

一类互联非线性系统的分布式故障估计观测器设计

夏静萍, 姜斌[†], 张柯

(南京航空航天大学自动化学院, 南京 211106)

摘要: 针对一类互联非线性系统, 提出一种分布式故障估计观测器设计方法. 首先, 将状态向量和故障向量进行增广设计, 得出等价的增广互联系统; 其次, 利用互联子系统之间的耦合信息, 设计包含关联子系统估计信息的分布式故障估计观测器, 用于在线实时估计子系统中出现的故障; 再次, 提出基于 H_∞ 性能和 L_2-L_∞ 性能的方法求解观测器增益矩阵; 最后, 通过一个仿真实验表明所提出方法的可行性和有效性.

关键词: 故障诊断; 故障估计; 互联系统; 观测器; 分布式; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Distributed fault estimation observer design for a class of interconnected nonlinear systems

XIA Jing-ping, JIANG Bin[†], ZHANG Ke

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

Abstract: A distributed fault estimation observer design method is proposed for a class of interconnected nonlinear systems. Firstly, an equivalent augmented interconnected system is obtained by augmenting the state vector and fault vector. Using coupling information among interconnected subsystems, the distributed fault estimation observer is designed to online estimate faults that occur in subsystems. Then, observer gain matrices are calculated based on H_∞ performance and L_2-L_∞ performance. Finally, a simulation is carried out to illustrate the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Keywords: fault diagnosis; fault estimation; interconnected systems; observers; distributed; linear matrix inequalities

0 引言

随着高新技术的快速发展, 现代控制系统越来越复杂, 对控制系统的安全性和可靠性要求日益增高. 如果控制系统出现执行器、传感器或元器件等故障, 将会导致局部或整个控制系统的运行异常, 严重时彻底改变系统的行为, 带来巨大的经济损失和负面的社会影响. 为此, 研究如何有效地对故障进行检测、分离, 在线地估计以及实时容错显得尤为重要, 且具有重要的理论和实际研究价值, 受到了国内外众多学者的广泛重视, 并取得了丰硕的研究成果^[1-6].

现代工业控制系统的规模和复杂性的不断提升, 使得分布式、互联系统的应用越来越广泛, 如大型生产系统、电力网络、水力供给系统等基础设施系统及网络互联的多智能体系统等^[7-8]. 针对互联系统的研究也得到诸多学者的关注^[9-10], 文献^[11-12]针对 T-S

模糊互联系统, 分别提出一种模糊分散控制器和滤波器的设计方法; 文献^[13]针对一类非线性复杂互联系统, 研究了自适应分散控制器; 文献^[14-15]研究了基于事件驱动的网络化互联系统控制器设计. 但是, 目前绝大部分复杂互联系统的研究成果是关于该系统各种控制器、滤波器的设计, 没有考虑到互联系统出现故障时的情况. 相较于无故障时互联系统的研究成果, 互联系统的故障诊断与容错控制的研究难度无疑增加很多, 最近十几年也受到更多关注.

另一方面, 与单一的控制系统的控制相比, 互联系统不仅给控制器设计带来了难题, 而且给互联系统的故障诊断与容错控制带来了前所未有的挑战^[16-17]. 文献^[18]归纳和总结了最近 20 年互联系统故障诊断与容错控制的基本思想和主要设计方法. 针对一类不确定互联非线性系统, 文献^[19]研究了基于系统分解的

收稿日期: 2017-10-22; 修回日期: 2017-12-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61773201, 61673207); 江苏高校“青蓝工程”项目.

责任编委: 董久祥.

作者简介: 夏静萍(1983—), 女, 实验师, 博士生, 从事互联系统故障诊断的研究; 姜斌(1966—), 男, 教授, 博士生导师, 从事故障诊断与容错控制及其应用等研究.

[†]通讯作者. E-mail: binjiang@nuaa.edu.cn.

故障检测与分离设计方法,准确检测并分离出系统出现的故障;文献[20]讨论了带有建模误差、外界干扰和测量噪声的连续互联非线性系统的鲁棒故障检测问题;文献[21]提出了一种基于区间观测器的离散模糊互联系统故障检测设计方法.这些文章研究了故障检测和分离,但均未考虑在线对故障进行估计.相比较于故障检测和分离,故障估计需要提供故障信息,辨识故障的大小,为容错控制提供必要的故障信息.因此,互联系统的故障估计研究更具挑战性.文献[22]在上述论文的研究基础上,提出了一种分散式的故障估计设计方法,但是该研究工作没有考虑互联系统之间的耦合信息.

基于文献[22],本文针对一类互联非线性系统,利用互联子系统的关联信息,提出了分布式故障估计观测器,在线实时估计各个子系统出现的故障,设计了基于 H_∞ 性能和基于 L_2-L_∞ 性能的观测器增益求解方法,并转换为线性矩阵不等式,便于求解.

1 问题描述

考虑具有 N 个子系统的互联系统,第 i 个子系统具有如下结构:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u_i(t) + g_i(t, x_i(t)) + \\ E_i f_i(t) + D_i \omega_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^N \Xi_{ij} x_j(t), \\ y_i(t) = C_i x_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_i(t) \in R^n$ 为系统的状态向量; $u_i(t) \in R^m$ 为控制输入向量; $y_i(t) \in R^p$ 为输出向量; $f_i(t) \in R^r$ 为未知的执行器或元部件故障; $\omega_i(t) \in R^d$ 为外界干扰和噪声,且 $\omega_i(t) \in L_2[0, +\infty)$; $A_i, B_i, C_i, D_i, E_i, \Xi_{ij}$ 均为已知的适维矩阵, Ξ_{ij} 为第 i 个子系统与第 j 个子系统之间的互联矩阵; $g_i(t, x_i(t))$ 为满足Lipschitz不等式的非线性函数,即 $\|g_i(t, x_i(t)) - g_i(t, \hat{x}_i(t))\| \leq L_{g_i} \|x_i(t) - \hat{x}_i(t)\|$, L_{g_i} 为已知的Lipschitz常数.

本文进行在线实时故障估计,对互联系统式(1)中的状态向量和故障向量进行增广,可得如下等价系统:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_i(t) \\ \dot{f}_i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i & E_i \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i(t) \\ f_i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_i \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} u_i(t) + \\ \begin{bmatrix} g_i(t, x_i(t)) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_i(t) \\ \dot{f}_i(t) \end{bmatrix} + \\ \sum_{j=1, j \neq i}^N \begin{bmatrix} \Xi_{ij} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_j(t) \\ f_j(t) \end{bmatrix}, \end{cases}$$

$$y_i(t) = [C_i \quad \mathbf{0}] \begin{bmatrix} x_i(t) \\ f_i(t) \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2)$$

其中增广矩阵中的 $\mathbf{0}$ 表示适维的0矩阵.

定义如下的增广向量和增广矩阵:

$$\begin{cases} \bar{x}_i(t) = \begin{bmatrix} x_i(t) \\ f_i(t) \end{bmatrix}, \quad \mu_i(t) = \begin{bmatrix} \omega_i(t) \\ \dot{f}_i(t) \end{bmatrix}, \\ \bar{g}_i(t, \bar{x}_i(t)) = \begin{bmatrix} g_i(t, x_i(t)) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \bar{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & E_i \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \\ \bar{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \bar{D}_i = \begin{bmatrix} D_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I \end{bmatrix}, \\ \bar{\Xi}_{ij} = \begin{bmatrix} \Xi_{ij} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \bar{C}_i = [C_i \quad \mathbf{0}]. \end{cases}$$

则式(2)可转化为

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_i(t) = \bar{A}_i \hat{x}_i(t) + \bar{B}_i u_i(t) + \bar{g}_i(t, \hat{x}_i(t)) + \\ \bar{D}_i \mu_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^N \bar{\Xi}_{ij} \hat{x}_j(t), \\ y_i(t) = \bar{C}_i \hat{x}_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (3)$$

注1 针对一类互联非线性系统,利用互联子系统之间的信息,设计分布式故障估计观测器,对每个子系统出现的故障进行在线实时估计.

假设1 故障向量的导数满足 $\dot{f}_i(t) \in L_2[0, +\infty)$.

注2 由假设1可知,本文考虑的是一类时变故障,即故障向量的导数在 $[0, +\infty)$ 区间上能量有界.此类故障包括了一大类故障类型,其中定常故障 $\dot{f}_i(t) = 0$ 是本文考虑故障的一个特例.同时, $\mu_i(t)$ 包括了 $\omega_i(t)$ 和 $\dot{f}_i(t)$,本文将采用鲁棒设计思想尽可能抑制 $\mu_i(t)$ 对故障估计性能的影响.

引理1^[5] 对于正的标量 ε ,如下不等式成立:

$$2x^T y \leq \frac{1}{\varepsilon} x^T x + \varepsilon y^T y, \quad x, y \in R^n. \quad (4)$$

引理2^[23] 当且仅当存在一个对称正定矩阵 $P \in R^{n \times n}$ 满足

$$\begin{bmatrix} -P & PA - \alpha P \\ * & -\tau^2 P \end{bmatrix} < 0 \quad (5)$$

时,矩阵 $A \in R^{n \times n}$ 的特征根位于以 α 为圆心,以 τ 为半径的圆形区域 $D(\alpha, \tau)$ 内.

2 主要结果

针对式(3),设计如下分布式故障估计观测器:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_i(t) = \bar{A}_i \hat{x}_i(t) + \bar{B}_i u_i(t) + \bar{g}_i(t, \hat{x}_i(t)) + \\ \sum_{j=1, j \neq i}^N \bar{\Xi}_{ij} \hat{x}_j(t) - \bar{L}_i (\hat{y}_i(t) - y_i(t)), \\ \hat{y}_i(t) = \bar{C}_i \hat{x}_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (6)$$

其中: $\hat{x}_i(t) \in R^{n+r}$ 为观测器的状态向量, $\bar{g}_i(t, \hat{x}_i(t))$ 是观测器中 Lipschitz 非线性函数, \bar{L}_i 为待设计的观测器增益矩阵, $\hat{y}_i(t) \in R^p$ 为观测器的输出向量.

注3 文献[22]研究了分散式互联系统的故障估计, 针对每个子系统设计了局部的故障估计观测器, 该设计方法没有考虑互联子系统之间的关联信息. 而本文设计的分布式故障估计观测器根据互联系统本身的特性, 并利用与之互联的子系统的状态向量的估计值来进行在线设计.

定义增广误差变量和一个增广矩阵如下:

$$\bar{e}_i(t) = \hat{x}_i(t) - \bar{x}_i(t), \quad \bar{I}_r = [\mathbf{0} \quad I_r].$$

则综合式(3)和(6), 可得第 i 个子系统的误差动态系统为

$$\begin{cases} \dot{\bar{e}}_i(t) = (\bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i) \bar{e}_i(t) + \bar{g}_i(t, \hat{x}_i(t)) - \bar{g}_i(t, \bar{x}_i(t)) + \sum_{j=1, j \neq i}^N \bar{\Xi}_{ij} \bar{e}_j(t) - \bar{D}_i \mu_i(t), \\ e_{fi}(t) = \bar{I}_r \bar{e}_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (7)$$

对于局部的误差动态系统(7), 需要为每个子系统设计观测器增益矩阵 $\bar{L}_i (i = 1, 2, \dots, N)$, 以实现每个子系统的在线故障估计. 由于误差动态系统(7)中含有子系统之间的互联项, 增加了设计难度. 下面, 给出基于 H_∞ 性能和基于 L_2 - L_∞ 性能的设计方法计算观测器增益矩阵 $\bar{L}_i (i = 1, 2, \dots, N)$.

定理1 对于一个给定的 H_∞ 性能指标 γ , 如果存在对称正定矩阵 $\bar{P}_i \in R^{(n+r) \times (n+r)}$ 、适维矩阵 $\bar{Y}_i \in R^{(n+r) \times p}$ 和正的标量 ε_i 满足如下条件:

$$\begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \cdots & \varphi_{1N} \\ * & \varphi_{22} & \cdots & \varphi_{2N} \\ * & * & \ddots & \vdots \\ * & * & * & \varphi_{NN} \end{bmatrix} < 0. \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \varphi_{ii} &= \begin{bmatrix} \bar{P}_i \bar{A}_i + \bar{A}_i^T \bar{P}_i - \bar{Y}_i \bar{C}_i - \bar{C}_i^T \bar{Y}_i^T + \varepsilon_i L_{gi}^2 I + \bar{I}_r^T \bar{I}_r & \bar{P}_i & -\bar{P}_i \bar{D}_i \\ * & -\varepsilon_i I & \mathbf{0} \\ * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix}, \\ & \quad i = 1, 2, \dots, N; \\ \varphi_{12} &= \begin{bmatrix} \bar{P}_1 \bar{\Xi}_{12} + \bar{\Xi}_{21}^T \bar{P}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & \mathbf{0} \end{bmatrix}; \\ \varphi_{1N} &= \begin{bmatrix} \bar{P}_1 \bar{\Xi}_{1N} + \bar{\Xi}_{N1}^T \bar{P}_N & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & \mathbf{0} \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

$$\varphi_{2N} = \begin{bmatrix} \bar{P}_2 \bar{\Xi}_{2N} + \bar{\Xi}_{N2}^T \bar{P}_N & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & \mathbf{0} \end{bmatrix}.$$

则误差动态系统(7)满足 H_∞ 性能指标

$$\|e_f(t)\|_2 < \gamma \|\mu(t)\|_2.$$

其中

$$\begin{aligned} e_f(t) &= [e_{f1}^T(t) \quad e_{f2}^T(t) \quad \cdots \quad e_{fN}^T(t)]^T, \\ \mu(t) &= [\mu_1^T(t) \quad \mu_2^T(t) \quad \cdots \quad \mu_N^T(t)]^T. \end{aligned}$$

此时, 分布式故障估计观测器增益矩阵 $\bar{L}_i = \bar{P}_i^{-1} \bar{Y}_i (i = 1, 2, \dots, N)$.

证明 考虑如下李雅普诺夫函数:

$$V(t) = \sum_{i=1}^N \bar{e}_i^T(t) \bar{P}_i \bar{e}_i(t). \quad (9)$$

结合式(7), 可得 $V(t)$ 对时间的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^N \bar{e}_i^T(t) [\bar{P}_i (\bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i) + (\bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i)^T \bar{P}_i] \bar{e}_i(t) + 2\bar{e}_i^T(t) \bar{P}_i (\bar{g}_i(t, \hat{x}_i(t)) - \bar{g}_i(t, \bar{x}_i(t))) - 2\bar{e}_i^T(t) \bar{P}_i \bar{D}_i \mu_i(t) + 2\bar{e}_i^T(t) \bar{P}_i \sum_{j=1, j \neq i}^N \bar{\Xi}_{ij} \bar{e}_j(t). \end{aligned} \quad (10)$$

由于 $\bar{g}_i(t, \bar{x}_i(t))$ 为 Lipschitz 函数, 根据引理1, 存在对称正的标量 ε_i , 使得如下不等式成立:

$$\begin{aligned} 2\bar{e}_i^T(t) \bar{P}_i (\bar{g}_i(t, \hat{x}_i(t)) - \bar{g}_i(t, \bar{x}_i(t))) &\leq \\ \frac{1}{\varepsilon_i} \bar{e}_i^T(t) \bar{P}_i \bar{P}_i \bar{e}_i(t) + \varepsilon_i L_{gi}^2 \bar{e}_i^T(t) \bar{e}_i(t). \end{aligned} \quad (11)$$

可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq \sum_{i=1}^N \bar{e}_i^T(t) [\bar{P}_i (\bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i) + (\bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i)^T \bar{P}_i] \bar{e}_i(t) + \frac{1}{\varepsilon_i} \bar{e}_i^T(t) \bar{P}_i \bar{P}_i \bar{e}_i(t) + \varepsilon_i L_{gi}^2 \bar{e}_i^T(t) \bar{e}_i(t) - 2\bar{e}_i^T(t) \bar{P}_i \bar{D}_i \mu_i(t) + 2\bar{e}_i^T(t) \bar{P}_i \sum_{j=1, j \neq i}^N \bar{\Xi}_{ij} \bar{e}_j(t). \end{aligned} \quad (12)$$

定义如下的性能指标:

$$\begin{aligned} J &= \int_0^{+\infty} [e_f^T(t) e_f(t) - \gamma^2 \mu^T(t) \mu(t)] dt = \\ & \int_0^{+\infty} \left[\sum_{i=1}^N e_{fi}^T(t) e_{fi}(t) - \gamma^2 \mu_i^T(t) \mu_i(t) \right] dt. \end{aligned}$$

在零初始条件下, 可以得到

$$\begin{aligned} J &\leq \int_0^{+\infty} \left[\dot{V}(t) + \sum_{i=1}^N e_{fi}^T(t) e_{fi}(t) - \gamma^2 \mu_i^T(t) \mu_i(t) \right] dt = \end{aligned}$$

$$\int_0^{+\infty} \left[\dot{V}(t) + \sum_{i=1}^N \bar{e}_i^T(t) \bar{I}_r^T \bar{I}_r \bar{e}_i(t) - \gamma^2 \mu_i^T(t) \mu_i(t) \right] dt = \int_0^{+\infty} \sum_{i=1}^N \bar{e}_i^T(t) \left[\bar{P}_i (\bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i) + (\bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i)^T \bar{P}_i \right] \bar{e}_i(t) + \frac{1}{\varepsilon_i} \bar{e}_i^T(t) \bar{P}_i \bar{P}_i \bar{e}_i(t) + \varepsilon_i L_{gi}^2 \bar{e}_i^T(t) \bar{e}_i(t) - 2\bar{e}_i^T(t) \bar{P}_i \bar{D}_i \mu_i(t) + 2\bar{e}_i^T(t) \bar{P}_i \sum_{j=1, j \neq i}^N \bar{\Xi}_{ij} \bar{e}_j(t) + \bar{e}_i^T(t) \bar{I}_r^T \bar{I}_r \bar{e}_i(t) - \gamma^2 \mu_i^T(t) \mu_i(t) \right] dt. \tag{13}$$

针对式(13),为了便于计算,定义新的矩阵

$$\xi_i(t) = \begin{bmatrix} \bar{e}_i(t) \\ \mu_i(t) \end{bmatrix},$$

则有

$$\sum_{i=1}^N \bar{e}_i^T(t) \left[\bar{P}_i (\bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i) + (\bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i)^T \bar{P}_i + \frac{1}{\varepsilon_i} \bar{P}_i \bar{P}_i + \varepsilon_i L_{gi}^2 I + \bar{I}_r^T \bar{I}_r \right] \bar{e}_i(t) - 2\bar{e}_i^T(t) \bar{P}_i \bar{D}_i \mu_i(t) + 2\bar{e}_i^T(t) \bar{P}_i \sum_{j=1, j \neq i}^N \bar{\Xi}_{ij} \bar{e}_j(t) - \gamma^2 \mu_i^T(t) \mu_i(t) = \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \\ \vdots \\ \xi_N(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1N} \\ * & \phi_{22} & \cdots & \phi_{2N} \\ * & * & \ddots & \vdots \\ * & * & * & \phi_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \\ \vdots \\ \xi_N(t) \end{bmatrix}. \tag{14}$$

其中

$$\phi_{ii} = \begin{bmatrix} \bar{P}_i (\bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i) + (\bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i)^T \bar{P}_i + \frac{1}{\varepsilon_i} \bar{P}_i \bar{P}_i + \varepsilon_i L_{gi}^2 I + \bar{I}_r^T \bar{I}_r & -\bar{P}_i \bar{D}_i \\ * & -\gamma^2 I \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, N;$$

$$\phi_{12} = \begin{bmatrix} \bar{P}_1 \bar{\Xi}_{12} + \bar{\Xi}_{21}^T \bar{P}_2 & \mathbf{0} \\ * & \mathbf{0} \end{bmatrix};$$

$$\phi_{1N} = \begin{bmatrix} \bar{P}_1 \bar{\Xi}_{1N} + \bar{\Xi}_{N1}^T \bar{P}_N & \mathbf{0} \\ * & \mathbf{0} \end{bmatrix};$$

$$\phi_{2N} = \begin{bmatrix} \bar{P}_2 \bar{\Xi}_{2N} + \bar{\Xi}_{N2}^T \bar{P}_N & \mathbf{0} \\ * & \mathbf{0} \end{bmatrix}.$$

由于式(14)中 $\phi_{ii} (i = 1, 2, \dots, N)$ 含有非线性项 $\frac{1}{\varepsilon_i} \bar{P}_i \bar{P}_i$, 依据Schur补引理, 式(14)中

$$\begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1N} \\ * & \phi_{22} & \cdots & \phi_{2N} \\ * & * & \ddots & \vdots \\ * & * & * & \phi_{NN} \end{bmatrix} < 0$$

等价于式(8). 因此, 如果式(8)成立, 可以得到性能指标 $J < 0$, 则误差动态系统方程(7)满足 H_∞ 性能 $\|e_f(t)\|_2 < \gamma \|\mu(t)\|_2$. \square

注4 定理1的式(8)中含有非线性项 γ^2 , 不能直接进行计算. 这里令 $\sigma = \gamma^2$, 利用线性矩阵不等式计算出 σ , 然后令 $\gamma = \sqrt{\sigma}$, 可以求出 H_∞ 性能指标 γ .

作为另外一种鲁棒设计方法, L_2 - L_∞ 的性能也受到了极大的关注. L_2 - L_∞ 是能量有界到峰值有界的性能指标, 在理论研究和实际应用均有重要的研究价值. 进一步, 给出基于 L_2 - L_∞ 性能的分分布式故障估计观测器设计方法.

定理2 对于一个给定的 L_2 - L_∞ 性能指标 γ , 如果存在对称正定矩阵 $\bar{P}_i \in R^{(n+r) \times (n+r)}$, 适维矩阵 $\bar{Y}_i \in R^{(n+r) \times p}$ 和正的标量 ε_i 满足如下条件:

$$\begin{bmatrix} \varphi'_{11} & \varphi_{12} & \cdots & \varphi_{1N} \\ * & \varphi'_{22} & \cdots & \varphi_{2N} \\ * & * & \ddots & \vdots \\ * & * & * & \varphi'_{NN} \end{bmatrix} < 0; \tag{15}$$

$$\begin{bmatrix} -\bar{P}_i & \bar{I}_r^T \\ * & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, N. \tag{16}$$

其中

$$\varphi_{ii} = \begin{bmatrix} \bar{P}_i \bar{A}_i + \bar{A}_i^T \bar{P}_i - \bar{Y}_i \bar{C}_i - \bar{P}_i & -\bar{P}_i \bar{D}_i \\ \bar{C}_i^T \bar{Y}_i^T + \varepsilon_i L_{gi}^2 I & * \\ * & -\varepsilon_i I \quad \mathbf{0} \\ * & * & -\gamma I \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, \dots, N;$$

φ_{12} 、 φ_{1N} 和 φ_{2N} 如定理1条件中所示. 则误差动态方程(7)满足 L_2 - L_∞ 性能指标

$$\|e_f(t)\|_\infty < \gamma \|\mu(t)\|_2.$$

此时, 分分布式故障估计观测器增益矩阵 $\bar{L}_i = \bar{P}_i^{-1} \bar{Y}_i (i = 1, 2, \dots, N)$.

证明 选取李雅普诺夫函数(9), 根据误差动态系统(7), 可得李雅普诺夫函数对时间的导数(10).

定义如下的性能指标:

$$J_1 = V(t) - \gamma \int_0^t \mu^T(s) \mu(s) ds.$$

在零初始条件下,可得

$$J_1 = \int_0^t \left[\dot{V}(s) - \gamma \sum_{i=1}^N \mu_i^T(s) \mu_i(s) \right] ds. \quad (17)$$

进一步,可得

$$\begin{aligned} & \dot{V}(t) - \gamma \sum_{i=1}^N \mu_i^T(t) \mu_i(t) \leq \\ & \sum_{i=1}^N \bar{e}_i^T(t) [\bar{P}_i(\bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i) + (\bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i)^T \bar{P}_i + \\ & \frac{1}{\varepsilon_i} \bar{P}_i \bar{P}_i + \varepsilon_i L_{gi}^2 I] \bar{e}_i(t) - 2\bar{e}_i^T(t) \bar{P}_i \bar{D}_i \mu_i(t) + \\ & 2\bar{e}_i^T(t) \bar{P}_i \sum_{j=1, j \neq i}^N \bar{\Xi}_{ij} \bar{e}_j(t) - \gamma \mu_i^T(t) \mu_i(t) = \\ & \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \\ \vdots \\ \xi_N(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \phi'_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1N} \\ * & \phi'_{22} & \cdots & \phi_{2N} \\ * & * & \ddots & \vdots \\ * & * & * & \phi'_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \\ \vdots \\ \xi_N(t) \end{bmatrix}. \quad (18) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \phi'_{ii} = & \begin{bmatrix} \bar{P}_i(\bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i) + (\bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i)^T \bar{P}_i + \frac{1}{\varepsilon_i} \bar{P}_i \bar{P}_i + \varepsilon_i L_{gi}^2 I & -\bar{P}_i \bar{D}_i \\ * & -\gamma I \end{bmatrix}, \\ & i = 1, 2, \dots, N; \end{aligned}$$

ϕ_{12} 、 ϕ_{1N} 和 ϕ_{2N} 如定理1证明中所示.

根据Schur补引理,式(18)中

$$\begin{bmatrix} \phi'_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1N} \\ * & \phi'_{22} & \cdots & \phi_{2N} \\ * & * & \ddots & \vdots \\ * & * & * & \phi'_{NN} \end{bmatrix} < 0$$

等价于式(15). 因此,如果式(15)成立,则可以得到性能指标 $J_1 < 0$, 以及 $V(t) < \gamma \|\mu(t)\|_2^2$.

进一步,定义如下的性能指标 J_2 :

$$\begin{aligned} J_2 = & e_f^T(t) e_f(t) - \gamma V(t) = \\ & \sum_{i=1}^N e_{fi}^T(t) e_{fi}(t) - \gamma \bar{e}_i^T(t) \bar{P}_i \bar{e}_i(t) = \\ & \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \bar{I}_r^T \bar{I}_r e_i(t) - \gamma \bar{e}_i^T(t) \bar{P}_i \bar{e}_i(t) = \\ & \sum_{i=1}^N e_i^T(t) (\bar{I}_r^T \bar{I}_r - \gamma \bar{P}_i) e_i(t). \quad (19) \end{aligned}$$

如果 $\bar{I}_r^T \bar{I}_r - \gamma \bar{P}_i < 0$, 则可以得到 $-\bar{P}_i + \frac{1}{\gamma} \bar{I}_r^T \bar{I}_r < 0$. 然后根据Schur补引理, $-\bar{P}_i + \frac{1}{\gamma} \bar{I}_r^T \bar{I}_r < 0$ 等价于式(16). 如果式(16)成立, 则可以得到性能指标 $J_2 < 0$, 即 $e_f^T(t) e_f(t) < \gamma V(t)$.

最后,如果式(15)和(16)成立,则误差动态方程(7)满足 L_2 - L_∞ 性能指标 $\|e_f(t)\|_\infty < \gamma \|\mu(t)\|_2$. \square

注5 文献[22]和文献[24]研究了分散式故障估计观测器. 在设计观测器时,没有考虑子系统之间的互联项对故障估计性能的影响,将互联项作为干扰项来处理. 而本文充分考虑了互联子系统对观测器设计的影响,给出了基于 H_∞ 性能和基于 L_2 - L_∞ 性能的互联系统故障估计观测器设计方法,得到了分布式故障估计观测器设计方法.

注6 在计算定理1和定理2的条件时,由于没有对分布式故障估计观测器增益矩阵 $\bar{L}_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 中的数值进行限制,仅在满足 H_∞ 或 L_2 - L_∞ 性能指标时求出来的 \bar{L}_i 数值通常较大,不便于仿真使用. 为此,在计算时,对于每一个子系统,增加区域极点配置条件. 根据引理2,令 $(\bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i) \rightarrow A$, $\bar{P}_i \rightarrow P$, $\alpha_i \rightarrow \alpha$ 和 $\tau_i \rightarrow \tau$, 可得如下的第 i 个系统的区域极点配置条件:

$$\begin{bmatrix} -\bar{P}_i & \bar{P}_i \bar{A}_i + \bar{A}_i^T \bar{P}_i - \bar{Y}_i \bar{C}_i - \bar{C}_i^T \bar{Y}_i^T - \alpha_i \bar{P}_i \\ * & -\tau_i^2 \bar{P}_i \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (20)$$

将每个误差动态子系统的 $(\bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i)$ 特征根配置到以 α_i 为圆心,以 τ_i 为半径的圆形区域 $D(\alpha_i, \tau_i)$ 内,限制了 $(\bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i)$ 的界限,从而在一定程度上避免了分布式故障估计观测器增益矩阵 \bar{L}_i 幅值过大的问题.

3 仿真结果

考虑如下含有2个子系统的互联非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u_i(t) + g_i(t, x_i(t)) + \\ E_i f_i(t) + D_i \omega_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^N \bar{\Xi}_{ij} x_j(t), \\ y_i(t) = C_i x_i(t), \quad i = 1, 2. \end{cases}$$

其中

$$\begin{aligned} A_1 = & \begin{bmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -6 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ C_1 = & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_1 = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\Xi_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$g_1(t, x_1(t)) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.5 \sin(x_{12}(t)) \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 0 & -5 & 2 \\ 2 & 1 & -6 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix},$$

$$\Xi_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$g_2(t, x_2(t)) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.4 \sin(x_{23}(t)) \end{bmatrix}.$$

在这里,考虑每个子系统发生执行器故障,即故障分布矩阵 $E_i = B_i (i = 1, 2, \dots, N)$.

1) 基于 H_∞ 性能设计. 将两个子系统 $(\bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i)$ 的特征值配置到圆盘区域 $D(-7, 7)$, 将定理1中的式(8)与(20)同时求解, 可得到最小的 H_∞ 性能指标 $\gamma = 1.5300$ 和故障估计观测器增益矩阵

$$\bar{L}_1 = \bar{P}_1^{-1} \bar{Y}_1^{-1} = \begin{bmatrix} 9.4129 & 0.4266 \\ 1.4303 & 12.0519 \\ 0.9428 & -0.1107 \\ 43.1958 & 2.5886 \\ 2.5937 & 47.0505 \end{bmatrix},$$

$$\bar{L}_2 = \bar{P}_2^{-1} \bar{Y}_2^{-1} = \begin{bmatrix} 11.4751 & -0.8120 \\ -0.8625 & 8.2795 \\ 3.0299 & 0.6971 \\ 45.2490 & 0.0034 \\ -3.6323 & 45.6725 \end{bmatrix}.$$

假设互联系统两个子系统中 $f_1(t) = \begin{bmatrix} f_{11}(t) \\ f_{12}(t) \end{bmatrix}$ 和

$f_2(t) = \begin{bmatrix} f_{21}(t) \\ f_{22}(t) \end{bmatrix}$ 发生如下的执行器故障:

i) 子系统1的第1个执行器通道在第5s出现了

一个时变故障:

$$f_{11}(t) = \begin{cases} 0, & 0 \text{ s} \leq t < 5 \text{ s}; \\ 0.6 \cos(0.5t) \sin(t - 5), & 5 \text{ s} \leq t \leq 20 \text{ s}; \end{cases}$$

$$f_{12}(t) = 0.$$

ii) 子系统2的第2个执行器通道在第6s出现了一个缓变故障:

$$f_{21}(t) = 0;$$

$$f_{22}(t) = \begin{cases} 0, & 0 \text{ s} \leq t < 6 \text{ s}; \\ 0.8 - 0.8e^{-0.6(t-6)}, & 6 \text{ s} \leq t \leq 20 \text{ s}. \end{cases}$$

基于 H_∞ 性能设计的仿真结果如图1和图2所示. 从仿真结果可以看出, 所提出的分布式故障估计观测器可以实现准确的在线故障估计.

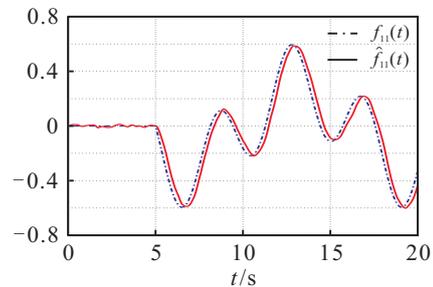


图1 基于 H_∞ 性能的 $f_{11}(t)$ 故障估计

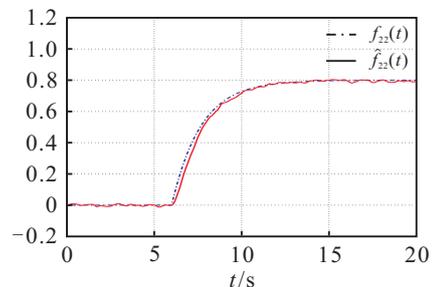


图2 基于 H_∞ 性能的 $f_{22}(t)$ 故障估计

2) 基于 L_2-L_∞ 性能设计. 将两个子系统 $(\bar{A}_i - \bar{L}_i \bar{C}_i)$ 的特征值配置到圆盘区域 $D(-8, 8)$, 同时为了避免定理2中参数 ε_i 数值过大, 可设 $0 < \varepsilon_i < 100 (i = 1, 2)$, 该约束与定理2中的式(15)、(16), 以及(20)同时求解, 可得到最小的 L_2-L_∞ 性能指标 $\gamma = 1.8670$ 和故障估计观测器增益矩阵

$$\bar{L}_1 = \bar{P}_1^{-1} \bar{Y}_1^{-1} = \begin{bmatrix} 11.8363 & 0.1934 \\ 1.1984 & 14.1370 \\ 1.0765 & 0.1517 \\ 57.7673 & 2.6336 \\ 2.6340 & 61.7093 \end{bmatrix},$$

$$\bar{L}_2 = \bar{P}_2^{-1} \bar{Y}_2^{-1} = \begin{bmatrix} 13.2674 & -0.5169 \\ -0.8927 & 9.9693 \\ 2.6060 & 1.4169 \\ 59.0045 & 0.8931 \\ -4.9606 & 58.0368 \end{bmatrix}$$

假设互联系统两个子系统中 $f_1(t) = \begin{bmatrix} f_{11}(t) \\ f_{12}(t) \end{bmatrix}$ 和

$f_2(t) = \begin{bmatrix} f_{21}(t) \\ f_{22}(t) \end{bmatrix}$ 发生如下的执行器故障:

i) 子系统1的第2个执行器通道在第6s出现了一个突变故障:

$$f_{11}(t) = 0;$$

$$f_{12}(t) = \begin{cases} 0, & 0s \leq t < 6s; \\ 0.8, & 6s \leq t \leq 20s. \end{cases}$$

ii) 子系统2的第1个执行器通道在第8s出现了一个时变故障:

$$f_{21}(t) = \begin{cases} 0, & 0s \leq t < 8s; \\ 0.6 \sin(0.5(t-8)), & 8s \leq t \leq 20s; \end{cases}$$

$$f_{22}(t) = 0.$$

基于 L_2-L_∞ 性能设计的仿真结果如图3和图4所示. 从仿真结果可以看出,所提出的分布式故障估计观测器可以实现准确的在线故障估计.

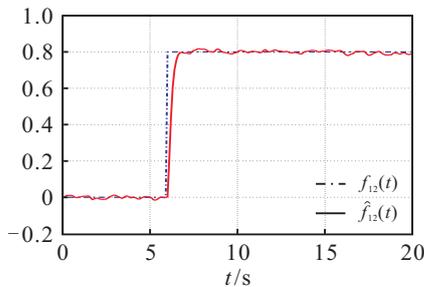


图3 基于 L_2-L_∞ 性能的 $f_{12}(t)$ 故障估计

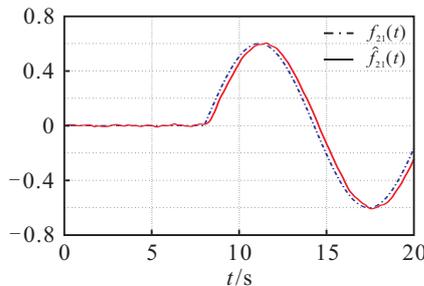


图4 基于 L_2-L_∞ 性能的 $f_{21}(t)$ 故障估计

4 结论

本文针对一类非线性互联系统,基于互联子系统的关联信息,提出了分布式故障估计观测器设计方

法,并提出了基于 H_∞ 性能和基于 L_2-L_∞ 性能的故障估计观测器增益矩阵的求解方法,其求解条件以线性矩阵不等式的形式给出. 仿真结果验证了所提出设计方法的有效性和可行性.

参考文献(References)

- [1] Chen J, Patton R J. Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems[M]. Norwell: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [2] Ding S X. Model-based fault diagnosis techniques: Design schemes, algorithms, and tools[M]. Heidelberg: Springer, 2008.
- [3] 周东华, 胡艳艳. 动态系统的故障诊断技术[J]. 自动化学报, 2009, 35(6): 748-758. (Zhou D H, Hu Y Y. Fault Diagnosis techniques for dynamic systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(6): 748-758.)
- [4] 姜斌, 冒泽慧, 杨浩, 等. 控制系统的故障诊断与故障调节[M]. 北京: 国防工业出版社, 2009. (Jiang B, Mao Z H, Yang H, et al. Fault diagnosis and fault accommodation for control systems[M]. Beijing: National Defend Industry Press, 2009.)
- [5] Zhang K, Jiang B, Shi P, et al. Observer-based fault estimation techniques[M]. Heidelberg: Springer, 2017.
- [6] 朱芳来, 侯永建, 赵旭东, 等. 非线性切换系统基于观测器的容错控制器设计[J]. 控制与决策, 2017, 32(10): 1855-1863. (Zhu F L, Hou Y J, Zhao X D, et al. Observer-based fault-tolerant controller design for nonlinear switched systems[J]. Control and Decision, 2017, 32(10): 1855-1863.)
- [7] Gu Z, Fei S, Yue D, et al. H_∞ filtering for discrete-time systems subject to stochastic missing measurements: A decomposition approach[J]. Int J of Systems Science, 2014, 45(7): 1356-1363.
- [8] Gu Z, Yang L, Tian E, et al. Event-triggered reliable H_∞ filter design for networked systems with multiple sensor distortions: A probabilistic partition approach[J]. ISA Trans, 2017, 66(1): 2-9.
- [9] Antonelli G. Interconnected dynamic systems: An overview on distributed control[J]. IEEE Control Systems, 2013, 33(1): 76-88.
- [10] 陈雪波, 徐志强. 基于包含原理一般动态互联系统的分解与分散控制[J]. 控制与决策, 2016, 31(2): 207-216. (Chen X B, Xu Z Q. Decomposition and decentralized control to general dynamic interconnected system based on inclusion principle[J]. Control and Decision, 2016, 31(2): 207-216.)
- [11] 佟绍成, 赵斐斐. 连续互联系统的模糊分散控制及

新的稳定性条件[J]. 控制与决策, 2009, 24(8): 1235-1238.
 (Tong S C, Zhao F F. Decentralized fuzzy control and new stabilization criterion for interconnected fuzzy systems[J]. Control and Decision, 2009, 24(8): 1235-1238.)

[12] Zhang Z, Lin C, Chen B. New decentralized H_∞ filter design for nonlinear interconnected systems based on Takagi-Sugeno fuzzy models[J]. IEEE Trans on Cybernetics, 2015, 45(12): 2914-2924.

[13] Li X, Yang G H. Adaptive decentralized control for a class of interconnected nonlinear systems via backstepping approach and graph theory[J]. Automatica, 2017, 76: 87-95.

[14] Gu Z, Shi P, Yue D. An adaptive event-triggering scheme for networked interconnected control system with stochastic uncertainty[J]. Int J of Robust and Nonlinear Control, 2017, 27(2): 236-251.

[15] Gu Z, Yue D, Tian E. On designing of an adaptive event-triggered communication scheme for nonlinear networked interconnected control systems[J]. Information Sciences, 2018, 422: 257-270.

[16] 张颖伟, 刘建昌, 张嗣瀛. 一类复杂系统的容错控制[J]. 控制与决策, 2005, 20(8): 901-904.
 (Zhang Y W, Liu J C, Zhang S Y. Reliable Control for a Class of Interconnected Systems[J]. Control and Decision, 2005, 20(8): 901-904.)

[17] Li Y, Tong S. Adaptive neural networks decentralized FTC design for nonstrict-feedback nonlinear interconnected large-scale systems against actuator faults[J]. IEEE Trans on Neural Networks and Learning Systems, 2017, 28(11): 2541-2554.

[18] 杨浩, 姜斌, 周东华. 互联系统容错控制的研究回顾与展望[J]. 自动化学报, 2017, 43(1): 9-19.
 (Yang H, Jiang B, Zhou D H. Review and perspectives on fault tolerant control for interconnected systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2017, 43(1): 9-19.)

[19] Zhang X, Zhang Q. Distributed fault diagnosis in a class of interconnected nonlinear uncertain systems[J]. Int J of Control, 2012, 85(11): 1644-1662.

[20] Keliris C, Polycarpou M M, Parisini T. A distributed fault detection filtering approach for a class of interconnected continuous-time nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2013, 58(8): 2032-2047.

[21] Zhang Z H, Yang G H. Interval observer-based fault isolation for discrete-time fuzzy interconnected systems with unknown interconnections[J]. IEEE Trans on Cybernetics, 2017, 47(9): 2413-2424.

[22] Shao S, Yang H, Jiang B, et al. Decentralized fault tolerant control for a class of interconnected nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Cybernetics, 2018, 48(1): 178-186.

[23] Garcia G, Bernussou J. Pole assignment for uncertain systems in a specified disk by state feedback[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1995, 40(1): 184-190.

[24] Yoo S J. Output-feedback fault detection and accommodation of uncertain interconnected systems with time-delayed nonlinear faults[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2017, 47(5): 758-766.

(责任编辑: 齐 霖)

下 期 要 目

基于组合分类器的不同状态下脑电信号分类 张 进, 等

求解区间柔性作业车间调度的多目标进化算法 王 春, 等

一阶不确定系统的固定时间收敛扰动观测器 杨 峰, 等

穿越稠密障碍物的自适应动态窗口法 王永雄, 等

求解有约束优化问题的实数遗传算法改进研究 王吉权, 等

基于多目标邻域差分进化和模糊粗糙集的属性约简算法 李兵洋, 等

一种错误率可控的混沌时间序列区间预测算法 王 迪, 等

基于改进邻域搜索策略的人工蜂群算法 魏锋涛, 等

侧窗探测动能拦截器轨控有限时间收敛制导率 李 炯, 等

基于栈式卷积自编码的视觉SLAM闭环检测 张云洲, 等

基于深度去噪核映射的长期预测模型 王 强, 等