

输入受限四旋翼飞行器的模糊自适应动态面轨迹跟踪控制

沈智鹏[†], 曹晓明

(大连海事大学 船舶电气工程学院, 辽宁 大连 116026)

摘要: 针对输入受限条件下四旋翼飞行器的轨迹跟踪控制问题, 考虑系统存在模型动态不确定和未知外界干扰的情况, 提出一种模糊自适应动态面轨迹跟踪控制方法. 该方法设计干扰观测器估计位置模型中复合扰动项, 利用模糊系统逼近姿态模型中不确定项和外界干扰, 并引入双曲正切函数和辅助系统处理输入受限问题, 结合反演法和动态面技术设计轨迹跟踪控制器, 以降低控制算法的复杂性, 最后选取李雅普诺夫函数证明闭环系统所有信号一致最终有界. 应用大疆 M100 飞行器模型进行仿真验证, 结果表明所设计的控制器能够有效处理模型动态不确定和未知外界干扰问题, 避免飞行器工作过程中因输入饱和导致执行器失效现象, 精确地完成轨迹跟踪控制任务.

关键词: 四旋翼飞行器; 输入受限; 模糊自适应; 干扰观测器; 动态面控制; 轨迹跟踪控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Fuzzy adaptive dynamic surface trajectory tracking control for quadrotor UAV with input constraints

SHEN Zhi-peng[†], CAO Xiao-ming

(College of Marine Electrical Engineering, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China)

Abstract: To solve the trajectory tracking problem for quadrotor UAV with control input saturation, a fuzzy adaptive dynamic surface control (DSC) scheme is proposed in the presence of the model uncertainties and the unknown external disturbances. Firstly, the disturbance observer is introduced to estimate the compound perturbation term of the position model, and the fuzzy system is designed to approximate the uncertainties and external disturbance of the attitude model. Then the hyperbolic tangent function and a constructed aid system are introduced to process the control input saturation problem. Furthermore, a novelty dynamic controller is designed based on the backstepping method with the dynamic surface technique, which can reduce the complexity of the control algorithm. Finally, by using Lyapunov analysis, it is proved that all signals of the closed-loop trajectory tracking system are the uniformly ultimate boundedness using the proposed control strategy. The simulation results on the DJI M100 aircraft model show that the designed controller can achieve strongly robust to model uncertainties and unknown external disturbances. Moreover, the proposed method can avoid the actuator failures caused by input saturation, and realize the trajectory tracking control accurately.

Keywords: quadrotor unmanned aerial vehicle; input constraints; fuzzy adaptive; disturbance observer; dynamic surface control; trajectory tracking control

0 引 言

四旋翼飞行器因其结构简单、成本低廉和具有较高的机动性能被广泛应用于侦察巡逻、影视制作以及货物运输等场合. 但四旋翼为非线性、多变量、强耦合的欠驱动系统, 要实现精确轨迹跟踪控制具有一定挑战性. 由于工作环境的不确定性, 使得其模型很难精确建立^[1], 建模误差的存在进一步增加了控制器设计的难度.

近年来, 国内外学者对四旋翼飞行器轨迹跟踪控

制做了大量研究. 文献[2]利用平移和旋转动力学的级联特性, 将飞行器的位置和姿态分两个阶段进行控制. 反演法、动态面技术被应用到控制器设计中获得了良好的控制效果^[3-4]. 但以上文献均未考虑未知外界干扰对系统的影响. 文献[5]在考虑风场的影响下建立动态数学模型, 用积分反步法设计控制器, 在应对风场效应方面具有良好的鲁棒性. 滑模控制对干扰具有强鲁棒性, 诸多学者利用传统滑模以及终端滑模控制技术来应对飞行器控制过程中所受外界干

收稿日期: 2017-12-05; 修回日期: 2018-07-13.

基金项目: 国家自然科学基金项目(51579024); 辽宁省自然科学基金项目(201602072); 中央高校基本科研业务专项基金项目(3132016311).

[†]通讯作者. E-mail: shenbert@dlmu.edu.cn.

扰^[6-8]. 这些方法已取得了一定成效,但是当系统受到复合扰动较大时,利用模型或控制器本身性能被动的抵御并不能保证其控制精度. 文献[9]将自适应反步法与双积分器李雅普诺夫函数结合使用,保证了在恒定风力干扰作用下全局轨迹跟踪误差收敛到零. 文献[10]引入神经网络逼近系统未建模动态,降低了控制器对飞行器模型精度的要求. 文献[11]将四旋翼飞行器模型分解为两个子系统进行控制,其四阶子系统采用滑模控制方法,设计过程较为繁复,引入状态扩张观测器有利于减小控制抖动的幅值,但依然存在抖动现象.

以上文献在控制器设计时均未考虑执行机构受限的情况,但实际应用中,当输入饱和发生时,如果不进行限制就会影响控制系统的性能,甚至使系统失稳. 文献[12]研究了输入饱和情况下柔性海洋提升机的振动控制问题,引入饱和函数和辅助系统处理输入饱和问题. 文献[13]针对一类SISO非线性系统,使用双曲正切函数逼近饱和函数处理输入饱和问题. 文献[14]考虑四旋翼飞行器控制输入饱和因素,设计基于反步法的轨迹跟踪控制器,但未解决可能存在的“微分爆炸”问题,其只针对四旋翼姿态模型进行控制器设计,对于复杂的欠驱动位置姿态系统将有更多的难题需要解决.

受以上研究的启发,本文针对四旋翼飞行器系统存在模型动态不确定、未知外界干扰和控制输入受限的情况,提出一种输入受限四旋翼飞行器的模糊自适应动态面轨迹跟踪控制策略. 该策略将四旋翼飞行器的模型分解为一个四阶子系统和一个二阶子系统,结合反步法与动态面技术对两个子系统分别进行控制器设计,并引入双曲正切函数和动态补偿方程处理输入饱和问题,采用模糊自适应方法逼近姿态模型中的非线性不确定项以及外界扰动,设计干扰观测器观测位置模型中的复合扰动项. 最后以大疆M100四旋翼飞行器为控制目标进行轨迹跟踪控制仿真,结果验证了所提出设计方法的有效性.

1 问题描述

四旋翼飞行器通过调节电机转速改变姿态和高度进而调整其位置达到轨迹跟踪的目的,模型如图1所示. 根据牛顿-欧拉运动定理,得到系统简化的动力学模型为

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= \frac{1}{m}U_a\tau_F - \frac{K_1\dot{x}}{m} + d_x, \\ \ddot{y} &= \frac{1}{m}U_b\tau_F - \frac{K_2\dot{y}}{m} + d_y,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\ddot{z} &= \frac{1}{m}(\cos\varphi\cos\theta)\tau_F - g - \frac{K_3\dot{z}}{m} + d_z, \\ \ddot{\varphi} &= \frac{\tau_\varphi}{I_x} + \dot{\theta}\dot{\psi}\frac{I_y - I_z}{I_x} - \frac{K_4l}{I_x}\dot{\varphi} + d_\varphi, \\ \ddot{\theta} &= \frac{\tau_\theta}{I_y} + \dot{\varphi}\dot{\psi}\frac{I_z - I_x}{I_y} - \frac{K_5l}{I_y}\dot{\theta} + d_\theta, \\ \ddot{\psi} &= \frac{\tau_\psi}{I_z} + \dot{\varphi}\dot{\theta}\frac{I_x - I_y}{I_z} - \frac{K_6l}{I_z}\dot{\psi} + d_\psi.\end{aligned}\quad (1)$$

其中: x, y, z 为飞行器在惯性坐标系中质心的位置; φ, θ, ψ 分别为横滚角、俯仰角和偏航角; m 为飞行器质量; l 为机体质心到螺旋桨转轴的距离;非线性项

$$U_a = (\cos\varphi\sin\theta\cos\psi + \sin\varphi\sin\psi),$$

$$U_b = (\cos\varphi\sin\theta\sin\psi - \sin\varphi\cos\psi);$$

I_x, I_y, I_z 分别为飞行器关于 x, y, z 三轴的转动惯量,令

$$\Delta f_1 = \dot{\theta}\dot{\psi}(I_y - I_z)/I_x - K_4l\dot{\varphi}/I_x,$$

$$\Delta f_2 = \dot{\varphi}\dot{\psi}(I_z - I_x)/I_y - K_5l\dot{\theta}/I_y,$$

$$\Delta f_3 = \dot{\varphi}\dot{\theta}(I_x - I_y)/I_z - K_6l\dot{\psi}/I_z$$

为模型不确定项; g 为重力加速度; $K_{(\cdot)}$ 为系统的气动阻尼系数; $d_{(\cdot)}$ 为未知外界干扰; $\tau_F, \tau_\varphi, \tau_\theta, \tau_\psi$ 分别为总升力、横滚力矩、俯仰力矩和偏航力矩.

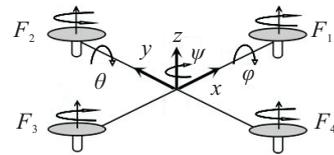


图1 四旋翼飞行器模型

将飞行器模型分解为 Σ_1 和 Σ_2 两个子系统分别设计控制律,有

$$\Sigma_1: \begin{cases} \dot{\eta}_1 = \eta_2, \\ \dot{\eta}_2 = \mathbf{g}_2\eta_3 + \mathbf{T}_{d1}, \\ \dot{\eta}_3 = \mathbf{g}_3\eta_4, \\ \dot{\eta}_4 = \mathbf{W}_4\mathbf{u}(v_1) + \mathbf{\Xi}_1 + \mathbf{T}_{d2}. \end{cases}\quad (2)$$

其中: $\mathbf{u}(v_1) = [u(\tau_\theta) \ u(\tau_\varphi)]^T$, $u(\cdot)$ 表示受限后的控制量, \mathbf{T}_{d1} 为位置子系统内部气动干扰及未知外界扰动构成的复合扰动, \mathbf{T}_{d2} 为姿态子系统未知外界扰动,模型中各状态变量及系数矩阵含义为

$$\begin{aligned}\eta_1 &= \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \eta_2 = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}, \eta_3 = \begin{bmatrix} \sin\theta \\ \sin\varphi \end{bmatrix}, \eta_4 = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{\Xi}_1 &= \begin{bmatrix} \Delta f_1 \\ \Delta f_2 \end{bmatrix}, \mathbf{T}_{d1} = \begin{bmatrix} d_x - K_1\dot{x}/m \\ d_y - K_2\dot{y}/m \end{bmatrix}, \\ \mathbf{g}_2 &= \frac{G(\tau_F)}{m} \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\psi & \sin\psi \\ \cos\varphi\sin\psi & -\cos\psi \end{bmatrix}, \mathbf{T}_{d2} = \begin{bmatrix} d_\theta \\ d_\varphi \end{bmatrix},\end{aligned}$$

$$\mathbf{g}_3 = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ 0 & \cos \varphi \end{bmatrix}, \mathbf{W}_4 = \begin{bmatrix} 1/I_y & 0 \\ 0 & 1/I_x \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Σ_2 是由高度和姿态角组成的子系统,有

$$\Sigma_2: \begin{cases} \dot{\boldsymbol{\eta}}_5 = \boldsymbol{\eta}_6, \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_6 = \mathbf{g}_6 \mathbf{u}(\mathbf{v}_2) + \boldsymbol{\Xi}_2 + \mathbf{T}_{d3}. \end{cases} \quad (4)$$

其中: $\mathbf{u}(\mathbf{v}_2) = [u(\tau_F) \ u(\tau_\psi)]^T$, \mathbf{T}_{d3} 为系统复合干扰项,模型中各状态变量及系数矩阵含义为

$$\boldsymbol{\eta}_5 = \begin{bmatrix} z \\ \psi \end{bmatrix}, \boldsymbol{\Xi}_2 = \begin{bmatrix} -g \\ \Delta f_3 \end{bmatrix}, \mathbf{T}_{d3} = \begin{bmatrix} d_z - K_2 \dot{z}/m \\ d_\psi \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\eta}_6 = \begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}, \mathbf{g}_6 = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \theta / m & 0 \\ 0 & 1/I_z \end{bmatrix}.$$

在实际飞行过程中,飞行器旋翼提供的力矩是有界的,为了避免控制输入超出飞行器系统的执行范围,引入如下饱和约束函数:

$$u(\tau_j) = \text{sat}(\tau_j) = \begin{cases} \text{sgn}(\tau_j) M_i, & |\tau_j| \geq M_i; \\ \tau_j, & |\tau_j| < M_i. \end{cases} \quad (6)$$

其中: $\tau_j (j = F, \varphi, \theta, \psi)$ 为系统控制器输出, $M_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 为执行器输入界限^[15]. 为使受限后的可执行控制输入 $u(\tau_j)$ 具有非线性光滑特性,利用双曲正切函数逼近界限函数,表达形式如下:

$$G(\tau_j) = M_i \tanh\left(\frac{\tau_j}{\sigma}\right) = M_i \frac{e^{\tau_j/\sigma} - e^{-\tau_j/\sigma}}{e^{\tau_j/\sigma} + e^{-\tau_j/\sigma}}, \quad (7)$$

其中 σ 为正常数. 产生的误差函数形式如下:

$$\rho(\tau_j) = \text{sat}(\tau_j) - G(\tau_j), \quad (8)$$

其中 $\rho(\tau_j)$ 为有界函数,其界值表示为

$$|\rho(\tau_j)| = |\text{sat}(\tau_j) - G(\tau_j)| = M_i (1 - \tanh(1)). \quad (9)$$

假设1 参考轨迹 $\mathbf{X}_{nd} = [\boldsymbol{\eta}_{nd}^T, \dot{\boldsymbol{\eta}}_{nd}^T, \ddot{\boldsymbol{\eta}}_{nd}^T]^T \in \Omega_{nd}$ 光滑可测,且 $\Omega_{nd} = \{\mathbf{X}_{nd} : \|\boldsymbol{\eta}_{nd}\|^2 + \|\dot{\boldsymbol{\eta}}_{nd}\|^2 + \|\ddot{\boldsymbol{\eta}}_{nd}\|^2 \leq B_n\}$, $n = 1, 5$, B_n 为已知正常数.

假设2 飞行器所受复合干扰未知且有界,即 $|d_{\rho i}| \leq c_i (i = x, y, z)$, c_i 为大于零的未知常数.

引理1^[16] 令函数 $\pi(x)$ 为定义在紧集 U 上的一个实值连续函数,对于任意常数 $\bar{\varepsilon} > 0$,存在一个模糊逻辑系统使得下式成立:

$$\sup_{x \in U} |\pi(x) - \boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\xi}(x)| \leq \bar{\varepsilon}. \quad (10)$$

其中: $\boldsymbol{\omega}$ 为参数向量, $\boldsymbol{\xi}(x)$ 为模糊基函数向量.

假设3 自适应向量 $\boldsymbol{\omega}_i$ 和逼近误差 ε_i 有界,即存在 $0 < \boldsymbol{\omega}_{iM} \in R$,使得 $\|\boldsymbol{\omega}_i\| \leq \boldsymbol{\omega}_{iM}$,存在 $0 < \varepsilon_{iM} \in R$ 使得 $|\varepsilon_i| < \varepsilon_{iM}$, $i = 1, 2, 3$.

系统控制目标:针对四旋翼飞行器模型(2)和(4),在满足假设1、假设2和假设3的前提下,考虑系统存在动态不确定和未知外界干扰的情况,设计带有饱和

函数及辅助设计系统的控制器,保证飞行器控制系统中误差信号一致最终有界.

2 飞行器轨迹跟踪控制器设计

本文将 x, y, ϕ, θ 四个自由度结合为四阶欠驱动子系统设计控制器,并将 z, ψ 两自由度作为单独的全驱动子系统设计控制器.

2.1 欠驱动子系统控制器设计

Step 1: 定义子系统 Σ_1 的动态跟踪误差为

$$\mathbf{e}_i = \boldsymbol{\eta}_i - \boldsymbol{\alpha}_{i-1}, \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (11)$$

其中: $\boldsymbol{\alpha}_0 = \boldsymbol{\eta}_{1d}$ 为期望的跟踪轨迹, $\boldsymbol{\alpha}_i$ 为待设计的虚拟控制量,为避免传统反演控制方法对 $\boldsymbol{\alpha}_i$ 直接求导时出现“微分爆炸”问题,引入动态面技术,定义新变量 $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_i$ 作为 $\boldsymbol{\alpha}_i$ 的一阶低通滤波器的输出,其数学表达式为

$$T_i \dot{\hat{\boldsymbol{\alpha}}}_i + \hat{\boldsymbol{\alpha}}_i = \boldsymbol{\alpha}_i, \quad \hat{\boldsymbol{\alpha}}_i(0) = \boldsymbol{\alpha}_i(0), \quad (12)$$

这里 T_i 为滤波时间常数. 式(12)变换可得 $\dot{\hat{\boldsymbol{\alpha}}}_i = (\boldsymbol{\alpha}_i - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_i)/T_i$, 令 $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_i = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_i - \boldsymbol{\alpha}_i$, 求导并整理有 $\dot{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}}_i = -\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_i/T_i - \dot{\boldsymbol{\alpha}}_i$, $i = 1, 2, 3$, 其中 $\beta_i (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \bar{\mathbf{e}}_4, \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_1, \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_2, \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_3, \hat{\mathbf{T}}_{d1}, \boldsymbol{\eta}_{1d}, \dot{\boldsymbol{\eta}}_{1d}, \ddot{\boldsymbol{\eta}}_{1d})$ 为非负连续函数^[17]. 进一步有

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_i^T \dot{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}}_i &\leq -\frac{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_i}{T_i} + \|\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_i\| \beta_i \leq \\ &-\frac{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_i}{T_i} + \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_i^T \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_i + \frac{\|\beta_i\|^2}{4}. \end{aligned} \quad (13)$$

为了降低饱和效应,降低输入受限对系统状态跟踪误差的影响,帮助控制输入退出饱和,引入辅助系统对跟踪误差 e_4 进行补偿,辅助系统设计为

$$\dot{\mathbf{h}}_1 = -\kappa_1 \mathbf{h}_1 + \mathbf{W}_4 [\mathbf{G}(\mathbf{v}_1) - \mathbf{v}_1]. \quad (14)$$

其中: $\kappa_1 > 0$ 为设计参数, \mathbf{h}_1 为辅助系统状态, $\mathbf{G}(\mathbf{v}_1) = [G(\tau_\theta) \ G(\tau_\varphi)]^T$.

重新定义补偿修正后的跟踪误差为

$$\bar{\mathbf{e}}_4 = \mathbf{e}_4 - \mathbf{h}_1. \quad (15)$$

Step 2: 选取 Lyapunov 函数为

$$V_1 = \frac{1}{2} \mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1. \quad (16)$$

对 V_1 求导并结合式(2)和(11)得

$$\dot{V}_1 = \mathbf{e}_1^T (\boldsymbol{\eta}_2 - \dot{\boldsymbol{\eta}}_{1d}) = \mathbf{e}_1^T (\mathbf{e}_2 + \boldsymbol{\alpha}_1 - \dot{\boldsymbol{\eta}}_{1d}). \quad (17)$$

设计虚拟控制律

$$\boldsymbol{\alpha}_1 = -\lambda_1 \mathbf{e}_1 + \dot{\boldsymbol{\eta}}_{1d}, \quad (18)$$

其中 $\lambda_1 > 0$ 为设计参数.

Step 3: 选取 Lyapunov 函数为

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2. \quad (19)$$

对 V_2 求导并整理得

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + \mathbf{e}_2^T (\mathbf{g}_2 \mathbf{e}_3 + \mathbf{g}_2 \boldsymbol{\alpha}_2 + \mathbf{T}_{d1} - \dot{\hat{\boldsymbol{\alpha}}}_1). \quad (20)$$

考虑四旋翼飞行器位置子系统受到的复合干扰 T_{d1} 满足假设2的前提下,设计如下干扰观测器:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{T}}}_{d1} &= \boldsymbol{\chi}_1 (\boldsymbol{\eta}_2 - \hat{\mathbf{Z}}) - \hat{\mathbf{T}}_{d1}, \\ \dot{\hat{\mathbf{Z}}} &= \hat{\mathbf{T}}_{d1} + \boldsymbol{\chi}_2 (\boldsymbol{\eta}_2 - \hat{\mathbf{Z}}) + \mathbf{g}_2 \boldsymbol{\eta}_3. \end{aligned} \quad (21)$$

其中: $\hat{\mathbf{T}}_{d1} = [\hat{d}_{px} \ \hat{d}_{py}]^T$ 为对 \mathbf{T}_{d1} 的估计; 误差向量 $\hat{\mathbf{Z}} = \boldsymbol{\eta}_2 - \hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{Z}} = [\hat{v}_x, \hat{v}_y]^T$ 为对 $\boldsymbol{\eta}_2$ 的估计; $\boldsymbol{\chi}_1 = \text{diag}([\chi_{11}, \chi_{21}]), \boldsymbol{\chi}_2 = \text{diag}([\chi_{12}, \chi_{22}])$ 均为正定的设计参数矩阵. 选择合理的观测器参数 $\boldsymbol{\chi}_1 \in R^{2 \times 2}$ 和 $\boldsymbol{\chi}_2 \in R^{2 \times 2}$, 可使扰动估计误差 $\tilde{\mathbf{T}}_{d1} = \mathbf{T}_{d1} - \hat{\mathbf{T}}_{d1}$ 一致最终有界^[18].

设计虚拟控制律

$$\boldsymbol{\alpha}_2 = \mathbf{g}_2^{-1} (-\lambda_2 \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_1 - \hat{\mathbf{T}}_{d1} + \dot{\hat{\boldsymbol{\alpha}}}_1), \quad (22)$$

其中 $\lambda_2 > 0$ 为设计参数.

Step 4: 选取 Lyapunov 函数为

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} \mathbf{e}_3^T \mathbf{e}_3. \quad (23)$$

对 V_3 求导并整理得

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + \mathbf{e}_3^T (\mathbf{g}_3 \mathbf{e}_4 + \mathbf{g}_3 \boldsymbol{\alpha}_3 - \dot{\hat{\boldsymbol{\alpha}}}_2). \quad (24)$$

设计虚拟控制律如下:

$$\boldsymbol{\alpha}_3 = \mathbf{g}_3^{-1} (-\lambda_3 \mathbf{e}_3 - \mathbf{g}_2^T \mathbf{e}_2 + \dot{\hat{\boldsymbol{\alpha}}}_2), \quad (25)$$

其中 $\lambda_3 > 0$ 为设计参数.

Step 5: 选取 Lyapunov 函数为

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2} \bar{\mathbf{e}}_4^T \bar{\mathbf{e}}_4. \quad (26)$$

对 V_4 求导并结合式(2)、(14)和(15),得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 &= \dot{V}_3 + \mathbf{e}_4^T [\mathbf{W}_4 \mathbf{G}(\mathbf{v}_1) + \boldsymbol{\Xi}_1 + \\ &\quad \mathbf{W}_4 \boldsymbol{\rho}_1 + \mathbf{T}_{d2} - \dot{\hat{\boldsymbol{\alpha}}}_3 - \dot{\mathbf{h}}_1] = \\ &\quad \dot{V}_3 + \bar{\mathbf{e}}_4^T [\mathbf{W}_4 \mathbf{v}_1 + \kappa_1 \mathbf{h}_1 - \dot{\hat{\boldsymbol{\alpha}}}_3 + \\ &\quad \boldsymbol{\Xi}_1 + \mathbf{W}_4 \boldsymbol{\rho}_1 + \mathbf{T}_{d2} \dot{\hat{\boldsymbol{\alpha}}}_3], \end{aligned} \quad (27)$$

其中 $\boldsymbol{\rho}_1 = [\rho_{11} \ \rho_{12}]^T$ 为界限误差向量. 令 $\mathbf{f} = [f_\varphi, f_\theta]^T = \boldsymbol{\Xi}_1 + \mathbf{W}_4 \boldsymbol{\rho}_1 + \mathbf{T}_{d2}$, 表达式 \mathbf{f} 包含未知外界干扰、模型不确定性和界限误差, 因此引入模糊逻辑系统^[19] 对其逼近. 本文选用具有单点模糊器、高斯隶属度函数、乘积推理机和中心平均解模糊器的模糊逻辑系统, 其输出可以表示为

$$\mathbf{f} = \boldsymbol{\omega}^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}). \quad (28)$$

其中: $\mathbf{x} = [\varphi, \theta, \psi]^T, \boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \dots, \omega_m]^T$ 为参数向量; $\boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}) = [\xi_1(\mathbf{x}), \xi_2(\mathbf{x}), \dots, \xi_m(\mathbf{x})]^T$ 为模糊基函数向量, m 为模糊逻辑规则数, 且有

$$\xi_l(\mathbf{x}) = \frac{\prod_{i=1}^3 \mu_{A_i^l}(\mathbf{x}_i)}{\sum_{l=1}^m \left(\prod_{i=1}^3 \mu_{A_i^l}(\mathbf{x}_i) \right)}, \quad (29)$$

$\mu_{A_i^l}(\mathbf{x}_i)$ 为 \mathbf{x}_i 的隶属度函数.

结合式(10)和(28), 可得 \mathbf{f} 的逼近形式为

$$\mathbf{f} = \boldsymbol{\omega}^{*T} \boldsymbol{\xi}^{*T} + \boldsymbol{\varepsilon}^*. \quad (30)$$

其中: $\boldsymbol{\omega}^{*T} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_1^T & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\omega}_2^T \end{bmatrix}^T$ 为参数向量矩阵, $\boldsymbol{\xi}^* = [\boldsymbol{\xi}_1 \ \boldsymbol{\xi}_2]^T$ 为模糊基向量, $\boldsymbol{\varepsilon}^* = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2]$ 为逼近误差向量.

设计自适应律如下:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\omega}}}_i = \gamma_i (\boldsymbol{\xi}_i \bar{\mathbf{e}}_{4i} - \mu_i \hat{\boldsymbol{\omega}}_i), \quad i = 1, 2, \quad (31)$$

其中 $\gamma_i > 0, \mu_i > 0$ 为待设计参数.

设计带有饱和补偿项的控制律为

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_1 &= \mathbf{W}_4^{-1} [-\lambda_4 \bar{\mathbf{e}}_4 - \mathbf{g}_3^T \mathbf{e}_3 - \hat{\boldsymbol{\omega}}^{*T} \boldsymbol{\xi}^* + \\ &\quad \dot{\hat{\boldsymbol{\alpha}}}_3 - \kappa_1 \mathbf{h}_1 - \mathbf{B}_1 \mathbf{h}_1^T \mathbf{g}_3^T \mathbf{e}_3]. \end{aligned} \quad (32)$$

其中: $\lambda_4 > 0$ 为设计参数, $\hat{\boldsymbol{\omega}}^{*T} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\omega}}_1^T & 0 \\ 0 & \hat{\boldsymbol{\omega}}_2^T \end{bmatrix}^T$ 被用来估计最优参向量 $\boldsymbol{\omega}^{*T}$ 且 $\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{*T} = \boldsymbol{\omega}^{*T} - \hat{\boldsymbol{\omega}}^{*T}, \mathbf{B}_1$ 满足等式 $\bar{\mathbf{e}}_4^T \mathbf{B}_1 = 1$.

注1 文献[11]在控制器设计过程中未考虑输入饱和问题, 如果控制输入超出系统的执行范围, 则会严重影响控制效果, 甚至使系统失稳. 本文引入界限函数, 消除了因输入饱和导致的执行器失控现象, 并设计辅助补偿系统用于降低饱和效应.

注2 文献[14]采用传统的反演控制方法, 控制器设计过程中直接对虚拟控制量求导容易出现“微分爆炸”问题, 不利于工程实现. 本文引入一阶滤波器, 避免了上述问题, 简化了控制算法.

2.2 全驱动子系统控制器设计

Step 1: 定义系统 Σ_2 的动态跟踪误差为

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_5 &= \boldsymbol{\eta}_5 - \boldsymbol{\eta}_{5d}, \\ \mathbf{e}_6 &= \boldsymbol{\eta}_6 - \boldsymbol{\alpha}_5. \end{aligned} \quad (33)$$

其中: $\boldsymbol{\eta}_{5d}$ 为期望的轨迹, $\boldsymbol{\alpha}_5$ 为待设计的虚拟控制量. 定义新变量 $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_5$ 作为 $\boldsymbol{\alpha}_5$ 的一阶低通滤波器的输出, 其数学表达式为

$$T_5 \dot{\hat{\boldsymbol{\alpha}}}_5 + \hat{\boldsymbol{\alpha}}_5 = \boldsymbol{\alpha}_5, \hat{\boldsymbol{\alpha}}_5(0) = \boldsymbol{\alpha}_5(0). \quad (34)$$

经式(34)变换得 $\dot{\hat{\boldsymbol{\alpha}}}_5 = (\boldsymbol{\alpha}_5 - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_5)/T_5$, 令 $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_5 = \hat{\boldsymbol{\alpha}}_5 - \boldsymbol{\alpha}_5$, 求导并整理有 $\dot{\tilde{\boldsymbol{\alpha}}}_5 = -\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_5/T_5 - \dot{\boldsymbol{\alpha}}_5$, 记 $\beta_5 = \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_5, \beta_5(\mathbf{e}_5, \bar{\mathbf{e}}_6, \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_5, \boldsymbol{\eta}_{5d}, \dot{\boldsymbol{\eta}}_{5d}, \dot{\boldsymbol{\eta}}_{5d})$ 为非负连续函数, 且有

$$\tilde{\alpha}_5^T \dot{\tilde{\alpha}}_5 \leq -\frac{\tilde{\alpha}_5^T \tilde{\alpha}_5}{T_5} + \tilde{\alpha}_5^T \tilde{\alpha}_5 + \frac{\|\beta_5\|^2}{4}. \quad (35)$$

引入辅助系统对跟踪误差 e_6 进行补偿,有

$$\dot{h}_2 = -\kappa_2 h_2 + g_6 [G(v_2) - v_2]. \quad (36)$$

其中: $\kappa_2 > 0$ 为设计参数, h_2 为辅助系统状态, $G(v_2) = [G(\tau_F) \ G(\tau_\psi)]^T$.

重新定义补偿修正后的跟踪误差

$$\bar{e}_6 = e_6 - h_2. \quad (37)$$

Step 2: 选取 Lyapunov 函数为

$$V_5 = \frac{1}{2} e_5^T e_5. \quad (38)$$

对 V_5 求导并结合式(4)和(33),得到

$$\dot{V}_5 = e_5^T (e_6 + \alpha_5 - \dot{\eta}_{5d}). \quad (39)$$

设计虚拟控制律

$$\alpha_5 = -\lambda_5 e_5 + \dot{\eta}_{5d}, \quad (40)$$

其中 $\lambda_5 > 0$ 为设计参数.

Step 3: 选取 Lyapunov 函数为

$$V_6 = V_5 + \frac{1}{2} \bar{e}_6^T \bar{e}_6. \quad (41)$$

对 V_6 求导并结合式(4)、(36)和(37),得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_6 &= \dot{V}_5 + \bar{e}_6^T [g_6 G(v_2) + \Theta - \dot{\alpha}_5 - \dot{h}_2] = \\ &\dot{V}_5 + \bar{e}_6^T (g_6 v_2 + \kappa_2 h_2 + \Theta - \dot{\alpha}_5). \end{aligned} \quad (42)$$

其中

$$\Theta = \begin{bmatrix} -g + \cos \varphi \cos \theta \rho_{21}/m - K_3 \dot{z}/m + d_z \\ \Delta f_3 + \rho_{22}/I_z + d_\psi \end{bmatrix}.$$

令 $d_{\rho z} = \frac{\cos \varphi \cos \theta}{m} \rho_{21} - \frac{K_3 \dot{z}}{m} + d_z$ 为高度 z 上的复合扰动,设计干扰观测器对 $d_{\rho z}$ 进行观测,有

$$\begin{aligned} \dot{\hat{d}}_{\rho z} &= \chi_{31}(\dot{z} - \hat{v}_z) - \hat{d}_{\rho z}, \\ \dot{\hat{v}}_z &= \hat{d}_{\rho z} + \chi_{32}(\dot{z} - \hat{v}_z) - g + \frac{G(\tau_F)}{m}(\cos \varphi \cos \theta). \end{aligned} \quad (43)$$

其中: $\hat{d}_{\rho z}$ 为 $d_{\rho z}$ 的估计值,估计误差定义为 $\tilde{d}_{\rho z} = d_{\rho z} - \hat{d}_{\rho z}$; \hat{v}_z 为 \dot{z} 的估计值,估计误差定义为 $\tilde{v}_z = \dot{z} - \hat{v}_z$; $\chi_{31} > 0, \chi_{32} > 0$ 为设计参数.

令 $f_\psi = \Delta f_3 + \frac{\rho_{22}}{I_z} + d_\psi$ 为模型不确定性、界限函数逼近误差和外界干扰构成的复合项,引入模糊逻辑系统对 f_ψ 进行逼近,其逼近形式为

$$f_\psi = \omega_3^T \xi_3 + \varepsilon_3. \quad (44)$$

其中: ω_3^T 为最优参向量, ξ_3 为模糊基向量, ε_3 为逼近误差.

设计自适应律如下:

$$\dot{\hat{\omega}}_3 = \gamma_3 (\xi_3 \bar{e}_6 - \mu_3 \hat{\omega}_3). \quad (45)$$

其中 $\gamma_3 > 0, \mu_3 > 0$ 为设计参数.

设计带有饱和补偿项的控制律为

$$v_2 = g_6^{-1} \begin{bmatrix} -\lambda_6 \bar{e}_6 - e_5 - \Theta^* + \dot{\alpha}_5 \\ -\kappa_2 h_2 - B_2 h_2^T e_5 \end{bmatrix}. \quad (46)$$

其中: $\lambda_6 > 0, \Theta^* = [-g + \hat{d}_{\rho z}, \hat{\omega}_3^T \xi_3]^T, \hat{\omega}_3^T$ 被用来估计最优参向量 ω_3^T 且 $\tilde{\omega}_3^T = \omega_3^T - \hat{\omega}_3^T, B_2$ 满足等式 $\bar{e}_6^T B_2 = 1$.

3 稳定性分析

3.1 欠驱动子系统稳定性分析

选取 Lyapunov 函数为

$$\begin{aligned} V_{\Sigma_1} &= \frac{1}{2} e_1^T e_1 + \frac{1}{2} e_2^T e_2 + \frac{1}{2} e_3^T e_3 + \frac{1}{2} \bar{e}_4^T \bar{e}_4 + \\ &\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \tilde{\alpha}_i^T \tilde{\alpha}_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \tilde{\omega}_i^T \gamma_i^{-1} \tilde{\omega}_i. \end{aligned} \quad (47)$$

定义有界紧集

$$\Omega_1 = \{[e_1, e_2, e_3, \bar{e}_4, \tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \tilde{\alpha}_3, \hat{T}_{d1}]^T : V_{\Sigma_1} \leq \varpi_1\}.$$

ϖ_1 为已知正数,可知 $\Omega_1 \times \Omega_{1d}$ 也是紧集,假设 β_i 在紧集 $\Omega_1 \times \Omega_{1d}$ 上的最大值为 $N_i (i = 1, 2, 3)$.

对式(47)求导并结合式(13)和(27),整理得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\Sigma_1} &\leq \\ &e_1^T (e_2 + \alpha_1 - \dot{\eta}_{1d}) + e_2^T (g_2 e_3 + g_2 \alpha_2 - \dot{\alpha}_1 + T_{d1}) + \\ &e_3^T (g_3 e_4 + g_3 \alpha_3 - \dot{\alpha}_2) + \bar{e}_4^T (W_4 v_1 + \kappa_1 h_1 - \dot{\alpha}_3 + \\ &f) + \sum_{i=1}^3 \left(-\frac{\tilde{\alpha}_i^T \tilde{\alpha}_i}{T_i} + \tilde{\alpha}_i^T \tilde{\alpha}_i + \frac{N_i^2}{4} \right) - \sum_{i=1}^2 \tilde{\omega}_i^T \gamma_i^{-1} \dot{\omega}_i. \end{aligned} \quad (48)$$

将设计的控制律和自适应律代入式(48),整理得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\Sigma_1} &\leq \\ &-\lambda_1 e_1^T e_1 - \lambda_2 e_2^T e_2 - \lambda_3 e_3^T e_3 - \lambda_4 \bar{e}_4^T \bar{e}_4 + \\ &\sum_{i=1}^2 \bar{e}_{4i}^T \varepsilon_i + \sum_{i=1}^2 \tilde{\omega}_i^T \mu_i \hat{\omega}_i + e_2^T \tilde{T}_{d1} - \\ &\sum_{i=1}^3 \left(\frac{1}{T_i} - 1 \right) \tilde{\alpha}_i^T \tilde{\alpha}_i + \sum_{i=1}^3 \frac{N_i^2}{4}. \end{aligned} \quad (49)$$

令 $\|\tilde{T}_{d1}\| \leq \tilde{c}_1, \tilde{c}_1 > 0$ 为 \tilde{T}_{d1} 的界,借助不等式

$$\begin{aligned} e_2^T \tilde{T}_{d1} &\leq \delta e_2^T e_2 + \frac{1}{4\delta} \|\tilde{T}_{d1}\|^2 \leq \delta e_2^T e_2 + \frac{1}{4\delta} \tilde{c}_1^2, \\ \mu_i \tilde{\omega}_i^T \hat{\omega}_i &\leq -\frac{\mu_i \tilde{\omega}_i^T \tilde{\omega}_i}{2} + \frac{\mu_i \omega_{iM}^2}{2}, \\ \bar{e}_{4i}^T \varepsilon_i &\leq \frac{\bar{e}_{4i}^T \bar{e}_{4i}}{2} + \frac{1}{2} \varepsilon_i^2 \leq \frac{\bar{e}_{4i}^T \bar{e}_{4i}}{2} + \frac{1}{2} \varepsilon_{iM}^2, \end{aligned}$$

其中 δ 为正常数,结合式(49)整理得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\Sigma_1} &\leq -\lambda_1 e_1^T e_1 - (\lambda_2 - \delta) e_2^T e_2 - \lambda_3 e_3^T e_3 - \\ &\left(\lambda_4 - \frac{1}{2} \right) \bar{e}_4^T \bar{e}_4 - \sum_{i=1}^2 \frac{\mu_i \tilde{\omega}_i^T \tilde{\omega}_i}{2} - \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{1}{T_i} - 1 \right) \tilde{\alpha}_i^T \tilde{\alpha}_i + \sum_{i=1}^2 \frac{\mu_i \omega_{iM}^2}{2} + \sum_{i=1}^3 \frac{N_i^2}{4} + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} \varepsilon_{iM}^2 + \frac{1}{4\delta} \tilde{c}_1^2 \leq -\bar{\mu}_1 V_{\Sigma_1} + \Delta_1. \quad (50)$$

其中

$$\bar{\mu}_1 = \min \left\{ 2\lambda_1, 2\lambda_2 - 2\delta, 2\lambda_3, 2\lambda_4 - 1, \sum_{i=1}^3 \left(\frac{2}{T_i} - 2 \right), \sum_{i=1}^2 \mu_i \gamma_i \right\}, \quad (51)$$

$$\Delta_1 = \sum_{i=1}^2 \frac{\mu_i \omega_{iM}^2}{2} + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} \varepsilon_{iM}^2 + \sum_{i=1}^3 \frac{N_i^2}{4} + \frac{1}{4\delta} \tilde{c}_1^2, \quad (52)$$

$$\lambda_2 - \delta > 0, 2\lambda_4 - 1 > 0, \sum_{i=1}^3 (2/T_i - 2) > 0. \quad (53)$$

解不等式(50),可得

$$0 \leq V_{\Sigma_1}(t) \leq \frac{\Delta_1}{\bar{\mu}_1} + \left[V(0) - \frac{\Delta_1}{\bar{\mu}_1} \right] e^{-\bar{\mu}_1 t}, \quad (54)$$

由式(54)可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V_{\Sigma_1} = \frac{\Delta_1}{\bar{\mu}_1}. \quad (55)$$

由式(55)可得, $V_{\Sigma_1}(t)$ 收敛值的上界为 $\Delta_1/\bar{\mu}_1$, 即 $V_{\Sigma_1}(t)$ 一致最终有界. 由式(47)可得, 系统中的信号 $e_1, e_2, e_3, \bar{e}_4, \alpha_i (i = 1, 2, 3)$ 和 $\tilde{\omega}_i (i = 1, 2)$ 一致最终有界, 从而得到飞行器轨迹跟踪闭环子系统 Σ_1 内所有信号的一致最终有界性.

3.2 全驱子系统稳定性分析

选取Lyapunov函数为

$$V_{\Sigma_2} = \frac{1}{2} e_5^T e_5 + \frac{1}{2} \bar{e}_6^T \bar{e}_6 + \frac{1}{2} \tilde{\omega}_3^T \gamma_3^{-1} \tilde{\omega}_3 + \frac{1}{2} \tilde{\alpha}_5^T \tilde{\alpha}_5. \quad (56)$$

定义如下紧集 $\Omega_2 = \{[e_5, \bar{e}_6, \tilde{\alpha}_5]^T : V_{\Sigma_2} \leq \varpi_2\}$, ϖ_2 为已知正常数, 可知 $\Omega_2 \times \Omega_{5d}$ 也是紧集, 假设 β_5 在紧集 $\Omega_2 \times \Omega_{5d}$ 上的最大值为 N_5 . 对式(56)求导并结合(35)和(42), 整理得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\Sigma_2} = & e_5^T (e_6 + \alpha_5 - \dot{\eta}_{5d}) + \\ & \bar{e}_6^T (g_6 v_2 + \kappa_2 h_2 + \Theta - \dot{\alpha}_5) - \\ & \tilde{\omega}_3^T \gamma_3^{-1} \dot{\tilde{\omega}}_3 - \frac{\tilde{\alpha}_5^T \tilde{\alpha}_5}{T_5} + \tilde{\alpha}_5^T \tilde{\alpha}_5 + \frac{N_5^2}{4}. \end{aligned} \quad (57)$$

结合式(40)、(45)和(46), 整理得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\Sigma_2} \leq & -\lambda_5 e_5^T e_5 - \lambda_6 \bar{e}_6^T \bar{e}_6 - \left(\frac{1}{T_5} - 1 \right) \tilde{\alpha}_5^T \tilde{\alpha}_5 + \\ & \frac{N_5^2}{4} + \bar{e}_{61} \tilde{d}_{\rho z} + \bar{e}_{62} \varepsilon_3 + \tilde{\omega}_3^T \mu_3 \tilde{\omega}_3. \end{aligned} \quad (58)$$

令 $\|\tilde{d}_{\rho z}\| \leq \tilde{c}_2, \tilde{c}_2 > 0$ 为 $\tilde{d}_{\rho z}$ 的界, 借助不等式

$$\bar{e}_{61} \tilde{d}_{\rho z} \leq \frac{\bar{e}_{61}^2}{2} + \frac{\tilde{d}_{\rho z}^2}{2} \leq \frac{\bar{e}_{61}^2}{2} + \frac{\tilde{c}_2^2}{2},$$

$$\begin{aligned} \mu_3 \tilde{\omega}_3^T \tilde{\omega}_3 & \leq -\frac{\mu_3 \tilde{\omega}_3^T \tilde{\omega}_3}{2} + \frac{\mu_3 \omega_{3M}^2}{2}, \\ \bar{e}_{62} \varepsilon_3 & \leq \frac{\bar{e}_{62}^2}{2} + \frac{\varepsilon_3^2}{2} \leq \frac{\bar{e}_{62}^2}{2} + \frac{\varepsilon_{3M}^2}{2}, \end{aligned}$$

代入式(58)整理得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\Sigma_2} \leq & -\lambda_5 e_5^T e_5 - \left(\lambda_6 - \frac{1}{2} \right) \bar{e}_6^T \bar{e}_6 + \frac{N_5^2}{4} - \\ & \left(\frac{1}{T_5} - 1 \right) \tilde{\alpha}_5^T \tilde{\alpha}_5 + \frac{\mu_3 \omega_{3M}^2}{2} + \\ & \frac{\varepsilon_{3M}^2}{2} + \frac{\tilde{c}_2^2}{2} - \frac{\mu_3}{2} \tilde{\omega}_3^T \tilde{\omega}_3 \leq -\bar{\mu}_2 V_{\Sigma_2} + \Delta_2. \end{aligned} \quad (59)$$

其中

$$\bar{\mu}_2 = \min \left\{ 2\lambda_5, 2\lambda_6 - 1, \mu_3 \gamma_3, \left(\frac{2}{T_5} - 2 \right) \right\}, \quad (60)$$

$$\Delta_2 = \frac{N_5^2}{4} + \frac{\mu_3 \omega_{3M}^2}{2} + \frac{\varepsilon_{3M}^2}{2} + \frac{\tilde{c}_2^2}{2}, \quad (61)$$

$$2\lambda_6 - 1 > 0, 2/T_5 - 2 > 0. \quad (62)$$

参照第3.1节稳定性分析, 同理可证, $V_{\Sigma_2}(t)$ 收敛值的上界为 $\Delta_2/\bar{\mu}_2$, 可以得到飞行器轨迹跟踪闭环子系统 Σ_2 内所有信号一致最终有界.

4 仿真分析

为了验证本文控制算法的有效性, 以大疆M100四旋翼飞行器为对象进行轨迹跟踪控制仿真, 在设计参数相同的情况下对3种不同受限策略下的控制量进行对比, 飞行器模型参数如下: $m = 2.5 \text{ kg}, g = 9.8 \text{ m/s}^2, l = 0.325 \text{ m}, I_x = 0.082 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, I_y = 0.082 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, I_z = 0.149 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, K_1 = K_2 = K_3 = 0.6 \text{ kg/s}, K_4 = K_5 = K_6 = 0.6 \text{ kg/rad}$.

期望轨迹设定为

$$\begin{aligned} x_d & = 10 \sin \left(\frac{\pi}{30} t \right), y_d = 10 \cos \left(\frac{\pi}{30} t \right), \\ z_d & = \frac{t}{6}, \psi_d = \frac{\pi}{3}. \end{aligned}$$

飞行器的初始位置和状态信息设定为

$$\begin{aligned} [x(0), y(0), z(0), \phi(0), \theta(0), \psi(0)] & = \\ [5, 5, 0, 0, 0, 1]. \end{aligned}$$

四旋翼飞行器受到的外界干扰设定为

$$\begin{aligned} [d_x, d_y]^T & = [\sin 0.2t, \sin 0.2t]^T, \\ [d_\phi, d_\theta]^T & = \begin{bmatrix} 2 \sin 0.2t - \cos(0.2t + 0.2) \\ 2 \sin 0.2t - \cos(0.2t + 0.2) \end{bmatrix}, \\ [d_z, d_\psi]^T & = [\sin 0.2t, 2 \sin 0.2t - \cos(0.2t + 0.2)]^T. \end{aligned}$$

控制器参数取 $\lambda_1 = 10^{-6}, \lambda_2 = 10^{-6}, \lambda_3 = 56, \lambda_4 = 1, \lambda_5 = 6, \lambda_6 = 8$. 滤波时间常数取 $T_1 = T_2 = T_3 = T_5 = 0.02$. 干扰观测器参数取 $\chi_{11} = 200, \chi_{12} = 3.6, \chi_{21} = 200, \chi_{22} = 3, \chi_{31} = 200, \chi_{32} = 3$. 模糊自

适应参数取 $\gamma_1 = 6, \gamma_2 = 8, \gamma_3 = 150, \mu_1 = 0.001, \mu_2 = 0.001, \mu_3 = 0.001$. 饱和限制系统参数取 $\kappa_1 = \kappa_2 = 3, \sigma = 2$. 控制输入界限取 $[M_1, M_2, M_3, M_4] = [30, 3, 3, 1]$. 对输入变量采用9条模糊规则, 其隶属度函数取 $\mu_{A_l^i} = \exp\{-[x_i + \pi/6 - (l-1)\pi/24]^2 / [\pi/24]^2\}, l = 1, 2, \dots, 9$.

图2为飞行器轨迹跟踪曲线, 从三维效果图中可以看出, 在本文算法控制下, 四旋翼飞行器快速到达期望轨迹, 并一直保持跟踪状态. 图3为姿态模型中不确定项、界限误差和外界干扰所构成复合项的模糊逼近曲线, 可以看出模糊逻辑系统在3s左右可以准确的逼近复合项, 表明本文控制器降低了对建模精度的要求且有较强的鲁棒性, 为系统高精度控制提供了保证. 图4为干扰观测器对位置模型中复合干扰项

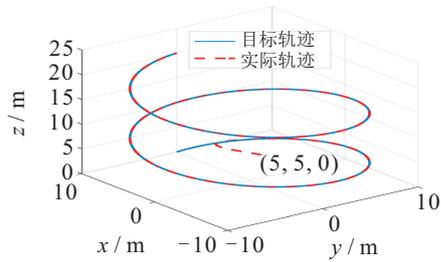


图2 飞行器轨迹跟踪曲线

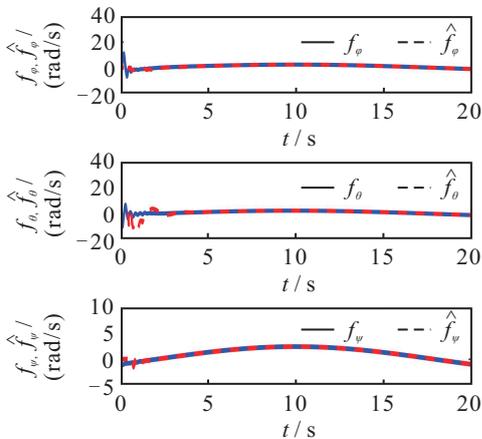


图3 模糊逼近曲线

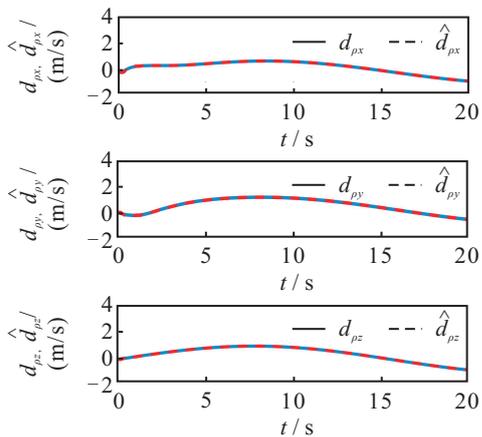


图4 干扰观测器观测曲线

的观测曲线, 由图4可直观看出, 干扰观测器能够快速准确地估测出复合干扰, 表明所设计控制器具有良好的抗干扰能力, 保证了干扰影响下飞行器的轨迹跟踪精度.

图5和图6为控制量对比曲线, $G(\tau_i)$ 表示本文采用双曲正切函数并引入辅助系统补偿后的执行器输入曲线, $S(\tau_i)$ 表示采用饱和约束函数但未采取任何补偿策略的执行器输入曲线, τ_i 表示不考虑输入饱和的控制器输出曲线. 由仿真结果可以看出, 当控制量 τ_i 超出饱和界限时, 对其进行饱和限制能够使控制输入退到执行机构所允许的安全范围内, 从而进行有效控制. 当控制输入饱和且愈严重时, 辅助系统作用愈明显, 图6中横滚力矩 $S(\tau_\phi)$ 在1~2s时间段内震荡幅值超出 $G(\tau_\phi)$ 一倍, $G(\tau_\phi)$ 在2s左右恢复到理想状态, 而 $S(\tau_\phi)$ 受饱和效应影响需要更长的时间恢复到平滑状态. 这说明本文设计的带有饱和补偿策略的执行器输入有助于饱和出现后跟踪误差的收敛, 能有效处理控制输入饱和问题.

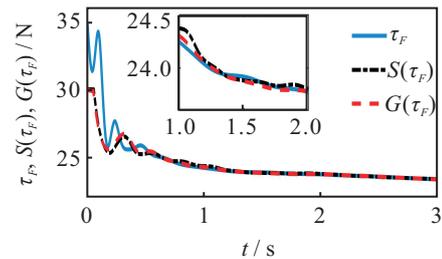


图5 升力和偏航力矩曲线

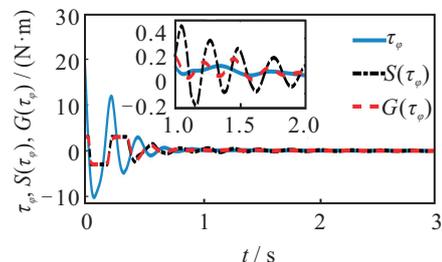
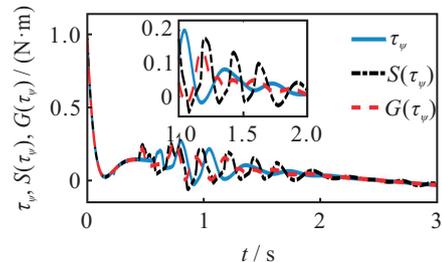


图6 横滚俯仰力矩曲线

5 结论

针对四旋翼飞行器轨迹跟踪控制问题,提出一种带有饱和辅助系统的自适应动态面轨迹跟踪控制策略.该策略在传统反演法的基础上引入一阶低通滤波器,将微分运算转换为简单且易于实现的代数运算.所设计的干扰观测器能有效估测出位置部分的复合扰动,采用模糊系统准确的逼近姿态部分含有未建模动态的复合项,利用双曲正切函数和辅助补偿系统解决飞行器控制输入饱和问题.仿真结果表明,所提出方法实现了飞行器高精度轨迹跟踪控制,同时抑制了因输入饱和导致的控制系统不稳定现象,更加符合四旋翼飞行器安全稳定的飞行控制要求.

参考文献(References)

- [1] Zuo Z. Trajectory tracking control design with command filtered compensation for a quadrotor[J]. *Control Theory & Applications* Int, 2010, 4(11): 2343-2355.
- [2] Abdessameud A, Tayebi A. Global trajectory tracking control of VTOL-UAVs without linear velocity measurements [J]. *Automatica*, 2010, 46(6): 1053-1059.
- [3] Yuan X M, Cao K C, Zhang T, et al. Trajectory tracking control for a quad-rotor UAV based on integrator backstepping[C]. *The 27th Chinese Control and Decision Conf. Qingdao: IEEE*, 2015: 1790-1795.
- [4] 方旭, 刘金琨. 四旋翼无人机动态面控制[J]. *北京航空航天大学学报*, 2016, 42(8): 1777-1784.
(Fang X, Liu J K. Dynamic surface control for quadrotor unmanned air vehicle[J]. *J of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2016, 42(8): 1777-1784.)
- [5] Chen Y, He Y, Zhou M. Modeling and control of a quadrotor helicopter system under impact of wind field[J]. *Research J of Applied Sciences Engineering & Technology*, 2013, 6(17): 3214-3221.
- [6] Xiong J J, Zheng E H. Position and attitude tracking control for a quadrotor UAV[J]. *Isa Trans*, 2014, 53(3): 725.
- [7] 吴华, 宋自立, 李国栋, 等. 电力巡检飞行机器人抗风控制器设计[J]. *华中科技大学学报: 自然科学版*, 2013, 41(增1): 443-446.
(Wu H, Song Z L, Li G D, et al. Wind resistant controller for flying robot of power line inspection[J]. *J of Huazhong University of Science and Technology: Natural Science Edition*, 2013, 41(S1): 443-446.)
- [8] Sumantri B, Uchiyama N, Sano S, et al. Robust tracking control of a quad-rotor helicopter utilizing sliding mode control with a nonlinear sliding surface[J]. *J of System Design & Dynamics*, 2013, 7(2): 226-241.
- [9] Cabecinhas D, Cunha R, Silvestre C. A globally stabilizing path following controller for rotorcraft with wind disturbance rejection[J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 2015, 23(2): 708-714.
- [10] Das A, Lewis F, Subbarao K. Backstepping approach for controlling a quadrotor using lagrange form dynamics[J]. *J of Intelligent & Robotic Systems*, 2009, 56(1): 127-151.
- [11] 吴琛, 苏剑波. 四旋翼飞行器的轨迹跟踪抗干扰控制[J]. *控制理论与应用*, 2016, 33(11): 1422-1430.
(Wu C, Su J B. Trajectory tracking of quadrotor based on disturbance rejection control[J]. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(11): 1422-1430.)
- [12] He W, He X, Ge S S. Vibration control of flexible marine riser systems with input saturation[J]. *IEEE/ASME Trans on Mechatronics*, 2016, 21(1): 254-265.
- [13] Li Y M, Tong S C, Li T S. Adaptive fuzzy output feedback control for output constrained nonlinear systems in the presence of input saturation[J]. *Fuzzy Sets and System*, 2014, 248(10): 138-155.
- [14] 魏青铜, 陈谋, 吴庆宪. 输入饱和与姿态受限的四旋翼无人机反步姿态控制[J]. *控制理论与应用*, 2015, 32(10): 1361-1369.
(Wei Q T, Chen M, Wu Q X. Backstepping-based attitude control for a quadrotor UAV with input saturation and attitude constraints[J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(10): 1361-1369.)
- [15] Li S, Wang Y, Tan J. Adaptive and robust control of quadrotor aircrafts with input saturation[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 89(1/2): 1-11.
- [16] 胡超芳, 刘艳雯. 基于动态面的高超声速飞行器模糊自适应非线性控制[J]. *控制与决策*, 2013, 28(12): 1849-1854.
(Hu C F, Liu Y W. Fuzzy adaptive nonlinear control based on dynamic surface control for hypersonic vehicle[J]. *Control and Decision*, 2013, 28(12): 1849-1854.)
- [17] 张天平, 鲁瑶. 带有未建模动态的非线性系统的自适应动态面控制[J]. *控制与决策*, 2012, 27(3): 335-342.
(Zhang T P, Lu Y. Adaptive dynamic surface control of nonlinear systems with unmodeled dynamics[J]. *Control and Decision*, 2012, 27(3): 335-342.)
- [18] Yang J, Li S, Yu X. Sliding-mode control for systems with mismatched uncertainties via a disturbance observer[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 2013, 60(1): 160-169.
- [19] Erginer B, Altu E. Design and implementation of a hybrid fuzzy logic controller for a quadrotor VTOL vehicle[J]. *Int J of Control Automation & Systems*, 2012, 10(1): 61-70.

作者简介

沈智鹏(1977—), 男, 教授, 博士, 从事载运工具系统非线性控制理论与应用等研究, E-mail: shenbert@dlmu.edu.cn;

曹晓明(1993—), 男, 硕士生, 从事无人机轨迹跟踪非线性控制理论的研究, E-mail: 942850031@qq.com.

(责任编辑: 郑晓蕾)