

基于LQR的耦合动态互联系统分布式协作 负载均衡优化控制

刘建刚^{1,2,3}, 郑志强², 谢小良^{1,3†}, 王仲梅¹, 杨胜杰³

(1. 湖南工商大学 数学与统计学院, 长沙 410205; 2. 国防科技大学 自动化系, 长沙 410073;
3. 湖南工商大学 大数据与互联网创新研究院, 长沙 410205)

摘 要: 针对一类非等同非线性耦合互联系统, 提出分布式协作负载均衡优化控制方法. 将子系统间的通信联系建模成有向图, 借助输入输出反馈线性化技术, 将耦合互联系统的分布式负载均衡控制设计问题转化为广义线性多智能体系统的同步跟踪问题; 基于最近邻原则和 LQR 方法, 设计增益可调的分布式协作负载均衡优化控制律, 耦合强度依赖于通信拓扑, 控制增益依赖于子系统模型; 借助矩阵变换方法, 整个闭环系统的渐近稳定性可以解耦成每个子系统的稳定性, 在假定通信拓扑只含有生成树的条件下, 借助李亚谱诺夫函数, 可证明整个闭环系统是稳定的, 且通过调节控制增益, 可以得到期望的响应速度. 仿真结果验证了所提出控制方法的有效性及其可行性.

关键词: 耦合动态互联系统; 分布式负载均衡; 优化控制; 输入输出反馈线性化; LQR; 李亚谱诺夫函数
中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

LQR-based distributed cooperative load-sharing optimal control for coupled inter-connected dynamical systems

LIU Jian-gang^{1,2,3}, ZHENG Zhi-qiang², XIE Xiao-liang^{1,3†}, WANG Zhong-mei¹, YANG Sheng-jie³

(1. School of Mathematics and Statistics, Hunan University of Technology and Business, Changsha 410205, China; 2. Department of Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China; 3. Institute of Big Data and Internet Innovation, Hunan University of Technology and Business, Changsha 410205, China)

Abstract: A distributed cooperative optimal load-sharing control is proposed for one class coupled parallel-connected dynamical systems with non-identical nonlinear dynamics. The communication among subsystems is modeled as a digraph. The input-output linearization technique is adopted to transform the load-sharing control design into a tracking synchronization problem of a general linear multi-agent system. LQR-based method is introduced to design the cooperative optimal load-sharing control law with tunable gains based on the nearest neighbor principle, which makes the coupling strength only depend on the communication topology and the control gain only depend on the sub-system model. The asymptotically stability of the entire closed-loop systems can be decoupled into each sub-system's stability through matrix transformation. Assuming that the directed graph has a spanning tree, the stability of the whole system can be proved with the aid of the Lyapunov function. A desired response speed can be obtained by tuning the control parameters with the proposed method. Simulation results verify the effectiveness and feasibility of the proposed approach.

Keywords: coupled inter-connected dynamical systems; distributed load-sharing; optimal control; input-output feedback linearization; LQR; Lyapunov function

0 引 言

直流微电网的比例负载均衡、模块化 DC-DC 变换器的输出电流均衡、耦合并联充电系统的输出电流均衡都可以抽象成耦合动态互联系统的负载均衡

控制问题, 近年来受到了广泛的研究与关注^[1].

针对微电网, 文献 [2] 提出了分层控制方案, 包括主控制、从控制、第三级控制等层. 在主控制层, 主控制器主要是用来实现微电网内部各种能源的负载均

收稿日期: 2017-12-18; 修回日期: 2018-07-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (11601145); 湖南省自然科学基金项目 (2017JJ2130, 2018JJ3264); 湖南省教育厅科研项目 (16B143, 17A116); 湖南省哲学社会科学基金项目 (16YBA243); 新零售虚拟现实技术湖南省重点实验室项目 (2017TP1026); 移动商务智能湖南省重点实验室项目 (2015TP1002); 湖南省教育厅科研项目 (18A309).

责任编辑: 李韬.

† 通讯作者. E-mail: denan2003@163.com.

衡,如电流比例均衡,其中的控制方法包括下垂控制等.

在主控制层,实现输出电流均衡方法主要可以分为两类:被动均流方法^[3]和主动均流方法^[4].被动均流方法使用耗能型元器件(比如电阻)来均衡电路的输出电流.主动均流方法使用主动型器件和相关控制电路构成电流调节器和并联电路,调节各个电路分支的输出电流.在大功率场合,由于被动均流方法所需电阻等耗能元器件过多,导致电路复杂而且昂贵.

针对模块化DC-DC变换器并联构成的系统,文献[5]采用分布式协同控制的方法,实现了DC-DC变换器的输出电流均衡,同时也实现了电压跟踪调节的目标.该文提出的控制方法不需要集中式的控制器,单个节点的故障不会影响整个系统的性能,具有较高的可靠性.同时,该方案适用于有向及无向通信拓扑,可以实现即插即用的功能,并且对于节点故障、通信链路故障具有鲁棒性.

针对直流微电网,文献[5]将每个DC-DC变换器视为智能体,提出了分布式协作主从控制方法,解决了直流微电网中的比例负载均衡问题.每个DC-DC变换器不仅具有各自的局部负载,而且具有公共的远程负载,其中的负载是阻性负载.控制过程中引入电流环与电压环,不仅要对电流进行均衡,而且还要对电压进行调节,通过每个DC-DC变换器之间的局部信息交互,最终实现负载均衡^[6].当电网中具有容性负载时,本文拟针对抽象后的非线性动态耦合互联系统,在考虑其性能指标的条件下,进一步研究其负载均衡优化控制问题.

1 问题描述

考虑如下非线性耦合动态互联系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) + g_i(x_i)u_i, \\ y_i = h_i(x_i). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, n$; $x_i = [x_{s_i} \ x_c]^T$ 是第 i 个子系统的状态; $u_i(t) \in R$ 是控制输入; $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 和 $g_i(x_i)$ 是有界的非线性 Lipschitz 连续函数, $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \neq 0$ 和 $g_i(x_i) \neq 0$ 是非等同的,体现在 $\forall i \neq j, f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \neq f_j(x_1, x_2, \dots, x_n), g_i(x_i) \neq g_j(x_j)$. 从式(1)可以看出,子系统之间具有公共的耦合变量 x_c , 每个子系统的状态 x_i 依赖于其他子系统的状态,子系统之间是彼此耦合的.因此,系统(1)是区别于传统的子系统彼此孤立的多智能体系统.

本文需要设计控制器实现如下负载均衡目标:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} |y_i(t) - y_0| = 0, \quad (2)$$

其中 y_0 为参考目标. 式(2)意味着随着时间的推移,每个子系统的输出最终要跟踪上参考目标.

2 分布式协作负载均衡优化控制

2.1 控制器设计

假定系统(1)参数可测,且无奇异点,于是可借助输入输出反馈线性化技术来辅助控制器的设计^[7].

子系统输出 y_i 关于时间 t 求导,可得

$$\ddot{y}_i = L_{f_i}^2 h_i + L_{g_i} L_{f_i} h_i u_i. \quad (3)$$

其中: $L_{f_i} h_i$ 为 h_i 关于 f_i 的李导数,定义为

$$L_{f_i} h_i = \nabla h_i f_i = \frac{\partial h_i(x_i)}{\partial x_i} f_i(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

$$L_{f_i}^2 h_i = L_{f_i}(L_{f_i} h_i) = \frac{\partial(L_{f_i} h_i)}{\partial x_i} f_i(x_1, x_2, \dots, x_n);$$

$L_{g_i} h_i$ 为 h_i 关于 g_i 的李导数,定义为

$$L_{g_i} h_i = \nabla h_i g_i = \frac{\partial h_i(x_i)}{\partial x_i} g_i(x_i).$$

定义辅助控制如下:

$$\vartheta_i = L_{f_i}^2 h_i + L_{g_i} L_{f_i} h_i u_i. \quad (4)$$

将辅助控制输入(4)代入(3),其中 $L_{g_i} L_{f_i} h_i \neq 0$, 于是借助输入输出反馈线性化技术,耦合互联动态系统可以解耦成如下二阶积分器系统:

$$\ddot{y}_i = \vartheta_i. \quad (5)$$

若合理地设计辅助控制输入 ϑ_i , 协同目标即可实现. 于是,有

$$u_i = \frac{\vartheta_i - L_{f_i}^2 h_i}{L_{g_i} L_{f_i} h_i}. \quad (6)$$

y_i 的二阶导数重写如下:

$$\begin{cases} \dot{y}_i = y_{i,1}, \\ \dot{y}_{i,1} = \vartheta_i. \end{cases} \quad (7)$$

注1 在所设计的分布式反馈控制方案中,二阶导数是由一阶导数作差数值逼近获得的.

二阶积分器可以等价地写成如下线性系统:

$$\dot{z}_i = A z_i + B \vartheta_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (8)$$

其中

$$z_i = \begin{bmatrix} y_i \\ y_{i,1} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

将参考目标视为虚拟 Leader, 其可以写成如下线性系统:

$$\dot{z}_0 = A z_0. \quad (9)$$

其中

$$z_0 = [y_0 \ \dot{y}_0]^T.$$

由于 y_0 是常值参考值, $\dot{y}_0 = 0$.

假设1 子系统间的通信拓扑图 $G(\nu, \varepsilon, A)$ 至少

含有一棵有向生成树^[8],意味着至少有一个子系统知道参考目标 z_0 的信息,牵制增益 $\rho_i > 0$ (ρ_i 为子系统节点 i 与虚拟Leader节点之间的通信权重).

负载均衡问题转化为寻找协同控制 ϑ_i 使得

$$z_i \rightarrow z_0, i = 1, 2, \dots, n.$$

借助Kronecker积, \dot{Z} 可写为

$$\dot{Z} = (I_n \otimes A)Z + (I_n \otimes B)\vartheta. \quad (10)$$

其中

$$Z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix}, \vartheta = \begin{bmatrix} \vartheta_1 \\ \vartheta_2 \\ \vdots \\ \vartheta_n \end{bmatrix},$$

ϑ 是整个系统的控制向量.

\dot{Z}_0 可重写为

$$\dot{Z}_0 = (I_n \otimes A)Z_0, \quad (11)$$

其中 $Z_0 = 1_n z_0$.

为了便于接下来的分析,定义局部跟踪误差

$$e_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij}(z_i - z_j) + \rho_i \delta_i, \quad (12)$$

其中 $\delta_i = z_i - z_0$ 是局部非一致向量.

$\dot{\delta}_i$ 可写为

$$\dot{\delta}_i = \dot{z}_i - \dot{z}_0 = A\delta_i + B\vartheta_i. \quad (13)$$

辅助控制 ϑ_i 设计如下:

$$\vartheta_i = -cKe_i. \quad (14)$$

其中: $c \in R$ 是耦合强度, $K \in R^{1 \times 2}$ 是控制增益矩阵.于是, $\dot{\delta}$ 可导出为

$$\dot{\delta} = (I_n \otimes A)\delta + (I_n \otimes B)\vartheta = (I_n \otimes A - c(L + G) \otimes BK)\delta. \quad (15)$$

其中: $\delta = Z - Z_0$ 是全局非一致性向量, L 是与有向图 $G(\nu, \varepsilon, A)$ 相关的拉普拉斯矩阵, $G = \text{diag}\{\rho_i\}$ 是牵制增益矩阵.

2.2 稳定性分析

借助矩阵变换,全局非一致向量(15)的动态方程可以解耦成 n 个独立的子系统.

$$\dot{\xi}_i = (A - c\lambda_i BK)\xi_i, \quad (16)$$

其中 $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 是矩阵 $L + G$ 的特征值.于是,全局非一致向量(15)动态系统的稳定性可以转化为每个子系统的稳定性.

注2 仅在在有向图的情形下,系统(15)才可以解耦成对角系统(16).本文考虑的是有向图,因此只能解耦成三角系统.虽然存在这个问题,但剩下的理论推导不受影响,因为三角系统的稳定性等价于对应的对角系统的稳定性.

设 (A, B) 是可稳的,意味着存在矩阵 S 使得矩阵 $A - BS$ 的所有特征值都有严格负实部.当且仅当所有矩阵 $A - c\lambda_i BK (i = 1, 2, \dots, n)$ 是Hurwitz阵时,矩阵 $I_n \otimes A - c(L + G) \otimes BK$ 是Hurwitz阵,这意味着所有特征值具有负实部.

选择如下控制增益:

$$K = R^{-1}B^T P. \quad (17)$$

P 是如下代数Riccati方程的唯一正定解:

$$A^T P + PA + Q - PBR^{-1}B^T P = 0. \quad (18)$$

Q, R 分别是下述性能指标的加权矩阵:

$$J_i = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\delta_i^T Q \delta_i + \vartheta_i^T R \vartheta_i) dt. \quad (19)$$

耦合强度满足下界条件:

$$c \geq \frac{1}{2\lambda_{\min}}, \quad (20)$$

其中: $\lambda_{\min} = \min \text{Re}(\lambda_i), \text{Re}(\lambda_i)$ 表示 λ_i 的实部, $i = 1, 2, \dots, n$,于是,所有矩阵 $A - c\lambda_i BK (i = 1, 2, \dots, n)$ 是Hurwitz的^[9].

定理1 在固定拓扑下考虑动态互联系统(1),在假设下有向图具有生成树,至少有处于根节点的子系统 $\rho_i > 0$.若设计辅助控制(14),借助(17)选择控制增益 K ,耦合强度满足下界条件(20),则所有的 z_i 协同到(9)中的 z_0 ,在控制律(6)作用下,可实现负载均衡控制目标

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} |y_i(t) - y_0| = 0. \quad (21)$$

也就是说,每个子系统的输出最终趋于一致,并跟踪期望的参考值,整个闭环系统渐近协同稳定.

可选择满足李亚谱诺夫方程的正定矩阵 M 构造李亚谱诺夫函数 V ,沿全局非一致向量系统轨迹,将 V 关于时间 t 求导,证明其负定,即可证明整个闭环系统是渐近稳定的.

注3 从单个系统(1)看,其是单输入系统,当子系统间借助通信网络进行局部交互时,整个网络化系统是一个多输入系统,因此本文的结果可以推广到多输入系统.

3 实例应用

小功率并联充电系统由4个DC-DC变换器并联构成,负载为电容.借助状态空间平均法^[10],其可以建模成一类耦合动态互联系统(1).其中: $x_i = [i_i \ U_c]^T$ 是每个子系统的状态,包含了每个支路的输出电流 i_i 和负载电压 U_c ; $u_i(t)$ 是占空比输入;

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{bmatrix} -\frac{r_i}{L_i} i_i - \frac{U_c}{L_i} \\ \frac{1}{C_0 + C_v U_c} \sum_{k=1}^n i_k \end{bmatrix},$$

$$h_i(x_i) = i_i, g(x_i) = \begin{bmatrix} U_{d_i} \\ L_i \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

相关参数如下: $U_{d_1} = 23.8 \text{ V}, U_{d_2} = 24.3 \text{ V}, U_{d_3} = 23.5 \text{ V}, U_{d_4} = 24.6 \text{ V}; L_1 = 98 \mu\text{H}, L_2 = 100 \mu\text{H}, L_3 = 99 \mu\text{H}, L_4 = 101 \mu\text{H}; r_1 = 3.0 \text{ m}\Omega, r_2 = 2.8 \text{ m}\Omega, r_3 = 3.3 \text{ m}\Omega, r_4 = 2.95 \text{ m}\Omega$.

每个充电模块的初始电流为0 A. 在充电起始阶段, 电容的剩余电压为5 V, 在要求的充电时间内负载电容的目标充电电压为9 V.

4个模块之间采用CAN总线通信协议^[11], 其通信拓扑可以建模成如图1所示的有向图.

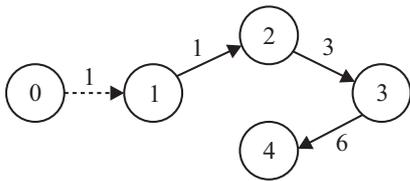


图1 4个模块之间的通信拓扑

3.1 两种场景下的负载均衡结果

场景A: 整个充电过程中采用4.5 A恒流充电, 即参考电流 $i_0 = 4.5 \text{ A}$.

场景B: 整个充电过程分为两个连续的阶段: 快速充电阶段和涓流充电阶段. 在快速充电阶段, 充电电流选为4.5 A; 在涓流充电阶段, 充电电流为1 A, 即 $i_0 = 1 \text{ A}$.

在场景A和场景B中, 式(19)中的耦合强度 $c = 5.5$, 满足式(20). 式(19)中的加权矩阵 $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $R = 1$. 通过求解Riccati方程, 得到式(14)中的反馈增益矩阵 $K = [1 \quad 1.4142]$.

在图1给出的通信拓扑下, 针对并联充电系统, 采用所提出的分布式负载均衡控制方法, 图2和图3分别给出了两种充电场景下的均流曲线. 仿真结果表明, 每个充电模块的输出电流最终趋于一致, 并能够跟踪期望的参考目标. 如图3所示, 充电电流在5 s内迅速从0 A上升到了4.5 A, 其后进入恒流充电阶段, 直到负载电容的电压达到8.7 V为止. 当一直保持恒流充电时, 由于在充电结束阶段存在着电荷的重分布过程, 使得负载电容的电压会有所下降. 因此, 在场景B中, 在充电过程的末期, 采用涓流充电, 即如图3所示, 充电电流降至了1 A.

通过比较场景A与场景B可知: 在场景A中, 若充电电流一直保持为4.5 A恒流充电, 则负载电容的电压会在末期有一点下降; 当采用充电场景B时, 即在前期快速充电阶段采用恒流快速充电, 后期采用

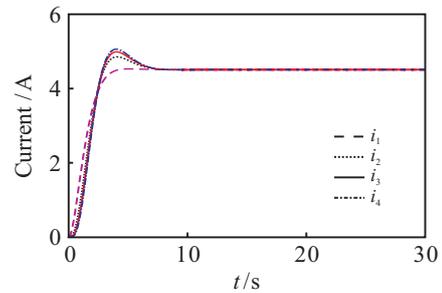


图2 并联充电系统在充电场景A下的均流曲线

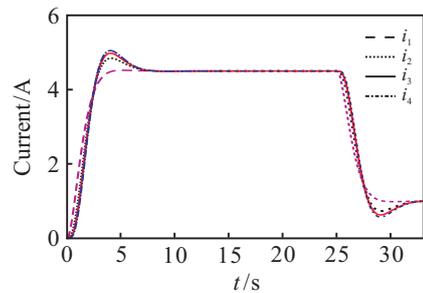


图3 并联充电系统在充电场景B下的均流曲线

涓流充电, 负载电容的电压能够在30 s内从初始电压5 V充满至9 V. 由此可知, 与充电场景A相比, 充电场景B在保证负载电容电压充满方面具有一定的优越性.

3.2 Riccati方程参数对暂态响应的影响

性能指标 J_i 可以理解为由协同跟踪误差能量和控制输入能量构成的能量函数, 控制器(14)中的反馈控制增益矩阵(17)是通过求解Riccati方程(18)获得的, 而该方程依赖于性能指标 J_i 中的权重矩阵 Q, R , 于是可以知道权重矩阵 Q, R 的选择对系统暂态响应具有直接影响. 通过分析可知, 选择权值较大的 Q 或权值较小的 R 意味着闭环系统极点向左移动, 系统收敛效果会改善.

场景C: 在场景A的基础上, 选择权值较小的 $Q = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, 权重矩阵 R 、参考电流、耦合强度增益等其他参数与场景A相同.

与场景A相比, 当选取较小的 Q 时, 系统响应速度有所减缓, 如图4所示.

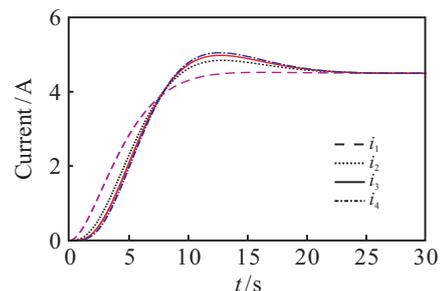


图4 并联充电系统在充电场景C下的均流曲线

场景D: 在场景B的基础上, 选择较大的权重 $R = 5$, 权重矩阵 R 、参考电流、耦合强度增益等其他参数与场景B相同。

与场景B相比, 当选取较大的 R 时, 系统响应速度有所减缓, 如图5所示。

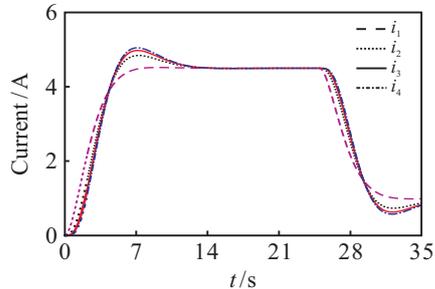


图5 并联充电系统在充电场景D下的均流曲线

4 结论

本文研究了一类非线性耦合动态互联系统的负载均衡问题, 通过选择耦合强度和控制增益, 基于最近邻原则, 提出了分布式协作负载均衡优化控制律. 通信拓扑图中最少需要含有一棵生成树, 耦合强度只需要满足依赖拓扑结构的下界条件, 控制增益矩阵可以通过求解代数Riccati方程获得. 所提出的控制策略是分布式的、鲁棒的, 每个子系统只需要知道自己及邻居的信息. 在通信拓扑满足相应连通条件、控制增益满足下界条件下, 负载均衡控制目标即可实现. 仿真结果验证了所提出的控制策略是有效的和可行的。

参考文献(References)

- [1] Moayedi S, Nasirian V, Lewis F L, et al. Team-oriented load sharing in parallel dc-dc converters[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2015, 51(1): 479-490.
- [2] Bidram A, Davoudi A. Hierarchical structure of microgrids control system[J]. IEEE Trans on Smart Grid, 2012, 3(4): 1963-1976.
- [3] Wang J B. Parallel DC/DC converters system with a novel primary droop current sharing control[J]. IET on Power Electronics, 2012, 5(8): 1569-1580.

- [4] Mazumder S K, Tahir M, Acharya K. Master-slave current-sharing control of a parallel DC/DC converter system over an RF communication interface[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2008, 55(1): 59-66.
- [5] Behjati H, Davoudi A, Lewis F L. Modular dc-dc converters on graphs: cooperative control[J]. IEEE Trans on Power Electronics, 2014, 29(12): 6725-6741.
- [6] Nasirian V, Moayedi S, Davoudi A, et al. Distributed adaptive droop control for dc distribution systems[J]. IEEE Trans on Energy Conversion, 2014, 29(4): 944-956.
- [7] Behjati H, Davoudi A, Lewis F L. Distributed multi-agent control of parallel Cúk converters using feedback linearization[C]. Proc of the 29th IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition. Fort Worth, 2014: 1979-1985.
- [8] Diestel R. Graph theory[M]. New York: Springer-Verlag, 1997.
- [9] Zhang H, Lewis F L, Qu Z. Lyapunov, adaptive, and optimal design techniques for cooperative systems on directed communication graphs[J]. IEEE Trans On Industrial Electronics, 2012, 59(7): 3026-3041.
- [10] Erickson R W. Fundamentals of power electronics[M]. London: Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [11] Bassi E, Benzi F, Lusetti L, et al. Communication protocols for electrical drives[C]. Proc of IECON '95-21st Annual Conf on IEEE Industrial Electronics. Orlando: IEEE, 1995: 706-711.

作者简介

刘建刚(1984—), 男, 讲师, 博士, 从事协同控制理论及其应用等研究, E-mail: jgangliu@csu.edu.cn;

郑志强(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 从事机器人控制等研究, E-mail: zqzheng@nudt.edu.cn;

谢小良(1964—), 男, 教授, 博士, 从事系统优化相关理论研究, E-mail: denan2003@163.com;

王仲梅(1979—), 女, 讲师, 从事运筹优化相关理论研究, E-mail: 2010771648@qq.com;

杨胜杰(1987—), 男, 讲师, 博士, 从事智能电网优化相关研究, E-mail: 1078800805@qq.com.

(责任编辑: 齐 霖)