第 34 卷 第 8 期
2019 年 8 月

控 制 与 决 策
Control and Decision

Vol.34 No.8
Aug. 2019

文章编号: 1001-0920(2019)08-1769-07 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2017.1772

基于ACC支付模式的两层信用支付的EOQ模型

张 冲[1†], 张 俊[1], 王海燕[2]

(1. 南京邮电大学 管理学院，南京 210023；2. 东南大学 经济管理学院，南京 210096)

摘 要: 为了避免坏账,同时刺激下游零售商订购批量,上游供应商要求零售商采取 ACC 支付模式 (提前支付 advance、现金支付 cash 和延期支付 credit). 针对顾客资金情况,将顾客分为如下两类: 第 1 类顾客资金充足,顾客会提前支付部分比例的货款,同时获得价格折扣,剩余货款采取延期支付的方式,这类顾客不仅享受价格折扣,同时享受延期支付策略; 第 2 类顾客资金不足,顾客会采取部分货款货到付款,剩余货款采取延期支付的方式,这类顾客仅享受延期支付策略. 构建由 1 个供应商与 1 个零售商和两类资金情况不同的顾客构成的两层信用支付供应链库存模型,证明最优解的存在性和唯一性. 研究表明,零售商可以通过提高销售价格,争取更大的价格折扣,缩短零售商提前支付货款的时间期限,减少提前支付货款的比例等策略,以实现降低其年均成本.

关键词: 供应链；经济订货批量；ACC 支付模式；两层信用支付；价格折扣；两类顾客

中图分类号: F253.4 **文献标志码:** A

An EOQ model under two levels of trade credit with ACC payments

ZHANG Chong[1†], *ZHANG Jun*[1], *WANG Hai-yan*[2]

(1. School of Management，Nanjing University of Posts and Telecommunications，Nanjing 210023，China；2. School of Economic and Management, Southeast University，Nanjing 210096，China)

Abstract: In order to avoid bad debt, while stimulate downstream retailers to order batches, upstream suppliers require retailers to adopt ACC payment patterns (advance, cash and credit). According to customers’ funding situations, we divide the customers into the following two categories: One type of customers who have sufficient funds are able to pay part of the payment in advance and obtain a price discount, and the rest payment will be credited, this type of customers enjoy not only the price discount but also the credit payment strategy; the other type of customers who have insufficient funds will take part of the payment of cash on delivery, the remained payment by credit payment, so this type of customers only enjoy the credit payment strategy. On that basis, a two-tier credit payment supply chain inventory model which consists of one supplier, one retailer and two types of customers with different preferences is established to prove the existence and uniqueness of the optimal solution. Numerical examples are used to analyze the sensitivity of the key parameters. The research shows that retailers can increase the sales price, strive for greater price discount, shorten the time period for retailers to pay for goods in advance, and reduce the proportion of payment in advance to achieve a lower annual average cost.

Keywords: supply chain；economic order quantity；advance-cash-credit payment；two-tier credit payment；price discount；two types of customers

0 引 言

据调查,在众多发达国家,大约 80 % 的公司都会为其商品提供各种各样的信用支付优惠政策[1]. 对于季节性产品或者易变质品,由于其产品的特征,供应商可能会要求零售商采取 ACC 支付模式: 零售商在下订单前,需预先支付一定比例的货款作为诚信保证金,相应地零售商会获得价格折扣;在收到货物时,需立即支付一定比例的货款;对于剩余的货款,享受供应商提供的信用支付优惠政策. 因此, ACC 支付模式是提前支付、现金支付和延期支付 3 种支付方式的结合. 所提出的 ACC 支付模式包含了 3 种先前最常用的支付类型: 1) 卖家要求买家提前支付货款作为诚信保证金或者换取相应的价格折扣; 2) 为了防止坏账和资金成本,卖家要求买家收到货物的同时立即

收稿日期: 2017-12-27；**修回日期:** 2018-03-19.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (71301079，71531004)；南京邮电大学校科研基金项目 (NYS216013)；江苏省普通高校学术学位研究生科研创新计划项目 (KYCX17_0809)；教育部人文社会科学研究青年基金项目 (18YJC630235).

†通讯作者. E-mail: zcbling@163.com.

支付货款; 3) 卖家给予买家短期信用期限, 在信用期限内, 买家无需向卖家支付资金的利息, 信用支付期结束时, 买家需支付全部货款.

Harris[2] 首先假定买家在收到产品的同时立即支付全额货款, 从而建立了经典的EOQ模型. Goyal[3] 考虑了信用期内买家的利息收入拓展了EOQ模型. Grubbstrom[4] 采用贴现现金流的方法提出了基于信用支付条件下的EPQ模型. Teng[5] 分析了信用支付条件下的EOQ模型, 认为订购较少的商品数量, 频繁地使用信用支付对买家更有利可图. 曾顺秋等[6] 假定广告影响随机需求, 研究了信用支付作为一种激励机制对零售商的订货和广告策略进行协调的问题. 在已有的文献中, 大多仅考虑了延期支付对零售商订购策略的影响, 提前支付对零售商订购策略的研究却相对较少. Zhang[7] 首先研究了基于提前支付条件的EOQ模型. Taleizadeh[8] 提出了基于提前支付和立即支付下的EOQ模型. Zhang等[9] 研究了基于延期支付下的库存模型, 即在收到货物之前预付一部分货款, 剩余的货款享受延期支付. Teng等[10] 考虑了产品的保质期影响需求这一事实, 同时采取提前支付策略, 进一步拓展了EOQ模型.

上述研究仅仅在单层供应链系统中, 考虑了提前支付和延期支付对于零售商库存问题的研究. Huang[11] 考虑了两层信用支付问题, 假设零售商享受供应商给予的延期支付期, 同时零售商也给予顾客延期支付. Teng[12] 考虑的等级信用支付策略拓展了Huang[11] 的模型, 假设订货时, 零售商会要求信用差的顾客支付一定比例的货款, 剩余的货款给予延期支付. 闵杰等[13] 具体研究了市场扩张阶段即线性时变需求下, 考虑两层次信用支付策略的供应链库存模型. 同时, 赵忠等[14] 考虑了时变需求下两层信用支付策略变质品的订货策略. 崔玲等[15] 提出变质品需求受库存量和信用支付期限影响, 拓展了Huang[11] 的模型. 对于两层供应链系统引入提前支付的问题, 大多数研究都是与延期支付结合考虑. Thangam[16] 考虑了价格折扣以及部分订单取消的情况, 构建了基于提前支付条件下两层信用支付的零售商库存模型. Lashgari等[17] 假设上游供应商为了减小零售商违约的风险, 要求零售商采取部分提前支付, 为了增加市场需求给予顾客部分延期支付, 同时考虑了产品的短缺, 构建了零售商库存模型.

综上所述, 本文假设上游供应商给下游零售商提供ACC支付模式并提供价格折扣, 根据其终端顾客的资金情况采取不同的支付模式, 建立零售商年均成本的目标函数, 找出最优补货周期和最优补货量使得零售商的年均成本最小化, 通过数值算例得到了一些管理意义. 本文的创新点主要包括如下3点: 1) 构建一般性的ACC支付模式研究EOQ模型, 包含了许多已有的模型, 进一步推广到两层供应链系统; 2) 考虑了价格折扣对于零售商订购决策的影响; 3) 在下层供应链系统中, 考虑了两种资金情况不同的顾客, 同时考虑了3种支付类型.

1 符号说明和模型假设

1.1 符号说明

A为零售商的一次性订货费用; c为零售商采购单位商品的价格; γ为供应商给予零售商的购买价格折扣因子, γ越大购买价格越高; p为零售商销售单位产品的价格; η为零售商给资金充足的顾客提供的销售价格折扣因子, 其中$\eta p \geqslant \gamma c$, η越大所得到的价格折扣越小; h为单位商品单位时间的库存保管费用(除利息费用之外); D为顾客需求率, 是固定值; k为需提前支付和延期支付并享有价格折扣的顾客需求比率, 且$0 \leqslant k \leqslant 1$; $1-k$为需现金支付和延期支付的顾客需求比率; M为供应商提供给零售商延期支付的期限; N为零售商提供给顾客延期支付的期限, 一般假设$M > N$[14]; L为零售商预先支付一定比例货款的时间期限, 简称提前期; α为供应商要求零售商提前支付的比例, 且$0 \leqslant \alpha \leqslant 1$; β为在货物到达仓库时, 零售商现金支付货款的比例, 且$0 \leqslant \beta \leqslant 1$; λ为零售商享有延期支付货款的比例, 且$0 \leqslant \lambda \leqslant 1$, $\alpha + \beta + \lambda = 1$; μ为顾客提前支付货款(给予价格折扣)的比例或者现金支付货款的比例; $1-\mu$为顾客延期支付货款的比例; I_c为单位货币的年利息支出; I_e为单位货币的年利息收入; T为订货周期, 是决策变量; Q为零售商单位周期的订货量; TC为零售商的年均成本; T^*为最优订货周期; Q^*为最优订货批量; TC^*为零售商最优年均成本.

1.2 模型假设

模型假设如下:

1) 需求率保持不变且为常数.

2) 只考虑一种产品, 且时间区间无限.

3) 零售商采用ACC支付模式支付货款. 首先, 零售商在提前期L时刻, 一次性支付α比例的货款, 同时会相应地获得价格折扣因子γ, 即提前支付; 然后, 在收到货物的同时, 需向供应商现金支付β比例的货款, 即现金支付; 最后, 剩下的λ比例货款享受供应商给予的延期支付, 即在M点付清(延期支付).

4) 零售商根据下游顾客自身资金情况, 将顾客分

为两种类型并提供不同的支付方式: 第1类顾客资金充足, 会提前支付μ比例的货款, 这部分货款采取一次性支付的方式付清, 统一在货物到达零售商仓库时(零售商开始销售商品时)支付, 同时顾客获得相应的价格折扣因子η, 剩下的$1-\mu$比例货款享受零售商提供的延期支付, 即在N点支付; 第2类顾客资金不足, 购买商品立即支付μ比例的货款, 剩下的$1-\mu$比例货款享受零售商提供的延期支付, 即在N点支付.

2 模型构建

零售商的年均成本=(订货费用+库存费用+利息支出−利息收入)/T. 即:

1) 一次性订货年平均费用为T/A.

2) 年库存平均费用为$hDT/2$.

3) 对于年利息支出, 在提前期L时刻, 零售商支付$\alpha\gamma cDT$货款. 对于这一部分货款, 在整个订购周期产生的年利息支出为$\dfrac{\alpha\gamma cI_cD(2L+2N+T)}{2}$. 在0时刻, 零售商需立即支付给供应商$\beta\gamma cDT$货款, 这一部分货款在整个订购周期产生的年利息支出为$\dfrac{\beta\gamma cI_cD(2N+T)}{2}$.

对于零售商而言, 延期支付部分的货款$\lambda\gamma cDT$产生的年利息支出及整个订购周期内的年利息收入, 需根据M、N和$T+N$(零售商获得顾客最后一笔货款的时间)的大小关系进行讨论, 进而产生3种情况.

情况1　$T+N\leqslant M$.

对于两类资金情况不同的顾客, 由于$T+N\leqslant M$, 零售商在$T+N$点收到顾客的最后一笔货款, 零售商所支付的利息支出为0. 针对不同类型的顾客, 零售商所获得年利息收入不同.

零售商针对资金充足顾客的需求带来的年利息收入来自两个部分:

1) 在$0\sim M$期间, 资金充足的顾客提前支付产生的年利息收入为$\mu p\eta kDI_eM$;

2) 在$N\sim M$期间, 资金充足的顾客延期支付产生的年利息收入为

$$\frac{(1-\mu)p\eta kDI_e(2M-2N-T)}{2}.$$

零售商针对资金不足顾客的需求带来的年利息收入来自两个部分:

1) 在$0\sim M$期间, 资金不足的顾客现金支付产生的年利息收入为

$$\frac{\mu p(1-k)DI_e(2M-T)}{2};$$

2) 在$N\sim M$期间, 资金不足的顾客延期支付产生的年利息收入为

$$\frac{(1-\mu)p(1-k)DI_e(2M-2N-T)}{2}.$$

综上可知, 此种情形下零售商的年均成本为

$$\begin{aligned}&\mathrm{TC}_1(T)=\\&\frac{A}{T}+\frac{hDT}{2}+\frac{\alpha\gamma cI_cD(2L+2N+T)}{2}+\\&\frac{\beta\gamma cI_cD(2N+T)}{2}-\mu p\eta kDI_eM-\\&\frac{\mu p(1-k)I_eD(2M-T)}{2}-\\&\frac{(1-\mu)p(\eta k+1-k)I_eD(2M-2N-T)}{2}.\end{aligned}\tag{1}$$

情况2　$T\leqslant M\leqslant T+N$.

对于两类资金情况不同的顾客, 由于$T+N\geqslant M$, 零售商在M时刻没有收到顾客的最后一笔货款. 因此, 零售商在$[M,T+N]$期间需支付年利息支出为$\dfrac{\lambda\gamma cI_cD(T+N-M)^2}{2T}$.

零售商针对资金充足顾客的需求带来的年利息收入来自两个部分:

1) 在$0\sim M$期间, 资金充足的顾客提前支付产生的年利息收入为$\mu p\eta kDI_eM$;

2) 在$N\sim M$期间, 资金充足的顾客延期支付产生的年利息收入为

$$\frac{(1-\mu)p\eta kDI_e(M-N)^2}{2T}.$$

零售商针对资金不足顾客的需求带来的年利息收入来自两个部分:

1) 在$0\sim M$期间, 资金充足的顾客现金支付产生的年利息收入为

$$\frac{\mu p(1-k)DI_e(2M-T)}{2};$$

2) 在$N\sim M$期间, 资金充足的顾客延期支付产生的年利息收入为

$$\frac{(1-\mu)p(1-k)DI_e(M-N)^2}{2}.$$

可知, 此种情形下零售商的年均成本为

$$\begin{aligned}&\mathrm{TC}_2(T)=\\&\frac{A}{T}+\frac{hDT}{2}+\frac{\alpha\gamma cI_cD(2L+2N+T)}{2}+\\&\frac{\beta\gamma cI_cD(2N+T)}{2}+\frac{\lambda\gamma ckI_cD(T+N-M)^2}{2T}-\\&\mu p\eta kDI_eM-\frac{\mu p(1-k)I_eD(2M-T)}{2}-\\&\frac{(1-\mu)p(\eta k+1-k)I_eD(M-N)^2}{2}.\end{aligned}\tag{2}$$

情况3　$M\leqslant T$.

对于两类资金情况不同的顾客, 由于$T+N\geqslant M$, 零售商在M时刻没有收到顾客的最后一笔货款. 因此, 零售商在$[M,T+N]$期间需支付年利息支出为$\dfrac{\lambda\gamma cI_cD(T+N-M)^2}{2T}$.

零售商针对资金充足顾客的需求带来的年利息

收入来自两个部分:

1) 在$0 \sim M$期间,资金充足的顾客提前支付产生的年利息收入为$\mu p\eta kDI_eM$;

2) 在$N \sim M$期间,资金充足的顾客延期支付产生的年利息收入为
$$\frac{(1-\mu)p\eta kDI_e(M-N)^2}{2T}.$$

零售商针对资金不足顾客的需求带来的年利息收入来自两个部分:

1) 在$0 \sim M$期间,资金不足的顾客现金支付的年利息收入为
$$\frac{\mu p(1-k)DI_eM^2}{2T};\tag{3}$$

2) 在$N \sim M$期间,资金不足的顾客延期支付产生的年利息收入为
$$\frac{(1-\mu)p(1-k)DI_e(M-N)^2}{2}.$$

可知,此种情形下零售商的年均成本为
$$\begin{aligned}&\mathrm{TC}_3(T)=\\&\frac{A}{T}+\frac{hDT}{2}+\frac{\alpha\gamma cI_cD(2L+2N+T)}{2}+\\&\frac{\beta\gamma cI_cD(2N+T)}{2}+\frac{\lambda\gamma ckI_cD(T+N-M)^2}{2T}-\\&\mu p\eta kDI_eM-\frac{\mu p(1-k)I_eDM^2}{2}-\\&\frac{(1-\mu)p(\eta k+1-k)I_eD(M-N)^2}{2}.\end{aligned}\tag{4}$$

当$T=M–N$时,验证可得$\mathrm{TC}_1(M–N)=\mathrm{TC}_2(M-N)$;当$T=M$时,验证可得$\mathrm{TC}_2(M)=\mathrm{TC}_3(M)$. 因此,$\mathrm{TC}(T)$在$(0,+\infty)$内是连续函数,可以表示为如下分段函数:
$$\mathrm{TC}(T)=\begin{cases}\mathrm{TC}_1(T),\ T\leqslant M-N;\\ \mathrm{TC}_2(T),\ M-N\leqslant T\leqslant M;\\ \mathrm{TC}_3(T),\ T\geqslant M.\end{cases}\tag{5}$$

3 理论结果

1) 当$T+N\leqslant M$时,零售商的年均成本为$\mathrm{TC}_1(T)$,通过分析可以得出引理1.

引理1 a) $\mathrm{TC}_1(T)$是关于T的严格上凹函数,因此存在T_1^*使得$\mathrm{TC}_1(T)$在$(0,+\infty)$内取得最小值,其中
$$\begin{aligned}&T_1^*=\\&(2A/(Dh+(\alpha+\beta)\gamma cI_cD+\mu p(1-k)I_eD+\\&(1-\mu)p(\eta k+1-k)I_eD))^{\frac{1}{2}}.\end{aligned}$$

b) 若$\varDelta_1\leqslant 0$,则$\mathrm{TC}_1(T)$存在小于$M-N$的唯一最优解T_1^*,否则,$\mathrm{TC}_1(T)$的最优解为$M-N$. 其中
$$\begin{aligned}\varDelta_1\equiv\ &2A-[hD+(\alpha+\beta)\gamma cI_cD+\mu p(1-k)I_eD+\\&(1-\mu)p(\eta k+1-k)I_eD](M-N)^2.\end{aligned}$$

证明 a) 将$\mathrm{TC}_1(T)$的定义域延拓为$(0,+\infty)$,对$\mathrm{TC}_1(T)$求一阶导数和二阶导数可得
$$\begin{aligned}&\mathrm{TC}_1'(T)=\\&-2A/T^2+[hD+(\alpha+\beta)\gamma cI_cD+\mu p\times\\&(1-k)I_eD+(1-\mu)p(\eta k+1-k)I_eD]/2,\end{aligned}\tag{6}$$
$$\mathrm{TC}_1''(T)=2A/T^3>0.\tag{7}$$

可知$\mathrm{TC}_1'(T)$是关于T的递增函数,由于
$$\lim_{T\to 0^+}\mathrm{TC}_1'(T)=-\infty,\ \lim_{T\to+\infty}\mathrm{TC}_1'(T)>0,$$
令$\mathrm{TC}_1'(T)=0$可求出$\mathrm{TC}_1'(T)$在$(0,+\infty)$上存在唯一零点T_1^*,此零点也是$\mathrm{TC}_1(T)$取最小值的点.

b) 为了保证$T_1^*+N\leqslant M$,将上述求得的T_1^*代入$T+N\leqslant M$,可得当且仅当$\varDelta_1\leqslant 0$时,有$T_1^*+N\leqslant M$成立. □

2) 当$T\leqslant M\leqslant T+N$时,零售商的年均成本为$\mathrm{TC}_2(T)$,通过分析可以得出引理2.

引理2 a) 若
$$\begin{aligned}&2A+\lambda\gamma cI_cD(M-N)^2-\\&(1-\mu)p(\eta k+1-k)I_eD(M-N)^2>0,\end{aligned}$$
则$\mathrm{TC}_2(T)$是关于T的严格上凹函数,因此存在T_2^*使得$\mathrm{TC}_2(T)$在$(0,+\infty)$内取得最小值,其中
$$\begin{aligned}T_2^*=\ &((2A+\lambda\gamma cI_cD(M-N)^2-\\&(1-\mu)p(\eta k+1-k)I_eD(M-N)^2)/(Dh+\\&\gamma cI_cD+\mu p(1-k)I_eD))^{\frac{1}{2}}.\end{aligned}$$

b) 当且仅当$\varDelta_1\geqslant 0$且$\varDelta_2\leqslant 0$时,$\mathrm{TC}_2(T)$在$[M-N,M]$内存在唯一最优解T_2^*.

c) $\varDelta_1-\varDelta_2\geqslant 0$,其中
$$\begin{aligned}&\varDelta_2\equiv\\&2A+\lambda\gamma cI_cD(M-N)^2-\\&pI_eD(\eta k+1-k)(1-\mu)(M-N)^2-\\&[hD+\gamma cI_cD+\mu p(1-k)I_eD]M^2.\end{aligned}$$

引理2证明同引理1,此略.

3) 当$M\leqslant T$时,零售商的年均成本为$\mathrm{TC}_3(T)$,通过分析可以得出引理3.

引理3 a) 若
$$\begin{aligned}&2A+\lambda\gamma cI_cD(M-N)^2-\mu p(1-k)I_eDM^2-\\&(1-\mu)p(\eta k+1-k)I_eD(M-N)^2>0,\end{aligned}$$
则$\mathrm{TC}_3(T)$是关于T的严格上凹函数,因此存在T_3^*使得$\mathrm{TC}_3(T)$在$(0,+\infty)$内取得最小值,其中
$$T_3^*=$$

$((2A+\lambda\gamma cI_cD(M-N)^2-\mu p(1-k)I_eD-$
$(1-\mu)p(\eta k+1-k)I_eD)/(Dh+\gamma cI_cD))^{\frac{1}{2}}$.

b) 若 $\varDelta_2 \geqslant 0$时,则$\mathrm{TC}_3(T)$存在大于M的唯一最优解T_3^*,否则$\mathrm{TC}_3(T)$的最优解为M.

引理3证明同引理1,此略.

根据上述引理1～引理3,可以得到定理1.

定理1　当$\varDelta_1-\varDelta_2\geqslant 0$时,有:

a) 若$\varDelta_1\leqslant 0$,则$T^*=T_1^*$;

b) 若$\varDelta_1\geqslant 0$且$\varDelta_2\leqslant 0$,则$T^*=T_2^*$;

c) 若$\varDelta_2\geqslant 0$,则$T^*=T_3^*$.

证明　a) 若$\varDelta_1\leqslant 0$,则$\varDelta_2\leqslant 0$. 有

$$\begin{aligned}&\mathrm{TC}_2^{'}(T)=\\&(2A+\lambda\gamma cI_cD(N-M)^2-\\&(1-\mu)p(\eta k+1-k)I_eD(M-N)^2)/(2T^2)+\\&(hD+\gamma cI_cD+\mu p(1-k)I_eD)/2>\\&\Big(1-\frac{M^2}{T^2}\Big)\frac{hD+\gamma cI_cD+\mu p(1-k)I_eD}{2}>0,\end{aligned}\tag{8}$$

$$\begin{aligned}&\mathrm{TC}_3^{'}(T)=\\&-(2A+\lambda\gamma cI_cD(N-M)^2-\\&\mu p(1-k)I_eDM^2-(1-\mu)p(\eta k+1-\\&k)I_eD(M-N)^2)/(2T^2)+(hD+\gamma cI_cD)/2>\\&\Big(1-\frac{M^2}{T^2}\Big)\frac{hD+\gamma cI_cD}{2}>0.\end{aligned}\tag{9}$$

从而可知,$\mathrm{TC}_2(T)$和$\mathrm{TC}_3(T)$在各自的区间内都是增函数. 同时由引理1可知,若$\varDelta_1\leqslant 0$,则$\mathrm{TC}_1(T)$存在小于$M-N$的唯一最优解T_1^*,那么当$M-N\leqslant T\leqslant M$时,有

$$\begin{aligned}&\mathrm{TC}_1(T_1^*)\leqslant \mathrm{TC}_1(M-N)=\\&\mathrm{TC}_2(M-N)<\mathrm{TC}_2(T),\end{aligned}$$

于是$\mathrm{TC}_1(T_1^*)\leqslant \mathrm{TC}_2(M)$. 同理,$\mathrm{TC}_1(T_1^*)\mathrm{TC}_3(T)$. 因此,若$\varDelta_1\leqslant 0$,则$T^*=T_1^*$. 运用类似的方法可以证明定理1中b), c)部分. □

4) 特殊情况. 当$k=N=\mu=0,\lambda=\gamma=0$时,本文中的定理1与文献[5]定理1一致,因此文献[5]的模型是本文的一个特例;当$k=\mu=0,\lambda=\gamma=1$时,本文中的定理1与文献[18]定理1一致,因此文献[18]的模型也是本文的特例.

在经典的经济订货模型中,大多假设货物的到达时间与付款时间是同时的,于是令情况3中$M=N=0,\lambda=1$,可得出经典的经济订货周期$T_e^*=\sqrt{\dfrac{2A}{hD+cI_cD}}$,因此经典的EOQ为

$$Q_e^*=DT_e^*=\sqrt{\frac{2AD}{h+cI_c}}.$$

综上所述,可得定理2.

定理2　令$Z=\lambda\gamma cI_c-(1-\mu)\eta pI_e$,当$k=\gamma=1$,且$Z<2A$时,有:

a) 若$Z<0$,则T_1^*,T_2^*,T_3^*均小于T_e^*;

b) 若$Z>0$,则T_1^*,T_2^*,T_3^*均大于T_e^*;

c) 若$Z=0$,则T_1^*,T_2^*,T_3^*均等于T_e^*.

证明　令$Z=\lambda\gamma cI_c-(1-\mu)\eta pI_e,k=\gamma=1$,代入式(7)～(9)可得证. □

由定理2的a)可知,若单位产品的折后采购成本低于单位产品的折扣销售价格(即$Z<0$),则零售商会采取减少订购量,增加订购频率策略,从而享受多次信用支付带来的优惠.

推论1　若$2A+\lambda\gamma cI_cD(M-N)^2-\mu p(1-k)I_eDM^2-(1-\mu)p(\eta k+1-k)I_eD(M-N)^2>0$成立,则有:

a) T_i^*随A,k递增,随D,h,p递减;

b) TC_i随$A,h,L,\alpha,\beta,\gamma,N,I_c,c$递增,随$M,I_e,p$递减.

证明　通过观察T_i^*和TC_i的公式容易验证各参数的增减性. □

4　算例仿真

假定$D=4\,000$, $A=160\$$, $h=1.1\,\$/(单位/年)$, $c=6\,\$/单位$, $\gamma=0.8/单位$, $p=20\,\$/单位$, $\eta=0.8/单位$, $\alpha=0.3$, $\beta=0.4$, $\lambda=0.3$, $\mu=0.5$, $I_e=0.05\,\$/(单位/年)$, $I_c=0.05\,\$/(单位/年)$, $L=0.2$年, $M=0.3$年, $N=0.1$年, $k=0.5$. 经过计算可得$T_1^*=0.1$, $T_2^*=0.202\,0$, $T_3^*=0.3$. 分析年均成本,可知$T^*=T_2^*=0.202\,0$,且有$\mathrm{TC}^*(T^*)=811.94$.

在例1的基础上,探讨模型中主要参数D,k,h,η,μ,L,M,N和支付比例的变化对零售商最优订货策略以及最低年均成本的影响,结果见表1～表3.

表1　D,k和h的变化对订货策略的影响

D	T^*	Q^*	$\mathrm{TC}^*(T^*)$	k	T^*	Q^*	$\mathrm{TC}^*(T^*)$	h	T^*	Q^*	$\mathrm{TC}^*(T^*)$
1 000	$T_3^*=0.459\,1$	459.055	571.933	0.1	$T_1^*=0.1903$	761.387	825.942	0.1	$T_3^*=0.353\,1$	1 412.22	307.353
2 000	$T_3^*=0.302\,2$	604.412	723.512	0.3	$T_1^*=0.1957$	771.948	819.621	0.5	$T_2^*=0.256\,0$	1 023.99	540.955
3 000	$T_2^*=0.240\,0$	719.853	789.967	0.5	$T_2^*=0.202\,0$	808.01	811.936	0.9	$T_2^*=0.216\,0$	864.188	728.421
4 000	$T_2^*=0.202\,0$	808.01	811.936	0.7	$T_2^*=0.2100$	839.815	802.524	1.3	$T_1^*=0.192\,1$	768.379	890.645
5 000	$T_1^*=0.180\,3$	901.67	805.486	0.9	$T_2^*=0.218\,7$	874.778	791.142	1.7	$T_1^*=0.176\,5$	706.005	1 037.82

表 2　η 和 L 的变化分别对订货策略的影响

D	T^*	Q^*	$\mathrm{TC}^*(T^*)$	μ	T^*	Q^*	$\mathrm{TC}^*(T^*)$	L	T^*	Q^*	$\mathrm{TC}^*(T^*)$
0.2	$T_2^*=0.2111$	844.55	1050.03	0.2	$T_1^*=0.1957$	782.96	967.621	0.05	$T_2^*=0.2020$	808.01	768.74
0.4	$T_2^*=0.2081$	832.54	970.947	0.4	$T_1^*=0.1996$	798.41	863.997	0.10	$T_2^*=0.2020$	808.01	783.14
0.6	$T_2^*=0.2051$	820.37	891.588	0.6	$T_2^*=0.2043$	817.37	759.691	0.15	$T_2^*=0.2020$	808.01	796.54
0.8	$T_2^*=0.2020$	808.01	811.936	0.8	$T_2^*=0.2058$	834.21	654.727	0.20	$T_2^*=0.2020$	808.01	811.94
1.0	$T_1^*=0.1991$	796.42	731.984	1.0	$T_2^*=0.2122$	848.94	549.246	0.25	$T_2^*=0.2020$	808.01	826.34

表 3　支付比例以及 M 和 N 的变化分别对订货策略的影响

α	β	λ	T^*	Q^*	$\mathrm{TC}^*(T^*)$	M	N	T^*	Q^*	$\mathrm{TC}^*(T^*)$
0.2	0.4	0.4	$T_2^*=0.2034$	813.966	773.406	0.1	0.05	$T_3^*=0.2390$	956.08	1277.95
0.4	0.2	0.4	$T_2^*=0.2034$	813.966	811.806	0.2	0.05	$T_3^*=0.2142$	856.895	1036.24
0.2	0.3	0.5	$T_2^*=0.2050$	819.879	754.007	0.3	0.2	$T_2^*=0.2189$	875.782	1015.69
0.5	0.3	0.2	$T_2^*=0.2005$	802.01	869.596	0.3	0.1	$T_1^*=0.2020$	808.01	811.94

由表1可知,随着年需求 D 的不断增加,零售商的最优年均成本先递增达到一定峰值,随后呈现递减的趋势,最优订货周期逐渐递减,最优订货批量逐渐递增. 由此可见,在需求增加的初期,零售商会采取降低订购周期、增加订购批量以及增加年订购次数的策略应对需求的增加,同时最优年均成本也逐渐增加,但随着年需求增加到一定数额后,最优年均成本发生了降低,说明ACC支付模式显示出更好的效果. 由于订购周期减少,其策略依次经过情况3、情况2、情况1,随着订购周期的降低,零售商能够从供应商给予的延期支付策略中获利(利息支出减少,利息收入增加).

由表1可知,随着资金充足的顾客需求比率 k 逐渐增加,最优订货周期和订货批量也逐渐增加,最优年均成本逐渐降低. 这是因为随着 k 的逐渐增加,零售商会收到更大比例的提前支付货款,零售商将这部分货款存入银行收取利息或者采取其他投资途径,年均成本降低,最终达到避免坏账的风险,也降低其成本.

由表1可知,随着单位产品库存保管费用 h 不断增长,最优订货周期逐渐缩短,订购批量逐渐减少,最低年均成本也逐渐增加. 由此可见,随着单位库存保管费用的增加,零售商会通过多批次小批量的方式去减少其库存水平,进而降低其库存保管费用,但是还是会增加其年均成本. 据此说明,库存保管费用对其总成本的影响较大,零售商应致力于减少其库存保管费用的策略去优化库存系统.

由表2可知,随着零售商给顾客的价格折扣因子 η 逐渐越大,最优订货周期逐渐缩短,最优订货批量也逐渐减小,最优年均成本逐渐降低,进一步验证了供应商给予零售商的价格折扣会刺激零售商增加采购批量. 由于采购批量的增加,增加了零售商的总库存成本和订购成本,进而会导致其最优年均成本的增加.

由表2可知,随着顾客提前支付(给予价格折扣)的比例或者立即支付货款的比例 μ 不断增加,零售商的最优订货周期逐渐延长,最优订货批量也逐渐增加,但最优年均成本逐渐降低. 这是由于 μ 取值越大,零售商资金回笼的速度越快,进而会增大订购周期,同时增加订购批量,却可以减少其最优年均成本.

由表2可知,随着零售商提前支付货款的时间期限 L 延长,最优订货周期和订货批量不变,但最优年均成本增加. 因此,当 L 延长时,零售商并不会因此改变订货批量和订货周期.

由表3可见,在零售商享有延期支付货款比例 λ 固定的情况下,提前支付和立即支付货款比例的变化对最优订货周期和订货批量不产生影响,但最优年均成本随提前支付货款的比例增加而增加. 当零售商享有延期支付货款的比例 λ 增加时,最优订货周期和订货批量随之增加,最优年均成本降低. 因此,零售商应争取高延期支付货款比例和低提前支付货款比例. 通过对 M 和 N 选取不同参数组合,不难看出零售商的年均成本随上层延期支付期限的增加而减少,随下层延期支付期限的增加而增加,最优订货周期和订货批量随 $M-N$ 的增加而减小,表明较长的上层延期支付期使得零售商获得更多的利润,同时可以通过调整 $M-N$ 的长短控制订货周期和订货批量.

5　结　论

本文在已有文献基础之上,利用一般性的ACC支付模式研究了两层信用支付下的EOQ模型,给出了零售商年均成本最小化模型,通过分析年均成本函数,得出最优化条件,并对关键参数进行了灵敏度

分析. 研究表明,ACC支付模式下,供应商可以根据坏账的风险,适时调整每种支付方式所占的比例和价格折扣策略,实现更好规避自己风险和刺激消费的目的. 同时,零售商根据供应商所给支付方式比例的不同以及终端顾客的资金,调整采购策略和销售策略,降低年均成本. 进一步证明,相对于一种或两种支付方式而言,本文所提出的ACC支付模式下的两层信用支付模型,更加具有可操作性和灵活性,使得本模型更加接近现实情形.

本文拓展了已有模型,但仍存在许多不足之处,例如,没有考虑商品的短缺,没有考虑产品的变质率等,在未来的研究中可以把模型向多个方面延伸,例如可以考虑产品的变质率,将固定的需求率推广到时变需求,同时考虑供应商的利润函数以及非瞬时补货等.

参考文献(References)

[1] Seifert D, Seifert R W, Protopappa-Sieke M. A review of trade credit literature: Opportunity for research in operations[J]. European J of Operational Research, 2013, 231(2): 245-256.

[2] Harris F W. How many parts to make at once[J]. Dperations Research, 1990, 38(6): 947-950.

[3] Goyal S K. Economic order quantity under conditions of permissible delay in payments[J]. J of the Operational Research Society, 1985, 36 (4): 335-338.

[4] Grubbstrom R W. A principle for determining the correct capital costs of work-in-progress and inventory[J]. Int J of Production Research, 1980, 18(2): 259-271.

[5] Teng J T. On the economic order quantity under conditions of permissible delay in payments[J]. J of the Operational Research Society, 2002, 53(8): 915-918.

[6] 曾顺秋, 骆建文, 张钦红. 未知需求分布下的供应链交易信用组合激励机制[J]. 软科学, 2013, 27(6): 10-14.
(Zeng S Q, Luo J W, Zhang Q H. Incentives mechanism based on trade credit in a supply chain with distribution free demand[J]. Soft Science, 2013, 27(6): 10-14.)

[7] Zhang A X. Optimal advance payment scheme involving fixed prepayment costs[J]. Omega, 1996, 24(5): 577-582.

[8] Taleizadeh A A. An EOQ model with partial backordering and advance payments for an evaporating item[J]. Int J of Production Economics, 2014, 155(5): 185-193.

[9] Zhang Q, Tsao Y C, Chen T H. Economic order quantity under advance payment[J]. Applied Mathematical Modelling, 2014, 38(24): 5910-5921.

[10] Teng J T, Cardenas-Barron L E, Chang H J, et al. Inventory lot-size policies for deteriorating items with expiration dates and advance payments[J]. Applied Mathematical Modelling, 2016, 40(19/20): 8605-8616.

[11] Huang Y F. Optimal retailer's ordering policies in the EOQ model under trade credit financing[J]. J of the Operational Research Society, 2003, 54(9): 1011-1015.

[12] Teng J T. Optimal ordering policies for a retailer who offers distinct trade credits to its good and bad credit customers[J]. Int J of Production Economics, 2009, 119(2): 415-423.

[13] 闵杰, 周永务, 刘耀玺, 等. 时变需求下基于两层次信用支付策略的供应链库存模型[J]. 系统工程理论与实践, 2011, 31(2): 262-269.
(Min J, Zhou Y W, Liu Y X, et al. Supply chain inventory model with two levels of trade credit and time varying demand[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2011, 31(2): 262-269.)

[14] 赵忠, 王淑云, 李波. 时变需求下基于两级信用支付的易腐品订货模型[J]. 系统管理学报, 2016, 15(1): 83-89.
(Zhao Z, Wang S Y, Li B. Optimal ordering model for deteriorating items with timevarying demand and two-level trade credit[J]. J of System and Management, 2016, 15(1): 83-89.)

[15] 崔玲, 彭凯, 胡劲松, 等. 易腐商品需求同时依赖库存量与延期支付期限的库存策略及模型[J]. 系统管理学报, 2016, 15(6): 1128-1135.
(Cui L, Peng K, Hu J S, et al. An inventory model for deteriorating items with demand depending on both the stock level and credit period [J]. J of Systems and Management, 2016, 15(6): 1128-1135.)

[16] Thangam A. Retailer's inventory system in a two-level trade credit financing with selling price discount and partial order cancellations[J]. J of Industrial Engineering International, 2015, 11(2): 159-170.

[17] Lashgari M, Taleizadeh A A, Ahmadi A A. Partial up-stream advanced payment and partial down-stream delayed payment in a three-level supply chain[J]. Annals of Operations Research, 2016, 238(1): 329-354.

[18] Teng J T, Goyal S K. Optimal ordering policies for a retailer in a supply China with up-stream and down-stream trade credits[J]. J of the Operational Research Society, 2007, 58(9): 1252-1255.

作者简介

张冲 (1982–), 男, 副教授, 博士, 从事供应链物流管理等研究, E-mail: zcbling@163.com;

张俊 (1996–), 男, 硕士生, 从事供应链物流的研究, E-mail: 1224043993@qq.com;

王海燕 (1966–), 男, 教授, 博士生导师, 从事供应链管理、智慧健康等研究, E-mail: hywang@seu.edu.cn.

(责任编辑：郑晓蕾)