

## 基于网络效益的人类脑功能网络的小世界度量

司帅宗<sup>†</sup>, 赵海, 于冲, 刘晓, 朱剑

(东北大学 计算机科学与工程学院, 沈阳 110004)

**摘要:** 人类脑功能网络的小世界拓扑组织形式能够促进信息在脑功能区域间以低能量成本和较短连接代价实现高效的转发与集成. 然而, 使用传统的小世界网络度量指标对人类脑功能网络的小世界特性进行判定时, 存在着判定精确度不高的问题. 针对此问题, 并考虑到人脑工作的高效率特性, 提出基于网络效益的小世界度量指标 (Efficiency based small world index, ESW). 通过与传统的基于聚集系数、特征路径长度的度量指标以及新型的小世界指数  $\sigma$ 、 $\omega$  进行对比, 验证 ESW 对不同边密度和不同节点规模下仿真网络进行小世界判定的有效性. 同时, 对真实的人类脑功能性网络的小世界特性进行判定. 首先, 发现不同阈值下健康志愿者 (Healthy volunteers, HV) 真实脑功能网络小世界特性的变化规律; 然后, 通过对比分析 HV 与患有儿童精神分裂症 (Childhood onset schizophrenia, COS) 患者以及患有注意力不足过动症 (Attention deficit hyperactivity disorder, ADHD) 患者的小世界特性, 发现 COS 患者以及 ADHD 患者的小世界特性明显减弱. 关于人类脑功能网络小世界特性的研究, 为相关研究人员从网络的拓扑组织形态探索人脑的工作与连接模式提供了参考.

**关键词:** 脑功能网络; 小世界网络; 网络效益; 特征路径长度; 聚集系数; 连接模式

中图分类号: TP393

文献标志码: A

## ‘Small-world-ness’ metric for human brain functional networks based on network efficiency

SI Shuai-zong<sup>†</sup>, ZHAO Hai, YU Chong, LIU Xiao, ZHU Jian

(School of Computer Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

**Abstract:** Small-world structures of human brain functional networks can promote the information forwarding and integration among brain regions with low energy consumption and connection cost. However, traditional metrics have the problem of low accuracy during ‘small-world-ness’ measurement of human brain functional networks. In order to solve this problem, we proposed a ‘small-world-ness’ metric named efficiency based small world (ESW) index with the consideration of the high efficiency characteristic of human brain. The validity of the ESW on simulation networks under different edge densities and node scales is verified by comparing with the traditional measurement including clustering coefficient, characteristic path length, new small world index  $\sigma$  and  $\omega$ . Simultaneously, the ‘small-world-ness’ of real world human brain functional networks is verified. The variation on the ‘small-world-ness’ of healthy volunteers (HV) with different thresholds is found firstly. Then, by comparing and analyzing the ‘small-world-ness’ of HV, patients with childhood onset schizophrenia (COS) and patients with attention deficit hyperactivity disorder (ADHD), it is showed that the ‘small-world-ness’ of COS and ADHD patients weakens. The study on the small-world-ness of human brain functional networks provides a reference for the relevant researchers, which means we can explore the working and connection patterns of human brain from the aspect of network topologies.

**Keywords:** brain functional networks; small-world networks; network efficiency; characteristic path length; clustering coefficient; connection patterns

## 0 引 言

人类的大脑可以看作由空间分布且功能相关的脑功能区域组成的网络. 网络中每一个区域都有自己特殊的任务和功能, 区域间同时实现着信息的

持续共享. 对人脑工作与连接模式的挖掘一直受到相关科研人员的广泛关注<sup>[1-2]</sup>. 近些年, 随着医学影像技术的快速发展, 功能性核磁共振成像 (Functional magnetic resonance images, fMRI) 技术为研究脑功能

收稿日期: 2017-12-18; 修回日期: 2018-03-15.

基金项目: 中央高校基本科研业务费重大科技创新项目 (N161608001).

责任编委: 王燕舞.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: sishuaizong@neuera.com.

区域间的功能连接提供了崭新的方法和途径<sup>[3-4]</sup>.与此同时,复杂网络科学为研究脑网的组织结构和功能区域间的连接关系提供了强有力的理论体系与数学支撑,为人们从该方向研究脑功能网络(Brain functional networks)提供了契机<sup>[5-6]</sup>.其中,小世界网络的发现在网络科学的研究领域中具有革命性的意义.文献[7]揭示了大量网络(包括各类社会网络、互联网以及生物网络)普遍存在小世界(small world)的特性,这种小世界的特性不仅表现于网络在局部连接的紧密性,还表现在网络拥有较短的特征路径长度.局部的连接紧密表明了网络区域自治性,较短的特征路径长度则描述了信息在网络节点间传输的高效性. Bullmore 等<sup>[5]</sup>利用 fMRI 对人类大脑的拓扑结构进行研究,发现人类大脑的功能网络同样具有小世界特性.另外,小世界被认为是人类大脑高效活动的重要组织形式,这样的拓扑结构在信号处理、信息传递方面具有重要的优势<sup>[8]</sup>.同样,小世界网络拓扑组织形态的变化被认为是分析人脑功能是否健康的关键因素.研究发现,患有老年痴呆症、癫痫症以及精神分裂症患者的脑功能网络的小世界特性会发生显著改变<sup>[9-11]</sup>.因此,对人脑功能网络小世界特性的研究将有助于相关研究人员探索人脑的工作模式,从而发现影响人脑记忆与学习的关键性连接.然而,对人脑功能网络小世界特性与人脑功能模式之间关系的研究,是建立在对其进行正确小世界判定的基础之上的.

目前,如何更精确地评价一个网络的小世界、随机或者规则特性是网络科学研究中亟待解决的重要问题.另外,考虑到小世界网络在信息转发中的优势,判定小世界是否是众多自然形成网络中普遍存在的特性,还是某一类特殊网络的个别特性,同样值得人们去研究.本文对人类脑功能网络的小世界特性进行研究,针对上述问题,从脑功能网络的高效益特性出发,提出基于网络效益的小世界度量指标 ESW. 相比于传统的判定指标,ESW 能够实现对真实脑功能网络小世界特性更精确的划分.对人类脑功能网络小世界的判定为相关研究人员分析人脑的组织形式与功能性行为之间的关系提供了崭新的解决思路.

## 1 脑功能网络的构建

通常,脑功能网络可以用一个  $N \times N$  的二维矩阵表示,  $N$  代表节点的个数.脑功能网络是基于功能性连接建立的,功能性连接代表了不同脑功能区域间脑活动的统计学计量.如图1所示,脑功能网络的构建主要包括以下5个步骤:

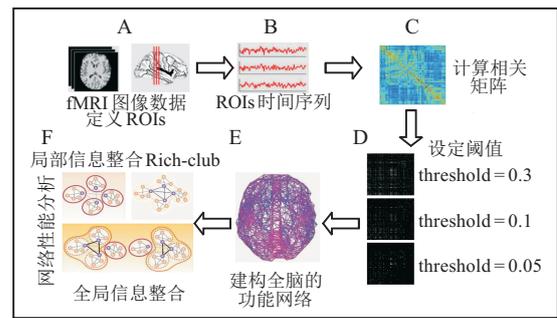


图1 脑功能网络构建

1) 获取 fMRI 图像数据,并进行预处理.

2) 根据不同的脑功能分割机制定义网络中的节点,每一个节点对应一个脑功能兴趣区域(Region of interest, ROI).通过抽取 ROIs 时间序列得到每个时间点各个脑功能区域的血氧依赖水平(Blood oxygen level-dependent, BOLD).

3) 对 ROIs 的 BOLD 时间序列信号间的相似性进行分析.最简单的计算信号相似性方法是 Pearson 相关系数,它描述了两个信号间的线性依赖关系<sup>[12-13]</sup>.通过计算所有 ROIs 的 BOLD 时间序列间的 Pearson 相关系数,获取脑功能区域间的相关矩阵,并根据相关矩阵定义节点间的连边,以代表脑功能区域间的功能性连接.

4) 对上步中得到的相关矩阵设定不同的门限值(threshold),得到一组不同边密度的二进制矩阵,该二进制矩阵被用来表达对应脑功能网络的拓扑组织形态.需要强调的是,门限值的选取非常重要,因为它直接影响到网络能够表现出的结构属性特征,如小世界特性.

5) 计算不同边密度下脑功能网络中感兴趣的参数,并对其进行网络性能分析.

## 2 脑功能网络小世界特性的判定

对脑功能网络小世界特性准确的判定,是分析小世界拓扑组织形态与人类脑功能连接模式间关系的前提.本节首先对传统的小世界判定指标进行介绍,进而提出基于网络效益的小世界判定指标.

### 2.1 传统的小世界判定指标

目前被普遍接受的小世界网络判定方法是由 Watts 等<sup>[7]</sup>在 1998 年提出的,该方法使用网络的聚集系数(Clustering coefficient,  $C$ )和特征路径长度(Characteristic path length,  $L$ )来表征复杂网络的小世界特性.

**定义1** 聚集系数.节点  $i$  的聚集系数为该节点所有邻居节点间实际存在连边的数目与最多连边数目的比值.网络的聚集系数是网络中所有节点聚集

系数的平均值, 聚集系数用来量化网络中节点间局部连接的紧密程度, 它能够衡量信息在某个节点与其每一个紧邻节点间转发时的局部效益, 其公式为

$$\begin{cases} C_i = \frac{2M_i}{k_i(k_i - 1)}, \\ C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $k_i$  为节点  $i$  的邻居节点个数;  $M_i$  为这  $k_i$  个邻居节点间实际存在连边的数目;  $N$  为网络中节点总数.

**定义2** 特征路径长度. 网络中两个节点之间最短路径  $d_{ij}$  定义为连接这两个节点所需最少边的个数, 它的大小能够反映节点间路由的有效性. 网络的特征路径长度  $L$  定义为任意两个节点间最短路径长度的平均值, 公式为

$$L = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N d_{ij}. \quad (2)$$

Watts 等<sup>[7]</sup> 通过构造 Watts-Strogatz(WS) 小世界模型, 引出了小世界的定义, 指出小世界网络具有与规则网络相似的聚集系数以及与随机网络接近的平均路径长度, 且满足

$$C/C_{\text{rand}} > 1, L \approx L_{\text{rand}}. \quad (3)$$

其中:  $C$  和  $L$  分别表示 WS 模型随机化重连边过程中生成网络的聚集系数和特征路径长度;  $C_{\text{rand}}$  和  $L_{\text{rand}}$  分别表示与模型生成网络规模相同且度分布相匹配的随机网络的聚集系数和特征路径长度.

WS 模型是一个非常著名的小世界网络构造模型, 有必要对 WS 模型在随机化重连过程中仿真网络的小世界特性的具体情况进行研究. 因此, 本文重复了 WS 模型的小世界实验. 设定仿真网络中节点数目  $N = 1000$ , 节点的平均邻居个数  $r = 10$ . 图2给出了 50 次随机化过程中生成仿真网络的平均聚集系数  $C$  和特征路径长度  $L$  随  $p$  的变化.

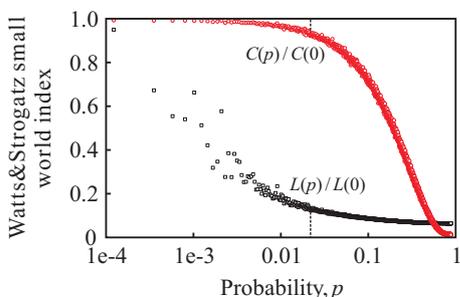


图2 WS小世界网络判定指标

对于  $C$  和  $L$  分别使用规则网络的  $C(0)$  和  $L(0)$  进行标准化, 这里进行多次随机化过程求平均值是为了增加统计结果分析的鲁棒性. 从 WS 小世界模型的仿真结果能够看出, 在规则网络基础上随机重连很小

比例的边也会导致网络特征路径长度的急速下降, 而聚集系数并没有表现出太大的改变. 通过改变重连概率, 能够找到同时具有较高  $C$  和较小  $L$  的生成网络. 在 Watts 等对小世界的判定中, 将图2中具有上述特性的网络定义为小世界网络, 如式(3)所示. 图2中, 黑色虚线标记出了  $C$  与  $L$  最大差值时所对应的  $p$  值,  $p \approx 0.02$  时网络的小世界特性最明显.

虽然该判定方法已经被应用到诸多领域的理论研究中, 但是它的提出是针对 WS 模型仿真网络进行判定的, 且作者并没有指出如何使用他们的判定方法来准确判定真实存在网络的小世界特性. 另外, 作者称规则网络与随机网络之间较大范围内的网络为小世界网络, 这只是给出了一个模糊的范围, 并没有给出小世界网络明确的定义, 因此, 该判定方法存在着判定精度上的问题. 于是, Humphries 等<sup>[14]</sup> 提出了小世界系数  $\sigma$ , 针对不同种类的真实网络进行小世界的判定.  $\sigma$  的表达式如下所示:

$$\sigma = \frac{C/C_{\text{rand}}}{L/L_{\text{rand}}} = \frac{\gamma}{\lambda}. \quad (4)$$

若  $\sigma > 1$ , 则表明一个网络是小世界的. 该判定指标已被广泛用于判定各类真实网络的小世界特性<sup>[14]</sup>. 但是  $\sigma$  同样存在问题, 小世界系数值的大小极易受随机网络聚集系数的影响. 因为随机网络的聚集系数通常会非常的小<sup>[7,14]</sup>, 即使  $C_{\text{rand}}$  发生微小的变化也会导致  $\gamma$  的剧烈改变. 例如, 有两个网络  $A$  和  $B$ , 假设它们具有相同的特征路径长度, 聚集系数分别为 0.5 和 0.05. 如果与它们相匹配的随机网络的聚集系数都为 0.01, 则网络  $A$  明显能够得到一个较大的  $\sigma$ . 然而, 如果与网络  $A$  和  $B$  相匹配随机网络的聚集系数分别变为 0.01 和 0.001, 则它们将得到相似的  $\sigma$ . 根据  $\sigma$  的定义, 虽然  $B$  的聚集系数与  $A$  相比非常低, 但是它还将被判定为具有小世界的特性. 因此, 在使用  $\sigma$  进行小世界网络判定时, 随机网络中的聚集系数级别可能会夸大网络的小世界特性, 即, 如果一个网络有非常小的聚集系数, 即便它的小世界特性不明显, 也会得到很高的  $\sigma$  值. 为了能够对网络聚集系数的级别进行合理的评价, 作为对比, Telesford 等<sup>[15]</sup> 提出了新的判定指标  $\omega$ , 公式为

$$\omega = \frac{L_{\text{rand}}}{L} - \frac{C}{C_{\text{latt}}}, \quad (5)$$

其中  $C_{\text{latt}}$  表示与模型生成网络相匹配的规则网络的聚集系数. 式(5)通过对比模型生成网络与规则网络聚集系数的比值以及模型生成网络与随机网络特征路径长度的比值共同判定网络的小世界特性.  $\omega$  越接近 0, 表明真实网络的小世界特性越明显.

2.2 基于网络效益的脑功能网络的小世界判定

网络效益是衡量脑网经济性能的一个重要指标,人类大脑之所以能够以最小的代价实现对信息的高效整合与任务分发,是与其内在的工作机制密切相关的.人类大脑工作的高效性可以通过脑网络的全局效益来体现,而人脑功能区域的高度自治性则由网络的局部效益映射<sup>[8]</sup>.另外,已有研究还表明,在小世界分析中,对网络效率的度量无论在技术上还是概念上都具有比传统的聚集系数和特征路径长度度量明显的优势.因为它不仅能够提供同时分析一个网络局部和全局行为方法,还能处理非全连通图或者是非稀疏图的情况<sup>[16]</sup>.Achard等<sup>[17]</sup>率先将网络效率的度量标准应用到了人类脑功能性网络的研究中,发现了不同边密度下的人类脑功能网络所展现出的经济型小世界特性,且这些网络的经济型性会受到年龄和服用药物的影响.基于上述论点,本研究提出了基于网络效益的小世界度量标准ESW,并对不同边密度和不同节点规模下人类脑功能网络的小世界特性程度进行了验证.

**定义3** 全局效益.信息在一个小世界网络 $G(G$ 代表整个网络)上转发的全局效益可以用 $E_{glob}$ 衡量,如下所示:

$$E_{glob}(G) = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i \neq j \in G} \frac{1}{d_{ij}} \quad (6)$$

其中: $N$ 代表图 $G$ 中节点的数目, $N(N-1)$ 代表 $G$ 中节点间所有可能连边的数量.根据定义,当节点 $i$ 与节点 $j$ 之间没有路径时, $d_{ij}$ 为无限大,则它们对求和的贡献为零.

**定义4** 局部效益.首先定义节点 $i$ 的局部效益 $E_{local}(G_i)$ 为其子图的全局效益.对所有节点的局部效益求平均值,可以用来估计网络的平均局部效益 $E_{local}(G)$ ,公式如下:

$$\begin{cases} E_{local}(G) = \frac{1}{N} \sum_{i \in G} E_{local}(G_i), \\ E_{local}(G_i) = \frac{1}{N_{G_i}(N_{G_i}-1)} \sum_{j,k \in G_i} \frac{1}{d_{jk}}. \end{cases} \quad (7)$$

其中: $G_i$ 表示整个网络的一个子图,它由节点 $i$ 的最近邻居节点集组成; $N_{G_i}$ 表示子图 $G_i$ 中节点的数量.由于节点 $i$ 并不是子图 $G_i$ 中的元素,定义网络的局部效益也可以认为是一种衡量网络容错能力的指标,它能够反映当前节点被除去时子图之间信息交换好坏的情况.

考虑到网络效益在衡量网络性能时的重要作用,且为了对网络呈现小世界拓扑结构的精确程度进行进一步度量,本文定义了基于网络效益的小世界度量

指标ESW,用 $\varphi$ 来表示. $\varphi$ 能够反映真实网络与对应随机网络以及规则网络在网络局部效益、全局效益的偏差:

$$\begin{cases} \varphi = 1 - \sqrt{\frac{\Delta E_{local}^2 + \Delta E_{glob}^2}{2}}, \\ \Delta E_{local} = \frac{E_{local\_latt} - E_{local}}{E_{local\_latt} - E_{local\_rand}}, \\ \Delta E_{glob} = \frac{E_{glob\_rand} - E_{glob}}{E_{glob\_rand} - E_{glob\_latt}}. \end{cases} \quad (8)$$

其中: $E_{local\_rand}$ 和 $E_{glob\_rand}$ 表示随机网络的局部效益和全局效益, $E_{local\_latt}$ 和 $E_{glob\_latt}$ 表示规则网络的局部效益和全局效益.随机网络与规则网络是在真实网络的基础上构造得来,它们具有相同的节点数目和度分布.为了确保 $\varphi$ 的取值在 $[0, 1]$ 内,规定:如果 $\Delta E_{local}$ 或者 $\Delta E_{glob}$ 大于1,则设 $\Delta E_{local}$ 和 $\Delta E_{glob}$ 的值等于1;如果 $\Delta E_{local}$ 或者 $\Delta E_{glob}$ 小于0,则设 $\Delta E_{local}$ 或者 $\Delta E_{glob}$ 等于0.这样, $\varphi$ 越接近1( $\Delta E_{local}$ 和 $\Delta E_{glob}$ 接近0),说明网络的小世界特性越明显.

WS模型及 $\sigma$ 、 $\omega$ 在对网络的小世界特性进行判定时仅仅考虑 $C$ 和 $L$ 的变化,而网络效益已经被证实是脑功能网络的重要特征.因此,对规则网络随机化过程中模型生成仿真网络的全局效益和局部效益的变化趋势研究同样具有意义.图3描述了50次随机化过程中仿真网络全局效益与局部效益随 $p$ 变化的平均结果,其中网络节点数目 $N = 1000$ ,节点的平均邻居个数 $r = 10$ .从图3的结果可以看出:当 $p = 0$ 时,网络有最大的局部效益和最小的全局效益;当 $p = 1$ 时,网络有最小的局部效益和最大的全局效益.另外,研究发现,当 $p = 0.1$ 时,网络的局部效益与全局效益的变化出现了交点.同时值得注意的是,在图4(a)中使用ESW世界判定指标对网络的小世界特性进行判定时,对应的 $\varphi$ 值最大,表明当 $p = 0.1$ 时网络的小世界特性最明显.

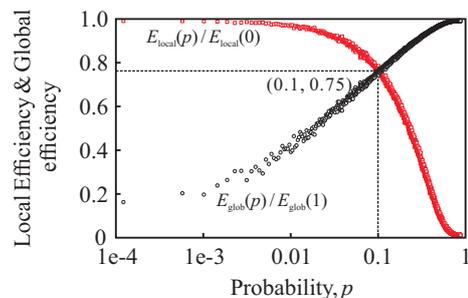


图3 网络的全局效益与局部效益随 $p$ 的变化

除了上文介绍的两种网络效益度量标准外,本文还给出了局域性节点效益 $E_{nodal}(G, i)$ 的定义,它用来衡量图 $G$ 中一个节点 $i$ 在与其他所有节点进行消

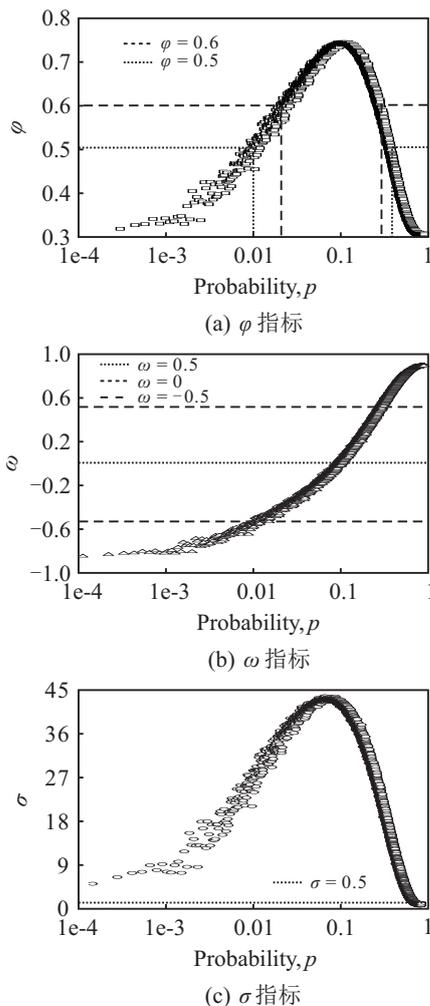


图4 各类小世界网络判定指标

息传递时的通信效率. 节点的效益  $E_{nodal}(i)$  被定义为节点  $i$  与图中其他所有节点间最小路径长度调和平均数的倒数:

$$E_{nodal}(G, i) = \frac{1}{(N-1)} \sum_{j \in G} \frac{1}{d_{ij}} \quad (9)$$

另外, 定义网络的经济效益  $E_{cost}(G)$  为网络的全局效益与网络成本  $C(G)$  的差值, 该值如果为正, 则表明当前网络是一个经济型的网络.

$$\begin{cases} E_{cost}(G) = E_{glob} - C(G), \\ C(G) = \frac{2K}{N(N-1)}. \end{cases} \quad (10)$$

其中:  $K$  代表图  $G$  中实际存在边的数量,  $C(G)$  描述了  $N$  个节点在构建  $K$  条连边时所需的代价.

### 3 实验方法

#### 3.1 数据的获取与预处理

实验使用到的脑图像数据集包括3个部分: 1) 美国国立卫生研究院 (National institutes of health, NIH) 临床中心的 20 名健康志愿者 HV (平均年龄 19.7 岁, 11 位男性) 的静息态 fMRI; 2) NIH 临床中心的 19 名患有儿童精神分裂症 COS 患者 (平均年龄 18.7

岁, 9 位男性) 的静息态 fMRI; 3) 美国布拉德利医院 (Bradley hospital) 提供的 12 名注意力不足过动症 ADHD 患者 (平均年龄 16.1 岁, 5 位男性) 的静息态 fMRI. 均使用传统的电信号 MRI 扫描仪对参与者进行扫描, 且 fMRI 采集过程中被试者保持他们的眼睛闭合、思想放松. 在得到人脑的静息态 fMRI 后, 使用 AFNI 和 FSL 软件对其进行数据预处理, 包括时间层校正、头动校正、空间标准化、平滑处理. 另外, 进行滤波处理以滤除因头部移动或者其他信号带来的噪声干扰, 从而获取更高信噪比的图像. 对原始图像处理完毕后, HV 与 COS 样本集采用 NIH 提供的脑功能图谱来进行 ROIs 的划分, 并提取与之对应 BOLD 信号的时间序列, 它们记录了每例被试大脑 140 个皮质层脑区域的低频神经生理振荡情况; ADHD 则采用 Dosenbach 的脑功能图谱来进行 ROIs 的划分<sup>[18]</sup>. 最后, 按照图 1 中的步骤分别进行脑功能网络的构建, 最终得到相应的二进制矩阵. 每一个二进制矩阵对应一个脑功能网络, 它代表了一个被试脑区间的功能连接情况.

#### 3.2 随机网络与规则网络的构建

为了计算一个给定的真实脑功能网络的  $\varphi$ , 需要构建与之相配的随机网络和规则网络, 并计算得到相应的  $E_{local\_rand}$ 、 $E_{local\_latt}$ 、 $E_{glob\_latt}$  和  $E_{glob\_rand}$ . 首先, 采用 Rubinov 等改进的“latticeization”算法构建与真实脑功能网络相匹配的规则网络<sup>[6]</sup>; 然后, 采用与标准 WS 模型相同的随机化重连机制, 在规则网络的基础之上以概率  $p$  随机地重新连接网络中的每条边. 重连概率  $p = 1$  时, 对应随机网络. 同样, 对于不同数据集下给定的真实脑功能网络重复上述过程, 得到各自对应的规则网络和随机网络. 值得注意的是,  $\varphi$  的值只有在所构建网络与给定网络具有相同的节点个数和相同度分布的情况下才有意义. 另外, 为了增加统计分析的鲁棒性, 对所有数据集中的样本重复上述实验过程 50 次.

### 4 实验结果与分析

本节对所提基于网络效益的小世界判定指标的有效性进行验证. 设计 2 方面的实验加以分析: 1) 对 WS 模型生成的仿真网络的小世界特性进行判定, 分别验证不同网络连接密度以及不同节点规模对网络小世界特性判定的影响, 并对不同判定指标间的差异进行对比分析; 2) 对健康志愿者 (HV)、COS 及 ADHD 患者的真实脑功能网络的小世界特性进行判定, 并分析健康志愿者与患者脑功能网络小世界特性的变化特性.

#### 4.1 仿真网络的小世界特性

采用WS模型构造仿真网络,设定网络节点数目  $N = 1000$ , 节点的平均邻居个数  $r = 10$ . 图4直观地给出了由规则网络开始随机化过程中各类小世界网络判定指标的判定结果. 研究发现,随着  $p$  的增加,  $\varphi$  呈现先增加后减小的变化趋势,表明随机化过程中网络的小世界特性先增强后减弱. 首先,当  $p = 0$  时,  $(\Delta E_{\text{local}}, \Delta E_{\text{glob}}) = (0, 1)$ , 得到  $\varphi = 0.29$ , 此时网络有最大的局部效益和最小的全局效益,网络更像规则网络. 这是因为当  $p$  取值较小时,生成网络相对于随机网络具有较大的全局效益差,从而导致了  $\varphi$  的取值较低. 其次,随着  $p$  的增加,生成仿真网络的全局效益逐渐与随机网络接近,且当  $p \approx 0.1$  时  $\varphi$  取到最大值,此时  $\Delta E_{\text{glob}}$  和  $\Delta E_{\text{local}}$  对判定结果的贡献相同,网络的小世界特性最为明显. 而后,随着  $p$  的进一步增加,网络的全局效益继续变大,局部效益继续缩小,对应生成仿真网络相对于规则网络局部效益的差值逐渐达到最大. 最终,  $p = 1$  时,  $(\Delta E_{\text{local}}, \Delta E_{\text{glob}}) = (1, 0)$ , 同样得到  $\varphi = 0.29$ , 此时,网络更趋向于随机网络.

接下来,本文选择固定门限值  $\varphi = 0.5$  作为判定网络小世界特性显著与否的标准,如图4(a)中点线所示,且认为当满足  $\varphi \geq 0.6$  时(如图4(a)中虚线所示),网络的小世界特性非常明显. 另外,为了验证  $\varphi$  的有效性,分别与  $\omega$  及  $\sigma$  进行对比实验. 图4(b)和图4(c)分别记录了  $\omega$  及  $\sigma$  在网络从规则到随机过程中随  $p$  变化的趋势. 按照  $\omega$  的定义,小世界网络出现的范围大致在  $-0.5 \leq \omega \leq 0.5$ , 即图4(b)中两条虚线之间的部分,且在  $\omega = 0$  附近小世界特性最显著. 相应地,根据式(4)中小世界网络的定义,  $\sigma > 1$  (图4(c)中点线所示)对应的网络都将被判定具有小世界的特性,即便有些仿真网络已经非常接近随机网络了. 显然这样模糊的判定标准不能对网络的小世界特性进行精确的区分. 图4中的对比结果表明,在对WS模型生成仿真网络的小世界特性进行判定时,相对于传统的  $\sigma$  指标,使用本文提出的  $\varphi$  指标以及  $\omega$  能够更精确地描述一个网络展现出小世界拓扑结构的程度.

为了进一步对所提  $\varphi$  判定指标的鲁棒性进行研究,分别在网络节点规模为  $N = 100, 500, 1000, 2000$  时重复图2中的实验,并对它们的小世界判定结果进行分析,实验结果如图5所示. 图5(a)的结果表明,无论节点规模如何变化,随着  $p$  的改变,有  $0.29 \leq \varphi \leq 0.75$ . 由此可知,在使用  $\varphi$  指标对生成仿真网络的小世界特性进行判定时波动性很小. 同样,图5(b)中的

结果显示,当  $0.01 \leq p \leq 1$  时,对应的有  $-0.6 \leq \omega \leq 0.8$ , 范围内波动也较小. 以上研究结果表明,对于同一类网络,无论网络规模大小如何,只要它们具有相似的属性,那么与之对应的  $\varphi$  或者  $\omega$  也同样相似. 如此,使用  $\varphi$  和  $\omega$  的小世界判定指标能够辅助相关研究人员对具有相似属性的网络进行对比分析. 同时,本文提出的  $\varphi$  指标能够在更广的  $p$  值范围内对不同规模网络的小世界特性进行判定,其鲁棒性要优于  $\omega$ . 另外,图5(c)的结果显示,随着网络规模的增大,  $3 \leq \sigma \leq 77$ , 其变化范围非常大. 然而,根据式(4)的定义,图5(c)的结果中几乎在所有的  $p$  值范围内对应的网络都被判定为小世界网络,说明指标  $\sigma$  对小世界网络的判定鲁棒性较差,这不利于统计结果的分析.

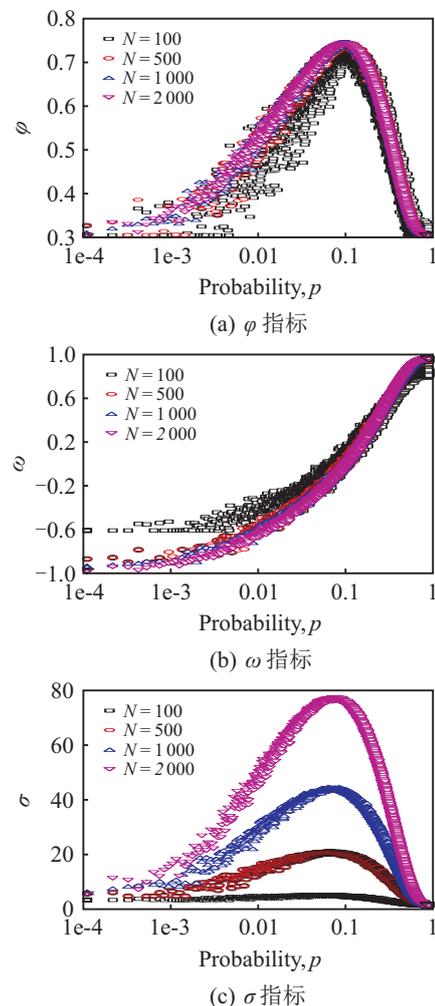


图5 不同节点规模下网络的小世界指标

最后,为了验证文本所提  $\varphi$  指标对不同边密度网络进行小世界判定时的有效性,再次进行实验. 图6给出了各判定指标随网络边密度的变化情况(节点总数  $N$  不变,节点的平均邻居个数  $r = 4, 10, 20$ ). 通过对比可以看出  $\sigma$  指标的波动性很大,致使该方法不能找到一个合理的阈值来判定小世界网络的范围. 而本文提出的  $\varphi$  指标以及  $\omega$  指标在  $p \geq 0.1$  的范

围内几乎没有波动,虽然在  $0 \leq p < 0.1$  范围内稍有波动,但是并不影响  $\varphi = 0.5, -0.5 \leq \omega \leq 0.5$  时对小世界网络的判定. 上述结果表明,本文提出的  $\varphi$  指标对不同边密度下网络的小世界拓扑结构特性的判定同样具有较高的鲁棒性.

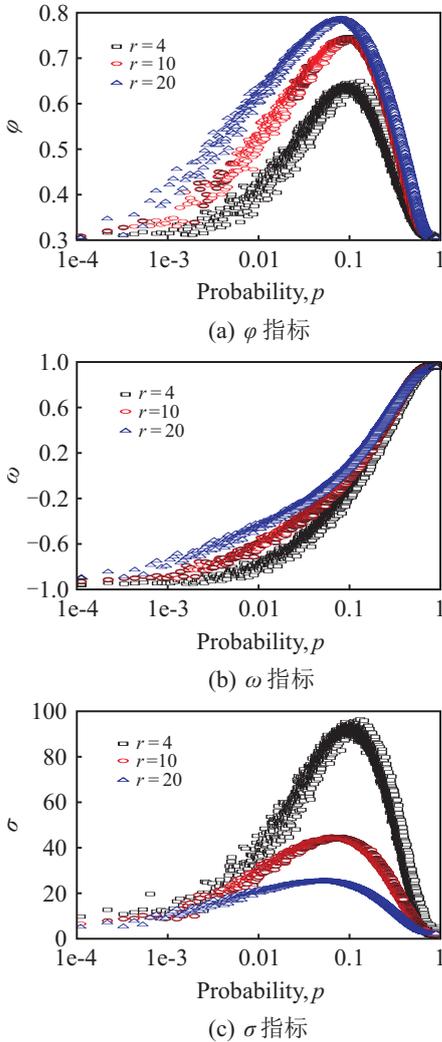


图6 不同边密度下网络的小世界指标

#### 4.2 真实脑功能网络小世界特性

上文通过仿真数据集验证了本文提出的  $\varphi$  指标在判定 WS 模型生成网络小世界特性的有效性,然而生成网络中节点间的功能连接是由理想模型得到的,它并不能真实反映人脑区域间真实的相关关系. 因此,本小节进一步对  $\varphi$  指标在真实脑功能网络中的判

定进行研究. 首先,验证了不同阈值下得到的健康志愿者 (HV) 脑功能网络小世界特性的变化规律;其次,对比分析了不同小世界判定指标在 HV 与患有 COS 及 ADHD 病人间的小世界判定结果.

表1记录了多名被试者相应脑功能网络的平均属性值及各种小世界判定指标的平均结果. 首先,对 HV 在不同阈值下得到的脑功能网络的小世界特性进行判定. 研究发现,随着阈值的增加,脑网的全局效益和局部效益都随之增加,特征路径长度逐渐减小. 另外,结果中  $C/C_{rand} > 2, L/L_{rand} \approx 1, \varphi > 0.75, -0.2 \leq \omega \leq 0.4, \sigma > 2$ , 这表明不同阈值下的脑功能网络均表现出小世界的特性,该结果再次验证了人类脑功能网络具有小世界特性的结论. 同时研究还发现,当  $p = 0.1$  时,网络的小世界特性最为明显,而此时网络的经济效益同样最大. 经济效益刻画了人脑功能连接拓扑模式在对消息进行传递时的高效性<sup>[6]</sup>,该发现表明人脑的小世界组织形态与消息传递效率间存在重要关系. 其次,分别对 COS 患者和 ADHD 患者脑功能网络的小世界特性进行判定. 通过与 HV 的判定结果进行对比发现, COS 患者和 ADHD 患者的小世界特性相对于 HV 明显减弱. 另外,研究发现,虽然使用各种小世界判定方法都能够得到 COS 患者和 ADHD 患者脑功能网络具有小世界特性的结论,但是  $C/C_{rand}$  和  $\sigma$  的判定结果值相对于 HV 却表现出了大幅的下降 (对于 COS,  $C/C_{rand} = 14.6382, \sigma = 12.4665$ ; 对于 ADHD,  $C/C_{rand} = 15.8851, \sigma = 15.7194$ ). 由图2及图4(c)可以发现,此时的网络已经与随机网络相接近,表明在使用传统的 WS 小世界判定指标及  $\sigma$  指标对脑功能网络的小世界特性进行判定时存在一定的误差,即该判定指标鲁棒性较差. 最后,研究还发现,相对于 HV, COS 患者的局部效益发生了显著的降低,全局效益和经济效益略有升高;而 ADHD 患者的局部效益及全局效益都有所降低. 实验结果表明: COS 患者在局部信息整合时能力下降,而在全局信息转发时能力提升; ADHD 患者则在局部信息整合及全局信息转发时,能力都有所下降.

表1 真实脑功能网络的小世界度量

Network	threshold	N	K	$E_{glob}$	$E_{local}$	$E_{cost}$	C	L	$C/C_{rand}$	$L/L_{rand}$	$\varphi$	$\omega$	$\sigma$
HV	0.04	140	4	0.2587	0.5485	0.2187	0.4327	5.1055	30.7296	1.3755	0.7567	-0.1385	22.34
HV	0.1	140	8	0.4454	0.7355	0.3454	0.5339	2.7905	12.6007	1.0903	0.9259	0.0868	11.5575
HV	0.3	140	22	0.6258	0.7542	0.3258	0.5189	1.7131	3.2523	0.9229	0.8210	0.3571	3.5214
HV	0.5	140	36	0.7501	0.7876	0.2501	0.5753	1.4892	2.1544	0.8612	0.7501	0.3716	2.5018
COS	0.04	140	4	0.2948	0.3820	0.2548	0.3045	4.2658	14.6382	1.1742	0.6470	0.2653	12.4665
ADHD	0.04	160	4	0.2339	0.4586	0.1939	0.3631	3.8077	15.8851	1.0301	0.6151	0.3123	15.7194

## 5 结论

本文针对人类的脑功能网络提出了一种基于网络效益的小世界判定指标ESW. 该指标同时考虑人类脑功能网络与对应规则网络和随机网络关于全局效益以及局部效益的偏差,能够更精确地反映网络的小世界特性. 通过实验验证了ESW指标在不同节点规模和不同边密度下对网络进行小世界判定时的有效性,并对比分析了不同阈值下人类脑功能网络所呈现小世界特性的变化. 最后,发现了COS及ADHD患者相对于正常志愿者在小世界特性判定强度的变化,为相关研究人员从脑网的拓扑组织形态研究人类大脑的功能性连接模式提供了重要参考.

### 参考文献(References)

- [1] Bassett D S, Sporns O. Network neuroscience[J]. *Nature Neuroscience*, 2017, 20(3): 353-364.
- [2] Rosenberg M D, Finn E S, Scheinost D, et al. A neuromarker of sustained attention from whole-brain functional connectivity[J]. *Nature Neuroscience*, 2016, 19(1): 165-171.
- [3] Colcombe S, Sporns O, Milham M P. Human connectomics across the life span[J]. *Trends in Cognitive Sciences*, 2017, 21(1): 33-47.
- [4] Yan C G, Wang X D, Zuo X N, et al. DPABI: Data processing & analysis for (resting-state) brain imaging[J]. *Neuroinformatics*, 2016, 14(3): 339-351.
- [5] Bullmore E, Sporns O. Complex brain networks: Graph theoretical analysis of structural and functional systems[J]. *Nature Reviews Neuroscience*, 2009, 10(3): 186-198.
- [6] Rubinov M, Sporns O. Complex network measures of brain connectivity: Uses and interpretations[J]. *Neuroimage*, 2010, 52(3): 1059-1069.
- [7] Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of 'small-world' networks[J]. *Nature*, 1998, 393(6684): 440-442.
- [8] Bullmore E, Sporns O. The economy of brain network organization[J]. *Nature Reviews Neuroscience*, 2012, 13(5): 336-349.
- [9] Sanz-Arigitia E J, Schoonheim M M, Damoiseaux J S, et al. Loss of 'small-world' networks in Alzheimer's disease: Graph analysis of fMRI resting-state functional connectivity[J]. *PloS One*, 2010, 5(11): e13788-e13801.
- [10] Bassett D S, Bullmore E T. Human brain networks in health and disease[J]. *Current Opinion in Ueurdogy*, 2009, 22: 340-347.
- [11] Lynall M E, Bassett D S, Kerwin R, et al. Functional connectivity and brain networks in schizophrenia[J]. *J of Neuroscience*, 2010, 30(28): 9477-9487.
- [12] Pannunzi M, Hindriks R, Bettinardi R G, et al. Resting-state fMRI correlations: From link-wise unreliability to whole brain stability[J]. *Neuroimage*, 2017, 157: 250-262.
- [13] Power J D, Cohen A L, Nelson S M, et al. Functional network organization of the human brain[J]. *Neuron*, 2011, 72(4): 665-678.
- [14] Humphries M D, Gurney K. Network 'small-worldness': A quantitative method for determining canonical network equivalence[J]. *PloS One*, 2008, 3(4): e0002051-e0002060.
- [15] Telesford Q K, Joyce K E, Hayasaka S, et al. The ubiquity of small-world networks[J]. *Brain Connectivity*, 2011, 1(5): 367-375.
- [16] Opsahl T, Vernet A, Alnuaimi T, et al. Revisiting the small-world phenomenon: Efficiency variation and classification of small-world networks[J]. *Organizational Research Methods*, 2017, 20(1): 149-173.
- [17] Achard S, Bullmore E. Efficiency and cost of economical brain functional networks[J]. *PLoS Computational Biology*, 2007, 3(2): e17-e26.
- [18] Dosenbach N U F, Nardos B, Cohen A L, et al. Prediction of individual brain maturity using fMRI[J]. *Science*, 2010, 329(5997): 1358-1361.

### 作者简介

司帅宗(1987—),男,博士生,从事复杂网络理论、脑功能网络、链路预测及其应用的研究, E-mail: sishuaizong@neuera.com;

赵海(1959—),男,教授,博士生导师,从事复杂系统及其应用、人工智能、体域网等研究, E-mail: zhaoh@neu.edu.cn;

于冲(1991—),女,博士生,从事车载网、复杂网络的研究, E-mail: im.chong.yu@gmail.com;

刘晓(1986—),女,博士生,从事复杂网络理论、脑网络拓扑特性的研究, E-mail: xiao\_6xiao@126.com;

朱剑(1981—),男,博士生,从事脑功能网络、无线传感器网络的研究, E-mail: zhujian@ise.neu.edu.cn.

(责任编辑: 齐 霁)