

## 多变量预测控制工程应用的控制模型前馈解耦策略

刘建帮<sup>1,2</sup>, 孙 威<sup>1</sup>, 张宪霞<sup>3</sup>, 马向华<sup>4</sup>, 邹 涛<sup>1†</sup>

- (1. 中国科学院沈阳自动化研究所 中国科学院网络化控制系统重点实验室, 沈阳 110016;  
2. 中国科学院大学 研究生院, 北京 100049; 3. 上海大学 机电工程与自动化学院, 上海 200444;  
4. 上海应用技术大学 电气与电子工程学院, 上海 201418)

**摘要:** 针对多变量预测控制计算量大、控制效果对扰动和模型失配敏感等特点, 提出一种适用于预测控制工程应用的控制模型前馈解耦策略。基于结构分析, 保留重要的被控变量与操作变量配对关系, 将不重要的被控变量与操作变量配对作为前馈引入进行补偿, 简化了系统结构, 降低了系统耦合程度, 减弱了预测控制器对扰动和模型失配的敏感程度, 极端情况下形成的单入单出或小规模多入多出系统有效减小了在线计算量; 基于分布式预测控制思想, 给出控制模型前馈解耦策略的分散优化策略, 进一步减小了系统规模和在线计算量。最后, 通过仿真验证了所提策略的可行性与有效性。

**关键词:** 多变量预测控制; 控制模型; 前馈解耦; 结构分析; 集中优化; 分散优化

中图分类号: TP273

文献标志码: A

## A feedforward decoupling strategy based on control model for the engineering application of multi-variable predictive control

LIU Jian-bang<sup>1,2</sup>, SUN Wei<sup>1</sup>, ZHANG Xian-xia<sup>3</sup>, MA Xiang-hua<sup>4</sup>, ZOU Tao<sup>1†</sup>

- (1. Key Laboratory of Networked Control System of CAS, Shenyang Institute of Automation of Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China; 2. Graduate School, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; 3. College of Mechanical and Electrical Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200444, China; 4. College of Electrical and Electronic Engineering, Shanghai Institute of Technology, Shanghai 201418, China)

**Abstract:** For the characteristics that multi-variable predictive control has a large amount of calculation, and its control effect is sensitive to disturbance and model mismatch, a feedforward decoupling strategy based on a control model for the engineering application of multi-variable predictive control is proposed. Based on structure analysis, the important pairings between controlled variables and manipulated variables are preserved, and others are introduced as feedforward to make up the influence, which simplifies the system structure, reduces the coupling between controlled variables and manipulated variables, weakens the sensitivity of the predictive controller to the disturbance and model mismatch. The single input single output or smaller multiple input multiple output system formed under extreme circumstances reduces the amount of online computing. Then a decentralized optimization strategy based on distributed predictive control is proposed to reduce the system scale and online calculation amount further. Finally, the simulation examples are given to verify the feasibility and effectiveness of the proposed method.

**Keywords:** multi-variable predictive control; control model; feedforward decoupling; structure analysis; centralized optimization; decentralized optimization

## 0 引言

模型预测控制(Model predictive control, MPC)产生于20世纪70年代,是一种基于模型的计算机控制算法<sup>[1-2]</sup>。自被提出以来,因其处理复杂多变量有约束控制问题的突出表现,在石化、炼油、造纸、电力、航

空航天等领域得到了广泛应用<sup>[3-5]</sup>。

作为解决当前经济社会面临的约束优化问题的有效技术,预测控制在工程应用中仍具有一定局限性,主要表现在下述几个方面: 1) 预测控制算法在线计算量大,主要适用于慢动态过程和具有高性能计

收稿日期: 2017-10-17; 修回日期: 2018-02-07.

基金项目: 国家重点研发计划项目(2017YFB0603703); 国家自然科学基金项目(61773366, 61503257).

责任编辑: 李少远.

作者简介: 刘建帮(1992-), 男, 博士生, 从事模型预测控制理论与应用的研究; 邹涛(1975-), 男, 研究员, 博士生导师, 从事工业过程实时优化和模型预测控制等研究.

†通讯作者. E-mail: zoutao@sia.cn.

算机的场合<sup>[3]</sup>;2) 被控对象多为耦合严重的多入多出(Multiple input multiple output, MIMO)系统,彼此间的强耦合导致扰动和局部模型失配会对所有被控变量(Controlled variable, CV)产生不利影响,导致计算得到的最优操作变量(Manipulated variable, MV)无法达到最优.针对预测控制算法在线计算量大的问题, Camponogara等<sup>[6-7]</sup>提出在大规模系统控制中,采用分布式结构模型预测控制算法,降低计算复杂度; Bemporad等<sup>[8-9]</sup>提出显式模型预测控制策略,通过离线求解与在线控制相结合,达到降低在线计算量的目的;同时,相关研究随之展开<sup>[10-11]</sup>,一些改进或近似优化算法也被提出<sup>[12-13]</sup>.针对被控对象输入输出耦合问题,柴天佑<sup>[14]</sup>提出了针对参数模型的广义预测解耦控制策略,有效减少了参数模型下输入输出间的耦合影响;薛美盛等<sup>[15]</sup>在广义预测解耦控制的基础上,在目标函数中用控制量的增量代替控制量,并增加一种新的设定值观测器,进一步减弱了耦合;罗雄麟等<sup>[16]</sup>针对广义预测解耦控制策略中操作变量与前馈变量转换对模型预测控制可行域的影响机制进行了研究.上述论文均针对预测控制的工程应用问题展开了深入研究,并在工程应用中进行了实践验证.但针对预测控制工业应用最为广泛的阶跃响应模型预测控制,并没有进行深入探究,且上述策略难以做到在保证控制效果的情况下减小预测控制在线计算量.

本文在阶跃响应模型预测控制的基础上,提出多变量预测控制工程应用的控制模型前馈解耦策略:针对预测控制计算量大、控制效果对扰动和模型失配敏感等特点,在滚动优化部分采用控制模型替代常规关系模型,基于结构分析,保留重要的CV与MV配对关系,并将不重要的CV与MV配对作为前馈引入进行补偿;然后基于分布式预测控制思想,给出所提控制模型前馈解耦策略的分散优化策略;最后通过仿真验证所提策略的可行性与有效性.

## 1 多变量模型预测控制概述

### 1.1 基础理论

MPC是一种基于模型的预测控制算法,主要由预测模型、滚动优化、反馈校正3部分组成.本文以二次型动态矩阵控制(Quadratic dynamic matrix control, QDMC)算法为代表,简单给出其算法过程<sup>[2,17]</sup>.

1) 预测模型.对于一般的多变量过程,假设该过程包含  $m$  个操作变量和  $p$  个被控变量,模型长度为  $N$ ,每个被控变量  $y_i$  对每个操作变量  $u_j$  的阶跃响应序列为

$$\begin{aligned} a_{ij} &= [a_{ij}(1), a_{ij}(2), \dots, a_{ij}(N)], \\ i &= 1, 2, \dots, p, j = 1, 2, \dots, m. \end{aligned} \quad (1)$$

则该多变量系统的一步和多步预测模型分别为

$$\tilde{y}_{N1}(k) = \tilde{y}_{N0}(k) + \bar{A}\Delta u(k), \quad (2)$$

$$\tilde{y}_{PM}(k) = \tilde{y}_{P0}(k) + A\Delta u_M(k). \quad (3)$$

其中:  $P$ 、 $M$  分别为预测时域和控制时域,  $\tilde{y}_{N1}(k)$  和  $\tilde{y}_{PM}(k)$  为预测输出,  $\tilde{y}_{N0}(k)$  和  $\tilde{y}_{P0}(k)$  为当前时刻的初始预测输出,  $\Delta u(k)$  和  $\Delta u_M(k)$  为控制增量,  $A$  和  $\bar{A}$  为预测模型动态矩阵<sup>[2]</sup>.

2) 滚动优化.在多变量预测控制滚动优化过程中,考虑被控变量幅值约束条件、操作变量幅值约束条件、操作变量增量约束条件,即

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u}(k-1) + B\Delta \mathbf{u}_M(k) \leq \mathbf{u}_{\max}, \\ \mathbf{y}_{\min} \leq \tilde{\mathbf{y}}_{P0}(k) + A\Delta \mathbf{u}_M(k) \leq \mathbf{y}_{\max}, \\ \Delta \mathbf{u}_{\min} \leq \Delta \mathbf{u}_M(k) \leq \Delta \mathbf{u}_{\max}. \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $\mathbf{u}(k-1)$  为  $k-1$  时刻的操作变量,  $B$  为操作变量增量系数矩阵,  $\mathbf{u}_{\min}$  和  $\mathbf{u}_{\max}$  为操作变量幅值约束,  $\mathbf{y}_{\min}$  和  $\mathbf{y}_{\max}$  为被控变量幅值约束,  $\Delta \mathbf{u}_{\min}$  和  $\Delta \mathbf{u}_{\max}$  为操作变量增量约束<sup>[2]</sup>.

将式(4)写成统一的形式:  $C\Delta \mathbf{u}_M(k) \leq \mathbf{c}$ . 其中:  $C$  和  $\mathbf{c}$  为  $k$  时刻已知的矩阵和矢量,表示为

$$C = \begin{bmatrix} -B \\ B \\ -I \\ I \\ -A \\ A \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} -\mathbf{u}_{\min} + \mathbf{u}(k-1) \\ \mathbf{u}_{\max} - \mathbf{u}(k-1) \\ -\Delta \mathbf{u}_{\min} \\ \Delta \mathbf{u}_{\max} \\ -\mathbf{y}_{\min} + \tilde{\mathbf{y}}_{P0}(k) \\ \mathbf{y}_{\max} - \tilde{\mathbf{y}}_{P0}(k) \end{bmatrix},$$

则考虑这些约束条件的QDMC优化问题可以描述为

$$\begin{aligned} \min_{\Delta \mathbf{u}_M(k)} J(k) &= \frac{1}{2} \Delta \mathbf{u}_M^T(k) \mathbf{H} \Delta \mathbf{u}_M(k) + \\ &\quad \mathbf{f}^T \Delta \mathbf{u}_M(k) + \text{常数}, \\ \text{s.t. } C\Delta \mathbf{u}_M(k) &\leq \mathbf{c}. \end{aligned} \quad (5)$$

其中:  $\mathbf{H} = 2(A^T Q A + R)$ ,  $\mathbf{f} = -2A^T Q[w(k) - \tilde{\mathbf{y}}_{P0}(k)]$ ,  $w(k)$  为被控变量设定点,  $Q$  为被控变量误差加权矩阵,  $R$  为操作变量增量控制加权矩阵.

3) 反馈校正.假设  $k$  时刻对  $k+1$  时刻各输出的预测值为  $\tilde{y}_{i,1}(k+1|k)$ , 在  $k+1$  时刻各输出的实测值为  $y_i(k+1)$ , 则可得误差向量

$$\mathbf{e}(k+1) = \begin{bmatrix} y_1(k+1) - \tilde{y}_{1,1}(k+1|k) \\ \vdots \\ y_p(k+1) - \tilde{y}_{p,1}(k+1|k) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

利用式(6)可得校正的预测向量

$$\tilde{\mathbf{y}}_{\text{cor}}(k+1) = \tilde{\mathbf{y}}_{N1}(k) + \mathbf{H}\mathbf{e}(k+1). \quad (7)$$

$\tilde{\mathbf{y}}_{\text{cor}}(k+1)$  移位后构成  $k+1$  时刻的初始预测值

$$\tilde{\mathbf{y}}_{N0}(k+1) = \mathbf{S}_0 \tilde{\mathbf{y}}_{\text{cor}}(k+1). \quad (8)$$

其中:  $\mathbf{H}$  为误差校正矩阵,  $\mathbf{S}_0$  为移位矩阵.

### 1.2 工程应用局限

多变量预测控制通常具有在线计算量大、控制效果对扰动和模型失配敏感等特点,极大地制约了预测控制的工程应用.

1) 在线计算量大: 预测控制多用于处理复杂多变量有约束控制问题, 通常采用线性规划 (Linear programming, LP) 或二次规划 (Quadratic programming, QP) 进行求解, 优化问题复杂, 在线计算量大<sup>[18]</sup>, 通常只适用于具有足够计算能力的控制系统中.

2) 控制效果对扰动和模型失配敏感: 模型失配和不可测扰动使得优化计算得到的最优控制律并非真正的最优, 给控制效果带来较大影响; 同时, 局部模型失配和扰动同样会影响其他部分的优化与控制.

## 2 控制模型前馈解耦策略

### 2.1 关系模型与控制模型

通常, 通过机理分析或实验辨识建立如图1所示的系统模型, 其能够表征系统输入输出之间的对应关系, 在此称之为关系模型.

	CV <sub>1</sub>	CV <sub>2</sub>	...	CV <sub>p</sub>
MV <sub>1</sub>	a <sub>11</sub>	a <sub>21</sub>	...	a <sub>p1</sub>
MV <sub>2</sub>	a <sub>12</sub>	a <sub>22</sub>	...	a <sub>p2</sub>
⋮	⋮	⋮	⋱	⋮
MV <sub>m</sub>	a <sub>1m</sub>	a <sub>2m</sub>	...	a <sub>pm</sub>

图1 关系模型示意图

在常规预测控制算法中, 预测模型和滚动优化部分都基于关系模型实现. 使用关系模型进行预测和优化, 不可避免会出现如1.2节中所述的工程应用问题. 在此, 提出一种新的控制模型前馈解耦策略: 预测模型仍采用关系模型, 而滚动优化采用如图2所示的控制模型(基于结构分析, 保留重要的CV与MV配对关系, 并将不重要的CV与MV配对作为前馈引入进行补偿). 图2(a)所示模型表示普适情况(任意系统), 图2(b)表示控制部分形成小规模MIMO系统, 图2(c)表示系统 ( $p = m$ ) 控制部分形成单入单出 (Single input single output, SISO) 系统.

	CV <sub>1</sub>	CV <sub>2</sub>	...	CV <sub>p</sub>
MV <sub>1</sub>		a <sub>21</sub>	a <sub>#1</sub>	
MV <sub>2</sub>	a <sub>12</sub>		a <sub>#2</sub>	
⋮	a <sub>1#</sub>		a <sub>##</sub>	
MV <sub>m</sub>	a <sub>1m</sub>	a <sub>2m</sub>		a <sub>pm</sub>

(a) 普适情况示例

	CV <sub>1</sub>	CV <sub>2</sub>	...	CV <sub>p</sub>
MV <sub>1</sub>	a <sub>11</sub>	a <sub>21</sub>		
MV <sub>2</sub>	a <sub>12</sub>	a <sub>22</sub>		
⋮			a <sub>##</sub>	a <sub>p#</sub>
MV <sub>m</sub>			a <sub>#m</sub>	a <sub>pm</sub>

(b) 特殊情况示例

	CV <sub>1</sub>	CV <sub>2</sub>	...	CV <sub>p</sub>
MV <sub>1</sub>	a <sub>11</sub>			
MV <sub>2</sub>		a <sub>22</sub>		
⋮			⋱	
MV <sub>m</sub>				a <sub>pm</sub>

(c) 极端情况示例

图2 控制模型示意图

### 2.2 控制模型前馈解耦策略实现

为体现所提策略的优势并方便分析, 本文后续部分均以图2(c)所示系统控制模型为例进行分析.

1) 结构分析: 控制子模型. 从工艺结构出发, 通常存在一些规则用来确定当某个被控变量出现波动时的期望使用哪个操作变量进行优化. 从控制器结构

出发,可通过相对增益来描述多变量系统中各控制回路之间的关联大小,确定各操作变量与被控变量关联的重要程度,详细过程见参考文献[19].假定基于结构分析确定了 $MV_i$ 与 $CV_i(i = 1, 2, \dots, p)$ 的对应关系,即每个 $CV$ 只保留一个重要 $MV$ ,则可形成如图2(c)上半部分所示的控制子模型,其数学表述形式如下所示:

$$A_C = \begin{bmatrix} A_{11} & & & \\ & A_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_{pm} \end{bmatrix},$$

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} a_{ij}(1) & & & \\ \vdots & \ddots & & \\ a_{ij}(M) & \cdots & a_{ij}(1) & \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ a_{ij}(P) & \cdots & a_{ij}(P-M+1) & \end{bmatrix},$$

其中 $A_{ij}$ 表示第 $j$ 个操作变量对第 $i$ 个被控变量的动态矩阵.

2) 前馈解耦:前馈子模型.引入前馈解耦策略,将不重要的 $MV_j$ 对当前 $CV_i(j \neq i, j = 1, 2, \dots, m)$ 的影响作为可测扰动引入进行前馈补偿,形成如图2(c)下半部分所示的前馈子模型,其数学表述形式如下:

$$A_{FF} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{12} & \cdots & \bar{A}_{1m} \\ \bar{A}_{21} & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \bar{A}_{(p-1)m} \\ \bar{A}_{p1} & \cdots & \bar{A}_{p(m-1)} \end{bmatrix},$$

$$\bar{A}_{ij} = [a_{ij}(1) \ \cdots \ a_{ij}(P)]^T,$$

其中 $\bar{A}_{ij}$ 表示第 $j$ 个操作变量对第 $i$ 个被控变量的阶跃响应序列前 $P$ 个数据组成的向量.

3) 控制子模型+前馈子模型:控制模型.控制子模型与前馈子模型组合形成控制模型,预测模型与反馈校正部分保持不变,滚动优化使用控制模型替代常规关系模型,则式(5)所示的QDMC优化问题变为

$$\min_{\Delta u_M(k)} J(k) = \frac{1}{2} \Delta u_M^T(k) H^* \Delta u_M(k) + f^{*T} \Delta u_M(k) + \text{常数};$$

s.t.  $C \Delta u_M(k) \leq c.$  (9)

其中

$$H^* = 2(A_C^T Q A_C + R),$$

$$f^* = -2A_C^T Q [w^*(k) - \tilde{y}_{P0}(k)],$$

$$w^*(k) = w(k) - A_{FF} \Delta u_{FF}(k-1),$$

$$\Delta u_{FF}(k-1) = \begin{bmatrix} \Delta u_1(k-1) \\ \vdots \\ \Delta u_m(k-1) \end{bmatrix}.$$

$\Delta u_{FF}(k-1)$ 为前馈变量, $w^*(k) = w(k) - A_{FF} \Delta u_{FF}(k-1)$ 的含义是将其他操作变量对当前被控变量的影响作为前馈,在优化时域中将其对输出的影响从期望值中扣除构成新的期望值<sup>[1]</sup>.

### 2.3 控制模型前馈解耦策略优势分析

关系模型策略QP问题如式(5)所示,其中

$$H = 2(A^T Q A + R) = 2 \left( \begin{bmatrix} A_{11}^T & A_{21}^T & \cdots & A_{p1}^T \\ A_{12}^T & A_{22}^T & \cdots & A_{p2}^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1m}^T & A_{2m}^T & \cdots & A_{pm}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 & & & \\ & Q_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & Q_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_1 & & & \\ & R_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & R_m \end{bmatrix} \right) =$$

$$2 \left[ \begin{array}{cc} \sum_{i=1}^p A_{i1}^T Q_i A_{i1} + R_1 & \sum_{i=1}^p A_{i1}^T Q_i A_{i2} \\ \sum_{i=1}^p A_{i2}^T Q_i A_{i1} & \sum_{i=1}^p A_{i2}^T Q_i A_{i2} + R_2 \\ \vdots & \vdots \\ \sum_{i=1}^p A_{im}^T Q_i A_{i1} & \sum_{i=1}^p A_{im}^T Q_i A_{i2} \\ \cdots & \sum_{i=1}^p A_{i1}^T Q_i A_{im} \\ \cdots & \sum_{i=1}^p A_{i2}^T Q_i A_{im} \\ \vdots & \vdots \\ \cdots & \sum_{i=1}^p A_{im}^T Q_i A_{im} + R_m \end{array} \right] \triangleq$$

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1m} \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{m1} & H_{m2} & \cdots & H_{mm} \end{bmatrix},$$

$$f = -2A^T Q [w(k) - \tilde{y}_{P0}(k)] = -2 \begin{bmatrix} A_{11}^T & A_{21}^T & \cdots & A_{p1}^T \\ A_{12}^T & A_{22}^T & \cdots & A_{p2}^T \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1m}^T & A_{2m}^T & \cdots & A_{pm}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_p \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\begin{aligned} \left[ \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{c} \mathbf{w}_1(k) - \tilde{\mathbf{y}}_{1,P0}(k) \\ \mathbf{w}_2(k) - \tilde{\mathbf{y}}_{2,P0}(k) \\ \vdots \\ \mathbf{w}_p(k) - \tilde{\mathbf{y}}_{p,P0}(k) \end{array} \right] \\ \left[ \begin{array}{c} \sum_{i=1}^p \mathbf{A}_{i1}^T \mathbf{Q}_i (\mathbf{w}_i(k) - \tilde{\mathbf{y}}_{i,P0}(k)) \\ \sum_{i=1}^p \mathbf{A}_{i2}^T \mathbf{Q}_i (\mathbf{w}_i(k) - \tilde{\mathbf{y}}_{i,P0}(k)) \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^p \mathbf{A}_{im}^T \mathbf{Q}_i (\mathbf{w}_i(k) - \tilde{\mathbf{y}}_{i,P0}(k)) \end{array} \right] \end{array} \right] = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{f}_m \end{bmatrix} \end{aligned}$$

则关系模型策略所形成的QP问题优化目标可简写为如下形式:

$$\begin{aligned} \min_{\Delta \mathbf{u}} J = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^m \Delta \mathbf{u}_i^T \mathbf{H}_{ii} \Delta \mathbf{u}_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^m \Delta \mathbf{u}_i^T \mathbf{H}_{ij} \Delta \mathbf{u}_j \right) + \sum_{i=1}^m \mathbf{f}_i \Delta \mathbf{u}_i. \end{aligned} \tag{10}$$

控制模型前馈解耦策略QP问题如式(9)所示,其中

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^* = & 2(\mathbf{A}_C^T \mathbf{Q} \mathbf{A}_C + \mathbf{R}) = \\ & 2 \left( \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11}^T & & & \\ & \mathbf{A}_{22}^T & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{A}_{pm}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & & & \\ & \mathbf{Q}_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{Q}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 & & & \\ & \mathbf{R}_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{R}_m \end{bmatrix} \right) = \\ & 2 \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{A}_{11} + \mathbf{R}_1 & & & \\ & \mathbf{A}_{22}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{A}_{22} + \mathbf{R}_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{A}_{pm}^T \mathbf{Q}_p \mathbf{A}_{pm} + \mathbf{R}_m \end{bmatrix} \triangleq \\ & \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11}^* & & & \\ & \mathbf{H}_{22}^* & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{H}_{mm}^* \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^* = & -2 \mathbf{A}_C^T \mathbf{Q} [\mathbf{w}^*(k) - \tilde{\mathbf{y}}_{P0}(k)] = \\ & -2 \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11}^T & & & \\ & \mathbf{A}_{22}^T & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{A}_{pm}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & & & \\ & \mathbf{Q}_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{Q}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^*(k) - \tilde{\mathbf{y}}_{1,P0}(k) \\ \mathbf{w}_2^*(k) - \tilde{\mathbf{y}}_{2,P0}(k) \\ \vdots \\ \mathbf{w}_p^*(k) - \tilde{\mathbf{y}}_{p,P0}(k) \end{bmatrix} = \\ & -2 \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11}^T \mathbf{Q}_1 (\mathbf{w}_1^*(k) - \tilde{\mathbf{y}}_{1,P0}(k)) \\ \mathbf{A}_{22}^T \mathbf{Q}_2 (\mathbf{w}_2^*(k) - \tilde{\mathbf{y}}_{2,P0}(k)) \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{pm}^T \mathbf{Q}_p (\mathbf{w}_p^*(k) - \tilde{\mathbf{y}}_{p,P0}(k)) \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1^* \\ \mathbf{f}_2^* \\ \vdots \\ \mathbf{f}_m^* \end{bmatrix}, \\ \mathbf{w}_i^*(k) = & \mathbf{w}_i(k) - \mathbf{A}_{i,FF} \Delta \mathbf{u}_{i,FF}(k-1) = \\ & \mathbf{w}_i(k) - \sum_{j=1}^{m(j \neq i)} \bar{\mathbf{A}}_{ij} \Delta \mathbf{u}_j(k-1), \end{aligned}$$

则控制模型前馈解耦策略所形成的QP优化目标可简写为如下形式:

$$\min_{\Delta \mathbf{u}} J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \Delta \mathbf{u}_i^T \mathbf{H}_{ii}^* \Delta \mathbf{u}_i + \sum_{i=1}^m \mathbf{f}_i^* \Delta \mathbf{u}_i. \tag{11}$$

1) 与关系模型策略所形成的QP优化目标(如式(10)所示)相比,控制模型前馈解耦策略所形成的QP优化目标(如式(11)所示)中:i) 减少了优化项  $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^m \Delta \mathbf{u}_i^T \mathbf{H}_{ij} \Delta \mathbf{u}_j$ , 降低了系统耦合程度, 减小了QP优化问题复杂度(该优化项的存在会导致决策变量  $\Delta \mathbf{u}_i$  和  $\Delta \mathbf{u}_j$  在优化过程中相互关联, 增加问题复杂度), 使得QP迭代求解过程更加快速地收敛至最优解; ii) 引入的  $\mathbf{w}^*(k) = \mathbf{w}(k) - \mathbf{A}_{FF} \Delta \mathbf{u}_{FF}(k-1)$  保证了去除优化项  $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^m \Delta \mathbf{u}_i^T \mathbf{H}_{ij} \Delta \mathbf{u}_j$  不会对优化效果产生不利影响, 且  $\mathbf{w}^*(k)$  的引入不增加QP问题计算复杂度.

2) 预测模型使用关系模型, 很好地保证了预测结果的准确性; 滚动优化使用控制模型, 基于结构分析, 保留重要的CV与MV配对关系, 并将不重要的CV与MV配对作为前馈引入进行补偿, 减弱了被控对象输入输出间的耦合程度, 降低了控制器扰动和模型失配敏感程度, 提高了系统鲁棒性与稳定性.

### 3 分散优化策略

针对图2(b)和图2(c)所示的控制模型, 提出控制模型前馈解耦策略的分散优化策略. 集中优化即基



由图3可知:标称无扰情况下,关系模型控制效果略优于控制模型控制效果;扰动存在时,关系模型与控制模型控制效果近乎一致。

#### 4.1.2 失配模型

为充分展示模型失配下关系模型策略与控制模型前馈解耦策略控制效果的区别,本次仿真不考虑扰

动影响,只引入模型失配.假设随过程运行,被控对象特性逐渐发生改变,而控制器模型保持不变,则出现一定程度模型失配,现对该情形进行仿真。

1) 被控对象  $G_{11}(s)$  增益  $K_{11}$  依次取原增益的0.6倍、0.8倍、1.2倍、1.3倍(1.4倍时,QDMC求解过程出现不可行问题),仿真结果如图4所示。

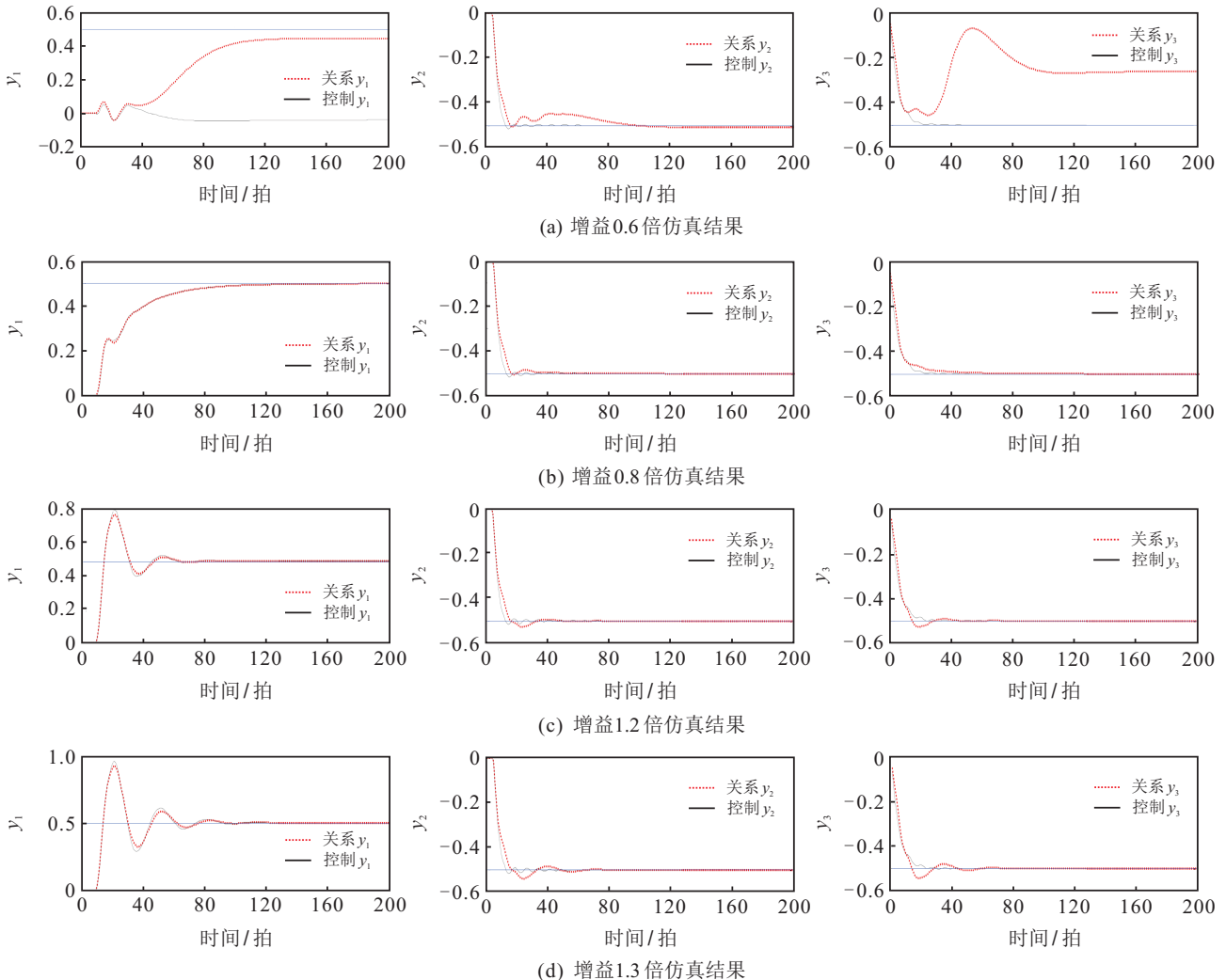


图4 增益失配仿真结果

由图4可知:存在模型失配时,控制模型往往表现出优于关系模型的控制性能。

2) 被控对象不同部分模型出现严重增益失配,仿真结果如图5所示。

由图5可知:控制模型前馈解耦策略下,局部模型失配通常只影响局部,不影响其他部分控制效果;而在关系模型策略下,局部模型失配尤其是严重失配,会对其他控制部分产生较大影响(详细可见图5(a)、图5(d)、图5(h)、图5(i)的仿真结果).注:时间常数失配、滞后时间常数失配仿真结果与增益失配仿真结果基本一致。

仿真结果说明本文所提控制模型前馈解耦策略

可以有效降低控制效果对扰动和模型失配的敏感程度,表现出更好的鲁棒性和稳定性.由于在工程应用中,噪声与扰动是绝对存在的,而且模型失配也不可避免,因此控制模型前馈解耦策略在工程应用中可以体现出更好的适用性与更高的工程价值。

#### 4.2 计算复杂度

选择Shell石油重油分馏塔过程模型(3入3出)作为研究对象,分别使用常规关系模型策略、控制模型集中优化策略、控制模型分散优化策略进行QDMC算法仿真.仿真结果如表1所示,Loop代表循环次数.其中,控制模型分散优化采用顺序优化模式,若使用并行优化则可进一步减小计算时间。

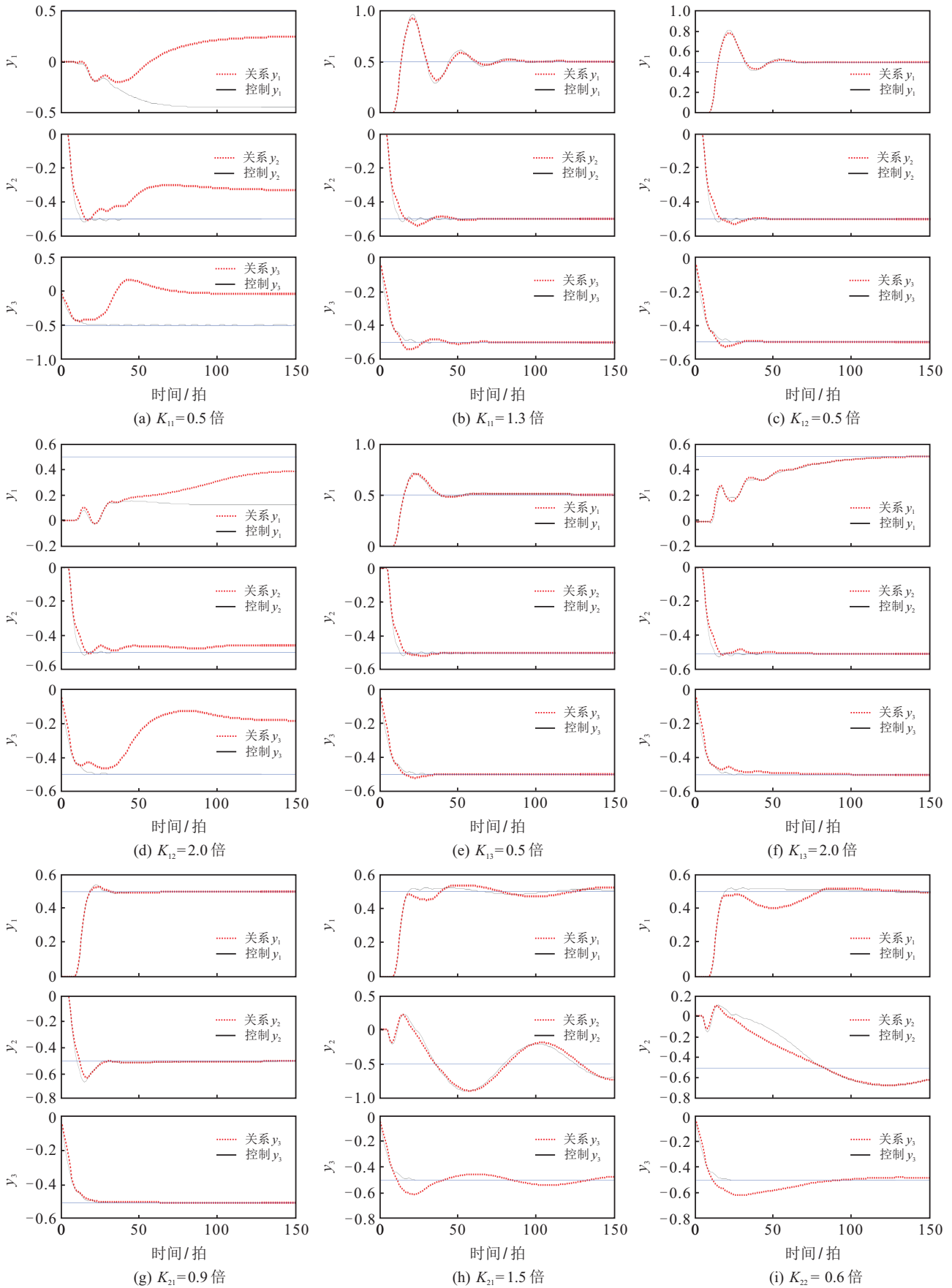


图5 严重增益失配仿真结果

由仿真结果可知:针对图2(b)和2(c)所示模型,本文所提控制模型前馈解耦策略可以有效降低QP

问题复杂度,减小在线计算量,缩短在线计算时间;分散优化策略可以进一步减小系统规模和在线计算量.

表1 关系模型与控制模型计算复杂度对比

相关参数 (Loop = 300)			全过程平均用时 /s		
<i>N</i>	<i>P</i>	<i>M</i>	关系模型	控制模型集中优化	控制模型分散优化
120	50	10	6.935 9	5.585	7.561 3
120	50	30	24.135 1	10.415 5	16.469 6
120	50	50	40.772 5	16.511	19.816 7
120	120	10	14.240 2	7.991 1	13.949 8
120	120	30	54.368 8	17.963 6	22.959 4
120	120	50	120.338 8	32.625 3	35.108 7
120	120	120	445.460 7	115.842 4	96.282 7

## 5 结论

本文提出了基于控制模型的预测控制前馈解耦策略,简化了系统结构,降低了系统耦合程度,减弱了控制效果对扰动和模型失配的敏感程度,针对极端情况下形成的SISO或小规模MIMO系统,有效减小了在线计算量.在此基础上引入分散优化策略,进一步减小了系统规模和在线计算量.对所提策略进行仿真,结果验证了本文方法的有效性,展现了所提策略的工程应用优势与价值.

## 参考文献(References)

- [1] 席裕庚. 预测控制[M]. 第2版. 北京: 国防工业出版社, 2013: 51-72.  
(Xi Y G. Predictive control[M]. 2nd ed. Beijing: National Defense Industry Press, 2013: 51-72.)
- [2] 邹涛, 丁宝苍, 张端. 模型预测控制工程应用导论[M]. 北京: 化学工业出版社, 2010: 1-10.  
(Zou T, Ding B C, Zhang D. MPC: An introduction to industrial application[M]. Beijing: Chemical Industrial Press, 2010: 1-10.)
- [3] 席裕庚, 李德伟, 林姝. 模型预测控制——现状与挑战[J]. 自动化学报, 2013, 39(3): 222-236.  
(Xi Y G, Li D W, Lin S. Model predictive control — status and challenges[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(3): 222-236.)
- [4] Salsbury T, Mhaskar P, Qin S J. Predictive control methods to improve energy efficiency and reduce demand in buildings[J]. Computers and Chemical Engineering, 2013, 51: 77-85.
- [5] Mayne D Q. Model predictive control: Recent developments and future promise[J]. Automatica, 2014, 50: 2967-2986.
- [6] Camponogara E, Jia D, Krogh B H, et al. Distributed model predictive control[J]. IEEE Control Systems Magazine, 2002, 22(1): 44-52.
- [7] Lima M L, Limon D, Camponogara E. Distributed satisficing MPC with guarantee of stability[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2016, 61(2): 532-537.
- [8] Bemporad A, Morari M, Dua V, et al. The explicit linear quadratic regulator for constrained systems[J]. Automatica, 2002, 38(1): 3-20.
- [9] Rubagotti M, Barcelli D, Bemporad A. Robust explicit model predictive control via regular piecewise affine approximation[J]. Int J of Control, 2014, 87(12): 2583-2593.
- [10] Zheng Y, Li S Y, Qiu H. Networked coordination-based distributed model predictive control for large-scale system[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2013, 21(3): 991-998.
- [11] Li S Y, Zheng Y, Lin Z L. Impacted-region optimization for distributed model predictive control systems with constraints[J]. IEEE Trans on Automation Science and Engineering, 2015, 12(4): 1447-1460.
- [12] Kouvaritakis B, Cannon M, Rossiter J A. Who needs QP for linear MPC anyway?[J]. Automatica, 2002, 38(5): 879-884.
- [13] Li D W, Xi Y G. Quality guaranteed aggregation based model predictive control and stability analysis[J]. Science in China Series F: Information Sciences, 2009, 52(7): 1145-1156.
- [14] 柴天佑. 多变量自适应解耦控制及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2001: 113-120.  
(Chai T Y. Multi-variables adaptive decoupling control and application[M]. Beijing: Science Press, 2001: 113-120.)
- [15] 薛美盛, 樊弟, 魏衡华. 多变量系统的广义预测控制解耦设计[J]. 控制工程, 2011, 18(1): 39-42.  
(Xue M S, Fan D, Wei H H. Decoupling design of generalized predictive control for multi-variable systems[J]. Control Engineering of China, 2011, 18(1): 39-42.)
- [16] 罗雄麟, 张佳, 许锋, 等. 操作变量与前馈变量转换对模型预测控制可行域影响机制[J]. 大连理工大学学报, 2017, 57(3): 308-315.  
(Luo X L, Zhang J, Xu F, et al. Influential mechanism of switch between manipulated variables and feed-forward variables on feasible region of model predictive control[J]. J of Dalian University of Technology, 2017, 57(3): 308-315.)
- [17] 丁宝苍. 工业预测控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 2016: 95-101.  
(Ding B C. Industrial predictive control[M]. Beijing: China Machine Press, 2016: 95-101.)
- [18] 《运筹学》教材编写组编. 运筹学[M]. 第3版. 北京: 清华大学出版社, 2005: 8-15, 176-178.  
(Compilation of teaching materials for operations research. Operations research[M]. 3rd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2005: 8-15, 176-178.)
- [19] 戴连奎, 于玲, 田学民, 等. 过程控制工程[M]. 第3版. 北京: 化学工业出版社, 2012: 114-133.  
(Dai L K, Yu L, Tian X M, et al. Process control engineering[M]. 3rd ed. Beijing: Chemical Industrial Press, 2012: 114-133.)
- [20] Zhao M, Ding B C. Distributed model predictive control for constrained nonlinear systems with decoupled local dynamics[J]. ISA Trans, 2015, 55: 1-12.
- [21] Ding B C, Ge L, Pan H G, et al. Distributed MPC for tracking and formation of homogeneous multi-agent system with time-varying communication topology[J]. Asian J of Control, 2016, 18(3): 1030-1041.