

考虑执行器性能约束的刚体航天器鲁棒姿态跟踪控制

陈海涛[†], 宋申民

(哈尔滨工业大学 控制理论与制导技术研究中心, 哈尔滨 150001)

摘要: 针对存在模型不确定性、外界干扰力矩和执行器性能受限等约束条件下的刚体航天器姿态跟踪控制问题进行研究,并基于滑模控制、反步控制、自适应控制、辅助系统和动态面控制等方法设计相应的鲁棒姿态跟踪控制算法. 利用自适应控制实现了对具有多项式形式上界函数的系统未知不确定性进行在线估计和补偿;通过建立描述执行器动态特性的低通滤波模型,并结合辅助系统方法,以确保执行器输出控制力矩的幅值及其变化率均满足一定的饱和约束;通过引入动态面控制法,避免期望虚拟控制信号的一阶导数项直接出现在控制器中,简化了闭环姿态跟踪控制器的设计形式. 最后,通过数值仿真验证了所提出控制算法的有效性和可行性.

关键词: 滑模控制; 反步控制; 自适应控制; 辅助系统; 动态面控制; 幅值及变化率饱和

中图分类号: TP448.234

文献标志码: A

Robust attitude tracking control of rigid spacecraft considering control input constraints

CHEN Hai-*tao*[†], SONG Shen-min

(Center for Control Theory and Guidance Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: The rigid spacecraft attitude tracking control problem in the presence of the modeling uncertainty, external disturbance and input constraints is investigated in this paper, and a robust attitude tracking control algorithm is designed based on the combination of the sliding mode control, backstepping control, adaptive control, auxiliary system and dynamic surface control approaches. Within the proposed controller, the adaptive control technique is utilized to estimate and compensate for the unknown system uncertainty on line. A dynamic model in a low pass filter form is built up for the onboard actuators, which is then associated with the auxiliary system method to satisfy the control input magnitude and rate saturations. Moreover, the dynamic surface control (DSC) method is employed to avoid the calculation of the differentiation of the virtual control signal and simplify the closed-loop attitude tracking controller. Finally, digital simulations are conducted to further demonstrate the effectiveness and feasibility of the proposed controller.

Keywords: sliding mode control; backstepping control; adaptive control; auxiliary system; dynamic surface control; magnitude and rate saturations

0 引言

姿态跟踪控制问题在工程以及理论研究中均具有重要作用,是多种控制任务成功实现的基础,因此近年来国内外的众多学者对其进行了大量研究,并相继提出了多种姿态跟踪控制方法,包括最优控制^[1]、PD+控制^[2]、滑模变结构控制^[3-4]、反步控制^[5]以及自适应控制^[6]等. 其中,滑模变结构控制具有易于实施,能够直接处理系统不确定性等优点,尤其是基于非线性滑模函数的终端滑模控制方法^[7],其收敛速度更快、控制精度更高,逐渐引起了研究人员的重视.

但是,一般的滑模变结构控制器仅适用于存在匹配不确定性且阶数不超过二阶的系统,致使相应研究结果具有一定的局限性. 与此同时,文献[8-9]通过结合自适应控制和反步控制等方法,解决了存在非匹配不确定性的任意阶系统的跟踪控制问题,更适于处理高阶复杂系统的跟踪控制问题.

考虑到实际工程中不可避免地存在多种非理想因素,诸如模型不确定性、干扰力矩以及执行器的非理想特性,包括幅值和变化率受限等,为保证满意的控制性能,在设计控制器时必须考虑上述各因素对系

收稿日期: 2017-10-19; 修回日期: 2018-03-20.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61174037, 61333003, 61021002).

责任编辑: 姜斌.

作者简介: 陈海涛(1988—),男,博士生,从事航天器控制的研究;宋申民(1968—),男,教授,博士生导师,从事复杂系统的鲁棒控制及智能控制等研究.

[†]通讯作者. E-mail: cht2016hit@163.com.

统性能的影响.此外,由于通常难以预先获得系统不确定性的相关信息,如何针对具有未知不确定性的系统进行控制器设计尤为重要.在已有的研究成果中,文献[10]采用高增益切换控制器处理系统不确定性,但由于同时引入了高频切换进而激发了执行器的抖振,致使系统稳定性下降.为了削弱系统的抖振,文献[11]基于快速终端滑模模型趋近律构造控制器,取得了良好的控制效果,但该方法只能处理具有常数上界的不确定性.此外,文献[12-16]分别利用连续自适应控制律、干扰观测器、模糊推理系统以及神经网络等方法对系统不确定性的相关信息进行在线估计,并以此构造反馈控制器.由于所得控制器均为连续的,系统抖振得到很大削弱,甚至消失.但前述文献并未考虑到执行器输出幅值及其变化率受限的问题,所以有必要对其做进一步的研究.

受自身物理特性所限,执行器实际输出的控制力矩及其变化速率与期望控制信号之间通常具有一定偏差,若忽视该偏差,将会对闭环系统的控制性能造成严重影响.很多文献都涉及到对饱和控制问题的研究,并提出了相应的控制方法.例如,文献[17]利用直接自适应控制方法解决了控制饱和问题,但该方法要求系统不确定性必须满足一定约束;文献[18]基于模型预测控制方法明确考虑了控制力矩需要满足的约束条件,但由于其在线计算量较大,因而尚不适用于实际应用;文献[19-23]引入了多种饱和函数构造控制器以确保控制器输出力矩处于期望的范围内.此外,文献[24-27]通过构造辅助系统直接补偿由控制器饱和和引起的输入偏差,极大地削弱了控制饱和和对系统稳定性的影响.然而已有研究成果中,仅有较少文献同时考虑了执行器输出力矩变化率的饱和问题,例如[21, 23, 28-29]等.其中:文献[21]引入了较为复杂的参数选择过程,致使其控制器整定难度较大;文献[23]基于经典反步法实现了姿态跟踪控制器设计,需要对虚拟控制多次求导,导致其控制器较为复杂;文献[28]通过构造增广系统以约束控制输入信号及其一阶导数、二阶导数,并结合模糊推理系统和线性矩阵不等式方法实现对系统不确定性的鲁棒控制,但同时也造成其控制器难于实时整定;文献[29]利用指令滤波器对控制输入信号进行幅值及变化率的限制,但忽视了指令滤波器的动态特性对闭环系统控制性能的影响.

综上,为进一步解决存在模型不确定性、外界干扰和执行器输出幅值及其变化率的受限等约束条件下的姿态跟踪控制问题,本文提出以滑模控制、反步

控制和自适应控制等方法为基础,并结合快速终端滑模模型趋近律、辅助系统以及动态面控制法的姿态跟踪控制算法.与已有的研究成果相比,本文的创新之处在于:

1) 与文献[1-20, 22, 24-27]相比,在设计姿态跟踪控制器的同时考虑了模型不确定性、外界干扰和控制力矩幅值及变化率饱和等因素的影响,且所得控制器是连续的;

2) 与文献[3-4, 7, 10-14]相比,本文提出的控制器可以推广到存在非匹配不确定性,且阶数高于二阶的系统;

3) 与文献[21, 23, 28-29]相比,通过建立描述执行机构动力学特性的低通滤波方程并结合辅助系统等方法,解决了执行器幅值及其变化率受限的问题,并且避免了前述方法中复杂的参数选择过程,也无需对虚拟控制反复求导.

1 航天器姿态跟踪运动学与动力学模型

$F_I(o_I x_I y_I z_I)$ 为地心赤道惯性坐标系,其原点 o_I 为地心; x_I 轴位于赤道平面内,并指向春分点; z_I 轴沿地球自转轴方向,且向上为正; y_I 轴与 x_I 轴和 z_I 轴构成右手直角坐标系.航天器本体坐标系为 $F_B(o_B x_B y_B z_B)$,其原点位于航天器的质心,3个坐标轴构成右手坐标系,且与航天器的3个惯性主轴重合.期望参考坐标系 $F_D(o_D x_D y_D z_D)$ 由期望跟踪信号决定.

航天器姿态运动学和动力学方程可以表示为

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{E}(\mathbf{q})\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\mathbf{q}_v^T \\ q_0 \mathbf{I}_3 + \mathbf{q}_v^\times \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}, \quad (1)$$

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} = -\boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{u} + \mathbf{d}. \quad (2)$$

其中: $\mathbf{q} = [q_0 \ \mathbf{q}_v^T]^T = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ 为航天器本体坐标系相对于惯性参考系的姿态; $\boldsymbol{\omega} \in R^{3 \times 1}$ 为在航天器本体坐标系下航天器的角速度矢量; $\mathbf{J} \in R^{3 \times 3}$ 为航天器的转动惯量矩阵; $\mathbf{u} \in R^{3 \times 1}$ 为星载执行机构的实际输出控制力矩; $\mathbf{d} \in R^{3 \times 1}$ 为外界环境干扰力矩; \mathbf{I}_3 为 3×3 单位矩阵; \mathbf{a}^\times 为由任意三维向量 $\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3]^T \in R^{3 \times 1}$ 生成的反对称矩阵,且

$$\mathbf{a}^\times = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

令 $\mathbf{q}_d = [q_{d0} \ \mathbf{q}_{dv}^T]^T = [q_{d0} \ q_{d1} \ q_{d2} \ q_{d3}]^T$ 表示期望参考坐标系相对于惯性参考系的姿态, \mathbf{q}_d^* 表示 \mathbf{q}_d 的共轭;“ \circ ”表示四元数乘法运算符; $\boldsymbol{\omega}_d \in R^{3 \times 1}$ 表示期望参考坐标系相对于惯性参考系的角速度向量,

并将其表示在期望参考坐标系下; $\tilde{\mathbf{q}}$ 和 $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$ 表示航天器本体坐标系相对于期望坐标系的误差四元数和误差角速度, 则 $\tilde{\mathbf{q}} = [\tilde{q}_0 \quad \tilde{\mathbf{q}}_v^T]^T = [\tilde{q}_0 \quad \tilde{q}_1 \quad \tilde{q}_2 \quad \tilde{q}_3]^T = \mathbf{q}_d^* \circ \mathbf{q}$, 且有

$$\mathbf{q}_d^* \circ \mathbf{q} = [q_{d0}q_0 + \mathbf{q}_{dv}^T \mathbf{q}_v, q_{d0}\mathbf{q}_v - q_0\mathbf{q}_{dv} - \mathbf{q}_{dv}^\times \mathbf{q}_v]^T, \quad (4)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}(\tilde{\mathbf{q}})\boldsymbol{\omega}_d. \quad (5)$$

其中 $\mathbf{C} = \mathbf{C}(\tilde{\mathbf{q}}) \in R^{3 \times 3}$ 表示从 F_D 到 F_B 的坐标转换矩阵, 即

$$\mathbf{C} = (\tilde{q}_0^2 - \tilde{\mathbf{q}}_v^T \tilde{\mathbf{q}}_v) \mathbf{I}_3 + 2\tilde{\mathbf{q}}_v \tilde{\mathbf{q}}_v^T - 2\tilde{q}_0 \tilde{\mathbf{q}}_v^\times. \quad (6)$$

航天器姿态跟踪系统的运动学和动力学方程为

$$\dot{\tilde{\mathbf{q}}} = \mathbf{E}(\tilde{\mathbf{q}})\tilde{\boldsymbol{\omega}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\tilde{\mathbf{q}}_v^T \\ \tilde{q}_0 \mathbf{I}_3 + \tilde{\mathbf{q}}_v^\times \end{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\omega}}, \quad (7)$$

$$\mathbf{J}\dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}} = -(\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{C}(\tilde{\mathbf{q}})\boldsymbol{\omega}_d)^\times \mathbf{J}(\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{C}(\tilde{\mathbf{q}})\boldsymbol{\omega}_d) + \mathbf{J}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}^\times \mathbf{C}(\tilde{\mathbf{q}})\boldsymbol{\omega}_d - \mathbf{C}(\tilde{\mathbf{q}})\dot{\boldsymbol{\omega}}_d) + \mathbf{u} + \mathbf{d}. \quad (8)$$

限于篇幅, 关于姿态四元数的详细介绍请参见文献[30].

为考虑转动惯量不确定性的影响, 令 $\mathbf{J} = \mathbf{J}_0 + \Delta\mathbf{J}$. 其中: \mathbf{J}_0 已知, 且为正定矩阵; $\Delta\mathbf{J}$ 表示转动惯量不确定性. 因此, 式(8)可进一步整理为

$$\begin{aligned} (\mathbf{J}_0 + \Delta\mathbf{J})\dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}} = & -(\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{C}\boldsymbol{\omega}_d)^\times (\mathbf{J}_0 + \Delta\mathbf{J})(\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{C}\boldsymbol{\omega}_d) + \\ & (\mathbf{J}_0 + \Delta\mathbf{J})(\tilde{\boldsymbol{\omega}}^\times \mathbf{C}\boldsymbol{\omega}_d - \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\omega}}_d) + \mathbf{u} + \mathbf{d}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\mathbf{J}_0\dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}} = \mathbf{F} + \mathbf{u} + \Delta\mathbf{F} + \mathbf{d} = \mathbf{F} + \mathbf{u} + \boldsymbol{\delta}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F} = & -(\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{C}\boldsymbol{\omega}_d)^\times \mathbf{J}_0(\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{C}\boldsymbol{\omega}_d) + \\ & \mathbf{J}_0(\tilde{\boldsymbol{\omega}}^\times \mathbf{C}\boldsymbol{\omega}_d - \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\omega}}_d), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{F} = & -(\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{C}\boldsymbol{\omega}_d)^\times \Delta\mathbf{J}(\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{C}\boldsymbol{\omega}_d) + \\ & \Delta\mathbf{J}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}^\times \mathbf{C}\boldsymbol{\omega}_d - \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\omega}}_d) - \Delta\mathbf{J}\dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\delta} = \Delta\mathbf{F} + \mathbf{d}. \quad (13)$$

其中: $\boldsymbol{\delta} = [\delta_1 \quad \delta_2 \quad \delta_3]^T$ 表示系统总干扰; 正定矩阵 \mathbf{J}_0 满足关系

$$\lambda_{\min}(\mathbf{J}_0)\|\mathbf{x}\|_2^2 \leq \mathbf{x}^T \mathbf{J}_0 \mathbf{x} \leq \lambda_{\max}(\mathbf{J}_0)\|\mathbf{x}\|_2^2. \quad (14)$$

其中: $\mathbf{x} \in R^{3 \times 1}$, $\|\cdot\|_2$ 表示向量或矩阵的2-范数, $\lambda_{\min}(\mathbf{J}_0)$ 和 $\lambda_{\max}(\mathbf{J}_0)$ 表示 \mathbf{J}_0 的最小和最大特征值.

假设1^[14] 对于转动惯量矩阵 \mathbf{J} , 期望参考坐标系的角速度矢量 $\boldsymbol{\omega}_d$ 及其导数 $\dot{\boldsymbol{\omega}}_d$, 以及外界干扰力矩 \mathbf{d} 均为有界量, 系统总干扰 $\boldsymbol{\delta}$ (式(13)) 满足约束

$$\|\boldsymbol{\delta}\|_2 \leq c_1 + c_2 \|\tilde{\boldsymbol{\omega}}\|_2^2. \quad (15)$$

其中: $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$ 为角速度跟踪误差, c_1 和 c_2 均为未知正数.

为满足控制力矩幅值及变化率的饱和约束, 建立

如下具有低通滤波形式的执行器动态方程:

$$\dot{\mathbf{u}} = -k_c \mathbf{u} + \text{sat}(\mathbf{u}_c); \quad (16)$$

$$\text{sat}(\mathbf{u}_c) = [\text{sat}(u_{c1}), \text{sat}(u_{c2}), \text{sat}(u_{c3})]^T; \quad (17)$$

$$\text{sat}(u_{ci}) = \begin{cases} U_{\max}, & u_{ci} \geq U_{\max}; \\ u_{ci}, & -U_{\max} < u_{ci} < U_{\max}; \\ -U_{\max}, & u_{ci} \leq -U_{\max}. \end{cases} \quad (18)$$

其中: $i = 1, 2, 3$; $k_c \geq 1$; $\mathbf{u}_c \in R^{3 \times 1}$ 为待设计控制指令信号; $\text{sat}(u_{ci})$ 为限幅函数; U_{\max} 为 u_{ci} 的最大值; \mathbf{u} 的初始值为零, 即 $\mathbf{u}(0) = \mathbf{0}$.

注1 式(16)的解可以表示为

$$\begin{aligned} u_i(t) = & e^{-k_c t} u_i(0) + \int_0^t e^{-k_c(t-\tau)} \text{sat}(u_{ci}) d\tau \leq \\ & e^{-k_c t} |u_i(0)| + \frac{U_{\max}}{k_c} (1 - e^{-k_c t}) \leq \\ & \frac{U_{\max}}{k_c}. \end{aligned} \quad (19)$$

其中: $u_i(0) = 0, i = 1, 2, 3$. 因为 U_{\max} 为有限值, 若 $k_c \geq 1$, 则 $\mathbf{u}(t)$ 必有界. 此外, 由于

$$\|\dot{\mathbf{u}}\|_2 \leq \|k_c \mathbf{u}\|_2 + \|\text{sat}(\mathbf{u}_c)\|_2 \leq 2\sqrt{3}U_{\max}, \quad (20)$$

$\dot{\mathbf{u}}(t)$ 也是有界的. 由此可知, 若设计控制信号 \mathbf{u}_c 使闭环系统(7)、(8)和(16)稳定, 则可以使执行器输出力矩 $\mathbf{u}(t)$ 及其变化率 $\dot{\mathbf{u}}(t)$ 都是饱和的.

控制目标: 针对存在模型不确定性、干扰力矩和控制力矩幅值及变化率受限等约束的刚体航天器进行姿态跟踪控制器设计, 即等价于针对系统(7)、(8)和(16)设计控制律 \mathbf{u}_c , 确保其在系统不确定性 $\boldsymbol{\delta}$ (式(13)) 存在的条件下是稳定的, 且系统跟踪误差 $\tilde{\mathbf{q}}$ 和 $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$ 能够最终收敛于期望平衡点附近的微小邻域.

2 控制器设计

为了便于下文进行控制器设计及其稳定性分析, 首先给出如下引理.

引理1^[23] 对于双曲正切函数, 有

$$0 \leq |x| - x \tanh\left(\frac{x}{\varepsilon}\right) \leq k_u \varepsilon. \quad (21)$$

其中: $k_u = 0.2785$, ε 为任意正数, $x \in R$.

引理2 考虑系统(7)和(8), 若 $\tilde{\boldsymbol{\omega}} + k\tilde{\mathbf{q}}_v = \mathbf{0}$ 成立, 且 $k > 0$, 则跟踪误差 $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$ 和 $\tilde{\mathbf{q}}_v$ 可以指数趋近于原点.

证明 姿态跟踪系统(7)和(8)的平衡点包括 $\{\tilde{\mathbf{q}} = [\pm 1 \quad \mathbf{0}_{3 \times 1}^T]^T, \tilde{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{0}\}$.

对于 $\{\tilde{\mathbf{q}} = [-1 \quad \mathbf{0}_{3 \times 1}^T]^T, \tilde{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{0}\}$, 选取李雅普诺夫函数 $V_1 = \tilde{\mathbf{q}}_v^T \tilde{\mathbf{q}}_v + (1 + \tilde{q}_0)^2$, 对其求导得 $\dot{V}_1 = k\tilde{\mathbf{q}}_v^T \tilde{\mathbf{q}}_v > 0$. 由李雅普诺夫稳定性理论可知, 该平衡点不稳定, 系统中可能存在的任意小的干扰均能导致系统状态远离该平衡点. 对于 $\{\tilde{\mathbf{q}} = [1 \quad \mathbf{0}_{3 \times 1}^T]^T, \tilde{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{0}\}$, 选取李雅普诺夫函数 $V_2 = \tilde{\mathbf{q}}_v^T \tilde{\mathbf{q}}_v + (1 - \tilde{q}_0)^2$, 并求导

得 $\dot{V}_2 \leq -k\tilde{\mathbf{q}}_v^T \tilde{\mathbf{q}}_v < 0$. 因此, 该平衡点是稳定的, 所以 $\tilde{q}_0 > 0$ 能在有限时间内实现. 进而可知, $(1 - \tilde{q}_0)^2 - \tilde{\mathbf{q}}_v^T \tilde{\mathbf{q}}_v = 2\tilde{q}_0(\tilde{q}_0 - 1) \leq 0$ 以及 $V_2 \leq 2\tilde{\mathbf{q}}_v^T \tilde{\mathbf{q}}_v$ 成立, 所以有 $\dot{V}_2 \leq -\frac{1}{2}kV_2$. 基于李雅普诺夫稳定性理论可知, $\tilde{\omega}$ 和 $\tilde{\mathbf{q}}_v$ 将指数收敛于原点. \square

自适应反步滑模姿态跟踪控制器的详细设计过程如下所示.

通过引入执行器动力学方程(16), 以确保控制力矩输出值及其变化率均满足期望的幅值限制. 但由于此时系统不确定性 δ 与 \mathbf{u}_c 位于不同通道, 因而呈现非匹配特性. 此外, 由于系统阶次的提高, 一般的滑模变结构控制方法^[3-4,7,10-14] 不再适用. 因此, 本文考虑在滑模控制方法的基础上, 通过结合反步控制、自适应控制、动态面控制和辅助系统等方法实现姿态跟踪控制器的设计, 使其既能处理模型不确定性和外界干扰力矩, 也能满足对控制输出力矩幅值及其变化率的限制. 与已有的基于反步控制和自适应控制的方法相比(如文献[16, 23, 26]等), 所设计的控制器不但可以应用于存在非匹配不确定性的高阶系统, 也具有更简洁的控制结构. 控制器的具体设计过程如下.

Step 1: 考虑系统(7)和(8), 利用跟踪误差向量 $\tilde{\omega}$ 和 $\tilde{\mathbf{q}}_v$ 构造线性滑模变量

$$\mathbf{S} = \tilde{\omega} + k\tilde{\mathbf{q}}_v, \quad (22)$$

其中 $k > 0$.

针对系统方程(7)和(8)以及滑模变量(22), 定义李雅普诺夫函数

$$V_3 = \frac{1}{2}\mathbf{S}^T \mathbf{J}_0 \mathbf{S} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^2 \frac{1}{p_n} \tilde{c}_n^2, \quad (23)$$

其中 $\tilde{c}_n = c_n - \hat{c}_n$ ($n = 1, 2$) 为对式(15)中所定义的 c_1 和 c_2 的估计误差. 对 V_3 求导得

$$\dot{V}_3 = \mathbf{S}^T [\mathbf{F} + \mathbf{u} + \delta + k\mathbf{J}_0 \dot{\tilde{\mathbf{q}}}_v] - \sum_{n=1}^2 \frac{1}{p_n} \tilde{c}_n \dot{\tilde{c}}_n. \quad (24)$$

根据反步法的设计过程, 为了能够镇定系统(7)和(8), 选取 \mathbf{u} 为虚拟控制信号, 其期望信号 \mathbf{u}_d 为

$$\mathbf{u}_d = -\mathbf{F} - k\mathbf{J}_0 \dot{\tilde{\mathbf{q}}}_v - \tau_1 \mathbf{S} + \mathbf{u}_a, \quad (25)$$

$$\mathbf{u}_a = -\hat{u} \tanh\left(\frac{3k_u \hat{u} \mathbf{S}}{\varepsilon}\right), \quad (26)$$

$$\hat{u} = \hat{c}_1 + \hat{c}_2 \|\tilde{\omega}\|_2^2, \quad (27)$$

$$\dot{\hat{c}}_1 = p_1 (\|\mathbf{S}\|_2 - \chi_1 \hat{c}_1), \quad (28)$$

$$\dot{\hat{c}}_2 = p_2 (\|\mathbf{S}\|_2 \|\tilde{\omega}\|_2^2 - \chi_2 \hat{c}_2). \quad (29)$$

其中: k 的定义见式(22), τ_1 ($\tau_1 > 1/2$)、 p_1 、 p_2 、 χ_1 、 χ_2 和 ε 均为正常数, $k_u = 0.2785$, \mathbf{u}_a 为自适应律,

\hat{c}_1 和 \hat{c}_2 分别为 c_1 和 c_2 的实时估计值. 双曲正切函数 $\tanh(\cdot)$ 的定义为

$$\tanh(\mathbf{x}) = [\tanh(x_1), \tanh(x_2), \tanh(x_3)]^T, \quad (30)$$

其中 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3]^T \in R^{3 \times 1}$.

本文利用动态面控制法以避免控制器中直接包含虚拟控制 \mathbf{u}_d 的导数项, 并构造如下—阶滤波器:

$$\tau_2 \dot{\mathbf{Y}}_d + \mathbf{Y}_d = \mathbf{u}_d, \quad \mathbf{Y}_d(0) = \mathbf{u}_d(0). \quad (31)$$

其中: \mathbf{Y}_d 为滤波器的状态变量, \mathbf{u}_d 为输入, $0 < \tau_2 < 1$. 由此, 定义滤波误差向量 $\mathbf{y}_1 = \mathbf{Y}_d - \mathbf{u}_d$, 则 $\dot{\mathbf{Y}}_d = (\mathbf{u}_d - \mathbf{Y}_d)/\tau_2$. \mathbf{y}_1 的导数可计算为

$$\dot{\mathbf{y}}_1 = \frac{\mathbf{u}_d - \mathbf{Y}_d}{\tau_2} - \dot{\mathbf{u}}_d = -\frac{\mathbf{y}_1}{\tau_2} - \dot{\mathbf{u}}_d. \quad (32)$$

Step 2: 基于执行器的动态方程(16)和式(31), 构造中间变量

$$\mathbf{z}_1 = \mathbf{u} - \mathbf{Y}_d. \quad (33)$$

利用式(16)和(31), 并对 \mathbf{z}_1 求导, 得

$$\dot{\mathbf{z}}_1 = \dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{Y}}_d = -k_c \mathbf{u} - \dot{\mathbf{Y}}_d + \mathbf{u}_c + \Delta \mathbf{u}_c. \quad (34)$$

其中: 饱和函数 $\text{sat}(\mathbf{u}_c)$ 如式(17)和(18)所定义, $\Delta \mathbf{u}_c = \text{sat}(\mathbf{u}_c) - \mathbf{u}_c$ 表示由 \mathbf{u}_c 的饱和特性引起的控制偏差. 为处理 \mathbf{u}_c 的饱和问题, 引入辅助系统

$$\dot{\zeta} = \begin{cases} \varepsilon_0, & \|\zeta\|_1 = 0; \\ -k_1 \zeta - \frac{f_0}{\|\zeta\|_1} \cdot \text{sgn}(\zeta) + \Delta \mathbf{u}_c, & \|\zeta\|_1 \neq 0. \end{cases} \quad (35)$$

其中: $\varepsilon_0 = [\varepsilon_{01}, \varepsilon_{02}, \varepsilon_{03}]^T$, ε_{01} 、 ε_{02} 和 ε_{03} 均为正, 且远小于 1; $\zeta \in R^{3 \times 1}$; $f_0 = |\mathbf{S}^T \Delta \mathbf{u}_c| + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{u}_c^T \Delta \mathbf{u}_c$; $k_1 > 0$; $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数; $\Delta \mathbf{u}_c$ 如式(34)中所定义; 假设辅助系统初值满足 $\|\zeta(0)\|_1 \neq 0$.

基于上述, 得到 \mathbf{u}_c 的具体设计形式为

$$\mathbf{u}_c = k_c \mathbf{u} + \dot{\mathbf{Y}}_d - \tau_3 \mathbf{z}_1 - \frac{1}{2} \mathbf{z}_1 - k_2 \zeta - \mathbf{S}. \quad (36)$$

其中: τ_3 和 k_2 均为正常数, 且 k_2 满足 $k_1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} k_2^2 > 0$; k_1 如式(35)所定义; k_c 如式(16)所定义.

综上, 有如下定理成立.

定理 1 对于系统(7)、(8)和(16), 若假设 1 成立, 辅助系统如式(35)所定义, 控制器设计如式(25)~(29)和(36)所示, 则闭环系统是半全局最终一致有界稳定的, 且 $\tilde{\omega}$ 和 $\tilde{\mathbf{q}}_v$ 将最终收敛于原点附近的微小邻域内.

证明 考虑 $\|\zeta\|_1 \neq 0$, 定义李雅普诺夫函数

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2} \mathbf{z}_1^T \mathbf{z}_1 + \frac{1}{2} \mathbf{y}_1^T \mathbf{y}_1 + \frac{1}{2} \zeta^T \zeta, \quad (37)$$

对其求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 = & \mathbf{S}^T \mathbf{J}_0 \dot{\mathbf{S}} - \sum_{n=1}^2 \frac{1}{p_n} \tilde{c}_n \dot{\hat{c}}_n + \mathbf{z}_1^T \dot{\mathbf{z}}_1 + \\ & \mathbf{y}_1^T \dot{\mathbf{y}}_1 + \boldsymbol{\zeta}^T \dot{\boldsymbol{\zeta}}. \end{aligned} \quad (38)$$

代入控制器 $\mathbf{u}_d, \mathbf{u}_c$ 和辅助系统(35)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 = & \mathbf{S}^T (\boldsymbol{\delta} + \mathbf{y}_1 + \mathbf{z}_1 - \tau_1 \mathbf{S} + \mathbf{u}_a) - \sum_{n=1}^2 \frac{1}{p_n} \tilde{c}_n \dot{\hat{c}}_n + \\ & \mathbf{z}_1^T \left(\Delta \mathbf{u}_c - \tau_3 \mathbf{z}_1 - \frac{1}{2} \mathbf{z}_1 - k_2 \boldsymbol{\zeta} - \mathbf{S} \right) + \mathbf{y}_1^T \left(-\frac{\mathbf{y}_1}{\tau_2} - \dot{\mathbf{u}}_d \right) + \boldsymbol{\zeta}^T \left[-k_1 \boldsymbol{\zeta} - \frac{f_0}{\|\boldsymbol{\zeta}\|_1} \cdot \text{sgn}(\boldsymbol{\zeta}) + \Delta \mathbf{u}_c \right]. \end{aligned} \quad (39)$$

将式(39)整理为

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 \leq & -\tau_1 \mathbf{S}^T \mathbf{S} + \mathbf{S}^T (\boldsymbol{\delta} + \mathbf{u}_a) - \sum_{n=1}^2 \frac{1}{p_n} \tilde{c}_n \dot{\hat{c}}_n + \mathbf{S}^T \mathbf{y}_1 - \\ & \tau_3 \mathbf{z}_1^T \mathbf{z}_1 - \frac{1}{2} \mathbf{z}_1^T \mathbf{z}_1 - k_2 \mathbf{z}_1^T \boldsymbol{\zeta} - \frac{1}{\tau_2} \mathbf{y}_1^T \mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_1^T \dot{\mathbf{u}}_d - \\ & k_1 \boldsymbol{\zeta}^T \boldsymbol{\zeta} - \frac{1}{2} \Delta \mathbf{u}_c^T \Delta \mathbf{u}_c + \boldsymbol{\zeta}^T \Delta \mathbf{u}_c. \end{aligned} \quad (40)$$

基于Young不等式^[23],有

$$\mathbf{S}^T \mathbf{y}_1 \leq \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{S} + \frac{1}{2} \mathbf{y}_1^T \mathbf{y}_1, \quad (41)$$

$$-k_2 \mathbf{z}_1^T \boldsymbol{\zeta} \leq \frac{1}{2} \mathbf{z}_1^T \mathbf{z}_1 + \frac{1}{2} k_2^2 \boldsymbol{\zeta}^T \boldsymbol{\zeta}, \quad (42)$$

$$-\mathbf{y}_1^T \dot{\mathbf{u}}_d \leq \frac{1}{2} \mathbf{y}_1^T \mathbf{y}_1 + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}_d^T \dot{\mathbf{u}}_d, \quad (43)$$

$$\boldsymbol{\zeta}^T \Delta \mathbf{u}_c \leq \frac{1}{2} \boldsymbol{\zeta}^T \boldsymbol{\zeta} + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{u}_c^T \Delta \mathbf{u}_c. \quad (44)$$

所以

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 \leq & -\left(\tau_1 - \frac{1}{2}\right) \mathbf{S}^T \mathbf{S} + \mathbf{S}^T (\boldsymbol{\delta} + \mathbf{u}_a) - \\ & \sum_{n=1}^2 \frac{1}{p_n} \tilde{c}_n \dot{\hat{c}}_n - \left(\frac{1}{\tau_2} - 1\right) \mathbf{y}_1^T \mathbf{y}_1 - \tau_3 \mathbf{z}_1^T \mathbf{z}_1 - \\ & \left(k_1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} k_2^2\right) \boldsymbol{\zeta}^T \boldsymbol{\zeta} + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}_d^T \dot{\mathbf{u}}_d. \end{aligned} \quad (45)$$

基于假设1和自适应控制器(26),可得

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^T (\boldsymbol{\delta} + \mathbf{u}_a) - \sum_{n=1}^2 \frac{1}{p_n} \tilde{c}_n \dot{\hat{c}}_n \leq & (c_1 + c_2 \|\tilde{\boldsymbol{\omega}}\|_2^2) \|\mathbf{S}\|_2 - \hat{u} \|\mathbf{S}\|_2 + \hat{u} \|\mathbf{S}\|_1 - \\ & \hat{u} \mathbf{S}^T \tanh\left(\frac{3k_u \hat{u} \mathbf{S}}{\varepsilon}\right) - \sum_{n=1}^2 \frac{1}{p_n} \tilde{c}_n \dot{\hat{c}}_n \leq \\ & (\tilde{c}_1 + \tilde{c}_2 \|\tilde{\boldsymbol{\omega}}\|_2^2) \|\mathbf{S}\|_2 + \hat{u} \|\mathbf{S}\|_1 - \\ & \hat{u} \mathbf{S}^T \tanh\left(\frac{3k_u \hat{u} \mathbf{S}}{\varepsilon}\right) - \sum_{n=1}^2 \frac{1}{p_n} \tilde{c}_n \dot{\hat{c}}_n, \end{aligned} \quad (46)$$

其中 \hat{u} 非负,且利用了 $\|\mathbf{S}\|_2 \leq \|\mathbf{S}\|_1$ 的特性.

基于引理1,可得如下结论:

$$\begin{aligned} \hat{u} \|\mathbf{S}\|_1 - \hat{u} \mathbf{S}^T \tanh\left(\frac{3k_u \hat{u} \mathbf{S}}{\varepsilon}\right) = & \frac{1}{3k_u} \sum_{i=1}^3 \left(3k_u |S_i| \hat{u} - 3k_u S_i \hat{u} \tanh\left(\frac{3k_u \hat{u} S_i}{\varepsilon}\right) \right) \leq \\ & \sum_{i=1}^3 \frac{\varepsilon}{3} = \varepsilon. \end{aligned} \quad (47)$$

将式(47)代入(46)可得

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^T (\boldsymbol{\delta} + \mathbf{u}_a) - \sum_{n=1}^2 \frac{1}{p_n} \tilde{c}_n \dot{\hat{c}}_n \leq & (\tilde{c}_1 + \tilde{c}_2 \|\tilde{\boldsymbol{\omega}}\|_2^2) \|\mathbf{S}\|_2 + \varepsilon - \sum_{n=1}^2 \frac{1}{p_n} \tilde{c}_n \dot{\hat{c}}_n \leq \\ & - \sum_{n=1}^2 \chi_n (\hat{c}_n - c_n) \hat{c}_n + \varepsilon. \end{aligned} \quad (48)$$

利用 $-(\hat{c}_n - c_n) \hat{c}_n \leq -\left(\hat{c}_n - \frac{c_n}{2}\right)^2 + \frac{c_n^2}{2}$, 可得

$$\begin{aligned} - \sum_{n=1}^2 \chi_n (\hat{c}_n - c_n) \hat{c}_n \leq & - \sum_{n=1}^2 \chi_n \left(\hat{c}_n - \frac{1}{2} c_n\right)^2 + \sum_{n=1}^2 \frac{1}{2} \chi_n c_n^2 \leq \\ & - \sum_{n=1}^2 \chi_n (|\hat{c}_n - c_n|)^2 + \\ & \sum_{n=1}^2 \left(\frac{1}{2} \chi_n c_n^2 + \chi_n (|\hat{c}_n - c_n|)^2\right) \leq \\ & - \sum_{n=1}^2 \chi_n \tilde{c}_n^2 + \sum_{n=1}^2 \frac{3}{2} \chi_n c_n^2. \end{aligned} \quad (49)$$

根据式(28)和(29)的低通滤波特性,可知 $\hat{c}_n \geq 0$ 恒成立. 式(45)可整理为

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 \leq & -\left(\tau_1 - \frac{1}{2}\right) \mathbf{S}^T \mathbf{S} - \left(\frac{1}{\tau_2} - 1\right) \mathbf{y}_1^T \mathbf{y}_1 - \tau_3 \mathbf{z}_1^T \mathbf{z}_1 - \\ & \left(k_1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} k_2^2\right) \boldsymbol{\zeta}^T \boldsymbol{\zeta} + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}_d^T \dot{\mathbf{u}}_d - \\ & \sum_{n=1}^2 \chi_n \tilde{c}_n^2 + \sum_{n=1}^2 \frac{3}{2} \chi_n c_n^2 + \varepsilon. \end{aligned} \quad (50)$$

\mathbf{u}_d 的导数为

$$\dot{\mathbf{u}}_d = -\dot{\mathbf{F}} - k \mathbf{J}_0 \ddot{\mathbf{q}}_v - \tau_1 \dot{\mathbf{S}} + \dot{\mathbf{u}}_a. \quad (51)$$

$\dot{\mathbf{u}}_d$ 中含有 $\ddot{\mathbf{q}}_v, \dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}, \dot{\mathbf{z}}_1, \dot{\mathbf{y}}_1, \dot{\hat{c}}_1$ 和 $\dot{\hat{c}}_2$ 等变量. 考虑闭集合 $\Pi = \{(\tilde{\boldsymbol{\omega}}, \tilde{\mathbf{q}}_v, \mathbf{J}, \mathbf{z}_1, \mathbf{y}_1, \boldsymbol{\zeta}, \tilde{c}_1, \tilde{c}_2) : V_4 \leq p, \forall p > 0\}$, 则在 Π 中, $\|\dot{\mathbf{u}}_d\|_2 \leq M_1$ 成立 ($M_1 > 0$). 因此,

$$\dot{V}_4 \leq -\left(\tau_1 - \frac{1}{2}\right) \mathbf{S}^T \mathbf{S} - \tau_3 \mathbf{z}_1^T \mathbf{z}_1 -$$

$$\left(\frac{1}{\tau_2} - 1\right) \mathbf{y}_1^T \mathbf{y}_1 - 2\left(k_1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}k_2^2\right) \boldsymbol{\zeta}^T \boldsymbol{\zeta} - \sum_{n=1}^2 \chi_n \tilde{c}_n^2 + \sum_{n=1}^2 \frac{3}{2} \chi_n c_n^2 + \varepsilon + \frac{1}{2} M_1^2. \quad (52)$$

进一步整理得

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 \leq & -\frac{2\left(\tau_1 - \frac{1}{2}\right)}{\lambda_{\max}(\mathbf{J}_0)} \left(\frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{J}_0 \mathbf{S}\right) - \sum_{n=1}^2 2\chi_n p_n \left(\frac{\tilde{c}_n^2}{2p_n}\right) - \\ & 2\tau_3 \left(\frac{1}{2} \mathbf{z}_1^T \mathbf{z}_1\right) - 2\left(\frac{1}{\tau_2} - 1\right) \left(\frac{1}{2} \mathbf{y}_1^T \mathbf{y}_1\right) - \\ & 2\left(k_1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}k_2^2\right) \left(\frac{1}{2} \boldsymbol{\zeta}^T \boldsymbol{\zeta}\right) + \chi_0 \leq \\ & -\lambda_0 V_4 + \chi_0, \end{aligned} \quad (53)$$

其中 $\lambda_0 = \min\left\{2\left(\tau_1 - \frac{1}{2}\right)/\lambda_{\max}(\mathbf{J}_0), 2\chi_1 p_1, 2\chi_2 p_2, 2\tau_3, 2\left(\frac{1}{\tau_2} - 1\right), 2\left(k_1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}k_2^2\right)\right\}$ 和 $\chi_0 = \sum_{n=1}^2 \frac{3}{2} \chi_n c_n^2 + \varepsilon + \frac{1}{2} M_1^2$ 均为正数. 选取控制参数, 使得 $\lambda_0 \geq \chi_0/p$, 则 $\dot{V}_4(t) \leq -(\chi_0/p)p + \chi_0 = 0$ 成立. 只要 $V_4(0) \leq p$, 则 $V_4(t) \leq p$ 恒成立. 由式(53)可得

$$0 \leq V_4(t) \leq \frac{\chi_0}{\lambda_0} + \left(V_4(0) - \frac{\chi_0}{\lambda_0}\right) \exp(-\lambda_0 t), \quad (54)$$

其中 $t > 0$.

式(54)表明, $V_4(t) \leq \chi_0/\lambda_0$ 恒成立, 所以 \mathbf{S} 、 \tilde{c}_1 、 \tilde{c}_2 、 \mathbf{z}_1 、 \mathbf{y}_1 和 $\boldsymbol{\zeta}$ 是半全局最终一致有界稳定的. 基于关系式

$$V_4^{\frac{\beta+1}{2}} \geq V_3^{\frac{\beta+1}{2}} \geq \left(\frac{\lambda_{\min}(\mathbf{J}_0)}{2}\right)^{\frac{\beta+1}{2}} \|\mathbf{S}\|_2^{\beta+1}, \quad (55)$$

可知

$$|S_i| \leq \varphi_i = \left(\frac{2\chi_0}{\lambda_0 \lambda_{\min}(\mathbf{J}_0)}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (56)$$

其中 $0 \leq \beta \leq 1$.

对于 \tilde{q}_i 和 $\tilde{\omega}_i$ ($i = 1, 2, 3$), 根据滑模变量的定义(22), 可知 $\tilde{\omega}_i + k\tilde{q}_i = S_i$, 整理得 $\tilde{\omega}_i + (k - S_i/\tilde{q}_i)\tilde{q}_i = 0$. 若系统状态满足 $|S_i/\tilde{q}_i| < k$, 则 $\tilde{\omega}_i + (k - S_i/\tilde{q}_i)\tilde{q}_i$ 具有线性滑模面的形式, 根据引理2, \tilde{q}_i 和 $\tilde{\omega}_i$ 将渐近趋近于原点. 该收敛过程将持续至系统状态满足 $|S_i/\tilde{q}_i| \geq k$, 即 $|\varphi_i/\tilde{q}_i| \geq k$ 时结束. 因此, 稳态跟踪误差满足 $|\tilde{q}_i| \leq \varphi_i/k$ 以及 $|\tilde{\omega}_i| \leq |S_i| + k|\tilde{q}_i| \leq 2\varphi_i$.

根据辅助系统的定义(35), $\boldsymbol{\zeta}$ 和 $\Delta \mathbf{u}_c$ 之间可能存在的状态组合包括: 1) $\|\boldsymbol{\zeta}\|_1 \neq 0, \Delta \mathbf{u}_c \neq \mathbf{0}$; 2) $\|\boldsymbol{\zeta}\|_1 = 0, \Delta \mathbf{u}_c \neq \mathbf{0}$ 或 $\Delta \mathbf{u}_c = \mathbf{0}$; 3) $\|\boldsymbol{\zeta}\|_1 \neq 0, \Delta \mathbf{u}_c = \mathbf{0}$. 在初始时刻, 由于跟踪误差信号幅值较大, 易导致控制信号饱和, 则 $u_{ci} = \pm U_{\max}$ ($i = 1, 2, 3$), $\Delta \mathbf{u}_c \neq \mathbf{0}$. 由前述证明过程可知, 通过选取合适控制参数, 误差信号将向期望平衡点收敛. 此后, 可能出现 $\|\boldsymbol{\zeta}\|_1 = 0$ 的

情况. 但由于 $\dot{\boldsymbol{\zeta}} = \boldsymbol{\varepsilon}_0, \boldsymbol{\varepsilon}_{01}, \boldsymbol{\varepsilon}_{02}$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}_{03}$ 均为正, 辅助系统状态变量 $\boldsymbol{\zeta}$ 将在任意小的时间内离开 $\|\boldsymbol{\zeta}\|_1 = 0$, 达到 $\|\boldsymbol{\zeta}\|_1 \neq 0$. 若此时 $\Delta \mathbf{u}_c \neq \mathbf{0}$, 则系统再次进入第一种状态. 辅助系统在上述两种状态之间经过有限次切换, 最终达到 $\Delta \mathbf{u}_c = \mathbf{0}$ 且 $\|\boldsymbol{\zeta}\|_1 \neq 0$. 选取李雅普诺夫函数 $V = \frac{1}{2} \boldsymbol{\zeta}^T \boldsymbol{\zeta}$, 对其求导得 $\dot{V} = -k_1 \boldsymbol{\zeta}^T \boldsymbol{\zeta} < 0$. 根据李雅普诺夫稳定性理论, 在系统达到稳态之后, $\boldsymbol{\zeta}$ 将渐近趋于零点, 系统将保持在 $\|\boldsymbol{\zeta}\|_1 \neq 0$ 且 $\Delta \mathbf{u}_c = \mathbf{0}$ 的状态, 此时姿态跟踪控制系统的稳定性分析仍如前所述. \square

注2 受已有文献[23]的启发, 本文在 Step 1 中基于自适应控制器处理未知的系统不确定性, 但与文献[23]不同的是, 式(26)能够处理的系统不确定性可以具有如式(15)所述的多项式形式的上界函数.

注3 根据上述分析, 在控制过程中, 辅助系统的状态变量 $\boldsymbol{\zeta}$ 存在有限次的状态切换. 但由于执行器动态方程(16)所具有的滤波特性, 执行器输出力矩 $\mathbf{u}(t)$ 及其变化率 $\dot{\mathbf{u}}(t)$ 能够始终满足严格的幅值约束, 如式(19)和(20)所示. 因此, 无论在稳态还是过渡过程, 可以确保执行器具有良好的能耗特性和时域特性.

3 仿真验证

为验证本文控制算法的有效性, 进行如下仿真实验. 根据文献[23]确定控制系统的初始状态, 包括转动惯量的已知部分 $\mathbf{J}_0 = [20, 1.2, 0.9; 1.2, 17, 1.4; 0.9, 1.4, 15] \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 转动惯量不确定性 $\Delta \mathbf{J} = 0.1 \mathbf{J}_0$, 航天器初始姿态四元数 $\mathbf{q}(0) = [0.7467, -0.4, -0.35, -0.4]^T$, 航天器的初始角速度矢量 $\boldsymbol{\omega}(0) = [0.2, 0.2, 0.2]^T \text{ rad/s}$, 期望坐标系的初始姿态四元数 $\mathbf{q}_d(0) = [0.9206, 0.2, -0.15, 0.3]^T$, 以及角速度矢量 $\boldsymbol{\omega}_d = 0.1 \times [\sin(0.2\pi t), \sin(0.2\pi t), \sin(0.2\pi t)]^T \text{ rad/s}$. 干扰力矩根据文献[3]和[23]确定, 即 $\mathbf{d} = 0.01 \times [\sin t + 1, \cos t - 2, \sin(2t) - 2]^T \text{ N} \cdot \text{m}$.

控制参数具体设置为: $k_c = 1, U_{\max} = 2 \text{ N} \cdot \text{m}$, $k = 1, \varepsilon = 0.005, p_1 = p_2 = 0.1, \chi_1 = \chi_2 = 0.001$, $\tau_1 = 30, \tau_2 = 0.025, \tau_3 = 40, k_1 = 10, k_2 = 0.3, \boldsymbol{\zeta}(0) = [1, 1, 1]^T, \boldsymbol{\varepsilon}_0 = 10^{-4} \times [1, 1, 1]^T$. 仿真时间设置为 100 s.

仿真结果如图1~图5所示. 图1~图3表示 \tilde{q}_0 、 \tilde{q}_v 和 $\tilde{\omega}$ 的仿真结果. 由图1~图3可知, 航天器能够在 26 s 内实现对期望信号的跟踪, 且 \tilde{q}_v 和 $\tilde{\omega}$ 的稳态控制精度分别为 4×10^{-4} 和 $5 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$. 图4和图5为控制力矩 \mathbf{u} 及其变化率 $\dot{\mathbf{u}}$ 的仿真结果, 可以看出: \mathbf{u} 始终位于 $\pm 2 \text{ N} \cdot \text{m}$ 的范围内, 并最终收敛于 $\pm 1.6 \text{ N} \cdot \text{m}$ 的区间; 而 $\dot{\mathbf{u}}$ 则位于 $\pm 4 \text{ N} \cdot \text{m/s}$ 范围内, 并最终收敛于 $\pm 1 \text{ N} \cdot \text{m/s}$ 的区间.

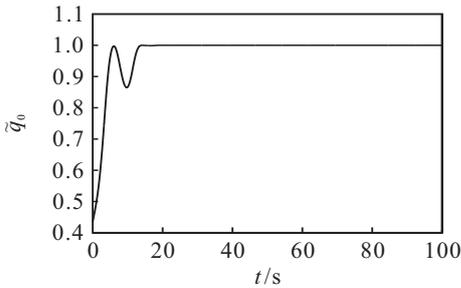


图1 误差四元数标量部分 \tilde{q}_0 的仿真曲线

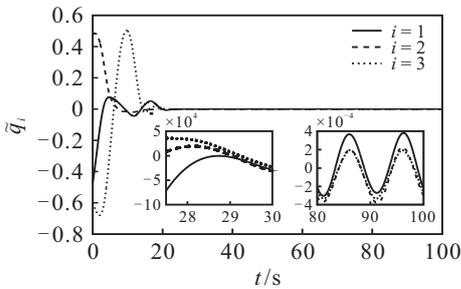


图2 误差四元数矢量部分 \tilde{q}_v 的仿真曲线

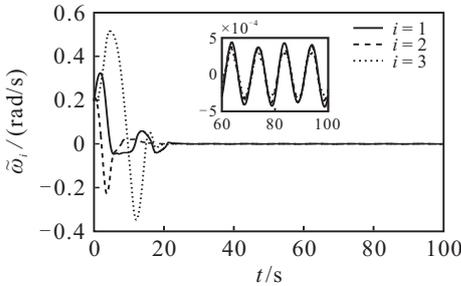


图3 误差角速度 $\tilde{\omega}$ 的仿真曲线

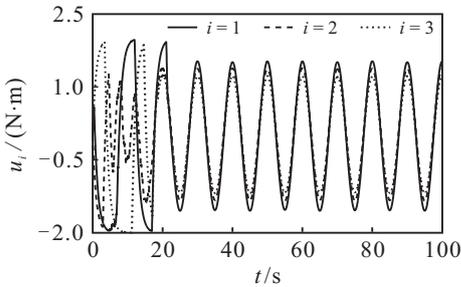


图4 实际控制力矩 u 的仿真曲线

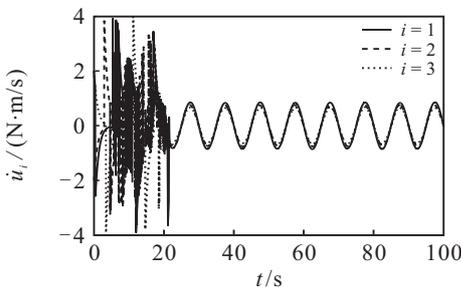


图5 控制力矩变化率 \dot{u} 的仿真曲线

将上述仿真结果与参考文献[23]中的结果进行对比,可以得到如下结论: 1) 误差四元数矢量部分 \tilde{q}_v 和误差角速度 $\tilde{\omega}$ 均能快速收敛于原点附近的微小邻域内. 与文献[23]相比,本文所设计控制器的收敛速度以及获得的稳态精度均取得了较为满意的效果.

2) 控制器是无抖振的,且满足变化速率饱和约束. 在文献[23]中,控制力矩和变化速率的饱和值分别为 $\pm 8 \text{ N} \cdot \text{m}$ 和 $\pm 4 \text{ N} \cdot \text{m/s}$. 与之相比,本文所设计算法获得的控制性能要优于文献[23],且系统收敛速度更快,验证了所提出控制算法的有效性、优越性.

4 结论

本文基于滑模控制、反步控制、自适应滑模、辅助系统和动态面控制等方法,解决了存在模型不确定性、外界干扰、执行器输出力矩幅值及变化率受限等情况下的航天器姿态跟踪控制问题,且所得控制器是无抖振的. 文中利用李雅普诺夫稳定性理论给出了严格的理论分析,证明了系统状态的半全局最终一致有界稳定性. 最后,通过数值仿真以及对仿真结果的分析验证了所设计控制器的有效性和优越性.

参考文献(References)

- [1] Zhang B, Liu K, Xiang J. A stabilized optimal nonlinear feedback control for satellite attitude tracking[J]. Aerospace Science and Technology, 2013, 27(1): 17-24.
- [2] Xiao B, Yin S, Wu L. A structure simple controller for satellite attitude tracking maneuver[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2016, 64(2): 1436-1446.
- [3] Sun L, Zheng Z. Adaptive relative pose control for autonomous spacecraft rendezvous and proximity operations with thrust misalignment and model uncertainties[J]. Advances in Space Research, 2017, 59(7): 1861-1871.
- [4] 刘锦涛, 吴文海, 李静, 等. 四旋翼无人机SO(3)滑模变结构姿态控制器设计[J]. 控制与决策, 2016, 31(6): 1057-1064.
(Liu J T, Wu W H, Li J, et al. Sliding mode variable structure attitude controller design of quadrotor UAVs on SO(3)[J]. Control and Decision, 2016, 31(6): 1057-1064.)
- [5] Kristiansen R, Nicklasson P J, Gravdahl J T. Satellite attitude control by quaternion-based backstepping[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2009, 17(1): 227-232.
- [6] Thakur D, Srikant S, Akella M R. Adaptive attitude-tracking control of spacecraft with uncertain time-varying inertia parameters[J]. J of Guidance, Control, & Dynamics, 2015, 38(1): 41-52.
- [7] Sun Z, Zheng J, Wang H, et al. Adaptive fast non-singular terminal sliding mode control for a vehicle steer-by-wire system[J]. IET Control Theory & Applications, 2017, 11(8): 1245-1254.
- [8] Swaroop D, Hedrick J K, Yip P P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems[J]. IEEE Trans on

- Automatic Control, 2000, 45(10): 1893-1899.
- [9] Zhou J, Wen C, Yang G. Adaptive backstepping stabilization of nonlinear uncertain systems with quantized input signal[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2014, 59(2): 460-464.
- [10] Wu S, Radice G, Gao Y, et al. Quaternion-based finite time control for spacecraft attitude tracking[J]. Acta Astronautica, 2011, 69(1/2): 48-58.
- [11] Yu S, Yu X, Shirinzadeh B, et al. Continuous finite time control for robotic manipulators with terminal sliding mode[J]. Automatica, 2005, 41(11): 1957-1964.
- [12] Zhou J, Yang J. Smooth sliding mode control for missile interception with finite-time convergence[J]. J of Guidance, Control, & Dynamics, 2015, 38: 1-8.
- [13] Hu Q, Li B, Qi J. Disturbance observer based finite-time attitude control for rigid spacecraft under input saturation[J]. Aerospace Science & Technology, 2014, 39: 13-21.
- [14] Lu K, Xia Y, Fu M. Controller design for rigid spacecraft attitude tracking with actuator saturation[J]. Information Sciences, 2013, 220: 343-366.
- [15] 司文杰, 王聪, 曾玮. 状态观测的未知死区非线性系统的自适应神经网络跟踪控制[J]. 控制与决策, 2017, 32(5): 780-788.
(Si W J, Wang C, Zeng W. Observed-based adaptive neural tracking control for nonlinear systems with unknown dead-zone[J]. Control and Decision, 2017, 32(5): 780-788.)
- [16] Li H, Wang L, Du H, et al. Adaptive fuzzy backstepping tracking control for strict-feedback systems with input delay[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2017, 25(3): 642-652.
- [17] De Ruiter A H J. Adaptive spacecraft attitude control with actuator saturation[J]. J of Guidance, Control, & Dynamics, 2012, 33(5): 1692-1696.
- [18] Van Soest W R, Chu Q P, Mulder J A. Combined feedback linearization and constrained model predictive control for entry flight[J]. J of Guidance, Control, & Dynamic, 2006, 29(2): 427-434.
- [19] Ran D, Chen X, Misra A K. Finite time coordinated formation control for spacecraft formation flying under directed communication topology[J]. Acta Astronautica, 2017, 136: 125-136.
- [20] Wallsgrove R J, Akella M R. Globally stabilizing saturated attitude control in the presence of bounded unknown disturbances[J]. J of Guidance, Control, & Dynamics, 2005, 28(5): 957-963.
- [21] Akella M R, Valdivia A, Kotamraju G R. Velocity-free attitude controllers subject to actuator magnitude and rate saturations[J]. J of Guidance, Control, & Dynamics, 2005, 28(4): 659-666.
- [22] Bustan D, Pariz N, Sani S K. Robust fault-tolerant tracking control design for spacecraft under control input saturation[J]. ISA Trans, 2014, 53(4): 1073-1080.
- [23] Zou A M, Kumar K D, Ruiter A H J D. Robust attitude tracking control of spacecraft under control input magnitude and rate saturations[J]. Int J of Robust & Nonlinear Control, 2016, 26(4): 799-815.
- [24] Zhang F, Duan G R. Robust adaptive integrated translation and rotation control of a rigid spacecraft with control saturation and actuator misalignment[J]. Acta Astronautica, 2013, 86: 167-187.
- [25] Du J, Hu X, Krstic M. Robust dynamic positioning of ships with disturbances under input saturation[J]. Automatica, 2016, 73: 207-214.
- [26] He W, Dong Y, Sun C. Adaptive neural impedance control of a robotic manipulator with input saturation[J]. IEEE Trans on Systems, Man, & Cybernetics Systems, 2016, 46(3): 334-344.
- [27] Wang F, Zou Q, Zong Q. Robust adaptive backstepping control for an uncertain nonlinear system with input constraint based on Lyapunov redesign[J]. Int J of Control Automation and Systems, 2017, 15(1): 212-225.
- [28] Zhang J, Xie W B, Shen M Q, et al. State augmented feedback controller design approach for T-S fuzzy system with complex actuator saturations[J]. Int J of Control Automation and Systems, 2017, 15(5): 2395-2405.
- [29] Zhang S, Wang Q, Dong C. A novel adaptive dynamic surface control scheme of hypersonic flight vehicles with thrust and actuator constraints[J]. Trans of the Institute of Measurement and Control, 2018, 40(4): 1-13.
- [30] Shuster M D. A survey of attitude representations[J]. The J of the Astronautical Sciences, 1993, 41(4): 439-517.

(责任编辑: 齐 霖)