheta_1 + (\bar{x}_2 - B_2)) = \\ & -c_1\vartheta_1^2 + (\bar{x}_2 - B_2)\vartheta_1 \leq \\ & -\left(c_1\vartheta_1 - \frac{(\bar{x}_2 - B_2)}{2c_1}\right)^2 + \left(\frac{(\bar{x}_2 - B_2)}{2c_1}\right)^2. \end{aligned} \quad (50)$$

同理有

$$|\vartheta_1|^2 \leq V_{\vartheta_1}(0) - V_{\vartheta_1}(\infty) + \left(\frac{(\bar{x}_2 - B_2)}{2c_1}\right)^2. \quad (51)$$

假设  $\vartheta(0) = 0, V_{\vartheta}(0) = 0$ , 可得

$$|\vartheta_1| \leq \frac{(\bar{x}_2 - B_2)}{2c_1} \leq \frac{|\Delta|}{2c_1}. \quad (52)$$

其中  $\Delta = \bar{x}_2 - B_2$ . 综上可得

$$|e_1| \leq |S| \cdot |\rho| \sqrt{M/k_1} + \frac{|\Delta|}{2c_1}. \quad (53)$$

由式(53)可以看出, 通过调整  $S$  和  $\rho$  的值可以减少跟踪误差, 且动态补偿量能够保证受限状态下跟踪误差限定在一定的范围内. □

### 3 仿真分析

为验证本文设计的控制器的有效性,对伺服电机驱动的连铸结晶器振动系统进行仿真研究.其中,伺服电机驱动的连铸结晶器振动台模型的具体参数<sup>[17]</sup>为: $i = 5, P_N = 20.4 \text{ kW}, I_N = 45 \text{ A}, n_N = 1500 \text{ r/min}, L = 4.6 \text{ mH}, \psi_f = 0.96 \text{ Wb}, p = 3, R_s = 0.14 \Omega, B = 0.004 \text{ N} \cdot \text{ms/rad}, J = 0.0547 \text{ N} \cdot \text{m}^2$ .

伺服电机的电流环PI控制器参数可通过伺服驱动器自整定,整定后的直轴电流控制器参数为 $K_{p1} = 12.982, \tau_1 = 2 \text{ ms}$ ;交轴电流控制器的参数为 $K_{p2} = 12.982, \tau_2 = 2 \text{ ms}$ .指令滤波器参数为 $\xi_1 = \xi_2 = 1, \omega_1 = 80, \omega_2 = 80^2$ .扩张状态观测器的参数为 $\alpha_1 = 6, \alpha_2 = 11, \alpha_3 = 6$ ,设计时变增益参数 $\gamma(t)$ 为

$$\frac{1}{\xi} = \gamma(t) = \begin{cases} \mu(1 - e^{\beta t}), & 0 \leq t \leq t_{\max}; \\ \mu, & t \geq t_{\max}. \end{cases}$$

其中: $t_{\max} = 1 \text{ s}, \beta = -10$ .预设性能函数 $\rho(t) = (1 - 10^{-2})e^{-3t} + 10^{-2}$ ,误差转化函数中, $\delta_{1\max} = \delta_{1\min} = 1$ .控制器设计参数取 $k_1 = 2, c_1 = 5, c_2 = 10$ .控制输入限定幅值 $i_{qM} = 15 \text{ A}$ ,状态量 $z$ 的限定幅值 $M_z = 25 \text{ rad/m}$ .

仿真的给定结晶器位移信号为德马克非正弦方程 $x_{pr} = h \cdot \sin(\omega t - A \sin(\omega t))$ ,相应的期望偏心轴角位移为 $\theta^* = \omega t - A \sin(\omega t)$ .其中: $h$ 为结晶器振幅; $\omega = \frac{2\pi}{60} f, f$ 为连铸结晶器非正弦振动频率; $A = \frac{\pi}{2 \sin(\frac{\pi}{2}(1 + \alpha))}, \alpha$ 为波形偏斜率.本次仿真中 $h = 3 \text{ mm}, f = 130 \text{ 次/分钟}, \alpha = 0.24$ .

连铸结晶器振动系统的负载扰动选取为 $T_L = (5.1335 + 6.4985 \sin(\omega t - A \sin(\omega t))) \text{ N} \cdot \text{m}$ ,机械部分的扰动量为 $D(t) = \int \frac{-\Delta i}{i(i + \Delta i)} \times \frac{2\pi}{60} n d\tau - 0.2(\text{rad})$ .

图2为时变增益扩张状态观测器对系统整体扰动量的观测.

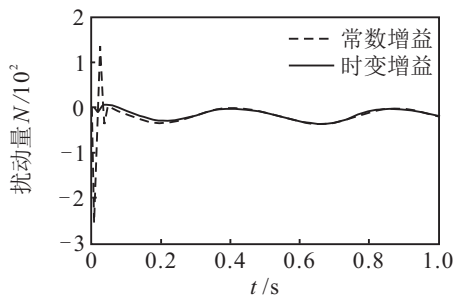


图2 扩张状态观测器对扰动量的观测

图2曲线表明,时变增益的观测器在初始时刻采用低增益,避免了峰值现象.

图3为转换误差随时间的变化情况.当性能函数为 $\rho(t)$ 时,补偿后的跟踪误差 $e_1(t)$ 的收敛速度和超

调量满足预先设定的瞬态性能要求.

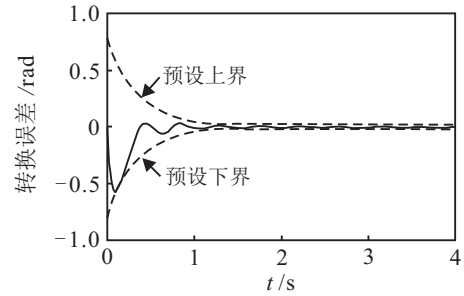


图3 转换误差与性能函数的关系

图4为结晶器振动位移跟踪曲线及对应的跟踪误差曲线.图4曲线表明,本文方法虽然初始时刻误差较大,但这恰恰符合系统的惯性特性,可保证系统的平稳启动,随后系统在较短的时间内进入稳态.与单一反步控制方法相比,在系统受限状态下跟踪精度进一步提高,能够有效抑制外部扰动,控制效果良好.

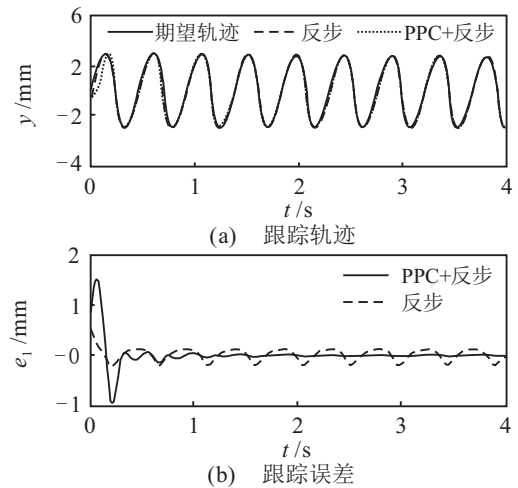


图4 结晶器振动位移轨迹跟踪及跟踪误差

图5为控制输入及受限状态.图5(a)为未考虑受限的控制输入量 $u_i$ 和受限滤波后的控制输入量 $h(v)$ ,通过曲线可以看出,输入信号在设置的限制值之内,并在0.3s左右 $h(v)$ 与 $u_i$ 重合,说明系统进入稳定时

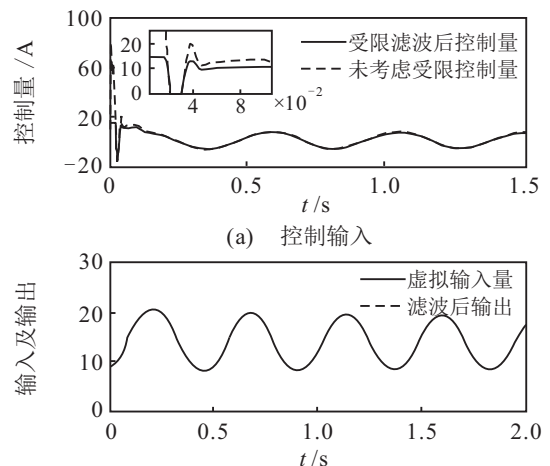


图5 控制输入及受限状态

与控制输入轨迹一致. 图5(b)为虚拟控制量 $\alpha_2$ 及滤波后的输出 $\bar{x}_2$ ,通过曲线可以看出,滤波后状态在限定的范围内,满足预先设定的目标.

## 4 结论

本文以伺服电机驱动的连铸结晶器振动系统为研究对象,提出了一种基于观测器的预设性能自适应控制器. 与其他控制方法<sup>[7]</sup>相比,本文在以下两个方面有所改进: 1) 在状态观测器设计方面,基于Lyapunov函数设计了一种时变增益的扩张状态观测器,能够有效削弱初期峰值现象; 2) 考虑系统状态和输入受限的影响,构建指令滤波器解决“计算膨胀”问题,并引入动态补偿量进行补偿,在确保跟踪信号有界及稳态性的基础上,对瞬态性也进行了分析. 最后,通过仿真对比验证了控制器的有效性.

## 参考文献(References)

- [1] 干勇,唐红伟,仇圣桃. 连续铸钢在钢铁生产流程中的作用及现代连铸技术简介[J]. 中国科学(E辑: 技术科学), 2008, 38(9): 1384-1390.  
(Gan Y, Tang H W, Chou S T. Research on Nonsinusoidal The role of Continuous Casting in steel production process and introduction of the modern continuous casting technology[J]. Science in China(Series E: Technological Sciences), 2008, 38(9): 1384-1390.)
- [2] Meng X, Zhu M. Optimization of non-sinusoidal oscillation parameters for slab continuous casting mold with high casting speed[J]. Iron Making & Steel Making, 2009, 36(4): 300-310.
- [3] 李炜,王可宏. 基于变增益ESO与逆系统方法的非线性系统故障调节[J]. 北京工业大学学报, 2017, 43(5): 736-744.  
(Li W, Wang K H. Fault accommodation method of nonlinear system based on time-varying gain extended state observer and inverse system method[J]. J of Beijing University of Technology, 2017, 43(5): 736-744.)
- [4] 卢晓东,赵辉,赵斌,等. 基于干扰补偿的拦截弹制导控制一体化设计[J]. 控制与决策, 2017, 32(10): 1782-1788.  
(Lu X D, Zhao H, Zhao B, et al. Disturbance compensation-based integrated guidance and control design for near space interceptor[J]. Control and Decision, 2017, 32(10): 1782-1788.)
- [5] 于洪国,康忠健,陈瑶. 基于双曲正切函数的二阶时变参数扩张状态观测器[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(4): 530-534.  
(Yu H G, Kang Z J, Chen Y. Time-varying parameter second-order extended state observer based on hyperbolic tangent function[J]. Control Theory & Applications, 2016, 33(4): 530-534.)
- [6] Hoo C L, Haris S M, Chung E C Y, et al. New integral antiwindup scheme for PI motor speed control[J]. Asian J of Control, 2015, 17(6): 2115-2132.
- [7] Chunyu Yang, Lingli Zhang, Jing Sun. Anti-windup controller design for singularly perturbed systems subject to actuator saturation[J]. IET Control Theory & Applications, 2016, 10(4): 469-476.
- [8] 李理,刘杨,陈兴林. 考虑输入饱和的离散最优积分滑模控制[J]. 控制与决策, 2016, 31(7): 1317-1320.  
(Li L, Liu Y, Chen X L. Discrete-time optimal integral sliding mode control with input saturation[J]. Control and Decision, 2016, 31(7): 1317-1320.)
- [9] Egashira Y, Harakawa M, Ozaki T, et al. Current command compensation for PM servo motor considering voltage saturation caused by both rapid change in the current command and high speed rotation[J]. Electrical Engineering in Japan, 2016, 196(2): 24-33.
- [10] Charalampos P B, George A R. Prescribed performance adaptive control of SISO feedback linearizable systems with disturbances[C]. The 16th Mediterranean Conf on Control and Automation. Ajaccio: IEEE, 2008: 1035-1040.
- [11] Kostarigka A K, Rovithakis G A. Prescribed performance output feedback control: An approximate passivation approach[C]. The 18th Mediterranean Conf on Control and Automation. Morocco: IEEE, 2010: 11-16.
- [12] Seong I Han, Jang M Lee. Dynamic surface control for prescribed performance of a nonlinear danamic system[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2014, 61(2): 1099-1112.
- [13] Jing N, Qiang C, Ren X M, et al. Adaptive prescribed performance motion control of Servo mechanisms with friction compensation[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2014, 61(1): 486-494.
- [14] Charalampos P Bechlioulis, George A Rovithakis. Prescribed. Performance adaptive control for multi-input multi-output affine in the control nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53(9): 2090-2099.
- [15] Bechlioulis C P, Rovithakis G A. Prescribed performance adaptive control for multi-input multi-output affine in the control nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2010, 55(5): 1220-1226.
- [16] Liu Le, Yan-ru Dun, Yi-ming Fang, et al. Modeling and verification of the nonlinear system of oscillation platform of continuous casting mold driven by servo motor[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2016, 8(7): 1-9.
- [17] 亢克松,刘乐,方一鸣,等. 伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统反步滑模控制[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(11): 1442-1448.  
(Kang K S, Liu L, Fang Y M, et al. Backstepping sliding mode control for continuous cast mold oscillation displacement system driven by servo motor[J]. Control Theory & Applications, 2016, 33(11): 1442-1448.)
- [18] Angelo Alessandri, Anna Rossi. Increasing-gain observers for nonlinear systems: Stability and design[J]. Automatica, 2015, 57: 180-188.
- [19] Khalil H K. Nonlinear systems[M]. 3rd ed. New Jersey: Prentice Hall, 2001: 102-105.