

基于积分滑模控制的非理想变时滞 神经网络有限时间同步

熊晶晶[†], 章国宝

(1. 东南大学 自动化学院, 南京 210096; 2. 东南大学
复杂工程系统测量与控制教育部重点实验室, 南京 210096)

摘 要: 研究一类非理想变时滞神经网络的有限时间同步问题. 首先, 利用驱动-响应概念推导误差系统, 并运用同步误差构造一个合适的积分滑模流型, 若误差系统的状态轨迹在有限时间内到达滑模面, 则同步误差将随其后在有限时间内收敛于零. 然后, 结合神经元激活函数的约束条件, 设计一种合适的滑模控制器, 根据所设计的控制器和 Lyapunov 稳定性理论, 误差系统的状态轨迹能够在有限时间内到达滑模面, 从而非理想变时滞神经网络的有限时间同步能够实现. 最后, 通过数值仿真结果验证所提出设计方法的有效性.

关键词: 积分滑模控制; 时滞神经网络; 有限时间同步; Lyapunov 方法

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Finite-time synchronization of nonidentical neural networks with time-varying delay based on integral sliding mode control

XIONG Jing-jing[†], ZHANG Guo-bao

(1. School of Automation, Southeast University, Nanjing 210096, China; 2. Key Laboratory of Measurement and Control of Complex Systems of Engineering of Ministry of Education, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: The finite-time synchronization problem of a class of nonidentical neural networks with time-varying delay is studied. Firstly, by using the drive-response concept to derive an error system, a suitable integral sliding mode manifold is constructed by applying the synchronization error. If the state trajectories of the error system are driven onto the sliding mode surface, the synchronization error will thereafter converge to zero in finite time. Then, by combining the bounded conditions on neuron activation functions, a proper sliding mode controller is designed. Based on the designed controller and the Lyapunov stability theory, the state trajectories of the error system can be driven onto the sliding mode surface, such that the finite-time synchronization of nonidentical neural networks with time-varying delay can be performed. Finally, numerical simulation results verify the effectiveness of the proposed method.

Keywords: integral sliding mode control; delayed neural networks; finite-time synchronization; Lyapunov method

0 引言

近年来,同步控制系统在实际应用中比较广泛,包括传感器网络、机器人协同工作、飞行编队控制、保密通信、图像处理、谐波振荡等^[1-3],因此同步控制系统研究引起了国内外学者的广泛关注.神经网络同步控制是通过神经网络系统自身耦合或施加外力等策略使两个或多个神经网络之间通过公共网络平台共享相同的动态行为,如极限环、混沌现象等.在神经网络的同步控制过程中,除了神经网络自身的时滞外,计算时滞和网络传输时滞是时滞的主要组成部分.

目前,针对时滞神经网络的同步问题,很多控制方法已得到发展,例如数据采集控制^[4-5]、自适应控制^[6-8]、脉冲控制^[9-13]、周期间歇控制^[14]、积分滑模控制^[15-18]等.在上述众多的控制方法中,滑模控制凭借其快速响应、对参数变化及扰动不灵敏、无需系统在线辨识和物理实现简单等优点,得到广泛的应用和发展.近些年,部分文献已将滑模控制用于研究时滞神经网络的同步控制问题.例如,针对具有定常时滞的非理想混沌神经网络的同步控制问题,文献[15]利用时滞状态反馈构造了一种积分滑模流型,设计了一种等效的滑模控制器,得到了包含未知状态反馈增益矩

收稿日期: 2017-12-12; 修回日期: 2018-02-26.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61473079).

责任编辑: 王燕舞.

[†]通讯作者. E-mail: xjj286@cjlu.edu.cn.

阵的误差系统,然后为获得状态反馈增益矩阵,利用 Lyapunov 稳定性理论分别建立了时滞无关稳定性判据和时滞相关稳定性判据,接着为保证积分滑模流型的存在性,设计了一种积分滑模控制器,最后发展了一种积分滑模控制方法;文献[16]在文献[15]的基础上,对具有定常时滞的非理想混沌神经网络的同步控制问题展开了深入研究,为削弱滑模控制器的抖振程度,利用饱和函数取代了文献[15]中的符号函数,发展了一种积分滑模控制方法;文献[17]利用积分滑模控制方法对具有时变时滞的非理想混沌模糊细胞神经网络的同步控制问题进行了研究;文献[18]利用改进的积分滑模控制方法对具有混合定常时滞的非理想混沌神经网络的同步控制问题进行了研究。

需要指出的是,上述积分滑模控制方法虽然对研究时滞神经网络的同步控制起到了一定的作用,但仍具有明显的不足,主要表现在:1)构造的积分滑模流型与设计的等效滑模控制器一样具有十分复杂的结构,其中包含同步误差、神经元激活函数和未知的状态反馈增益矩阵以及带有时滞的同步误差和神经元激活函数等信息,毫无疑问的是,其物理实现难度较大;2)误差系统和滑模控制器中均存在未知的状态反馈增益矩阵,需要通过误差系统的稳定性分析来求解这些未知矩阵;3)全局渐近同步能够得到保证,但时滞神经网络的有限时间同步无法实现。

针对上述积分滑模控制方法的不足,本文研究了基于一种积分滑模控制方法的时变时滞神经网络的有限时间同步问题。基于驱动-响应概念和滑模控制理论,构造一种更简单的积分滑模流型;为实现驱动-响应系统在有限时间内同步,设计一种合适的滑模控制器,基于 Lyapunov 稳定性理论,误差系统的状态轨迹能够在有限时间内到达滑模面,同步误差随后在有限时间内收敛于零,从而发展出一种新的积分滑模控制方法,确保非理想变时滞神经网络的有限时间同步。两个数值算例的仿真结果表明了本文所提方法的有效性和可行性。

同文献[15-18]相比,本文所提出的积分滑模控制方法具有的优势包括以下几点:1)构造的积分滑模流型更简单;2)无需求解反馈控制增益矩阵;3)变时滞神经网络的有限时间同步能够得到保证。

1 问题描述

考虑如下非理想变时滞神经网络:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -C_1 x(t) + A_1 f(x(t)) + B_1 f(x(t - \tau(t))); \\ x(s) = \phi(s), s \in [-\tau, 0]. \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = -C_2 y(t) + A_2 g(y(t)) + \\ B_2 g(y(t - \tau(t))) + u(t); \\ y(s) = \theta(s), s \in [-\tau, 0]. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $x(\cdot) \in R^n$ 和 $y(\cdot) \in R^n$ 分别表示驱动系统(1)和响应系统(2)中的神经元状态向量; $f(\cdot) = [f_1(\cdot), f_2(\cdot), \dots, f_n(\cdot)]^T \in R^n$ 和 $g(\cdot) = [g_1(\cdot), g_2(\cdot), \dots, g_n(\cdot)]^T \in R^n$ 分别表示驱动系统和响应系统中的神经元激活函数向量; $C_1 = \text{diag}(c_{11}, c_{12}, \dots, c_{1n})$ 和 $C_2 = \text{diag}(c_{21}, c_{22}, \dots, c_{2n})$ 表示自反馈矩阵,且 $c_{ij} > 0$; $A_1 \in R^{n \times n}$ 、 $B_1 \in R^{n \times n}$ 、 $A_2 \in R^{n \times n}$ 和 $B_2 \in R^{n \times n}$ 均表示连接矩阵; $u(t) \in R^n$ 表示要设计的控制输入; $\tau(t)$ 表示内部时变时滞,且满足 $0 \leq \tau(t) \leq \tau$, τ 为常量; $\phi(\cdot)$ 和 $\theta(\cdot)$ 分别表示驱动系统(1)和响应系统(2)的初始条件。

假设1 假设驱动系统(1)中每一个神经元激活函数 $f_i(\cdot)$ 是 Lipschitz 连续的, $f_i(0) = 0, i = 1, 2, \dots, n$, 且满足如下条件^[2,5]:

$$\begin{aligned} \sigma_i^- \leq \frac{f_i(a) - f_i(b)}{a - b} \leq \sigma_i^+, \\ \forall a, b \in R, a \neq b, i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (3)$$

其中: σ_i^- 和 σ_i^+ 均为常数,且可取正数、零和负数。

根据假设条件(3),可以得到如下定义:

$$\begin{cases} \sigma_i = \max(|\sigma_i^-|, |\sigma_i^+|), i = 1, 2, \dots, n; \\ L = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n). \end{cases} \quad (4)$$

注1 实际应用中,许多常用的神经元激活函数均满足假设条件(3),例如 Hopfield 神经网络中常用到的激活函数有 Sigmoidal 函数,包括 $1/[1 + \exp(-\lambda x)]$ 、 $[1 - \exp(-\lambda x)]/[1 + \exp(-\lambda x)] (\lambda > 0)$ 和 $\tanh(x)$; 细胞神经网络中常用到激活函数有 $[|x + 1| - |x - 1|]/2$; 最优神经网络中常用到激活函数有 $\max(x, 0)$ 。

注2 对于激活函数满足假设条件(3)的驱动系统(1)而言,其时变时滞最大允许上限可以根据现有文献中的稳定性分析方法获取,这里不再考虑。

定义误差信号 $e(t) = x(t) - y(t)$, 根据驱动系统(1)和响应系统(2),可推导出如下同步误差系统:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & -C_1 e(t) + A_1 \varphi(e(t)) + B_1 \varphi(e(t - \tau(t))) - \\ & u(t) + (C_2 - C_1)y(t) - A_2 g(y(t)) - \\ & B_2 g(y(t - \tau(t))) + A_1 f(y(t)) + B_1 f(y(t - \tau(t))), \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\varphi(e(\cdot)) = f(x(\cdot)) - f(y(\cdot))$ 。

注3 根据条件(3),可得到 $\sigma_i^- \leq f_i(a)/a \leq \sigma_i^+$ (取 $b = 0$) 和 $\sigma_i^- \leq \varphi_i(e_i(\cdot))/e_i(\cdot) \leq \sigma_i^+$, 不等式两边取绝对值,根据定义(4), $|f_i(a)/a| \leq \sigma_i$ 和

$|\varphi_i(e_i(\cdot))/e_i(\cdot)| \leq \sigma_i$ 成立, 进而有 $|f_i(a)| \leq \sigma_i|a|$ 和 $|\varphi_i(e_i(\cdot))| \leq \sigma_i|e_i(\cdot)|, i = 1, 2, \dots, n$. 因此, 可推导出不等式 $\|f(a)\| \leq \|L\| \cdot |a|$ 和 $\|\varphi(e(\cdot))\| \leq \|L\| \cdot \|e(\cdot)\|$ 成立.

本文的目的是设计一种合适的滑模控制器, 以保证驱动系统(1)和响应系统(2)在有限时间内同步. 在给出本文主要结果前, 首先给出如下重要引理

引理1^[19] 假设存在连续正定函数 $V(t)$ 满足如下不等式:

$$\dot{V}(t) + \omega V(t) + \xi V^\alpha(t) \leq 0, \forall t > t_0, \quad (6)$$

则 $V(t)$ 将在有限时间内收敛于平衡点, 且该时间 t_s 满足

$$t_s \leq \frac{1}{\omega(1-\alpha)} \ln \left(\frac{\omega V^{1-\alpha}(t_0) + \xi}{\xi} \right) + t_0. \quad (7)$$

其中: $\omega > 0, \xi > 0, \alpha \in (0, 1)$.

2 滑模控制器设计

滑模控制具有快速响应、对参数变化及扰动不灵敏、无需系统在线辨识、物理实现简单等优点^[19-20]. 此外, 系统状态一旦到达滑模面后便具有滑模不变性的优点, 即系统状态的变化规律将不再依赖于系统的精确模型, 因此具有极强的鲁棒性. 凭借这些优点, 滑模控制已在力学系统^[19-21]、无人飞行器^[22-25]、电机^[26-28]等不同领域得到了广泛的发展和应用.

本节将采用积分滑模控制技术设计一种合适的滑模控制器, 用于保证驱动系统(1)与响应系统(2)之间的有限时间同步.

根据同步误差信号, 构造如下积分滑模流型:

$$s(t) = e(t) + \int_0^t [\xi_1 e^{\alpha_1}(r)] \text{sgn}(r) dr. \quad (8)$$

其中: $e^{\alpha_1}(t) = [e_1^{\alpha_1}(t), e_2^{\alpha_1}(t), e_n^{\alpha_1}(t)]^T; \xi_1 > 0; \alpha_1 = m_1/n_1, m_1$ 和 n_1 为正奇数, 且 $m_1 < n_1$.

注4 与文献[15-18]中的积分滑模流型相比, 本文构造的积分滑模流型(8), 其结构更加简单, 使得其物理实现更容易. 更重要的是, 一旦误差系统的状态轨迹到达滑模面 $s(t) = 0$, 随后 $\dot{s}(t) = \dot{e}(t) + \xi_1 e^{\alpha_1}(t) = 0$, 同步误差 $e(t)$ 将有限时间收敛于零.

注5 文献[29]在研究不确定时滞神经网络的鲁棒全局指数同步问题过程中指出, 系统信号具有有界性, 且存在正常数 χ 使得 $\|x(\cdot)\| \leq \chi$ 成立. 因此, 本文可假设存在正常数 ε 使得 $\|e(\cdot)\| \leq \varepsilon$ 成立, ε 可根据驱动系统(1)和响应系统(2)的初始条件(即 $\phi(s)$ 和 $\theta(s), s \in [-\tau, 0]$)初步确定取值范围.

为保证驱动系统(1)和响应系统(2)在有限时间内实现全局同步, 一种合适的滑模控制器设计为

$$u(t) = \rho(t) \text{sgn}(s(t)) + \omega s(t) + \xi_2 s^{\alpha_2}(t). \quad (9)$$

其中: $\omega > 0; \xi_2 > 0; \alpha_2 = m_2/n_2, m_2$ 和 n_2 为正奇数,

且 $m_2 < n_2; s^{\alpha_2}(t) = [s_1^{\alpha_2}(t), s_2^{\alpha_2}(t), \dots, s_n^{\alpha_2}(t)]^T$; 切换增益 $\rho(t)$ 满足

$$\begin{aligned} \rho(t) = & \\ & [\|C_1\| + (\|A_1\| + \|B_1\|)\|L\|]\varepsilon + \\ & (\|C_2 - C_1\| + \|A_1\| \cdot \|L\|)\|y(t)\| + \\ & \|B_1\| \cdot \|L\|\|y(t - \tau(t))\| + \|A_2\| \cdot \|g(y(t))\| + \\ & \|B_2\| \cdot \|g(y(t - \tau(t)))\| + \xi_1 \|e^{\alpha_1}(t)\|. \end{aligned}$$

定理1 给定积分滑模流型(8)和控制器(9), 则驱动系统(1)和响应系统(2)在有限时间内实现全局同步.

证明 根据积分滑模流型(8), 可推导出

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) = & \\ \dot{e}(t) + [\xi_1 e^{\alpha_1}(t)] \text{sgn}(t) - [\xi_1 e^{\alpha_1}(0)] \text{sgn}(0) = & \\ \begin{cases} \dot{e}(t) + \xi_1 e^{\alpha_1}(t), t > 0; \\ \dot{e}(t), t = 0. \end{cases} & \quad (10) \end{aligned}$$

当 $t > 0$ 时, 由式(5)、(9)和(10)可知

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) = & \\ -C_1 e(t) + A_1 \varphi(e(t)) + B_1 \varphi(e(t - \tau(t))) + & \\ (C_2 - C_1)y(t) - A_2 g(y(t)) - & \\ B_2 g(y(t - \tau(t))) + A_1 f(y(t)) + & \\ B_1 f(y(t - \tau(t))) + \xi_1 e^{\alpha_1}(t) - & \\ \rho(t) \text{sgn}(s(t)) - \omega s(t) - \xi_2 s^{\alpha_2}(t). & \quad (11) \end{aligned}$$

考虑如下 Lyapunov 候选函数:

$$V(t) = \frac{1}{2} s^T(t) s(t). \quad (12)$$

根据式(11), Lyapunov 候选函数(12)的时间导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \\ s^T(t) [-C_1 e(t) + A_1 \varphi(e(t)) + B_1 \varphi(e(t - \tau(t))) + & \\ (C_2 - C_1)y(t) - A_2 g(y(t)) - & \\ B_2 g(y(t - \tau(t))) + A_1 f(y(t)) + & \\ B_1 f(y(t - \tau(t))) + \xi_1 e^{\alpha_1}(t) - & \\ \rho(t) \text{sgn}(s(t)) - \omega s(t) - \xi_2 s^{\alpha_2}(t)] \leq & \\ \|s(t)\| [\|C_1\| \|e(t)\| + \|A_1\| \|\varphi(e(t))\| + & \\ \|B_1\| \|\varphi(e(t - \tau(t)))\| + \|C_2 - C_1\| \|y(t)\| + & \\ \|A_2\| \|g(y(t))\| + \|B_2\| \|g(y(t - \tau(t)))\| + & \\ \|A_1\| \|f(y(t))\| + \|B_1\| \|f(y(t - \tau(t)))\| + & \\ \xi_1 \|e^{\alpha_1}(t)\|] - \rho(t) \|s(t)\|_1 - & \\ \omega s^T(t) s(t) - \xi_2 \sum_{i=1}^n s_i^{\alpha_2+1}(t). & \quad (13) \end{aligned}$$

值得注意的是, $\|s(t)\| \leq \|s(t)\|_1$, 且根据注3和注5, 由式(13)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & \|s(t)\|_1 [\|C_1\| \|e(t)\| + \|A_1\| \|\varphi(e(t))\| + \\ & \|B_1\| \|\varphi(e(t - \tau(t)))\| + \|C_2 - C_1\| \|y(t)\| + \\ & \|A_2\| \|g(y(t))\| + \|B_2\| \|g(y(t - \tau(t)))\| + \\ & \|A_1\| \|f(y(t))\| + \|B_1\| \|f(y(t - \tau(t)))\| + \\ & \xi_1 \|e^{\alpha_1}(t) - \rho(t)\] - \\ & \omega s^T(t)s(t) - \xi_2 \sum_{i=1}^n s_i^{\alpha_2+1}(t) \leq \\ & \|s(t)\|_1 [(\|C_1\| + (\|A_1\| + \|B_1\|)\|L\|)\varepsilon + \\ & (\|C_2 - C_1\| + \|A_1\| \|L\|)\|y(t)\| + \\ & \|B_1\| \|L\| \|y(t - \tau(t))\| + \|A_2\| \|g(y(t))\| + \\ & \|B_2\| \|g(y(t - \tau(t)))\| + \xi_1 \|e^{\alpha_1}(t) - \rho(t)\] - \\ & \omega s^T(t)s(t) - \xi_2 \sum_{i=1}^n s_i^{\alpha_2+1}(t) = \\ & -\omega s^T(t)s(t) - \xi_2 \sum_{i=1}^n s_i^{\alpha_2+1}(t) \leq \\ & -2\omega V(t) - \xi_2 2^{(\alpha_2+1)/2} V^{(\alpha_2+1)/2}(t). \end{aligned} \quad (14)$$

由引理1和不等式(14)可知,在所设计的控制器(9)条件下,误差系统(5)的状态轨迹能够在有限时间内到达滑模面 $s(t) = 0$,且随后,误差系统的状态满足 $s(t) = e(t) + \int_0^t [\xi_1 e^{\alpha_1}(r)] \text{sgn}(r) dr = 0$.由式(10)可知, $\dot{s}(t) = \dot{e}(t) + \xi_1 e^{\alpha_1}(t) = 0$,同步误差 $e(t)$ 将有限时间收敛于零,故驱动系统(1)和响应系统(2)将在有限时间内实现全局同步. □

注6 由积分滑模流型(8)可知,当 $t = 0$ 时,有 $s(0) = e(0)$ 成立,其中 $e(0)$ 为误差系统(5)的初始条件.为保证滑模变量 $s(t)$ 和同步误差 $e(t)$ 的收敛时间存在,假设 $s(0) = e(0) \neq 0$,需要指出的是,对于混沌系统而言,该假设条件成立.依据引理1和不等式(14),滑模变量 $s(t)$ 和等式 $\dot{s}(t) = \dot{e}(t) + \xi_1 e^{\alpha_1}(t) = 0$ 中 $e(t)$ 的收敛时间分别取决于

$$t_s \leq \frac{1}{\omega(1 - \alpha_2)} \ln \left(\frac{\omega V^{(1-\alpha_2)/2}(s(0)) + \xi_2 2^{(\alpha_2-1)/2}}{\xi_2 2^{(\alpha_2-1)/2}} \right)$$

和

$$t_e = \frac{[e(0)]^{1-\alpha_1}}{(1 - \alpha_1)\xi_1}.$$

注7 为降低由切换控制动作引起的抖动现象,本文采用文献[15]中的方法将控制器中的函数 $\text{sgn}(s(t))$ 用 $s(t)/[\|s(t)\| + 0.01]$ 替代,并进行如下仿真验证.

3 数值仿真

本节通过两个数值算例来验证所提方法的有效性和可行性.

例1 考虑驱动系统(1),其参数见文献[15],具体如下:

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 1 + \pi/4 & 20 \\ 0.1 & 1 + \pi/4 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -1.3\pi\sqrt{2}/4 & 0.1 \\ 0.1 & -1.3\pi\sqrt{2}/4 \end{bmatrix}.$$

其中:激活函数 $f(x) = 0.5(|x+1| - |x-1|)$, $\tau(t) = 1$.

考虑响应系统(2),其参数见文献[15],具体如下:

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 2 & -0.1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} -1.5 & -0.1 \\ -0.2 & -1.5 \end{bmatrix}.$$

其中:激活函数 $g(y) = \tanh(y)$, $\tau(t) = 1$.

由假设条件(3)和(4)可知, $L = \text{diag}(1, 1)$.

对于 $s \in [-1, 0]$,取系统(1)和系统(2)的初始条件分别为 $\phi(s) = [0.1, 0.1]^T$ 和 $\theta(s) = [0.9, -0.6]^T$.

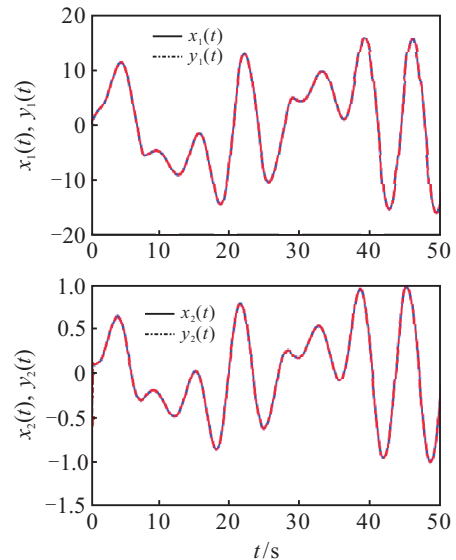


图1 有控制器时系统状态轨迹(例1)

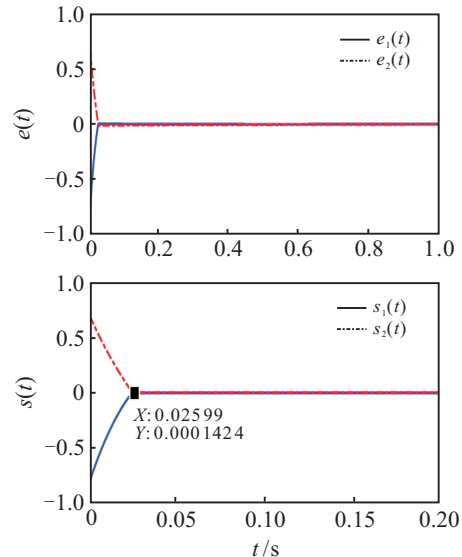


图2 有控制器时的同步误差和滑模流型(例1)

设置滑模控制器参数为 $\varepsilon = 1.1, \omega = 5, \xi_1 = 1, \xi_2 = 0.1, \alpha_1 = \alpha_2 = 3/5$ 。在滑模控制器条件下, 驱动系统(1)和响应系统(2)的状态轨迹见图1, 对应的同步误差 $e(t)$ 和滑模流型 $s(t)$ 见图2。从图1和图2可以看出, 驱动系统(1)和响应系统(2)实现有限时间同步, 滑模流型 $s(t)$ 的收敛时间大约为 0.0260 s , 满足其理论收敛时间 $t_s \leq 1.9779\text{ s}$, 验证了定理1的结论。

例2 考虑驱动系统(1), 取

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} 2 & -0.1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} -1.5 & -0.1 \\ -0.2 & -2.5 \end{bmatrix}.$$

其中: 激活函数 $f(x) = \tanh(x), \tau(t) = 1$ 。

考虑响应系统(2), 取

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}.$$

其中: 激活函数 $g(y) = 0.5(|y+1| - |y-1|), \tau(t) = 1$ 。

由假设条件(3)和(4)可知, $L = \text{diag}(1, 1)$ 。

对于 $s \in [-1, 0]$, 选取驱动系统(1)和响应系统(2)的初始条件分别为 $\phi(s) = [-0.6, 0.4]^T$ 和 $\theta(s) = [-1, 1]^T$ 。

设置滑模控制器参数为 $\varepsilon = 0.8, \omega = 5, \xi_1 = 1, \xi_2 = 0.1, \alpha_1 = \alpha_2 = 3/5$ 。在滑模控制器条件下, 驱动系统(1)和响应系统(2)的状态轨迹见图3, 对应的同步误差 $e(t)$ 和滑模流型 $s(t)$ 见图4。从图3和图4可看出, 驱动系统(1)和响应系统(2)实现了有限时间同步, 滑模流型 $s(t)$ 的收敛时间大约为 0.022 s , 满足其理论收敛时间 $t_s \leq 1.9019\text{ s}$, 而且同步误差的

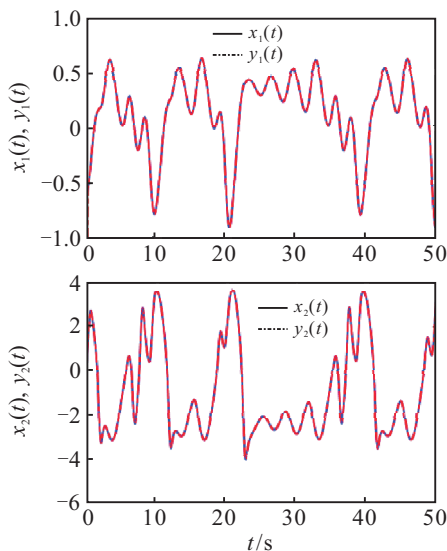


图3 有控制器时的系统状态轨迹(例2)

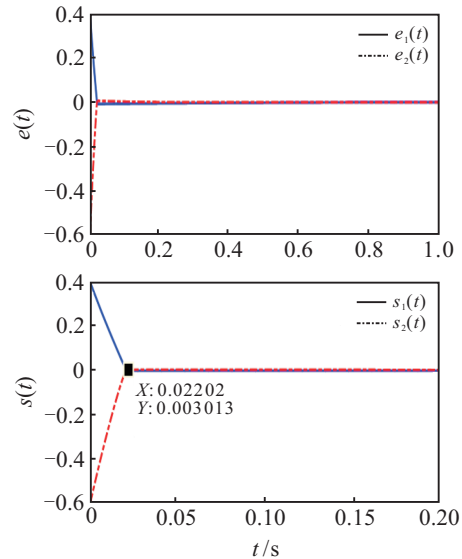


图4 有控制器时的同步误差和滑模流型(例2)

收敛时间分别大约为 $t_{e1} = 1.7329\text{ s} + 0.022\text{ s}, t_{e2} = 2.0380\text{ s} + 0.022\text{ s}$, 这也验证了定理1的结论。

4 结论

本文结合滑模控制理论, 研究了一类非理想变时滞神经网络的有限时间同步问题。利用驱动-响应概念和积分滑模控制技术, 设计了合适的滑模控制器和切换增益, 结合 Lyapunov 稳定性理论和数值仿真结果充分验证了本文所提方法的有效性和可行性。

参考文献(References)

- [1] Cao J D, Chen G R, Li P. Global synchronization in an array of delayed neural networks with hybrid coupling[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics, 2008, 38(2): 488-498.
- [2] Li T, Song A G, Fei S M, et al. Synchronization control of chaotic neural networks with time-varying and distributed delays[J]. Nonlinear Analysis, 2009, 71(5): 2372-2384.
- [3] Lam H K. Chaotic synchronization using output/full state-feedback polynomial controller[J]. IET Control Theory and Applications, 2010, 4(11): 2285-2292.
- [4] Gan Q. Synchronization of chaotic neural networks with unknown parameters and random time-varying delays based on adaptive sampled-data control and parameter identification[J]. IET Control Theory and Applications, 2012, 6(10): 1508-1515.
- [5] Rakkayappan R, Dharani S, Cao J D. Synchronization of neural networks with control packet loss and time-varying delay via stochastic sampled-data controller[J]. IEEE Trans on Neural Networks and Learning Systems, 2015, 26(12): 3215-3226.
- [6] Gan Q T, Xu R, Kang X B. Synchronization of unknown chaotic delayed competitive neural networks with different time scales based on adaptive control and parameter identification[J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 67(3): 1893-1902.
- [7] Wang L M, Shen Y, Yin Q, et al. Adaptive synchronization

- of memristor-based neural networks with time-varying delays[J]. IEEE Trans on Neural Networks and Learning Systems, 2015, 26(9): 2033-2042.
- [8] Li J M, He C, Zhang W Y, et al. Adaptive synchronization of delayed reaction-diffusion neural networks with unknown non-identical time-varying coupling strengths[J]. Neurocomputing, 2017, 219: 144-153.
- [9] Li X D, Song S J. Research on synchronization of chaotic delayed neural networks with stochastic perturbation using impulsive control method[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2014, 19(10): 3892-3900.
- [10] Chen W H, Lu X M, Zheng W X. Impulsive stabilization and impulsive synchronization of discrete-time delayed neural networks[J]. IEEE Trans on Neural Networks and Learning Systems, 2015, 26(4): 734-748.
- [11] Chen W H, Luo S X, Zheng W X. Impulsive synchronization of reaction-diffusion neural networks with mixed delays and its application to image encryption[J]. IEEE Trans on Neural Networks and Learning Systems, 2016, 27(12): 2696-2710.
- [12] Li X, Rakkiyappan R. Impulsive controller design for exponential synchronization of chaotic neural networks with mixed delays[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2013, 18(6): 1515-1523.
- [13] Fang Y, Yang K, Li K. Synchronization of chaotic delayed neural networks via impulsive control[J]. J of Applied Mathematics, 2014, DOI: 10.1155/2014/305264.
- [14] Zhang G D, Shen Y. Exponential synchronization of delayed memristor-based chaotic neural networks via periodically intermittent control[J]. Neural Networks, 2014, 55: 1-10.
- [15] Huang H, Feng G. Synchronization of nonidentical chaotic neural networks with time delays[J]. Neural Networks, 2009, 22(7): 869-874.
- [16] Zhang D, Xu J. Projective synchronization of different chaotic time-delayed neural networks based on integral sliding mode controller[J]. Applied Mathematics and Computation, 2010, 217(1): 164-174.
- [17] Gan Q T, Xu R, Yang P H. Synchronization of non-identical chaotic delayed fuzzy cellular neural networks based on sliding mode control[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2012, 17(1): 433-443.
- [18] Shi Y, Zhu P, Qin K. Projective synchronization of different chaotic neural networks with mixed time delays based on an integral sliding mode controller[J]. Neurocomputing, 2014, 123: 443-459.
- [19] Yu X, Man Z. Fast terminal sliding-mode control design for nonlinear dynamical systems[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications, 2002, 49(2): 261-264.
- [20] Xu R, Özgüner Ü. Sliding mode control of a class of underactuated systems[J]. Automatica, 2008, 44(1): 233-241.
- [21] Feng Y, Yu X, Man Z. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators[J]. Automatica, 2002, 38(12): 2159-2167.
- [22] Xiong J J, Zheng E H. Position and attitude tracking control for a quadrotor UAV[J]. ISA Trans, 2014, 53(3): 725-731.
- [23] Zheng E H, Xiong J J, Luo J L. Second order sliding mode control for a quadrotor UAV[J]. ISA Trans, 2014, 53(4): 1350-1356.
- [24] Xiong J J, Zhang G B. Global fast dynamic terminal sliding mode control for a quadrotor UAV[J]. ISA Trans, 2017, 66(1): 233-240.
- [25] 刘锦涛, 吴文海, 李静, 等. 四旋翼无人机SO(3)滑模变结构姿态控制器设计[J]. 控制与决策, 2016, 31(6): 1057-1064.
(Liu J T, Wu W H, Li J, et al. Sliding mode variable structure attitude controller design of quadrotor UAVs on SO(3)[J]. Control and Decision, 2016, 31(6): 1057-1064.)
- [26] Li S, Zhou M, Yu X. Design and implementation of terminal sliding mode control method for PMSM speed regulation system[J]. IEEE Trans on Industrial Informatics, 2013, 9(4): 1879-1891.
- [27] Yang J, Li S, Yu X. Sliding-mode control for systems with mismatched uncertainties via a disturbances observer[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2013, 60(1): 160-169.
- [28] 张庆超, 马瑞卿. 无刷直流电机转速伺服系统反步高阶滑模控制[J]. 控制与决策, 2016, 31(6): 961-968.
(Zhang Q C, Ma R Q. Backstepping high order sliding mode control for brushless DC motor speed servo control system[J]. Control and Decision, 2016, 31(6): 961-968.)
- [29] Zhang H G, Ma T D, Huang G B, et al. Robust global exponential synchronization of uncertain chaotic delayed neural networks via dual-stage impulsive control[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics, 2010, 40(3): 831-844.

作者简介

熊晶晶(1987—),男,博士生,从事时滞神经网络稳定性及同步控制的研究, E-mail: xjj286@cjlu.edu.cn;

章国宝(1965—),男,教授,博士生导师,从事控制理论及控制工程、模式识别与智能控制领域的基础及应用等研究, E-mail: guobaozh@seu.edu.cn.

(责任编辑: 齐 霖)