

带有摩擦非线性的CMG框架伺服系统 有限时间自适应鲁棒控制

王璐, 郭毓[†], 姚伟, 吴益飞, 郭健

(南京理工大学自动化学院, 南京 210094)

摘要: 针对控制力矩陀螺框架伺服系统中存在的摩擦非线性及不确定性等问题, 提出一种基于终端滑模的有限时间自适应鲁棒控制律, 确保闭环控制系统跟踪误差能够在有限时间内快速收敛到包含原点在任意的任意小邻域内. 通过对不确定参数的在线估计提高系统对参数变化的鲁棒性, 并抑制外部干扰及摩擦非线性带来的不利影响. 采用 Lyapunov 稳定性理论对闭环控制系统的稳定性进行分析并证明. 通过对陀螺框架伺服控制系统进行仿真来验证所提出的控制律的有效性.

关键词: 控制力矩陀螺; 框架伺服系统; 有限时间自适应控制; 摩擦非线性

中图分类号: V448.2

文献标志码: A

Finite-time adaptive robust control for CMG gimbal servo system with friction nonlinearities

WANG Lu, GUO Yu[†], YAO Wei, WU Yi-fei, GUO Jian

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: For a control moment gyroscopes gimbal servo system with friction nonlinearities and uncertainties, a terminal sliding mode based finite-time adaptive robust control method is presented, which can guarantee that the tracking error of the closed-loop system can converge to an arbitrarily small neighborhood containing the origin. Then, parametric uncertainties are estimated online to improve the robustness of the system to parametric variation and the adverse effects of external disturbance and friction nonlinearities on the system are reduced. The stability of the closed-loop control system is analyzed and proved via the Lyapunov stability theory. The simulation results for the gyroscopes gimbal servo control system verify the effectiveness of the proposed control law.

Keywords: control moment gyroscopes; gimbal servo system; finite-time adaptive control; friction nonlinearities

0 引言

控制力矩陀螺 (Control moment gyroscope, CMG) 具有质量轻、输出力矩大、功耗低等优点, 其作为执行机构已被广泛应用于航天器姿态机动任务中. 然而, 其框架伺服系统中存在的摩擦非线性等问题, 严重制约着框架伺服系统的跟踪性能. 因此, 需要合理设计控制律, 以解决陀螺伺服系统中摩擦非线性、参数不确定性和外界干扰等问题, 从而保证框架伺服系统的高精度跟踪性能.

近年来, 国内外众多学者已对陀螺框架伺服系统

以及在其他应用中的伺服系统高精度控制问题进行了研究. 文献[1-2]将自适应控制与模糊控制、神经网络结合, 设计了控制器来逼近和补偿系统中的摩擦非线性环节, 分别实现了伺服系统及机械臂的高精度跟踪控制; 文献[3-4]建立了较为精确的陀螺框架伺服系统模型, 设计了离散扰动观测器并采用自抗扰控制方法对系统外界干扰及摩擦非线性进行了观测与补偿; 文献[5]采用改进的 LuGre 模型描述了存在于空间伸杆机构中的摩擦, 并设计了一种单观测器对摩擦参数进行估计, 减小了算法的计算复杂度; 文献[6]针

收稿日期: 2017-09-30; 修回日期: 2018-01-31.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61773211, 61673214, 61673219); 江苏省重点研发计划项目 (BE2015164, BE2017161).

责任编委: 解学军.

作者简介: 王璐 (1990—), 男, 博士生, 从事挠性航天器姿态控制、非线性控制及其应用的研究; 郭毓 (1964—), 女, 教授, 博士生导师, 从事挠性航天器姿态控制、高精度伺服系统、机器人控制技术等研究.

[†]通讯作者. E-mail: guoyu@njust.edu.cn.

对带有摩擦非线性的伺服系统,设计了一种扩张状态观测器对系统未知状态及不确定性进行估计,实现了有限时间高精度低速跟踪控制.然而,以上方法并未考虑系统参数不确定性(如惯量摄动等)对系统的影响.文献[7-8]主要针对伺服系统中存在的非线性输入死区问题,设计了自适应鲁棒有限时间控制方法,但该方法将摩擦非线性当作系统总干扰的一部分,通过采用神经网络对系统非线性项进行近似来补偿系统总扰动,对摩擦的补偿具有一定限制;文献[9]针对永磁同步电机伺服系统中的外部干扰不确定性及参数摄动问题,提出了一种基于新型滑模面的滑模控制方法,并设计了一种扩张滑模干扰观测器,用于估计包含参数不确定性及外部干扰在内的系统总扰动,其减小了系统抖振的同时提高了系统的伺服控制性能,但在设计控制器时并未考虑摩擦非线性问题且对参数信息有一定依赖.

本文主要针对带有摩擦非线性问题的CMG框架伺服系统进行研究,同时考虑系统存在参数不确定性及外部干扰的情况,设计一种基于终端滑模的有限时间自适应鲁棒控制(Finite-time adaptive robust control, FTARC)算法.本文先对摩擦模型进行分析,将摩擦分为线性和非线性两部分.针对线性部分,考虑到部分摩擦参数未知的情况,设计自适应律对其进行估计;针对非线性部分,将其作为总扰动的一部分,并针对总扰动上界未知的情况设计自适应律对其进行估计和补偿.同时,本文还针对框架伺服系统参数不确定性(如转动惯量、阻尼和摩擦参数未知或时变等情况)设计自适应律,从而实现不确定性的在线估计,最终实现框架伺服系统高精度有限时间控制.基于Lyapunov理论证明闭环控制系统跟踪误差能够在有限时间内收敛到包含原点在邻域内.最后通过框架伺服系统仿真实验验证该算法的跟踪性能.

1 CMG框架伺服系统动力学模型及控制目标

由文献[3]可知,CMG框架伺服系统动力学模型可描述为

$$J\ddot{\delta} + D\dot{\delta} + \tau_f = u + d. \quad (1)$$

其中: δ 和 $\dot{\delta}$ 分别为系统框架角和框架角速度,两者均可测; J 为框架转动惯量; D 为系统阻尼系数; d 为系统外部干扰力矩; u 为控制力矩.由于LuGre摩擦模型^[10]是一种较完善的动态摩擦模型,能够精确真实地反映实际机械系统中存在的摩擦现象^[1],本文采用

该模型描述摩擦力矩 τ_f ,即

$$\begin{cases} \tau_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{\delta}, \\ \dot{z} = \dot{\delta} - |\dot{\delta}|z/g(\dot{\delta}), \\ \sigma_0 g(\dot{\delta}) = F_c + (F_s - F_c)e^{-(\dot{\delta}/V_s)^2}. \end{cases} \quad (2)$$

其中: σ_0 为刚度系数, σ_1 为阻尼系数, σ_2 为粘性摩擦系数, z 为平均变形量, $g(\dot{\delta})$ 为摩擦效应, F_c 为库仑摩擦力矩, F_s 为最大静摩擦力矩, V_s 为Stribeck特征速度.考虑CMG框架轴摩擦等原因, J 、 D 、 σ_0 、 σ_1 和 σ_2 等参数可能是未知的.

定义框架角跟踪误差 $e = \delta - \delta_d$, δ_d 为期望框架角.令非奇异快速终端滑模面为

$$r = \dot{e} + k_1 e + k_2 f(e, l). \quad (3)$$

其中: $k_1 > 0$, $k_2 > 0$.令 $\bar{r} = \dot{e} + k_1 e + k_2 |e|^l \text{sgn}(e)$,函数 f 定义如下:

$$f(e, l) = \begin{cases} |e|^l \text{sgn}(e), & \bar{r} = 0 \text{ or } \bar{r} \neq 0, |e| \geq \bar{\mu}; \\ \zeta_1 e + \zeta_2 e^2 \text{sgn}(e), & \bar{r} \neq 0, |e| < \bar{\mu}. \end{cases} \quad (4)$$

其中: $l = g/h$, g 和 h 均为正奇数且满足 $l \in (0, 1)$; $\bar{\mu}$ 为很小的正数; $\zeta_1 = (2-l)\bar{\mu}^{l-1}$; $\zeta_2 = (l-1)\bar{\mu}^{l-2}$.

由式(3)可得

$$\dot{r} = \ddot{\delta} - \ddot{\delta}_d + k_1 \dot{e} + k_2 \dot{f}(e, l), \quad (5)$$

其中

$$\dot{f}(e, l) = \begin{cases} l|e|^{l-1} \dot{e}, & \bar{r} = 0 \text{ or } \bar{r} \neq 0, |e| \geq \bar{\mu}; \\ \zeta_1 \dot{e} + 2\zeta_2 e \text{sgn}(e) \dot{e}, & \bar{r} \neq 0, |e| < \bar{\mu}. \end{cases}$$

令 $D_m = D + \sigma_1 + \sigma_2$, $\sigma_0 g(\dot{\delta}) = g_0(\dot{\delta})$ 和 $G(\dot{\delta}) = \frac{|\dot{\delta}|}{g_0(\dot{\delta})}$,式(5)两边乘以 J 并将式(1)和(2)代入,可得

$$\begin{aligned} J\dot{r} = & -D_m \dot{\delta} - J(\ddot{\delta}_d - k_1 \dot{e} - k_2 \dot{f}(e, l)) - \\ & \sigma_0 z + \sigma_0 \sigma_1 G(\dot{\delta})z + d + u. \end{aligned} \quad (6)$$

定义 $T_d = -\sigma_0 z + \sigma_0 \sigma_1 G(\dot{\delta})z + d$ 为框架伺服系统总扰动.针对框架伺服系统动力学方程中的总外部干扰,做以下假设.

假设1 框架伺服系统受到的总干扰力矩 T_d 有界,即 $|T_d| \leq d_m$,但界 d_m 未知.

本文的控制目标是:针对式(1)和(2)描述的存在参数不确定性、外部干扰及摩擦非线性的控制力矩陀螺框架伺服系统,设计有限时间自适应鲁棒控制器,使得闭环控制系统跟踪误差能够在有限时间 T 内快速收敛到包含原点在任意小邻域内,即 $\lim_{t \rightarrow T} e(t) \in (|e(t)| \leq \Gamma_a)$ 且 $\lim_{t \rightarrow T} \dot{e}(t) \in (|\dot{e}(t)| \leq \Gamma_b)$.其

中: T 为收敛时间, Γ_a, Γ_b 为平衡点附近邻域.

2 伺服系统有限时间自适应鲁棒控制

2.1 有限时间自适应鲁棒控制律设计

针对框架伺服系统中存在的LuGre摩擦非线性、参数不确定性及外界时变干扰, 设计基于终端滑模的有限时间自适应鲁棒控制律, 对系统不确定性和干扰进行估计和补偿, 实现框架伺服系统的有限时间高精度跟踪控制. 控制系统结构框图如图1所示.

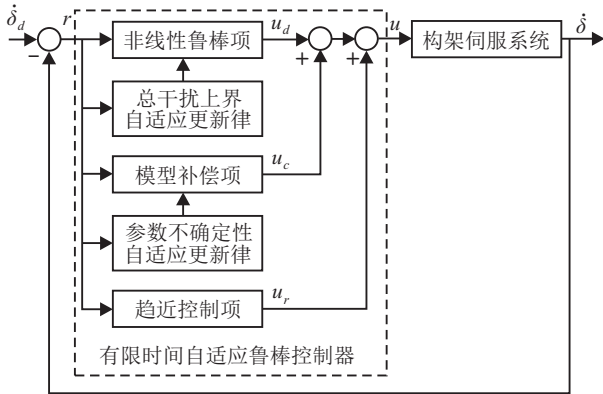


图1 CMG框架伺服控制系统结构

设计基于终端滑模的有限时间自适应鲁棒控制律为

$$u = u_c + u_r + u_d. \quad (7)$$

其中: u_c 为系统自适应模型补偿项; u_r 为趋近控制项, u_d 为非线性鲁棒项.

令 $\theta_1 = J, \theta_2 = D_m, \theta_3 = d_m, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3$ 分别为其估计值. 为补偿系统中参数不确定性的影响, 设计式(7)中的补偿项 u_c 为

$$u_c = \hat{\theta}_1(\ddot{\delta}_d - k_1\dot{e} - k_2f(e, l)) + \hat{\theta}_2\dot{\delta}. \quad (8)$$

设计趋近控制项为

$$u_r = -k_3r - k_4f(r, l_1). \quad (9)$$

其中: $k_3, k_4 > 0$; f 函数的定义如式(4)的第一部分所示; $l_1 = g_1/h_1, g_1$ 和 h_1 均为正奇数且满足 $l_1 \in (0, 1)$.

为抑制总扰动对系统的影响, 提高控制系统对总扰动的鲁棒性并减少抖振, 设计非线性鲁棒项 u_d 为

$$u_d = -\frac{\hat{\theta}_3 r}{|r| + \sigma}, \quad (10)$$

其中 $\sigma > 0$.

设计参数更新律为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\theta}}_1 = -\Gamma_1(\ddot{\delta}_d - k_1\dot{e} - k_2f(e, l))r - \Gamma_1\gamma_1\hat{\theta}_1, \\ \dot{\hat{\theta}}_2 = -\Gamma_2\dot{\delta}r - \Gamma_2\gamma_2\hat{\theta}_2, \\ \dot{\hat{\theta}}_3 = \frac{\Gamma_3 r^2}{|r| + \sigma} - \Gamma_3\gamma_3\hat{\theta}_3, \end{cases} \quad (11)$$

其中 $\Gamma_i, \gamma_i (i = 1, 2, 3)$ 均为正系数. σ, γ_i 与闭环系统跟踪误差最终收敛到的平衡点附近邻域相关.

2.2 稳定性分析

综上所述可得以下定理.

定理1 对于式(1)和(2)描述的带有摩擦CMG框架的伺服系统, 采用自适应控制律(7)~(10)和参数更新律(11)可使闭环控制系统跟踪误差在有限时间 T 内快速收敛到包含原点在内的任意小邻域内, 即 $\lim_{t \rightarrow T} e(t) \in (|e(t)| \leq \Gamma_a)$ 且 $\lim_{t \rightarrow T} \dot{e}(t) \in (|\dot{e}(t)| \leq \Gamma_b)$. 其中 Γ_a, Γ_b 为平衡点附近邻域.

证明 下面分步证明定理1.

Step 1 为证明系统状态到达滑模面后, 跟踪误差可以在有限时间内收敛到零, 选择Lyapunov函数为

$$V_0 = \frac{1}{2}e^2, \quad (12)$$

对时间求导可得

$$\dot{V}_0 = e\dot{e}.$$

系统到达滑模面后 $r = 0$, 满足 $\bar{r} = 0$ or $\bar{r} \neq 0, |e| \geq \bar{\mu}$, 此时有 $\dot{e} = -k_1e - k_2f(e, l)$, 代入 $\dot{V}_0 = e\dot{e}$ 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_0 &= -k_1e^2 - k_2e^{l+1} \leq -k_2\left(\frac{1}{2}e^2\right)^{\frac{l+1}{2}} 2^{\frac{l+1}{2}} = \\ &= -2^{\frac{l+1}{2}} k_2(V_0)^{\frac{l+1}{2}}. \end{aligned}$$

令 $\beta = 2^{\frac{l+1}{2}} k_2$, 则有

$$\dot{V}_0 + \beta V_0^p \leq 0,$$

其中 $p \in (0, 1)$. 由文献[11]中定理4.2可得 $\lim_{t \rightarrow T_a} e(t) = 0$, 且 T_a 满足

$$T_a \leq \frac{1}{\beta(1-p)} |V_0(0)|^{1-p},$$

其中 $V_0(0)$ 为 V_0 在 $t = 0$ 时刻的值.

Step 2 当系统的状态未到达滑模面时, 设计Lyapunov函数为

$$V = \frac{Jr^2}{2} + \frac{\tilde{\theta}_1^2}{2\Gamma_1} + \frac{\tilde{\theta}_2^2}{2\Gamma_2} + \frac{\tilde{\theta}_3^2}{2\Gamma_3}, \quad (13)$$

其中 $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i (i = 1, 2, 3)$ 为参数估计误差.

将式(7)~(10)代入(6)可得

$$\begin{aligned} J\dot{r} &= -\tilde{\theta}_1(\ddot{\delta}_d - k_1\dot{e} - k_2f(e, l)) - \tilde{\theta}_2\dot{\delta} + \\ &= T_a - \frac{\hat{\theta}_3 r}{|r| + \sigma} - k_3r - k_4f(r, l_1). \end{aligned} \quad (14)$$

考虑到 $\dot{\tilde{\theta}}_i = -\dot{\hat{\theta}}_i$, 求Lyapunov函数对时间的导数, 并将式(11)和(14)代入其中进行整理, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & rJ\dot{r} - \tilde{\theta}_1\Gamma_1^{-1}\dot{\hat{\theta}}_1 - \tilde{\theta}_2\Gamma_2^{-1}\dot{\hat{\theta}}_2 - \tilde{\theta}_3\Gamma_3^{-1}\dot{\hat{\theta}}_3 = \\ & -k_3r^2 - k_4|r|^{l_1+1} + T_d r - \\ & \frac{\hat{\theta}_3r^2}{|r|+\sigma} - \frac{\tilde{\theta}_3r^2}{|r|+\sigma} + \sum_{i=1}^3 \gamma_i\tilde{\theta}_i\hat{\theta}_i \leq \\ & \frac{\theta_3r^2 - \hat{\theta}_3r^2 - \tilde{\theta}_3r^2 + \theta_3\sigma|r| + \theta_3\sigma^2}{|r|+\sigma} + \\ & \sum_{i=1}^3 \gamma_i\tilde{\theta}_i\hat{\theta}_i - k_4|r|^{l_1+1}. \end{aligned}$$

进一步化简,可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -k_4|r|^{l_1+1} + \theta_3\sigma + \sum_{i=1}^3 \gamma_i\tilde{\theta}_i\hat{\theta}_i = \\ & -\frac{k_42^{\frac{l_1+1}{2}}}{|J|^{\frac{l_1+1}{2}}}\left(\frac{1}{2}Jr^2\right)^{\frac{l_1+1}{2}} - \left(\frac{\gamma_1(2\mu_1-1)\tilde{\theta}_1^2}{2\mu_1}\right)^{\frac{l_1+1}{2}} - \\ & \left(\frac{\gamma_2(2\mu_2-1)\tilde{\theta}_2^2}{2\mu_2}\right)^{\frac{l_1+1}{2}} - \left(\frac{\gamma_3(2\mu_3-1)\tilde{\theta}_3^2}{2\mu_3}\right)^{\frac{l_1+1}{2}} + \\ & \left(\frac{\gamma_1(2\mu_1-1)\tilde{\theta}_1^2}{2\mu_1}\right)^{\frac{l_1+1}{2}} + \gamma_1\tilde{\theta}_1\hat{\theta}_1 + \\ & \left(\frac{\gamma_2(2\mu_2-1)\tilde{\theta}_2^2}{2\mu_2}\right)^{\frac{l_1+1}{2}} + \gamma_2\tilde{\theta}_2\hat{\theta}_2 + \\ & \left(\frac{\gamma_3(2\mu_3-1)\tilde{\theta}_3^2}{2\mu_3}\right)^{\frac{l_1+1}{2}} + \gamma_3\tilde{\theta}_3\hat{\theta}_3 + \theta_3\sigma. \end{aligned}$$

取 $\mu_i > \frac{1}{2}, i = 1, 2, 3$, 可得

$$\begin{aligned} \gamma_i\tilde{\theta}_i\hat{\theta}_i &= \gamma_i\theta_i\hat{\theta}_i - \gamma_i\tilde{\theta}_i^2 \leq \\ \gamma_i\left(-\tilde{\theta}_i^2 + \frac{1}{2\mu_i}\tilde{\theta}_i^2 + \frac{\mu_i}{2}\theta_i^2\right) &= \\ \frac{-\gamma_i(2\mu_i-1)\tilde{\theta}_i^2}{2\mu_i} + \frac{\gamma_i\mu_i\theta_i^2}{2}. \end{aligned} \tag{15}$$

令 $m_i = \frac{\gamma_i(2\mu_i-1)\tilde{\theta}_i^2}{2\mu_i}, p_1 = \frac{l_1+1}{2}$. 当 $m_i > 1$ 时, 由式(15)可得

$$(m_i)^{p_1} + \gamma_i\tilde{\theta}_i\hat{\theta}_i \leq m_i - m_i + \frac{\gamma_i\mu_i}{2}\theta_i^2 = \frac{\gamma_i\mu_i}{2}\theta_i^2; \tag{16}$$

当 $m_i \leq 1$ 时, 由式(15)和(16)可得

$$m_i^{p_1}|_{m_i \leq 1} < m_i^{p_1}|_{m_i > 1}.$$

同理可得

$$m_i^{p_1}|_{m_i \leq 1} + \gamma_i\tilde{\theta}_i\hat{\theta}_i < m_i^{p_1}|_{m_i > 1} + \gamma_i\tilde{\theta}_i\hat{\theta}_i \leq \frac{\gamma_i\mu_i}{2}\theta_i^2. \tag{17}$$

令 $\lambda = \frac{k_42^{p_1}}{|J|^{p_1}}, \eta = \sum_{i=1}^3 \frac{\gamma_i\mu_i\theta_i^2}{2} + \theta_3\sigma, \Gamma_i = \frac{\mu_i\lambda^{\frac{1}{p_1}}}{\gamma_i(2\mu_i-1)}, i = 1, 2, 3$, 由文献[12]中引理3及式(15)

~(17)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\lambda\left(\left(\frac{Jr^2}{2}\right)^{p_1} + \left(\frac{\tilde{\theta}_1^2}{2\Gamma_1}\right)^{p_1} + \right. \\ & \left. \left(\frac{\tilde{\theta}_2^2}{2\Gamma_2}\right)^{p_1} + \left(\frac{\tilde{\theta}_3^2}{2\Gamma_3}\right)^{p_1}\right) + \eta \leq \\ & -\lambda\left(\frac{Jr^2}{2} + \frac{\tilde{\theta}_1^2}{2\Gamma_1} + \frac{\tilde{\theta}_2^2}{2\Gamma_2} + \frac{\tilde{\theta}_3^2}{2\Gamma_3}\right)^{p_1} + \eta = \\ & -\lambda V^{p_1} + \eta. \end{aligned}$$

由文献[12]中引理2可知, 闭环框架伺服系统轨迹能够在有限时间内到达

$$V^{p_1} \leq \frac{\eta}{(1-\chi)\lambda}, 0 < \chi < 1.$$

由此可得 r 能够在有限时间内收敛到平衡点附近的邻域内, 即

$$\lim_{t \rightarrow T_b} r(t) \in \left(|r(t)| \leq \left(\frac{\eta}{(1-\chi)k_4}\right)^{\frac{1}{2p_1}} = \Gamma\right),$$

其中收敛时间 T_b 满足不等式

$$T_b \leq V_{(0)}^{1-\frac{1}{2p_1}} / \left(\lambda\chi\left(1 - \frac{1}{2p_1}\right)\right),$$

这里 $0 < \chi < 1$.

Step 3 框架伺服系统跟踪误差 e 会在有限时间 T 内收敛到平衡点 ($e = 0$) 附近的邻域内. r 在有限时间内收敛到平衡点附近的邻域后, 有

$$r = \dot{e} + k_1e + k_2f(e, l) = \Delta_r, |\Delta_r| < \Gamma.$$

由式(4)可知, 当满足 $\bar{r} = 0$ or $\bar{r} \neq 0, |e| \geq \bar{\mu}$ 时 $|e| \geq \bar{\mu}$, 上式可写为 $\dot{e} + k_1e + k_2|e|^l \text{sgn}(e) = \dot{e} + k_1e + k_2e^l = \Delta_r$, 即

$$\dot{e} + \left(k_1 - \frac{\Delta_r}{2e}\right)e + \left(k_2 - \frac{\Delta_r}{2e^l}\right)e^l = 0. \tag{18}$$

当 $k_1 > \frac{\Delta_r}{2e}$ 且 $k_2 > \frac{\Delta_r}{2e^l}$ 时, 式(18)与(3)有相同形式, 结合 Step 1 可知, 框架角速度跟踪误差可以在有限时间内收敛到 $|e| < \max\left(\frac{\Delta_r}{2k_1}, \left(\frac{\Delta_r}{2k_2}\right)^{1/l}\right) = \Gamma_{a1}$. 由式(18)可得 $|\dot{e}| \leq k_1\Gamma_{a1} + k_2\Gamma_{a1}^l + \Gamma = \Gamma_{b1}$. 当满足 $\bar{r} \neq 0, |e| < \bar{\mu}$ 时有 $|e| \leq \bar{\mu} = \Gamma_{a2}$, 同理可得 $|\dot{e}| \leq k_1\Gamma_{a2} + k_2\Gamma_{a2}^l + \Gamma = \Gamma_{b2}$.

综上所述, 闭环控制系统跟踪误差能够在有限时间 $T = T_a + T_b$ 内快速收敛到包含原点在内的任意小邻域内, 即

$$\lim_{t \rightarrow T} e(t) \in (|e(t)| \leq \Gamma_a) \text{ 且 } \lim_{t \rightarrow T} \dot{e}(t) \in (|\dot{e}(t)| \leq \Gamma_b).$$

其中: $\Gamma_a = \max(\Gamma_{a1}, \Gamma_{a2}), \Gamma_b = \max(\Gamma_{b1}, \Gamma_{b2})$. \square

注1 在选择参数时, k_4 必须足够大以保证当 V 的轨迹超出平衡点附近邻域时, 有 $\dot{V} < 0$, 从而使轨迹重新回到该邻域内. 跟踪误差收敛区间边界与 η 相关, 由 η 表达式可知, 选择足够小的 $\sigma, \gamma_i (i = 1, 2, 3)$

可使该区间边界足够小,从而使系统跟踪误差尽可能小. 然而,若参数 σ 、 γ_i 太小,则会导致参数收敛速度较慢. 由此可知,闭环系统跟踪误差收敛区间越小,收敛时间越长,反之亦然. 因此需合理选择 σ 、 γ_i .

注2 本文最终证明闭环控制系统是实际有限时间稳定的,更具有工程实际意义.

3 仿真结果与分析

本节针对式(1)和(2)描述的CMG框架伺服系统进行仿真,对象参数与控制器参数如表1所示.

表1 对象及控制器参数

参数类型	参数值
对象参数	$J = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, D = 0.1 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s} / \text{rad}$ $d = 0.01\sin(0.5t) \text{ N}\cdot\text{m}, \sigma_1 = 0.3 \text{ N}\cdot\text{m}$ $\sigma_2 = 0.5 \text{ N}\cdot\text{m}, \sigma_3 = 0.06 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s} / \text{rad}$ $F_c = 0.1 \text{ N}\cdot\text{m}, F_s = 0.12 \text{ N}\cdot\text{m}$ $V_s = 0.001 \text{ rad} / \text{s}$
控制器参数	$k_1 = 10, k_2 = 0.1, k_3 = 300, k_4 = 1,$ $g = 3, h = 5, g_1 = 3, h_1 = 5, \sigma = 0.001,$ $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 1$

假设期望框架角速度分别为 $\dot{\delta}_d = 0.5 \text{ rad} / \text{s}$ 和 $\dot{\delta}_d = \frac{\pi}{3} \sin(t) \text{ rad} / \text{s}$,将5s至仿真结束的系统稳态误差均方根值作为稳态性能指标,用于比较本文提出的控制器与传统PD控制器,PD控制器为 $u = -100e - 50\dot{e}$.

令期望框架角速度为 $\dot{\delta}_d = 0.5 \text{ rad} / \text{s}$,可以得到FTARC框架角速度跟踪误差和PD控制框架角速度跟踪误差如图2和图3所示.

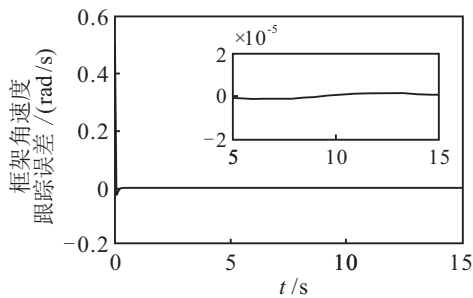


图2 FTARC框架角速度跟踪误差

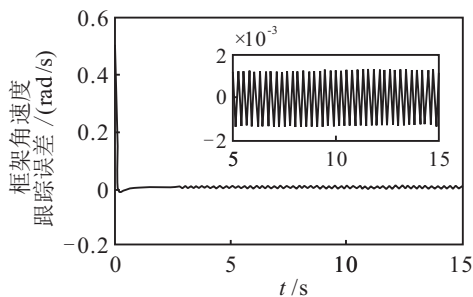


图3 PD控制框架角速度跟踪误差

由图2和图3可知,在期望框架角速度为 $\dot{\delta}_d = 0.5 \text{ rad} / \text{s}$ 的情况下:采用本文提出的FTARC控制

器时,系统跟踪误差收敛至 $2 \times 10^{-5} \text{ rad} / \text{s}$,系统稳态误差均方根值为 $1.14 \times 10^{-6} \text{ rad} / \text{s}$;采用PD控制时,系统跟踪误差仅收敛至 $0.002 \text{ rad} / \text{s}$,系统稳态误差均方根值为 $0.0011 \text{ rad} / \text{s}$.就动态过程而言,采用FTARC控制器时,系统具有更快的收敛速度.

令期望框架角速度为 $\dot{\delta}_d = \frac{\pi}{3} \sin(t) \text{ rad} / \text{s}$,FTARC框架角速度、FTARC框架角速度跟踪误差和PD控制框架角速度跟踪误差分别如图4~图6所示.

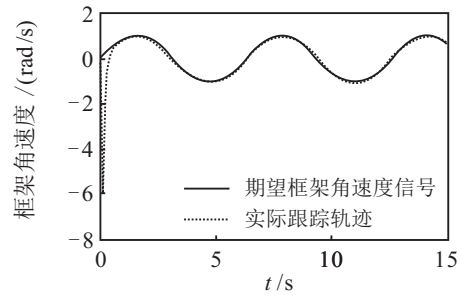


图4 FTARC框架角速度

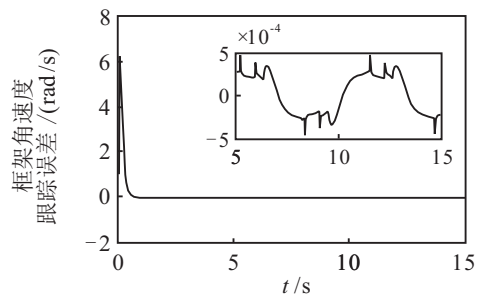


图5 FTARC框架角速度跟踪误差

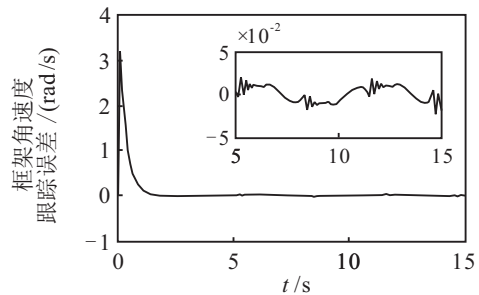


图6 PD控制框架角速度跟踪误差

由图4~图6可知,在期望框架角速度为 $\dot{\delta}_d = \frac{\pi}{3} \sin(t) \text{ rad} / \text{s}$ 的情况下:采用FTARC控制器时,系统框架角速度跟踪误差收敛至 $5 \times 10^{-4} \text{ rad} / \text{s}$,系统稳态误差均方根值为 $3.4 \times 10^{-4} \text{ rad} / \text{s}$;采用PD控制时,系统跟踪误差仅收敛至 $0.05 \text{ rad} / \text{s}$,系统稳态误差均方根值为 $0.0077 \text{ rad} / \text{s}$.结合图2和图3可知,相较于PD控制器,采用FTARC控制器时,框架伺服系统具有更高的框架角速度跟踪精度.

令期望框架角速度 $\dot{\delta}_d = \frac{\pi}{3} \sin(t) \text{ rad} / \text{s}$,系统参数摄动 $\pm 20\%$ 时FTARC框架角速度跟踪误差如图7和图8所示.

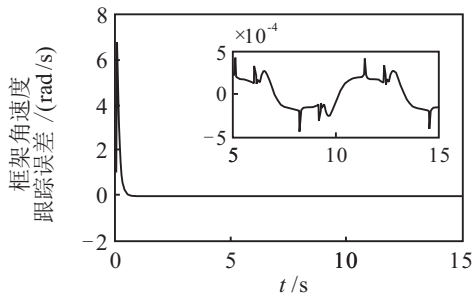


图7 系统参数扰动+20%时FTARC框架角速度跟踪误差

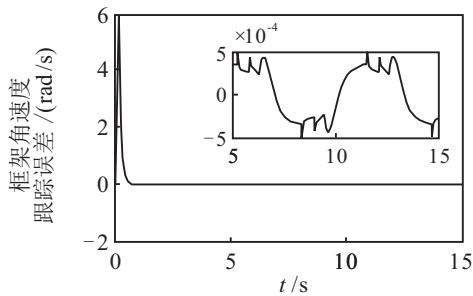


图8 系统参数扰动-20%时FTARC框架角速度跟踪误差

图7和图8表明:当系统参数的扰动为+20%时,采用FTARC,框架的角速度跟踪误差仍能收敛至 0.0006 rad/s 的误差带内,稳态误差均方根值为 $4.2 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$;当系统参数的扰动为-20%时,采用FTARC,框架角速度跟踪误差仍能收敛至 0.0007 rad/s 的误差带内,稳态误差均方根值为 $2.7 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$ 。由此说明,当伺服系统中存在的转动惯量 J 、阻尼系数 D 、LuGre摩擦参数不确定性,以及外界时变干扰时,采用FTARC控制律可确保伺服系统高精度地跟踪期望信号。

4 结论

本文设计了一种有限时间自适应鲁棒控制器,在解决了框架伺服系统摩擦带来的非线性问题的同时,对系统参数不确定性进行了估计和补偿,抑制了框架伺服系统中的外界干扰。仿真结果表明,本文提出的控制方法提高了框架伺服系统的跟踪精度和鲁棒性。

参考文献(References)

- [1] 杜仁慧, 吴益飞, 陈威, 等. 考虑LuGre摩擦的伺服系统自适应模糊控制[J]. 控制与决策, 2013, 28(8): 1253-1256.
(Du R H, Wu Y F, Chen W, et al. Adaptive fuzzy control for the servo system with LuGre friction[J]. Control and Decision, 2013, 28(8): 1253-1256.)
- [2] 徐智浩, 李胜, 张瑞雷, 等. 基于LuGre摩擦模型的机械臂模糊神经网络控制[J]. 控制与决策, 2014, 29(6): 1097-1102.

- (Xu Z H, Li S, Zhang R L, et al. Fuzzy-neural-network control for robot manipulators with LuGre friction model[J]. Control and Decision, 2014, 29(6): 1097-1102.)
- [3] 吴忠, 张激扬. 控制力矩陀螺框架伺服系统动力学建模与控制[J]. 应用基础与工程科学学报, 2007, 15(1): 130-136.
(Wu Z, Zhang J Y. Dynamics and control of gimbal servo systems for control moment gyroscopes[J]. J of Basic Science and Engineering, 2007, 15(1): 130-136.)
- [4] 金磊, 徐世杰. SGCMG框架伺服系统动力学建模与低速控制[J]. 中国空间科学技术, 2010, 30(6): 1-10.
(Jin L, Xu S J. Dynamic modelling and low-speed control for SGCMG gimbal servo system[J]. Chinese Space Science and Technology, 2010, 30(6): 1-10.)
- [5] 谌颖, 楚中毅, 李丹. 某空间伸杆机构的摩擦补偿及反步自适应控制[J]. 宇航学报, 2015, 36(3): 309-314.
(Chen Y, Chu Z Y, Li D. A Friction and compensation and adaptive back-stepping control for a space deployable boom[J]. J of Astronautics, 2015, 36(3): 309-314.)
- [6] 赵建利, 王京, 王慧. 低速摩擦伺服系统的近似有限时间稳定跟踪控制[J]. 武汉科技大学学报, 2013, 36(2): 94-97.
(Zhao J L, Wang J, Wang H. Approximate finite-time stable tracking control for low-velocity friction servo system[J]. J of Wuhan University of Science and Technology, 2013, 36(2): 94-97.)
- [7] Chen Q, Yu L, Nan Y R. Finite-time tracking control for motor servo systems with unknown dead-zones[J]. J of Systems Science and Complexity, 2013, 26(6): 940-956.
- [8] Chen Q, Ren X M, Na J, et al. Adaptive robust finite-time neural control of uncertain PMSM servo system with nonlinear dead zone[J]. Neural Computing and Applications, 2017, 28(12): 3725-3736.
- [9] Zhang X G, Sun L Z, Zhao K, et al. Nonlinear speed control for PMSM system using sliding-mode control and disturbance compensation techniques[J]. IEEE Trans on Power Electronics, 2013, 28(3): 1358-1365.
- [10] De Wit C C, Olsson H, Astrom K J, et al. A new model for control of systems with friction[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1995, 40(3): 419-425.
- [11] Bhat S P, Bernstein D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems[J]. SIAM J on Control and Optimization, 2000, 38(3): 751-766.
- [12] 胡庆雷, 李波, 张爱华, 等. 考虑推力器安装偏差的航天器姿态机动有限时间控制[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(4): 417-424.
(Hu Q L, Li B, Zhang A H, et al. Finite-time attitude maneuver control of spacecraft under control saturation and misalignment[J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(4): 417-424.)

(责任编辑: 闫妍)