

前件变量未知的T-S模糊系统输出反馈控制

谢文博^{1†}, 李鹤¹, 张孟禹², 张健³

(1. 哈尔滨理工大学 自动化学院, 哈尔滨 150080; 2. 北京机电工程研究所, 北京 100074;
3. 哈尔滨工程大学 动力与能源工程学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 针对一类带有未知前件变量的T-S模糊系统,提出一种新的观测器-控制器设计方法. 首先,在前件变量完全未知的情况下,将观测误差方程中由未知前件变量导致的相关项利用 Lipschitz 条件进行限制;然后,根据 Lyapunov 函数得到系统稳定性条件,同时提出一种基于特征值的矩阵缩放方法和一种基于模糊 Lyapunov 函数的高增益观测器方法计算观测器-控制器的增益矩阵;最后,针对动力定位船舶的控制问题对两种方法进行仿真验证和比较分析,以表明所提出方法的有效性.

关键词: T-S 模糊系统; 未知前件变量; 输出反馈; 观测器; 控制器; Lyapunov 函数

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A

Output feedback control for T-S fuzzy system with unknown premise variables

XIE Wen-bo^{1†}, LI He¹, ZHANG Meng-yu², ZHANG Jian³

(1. College of Automation, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China; 2. Beijing Research Institute of Mechanical and Electrical Technology, Beijing 100074, China; 3. College of Power and Energy Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: For the T-S fuzzy system with unknown premise variables, a new observer-controller design method is proposed. While the premise variables are all unknown, the terms caused by the unknown premise variables in observer error equations are restricted by the Lipschitz conditions. Then, the system stability conditions are obtained based on the Lyapunov function method, and an eigenvalue matrix scaling method and a fuzzy Lyapunov function high gain observer method are proposed to calculate the observer-controller gains. Finally, based on the above two approaches, ship dynamic positioning simulation results are compared and analyzed, which show the effectiveness of the proposed methods.

Keywords: T-S fuzzy system; unknown premise variables; output feedback; observer; controller; Lyapunov function

0 引言

针对复杂的非线性系统控制问题, Takagi 等^[1]提出了 T-S 模糊系统的概念,达到了在非线性控制问题的研究中系统性引入线性控制方法的目的. 近几十年来, T-S 模糊系统的控制问题已经逐渐变为学术研究的热点,并且成为非线性系统控制的重要方法^[2-7].

在 T-S 模糊系统的控制问题中,系统的状态往往是不能直接测量的,难以用状态反馈方法对系统进行控制. 实际工程中多使用输出反馈结构,而观测器-控制器设计方法是构建输出反馈的一种有效方法. T-S 模糊控制系统的稳定性条件通常转化为线性矩阵不等式(Linear matrix inequality, LMI)形式,并通过

凸优化方法求解这些条件. 对于观测器-控制器设计问题,其稳定性条件通常表现为双线性矩阵不等式(Bilinear matrix inequality, BMI)形式,无法直接通过凸优化方法进行数值求解. 文献[8-12]提出了“两步法”,即通过递归运算将 BMI 条件转化为 LMI 条件,解决了 BMI 求解问题. 但递归运算过程会导致系统有较高的保守性,为了降低保守性,相关学者提出了相似变换法^[13]和其他一些“单步方法”^[14-15],将稳定性条件转化为可直接求解的 LMI 条件.

T-S 模糊系统的观测器设计问题可以分为前件变量已知与未知两种情况,在实际工程系统中,假设前件变量已知是非常局限的,因此不可测前件变量

收稿日期: 2018-01-27; 修回日期: 2018-05-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61803114, 61803127); 黑龙江省普通本科高等学校青年创新人才培养计划项目(UNPYSCT-2017093).

责任编辑: 关治洪.

[†]通讯作者. E-mail: xiewenbo@hrbust.edu.cn.

问题得到了广泛的关注. 为了减少部分不可测前件变量造成的保守性, 文献[16-17]针对前件变量部分可测问题提出一类能充分使用可测前件变量的观测器-控制器设计方法. 如果前件变量完全不可测, 控制问题则会变得更加复杂. 对此, 文献[18]给出一种在稳定性分析中加入隶属度函数的方法, 将基于未知前件变量的隶属度函数上界值代入到稳定性条件中, 得到了易于求解且较宽松的LMI条件; 文献[19]利用区间2型T-S模糊模型进行建模, 并利用上下界隶属度函数处理不确定性, 另外, 其控制器设计可以保证所产生的闭环系统随机稳定, 具有预定义的干扰衰减性能; 文献[20-21]利用Lipschitz条件处理未知前件变量引起的误差项, 分别设计了观测器和控制器并得出LMI形式的稳定性条件; 文献[22-23]提出了一种鲁棒 H_∞ 方法, 在观测和控制误差增广系统中, 直接代入未知前件变量导致的偏差项, 并基于Lyapunov理论得到了LMI形式的 H_∞ 性能指标优化求解问题. 当前虽然已经取得了一些研究成果, 但在稳定性条件描述中还存在需求解LMI数量和人为选取变量过多等问题, 所以在T-S模糊系统观测器-控制器的分析问题上仍有待进一步研究.

本文针对前件变量未知的T-S模糊系统镇定控制问题, 提出了新的观测器-控制器单步设计方法. 与已有文献中的设计方法相比, 可以在一定程度上降低需求解LMI和人为选取变量的数量. 该方法首先将观测误差方程中由未知前件变量导致的相关项限制为观测误差的Lipschitz条件; 然后在稳定性分析过程中设计两种“单步”方法, 一种是基于特征值的矩阵缩放方法, 其通过限制控制增益将未知前件变量导致的正定项进行分解, 另一种是基于模糊Lyapunov函数的高增益观测器方法, 利用观测器增益矩阵来克服正定项的影响; 最后针对船舶的控制问题对两种方法进行仿真验证和比较分析, 表明了所提出方法的有效性.

1 系统描述

本文中: 符号 R^n 表示 n 维欧氏空间; I 表示单位矩阵; 0 表示零矩阵或常数零; X^T 和 X^{-1} 表示矩阵 X 的转置和逆矩阵; $\|*\| = \sqrt{*^T*}$ 表示欧几里得范数; $\partial*/\partial*$ 表示偏导数; $\text{diag}[\dots]$ 表示对角阵; $\text{He}\{X\}$ 表示 $X + X^T$; $*$ 表示对应矩阵项的转置.

考虑由如下模糊规则描述的T-S模糊系统:

Rule i : If $z_1(t)$ is M_{i1} and \dots and $z_p(t)$ is M_{ip} , Then

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t),$$

$$y(t) = C_i x(t). \tag{1}$$

其中: M_{ij} 为模糊集合, $i = 1, 2, \dots, l$, l 为模糊规则数, $j = 1, 2, \dots, p$, p 为前件变量维数; $z(t) = [z_1(t) \ \dots \ z_p(t)]^T \in R^p$ 为前件变量; $x(t) \in R^n$ 为系统的状态变量; $y(t) \in R^o$ 为系统输出; $u(t) \in R^m$ 为控制输入; $A_i \in R^{n \times n}$, $B_i \in R^{n \times m}$, $C_i \in R^{o \times n}$ 为系统矩阵, $i = 1, 2, \dots, l$. 带有隶属度函数的T-S模糊系统可以表示为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^l h_i(z(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)], \\ y(t) &= \sum_{i=1}^l h_i(z(t)) C_i x(t). \end{aligned} \tag{2}$$

其中

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^l h_i(z(t)) &= 1, \\ h_i(z(t)) &= \frac{\prod_{j=1}^p M_{ij}(z_j(t))}{\sum_{i=1}^l \prod_{j=1}^p M_{ij}(z_j(t))} \geq 0. \end{aligned}$$

对于所有的 i , $h_i(z(t))$ 均为归一化隶属度, 而 $M_{ij}(z_j(t))$ 是 $z_j(t)$ 对应的模糊集 M_{ij} 的隶属度, 本文考虑前件变量 z 的所有元素均不可测. 为了描述方便, 设 $h_i \triangleq h_i(z(t))$, $*$ $\triangleq *(t)$.

2 基于观测器的控制策略

2.1 观测器设计

针对系统(2)设计如下观测器:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= \sum_{i=1}^l h_i(\hat{z}) [A_i \hat{x} + B_i u + L_i (y - \hat{y})], \\ \hat{y} &= \sum_{i=1}^l h_i(\hat{z}) C_i \hat{x}. \end{aligned} \tag{3}$$

其中: $\hat{x} \in R^n$ 为系统状态估计值, $\hat{y} \in R^o$ 为系统输出估计值, $L_i \in R^{n \times o}$ 为观测增益矩阵. 定义观测误差 $e = x - \hat{x}$, 基于系统(2)和观测器(3), 观测器误差方程为

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \sum_{i=1}^l (h_i - \hat{h}_i) (A_i x + B_i u) + \\ &\sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l \hat{h}_i \hat{h}_j (A_i - L_i C_j) e + \\ &\sum_{i=1}^l \hat{h}_i L_i \sum_{j=1}^l (\hat{h}_j - h_j) C_j x. \end{aligned} \tag{4}$$

命题1 对于观测误差系统(4), 存在一个常数 $\mu > 0$, 使得下述Lipschitz条件成立:

$$\|\Delta\| \leq \mu \|e\|.$$

其中

$$\Delta = \sum_{i=1}^l (h_i - \hat{h}_i)(A_i x + B_i u) + \sum_{i=1}^l \hat{h}_i L_i \sum_{j=1}^l (\hat{h}_j - h_j) C_j x.$$

证明 基于文献[24]的定理4.5,未知前件变量引出的下述项满足

$$\left\| \sum_{i=1}^l (h_i - \hat{h}_i)(A_i x + B_i u) \right\| \leq \mu_1 \|e\|,$$

其中常数 $\mu_1 > 0$. 与上述结果相似,易得

$$\left\| \sum_{j=1}^l (\hat{h}_j - h_j) C_j x \right\| \leq \mu_2 \|e\|,$$

其中常数 $\mu_2 > 0$. 根据上述描述可知 Δ 满足

$$\begin{aligned} \|\Delta\| &\leq \left\| \sum_{i=1}^l \hat{h}_i L_i \sum_{j=1}^l (\hat{h}_j - h_j) C_j x \right\| + \mu_1 \|e\| \leq \\ &\sum_{i=1}^l \|\hat{h}_i L_i\| \left\| \sum_{j=1}^l (\hat{h}_j - h_j) C_j x \right\| + \mu_1 \|e\| \leq \\ &\mu_2 \sum_{i=1}^l \|\hat{h}_i L_i\| \|e\| + \mu_1 \|e\|. \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)隶属度函数 \hat{h} 和观测器增益在真实系统中均有界,所以必存在一个常数 $\mu_3 > 0$ 使得 $\sum_{i=1}^l \|\hat{h}_i L_i\| \leq \mu_3$ 成立,从而将上述不等式转化为

$$\|\Delta\| \leq (\mu_1 + \mu_2 \mu_3) \|e\| = \mu \|e\|, \quad (6)$$

其中 $\mu = \mu_1 + \mu_2 \mu_3$. \square

注1 根据文献[24],假设系统(2)的隶属度函数连续且平滑,同时系统中各变量可视为在一个紧集中,根据下式计算 μ :

$$\mu = \|\partial\Delta/\partial e\|_{\max}. \quad (7)$$

观测器误差方程可简写为

$$\dot{e} = \Delta + \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l \hat{h}_i \hat{h}_j (A_i - L_i C_j) e. \quad (8)$$

2.2 控制器设计

设计基于系统状态估计值的控制器如下:

$$u = \sum_{i=1}^l \hat{h}_i K_i \hat{x}, \quad (9)$$

其中 $K_i \in R^{m \times n}$ 为控制增益矩阵. 将 u 代入式(2)有

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l h_i \hat{h}_j (A_i + B_i K_j) x - \\ &\sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l h_i \hat{h}_j B_i K_j e. \end{aligned} \quad (10)$$

根据观测误差方程(8)和控制误差方程(10),定义 $\bar{x}^T = [x^T \quad e^T]$, 得到紧凑形式的观测-控制误差增

广系统为

$$\dot{\bar{x}} = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l \sum_{k=1}^l h_i \hat{h}_j \hat{h}_k (\bar{A}_{ijk} \bar{x} + D). \quad (11)$$

其中

$$\bar{A}_{ijk} = \begin{bmatrix} A_i + B_i K_j & -B_i K_j \\ 0 & A_j - L_j C_k \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta \end{bmatrix}.$$

3 稳定性分析

本节将针对误差系统(11)进行稳定性分析,给出两类新的使系统稳定的线性矩阵不等式条件. 在此之前,首先阐述若干相关引理.

引理1^[25] 对于矩阵 X, Y 和 F , 在满足 $F^T F \leq I$ 的条件下,存在一个常数 $\epsilon > 0$ 使得下述不等式成立:

$$X^T F Y + Y^T F X \leq \epsilon X^T X + \epsilon^{-1} Y^T Y. \quad (12)$$

引理2 对于矩阵 $R = R^T > 0, X = X^T > 0, R$ 中最小和最大的特征值为 $\lambda_{\min} = \min \lambda(R), \lambda_{\max} = \max \lambda(R)$, 下述条件将保证不等式 $X^T R X \leq R$ 成立:

$$\begin{bmatrix} -I & X \\ * & -\lambda_{\min}/\lambda_{\max} I \end{bmatrix} < 0. \quad (13)$$

证明 根据 Schur 补性质,式(13)的等价条件为 $\lambda_{\max} X^T X \leq \lambda_{\min} I$, 根据特征值的性质易得

$$\lambda_{\min} I \leq R \leq \lambda_{\max} I. \quad (14)$$

由式(14),有

$$X^T R X \leq \lambda_{\max} X^T X \leq \lambda_{\min} I \leq R. \quad (15)$$

引理2成立. \square

引理3^[26] 对于矩阵 X 和负定矩阵 $\Omega < 0$, 存在一个常数 α 使得下述不等式成立:

$$X^T \Omega X \leq -\alpha(X^T + X) - \alpha^2 \Omega^{-1}. \quad (16)$$

定理1 对于 $\forall i, j, k = 1, 2, \dots, l, \alpha > 0$ 为给定常数,如果存在 $\epsilon \in R, N_1 = N_1^T \in R^{n \times n}$ 且 $N_1 > 0, P_2 = P_2^T \in R^{n \times n}$ 且 $P_2 > 0, Y_j \in R^{m \times n}, Z_j \in R^{m \times o}$ 使得如下线性矩阵不等式成立,则系统(11)渐近稳定:

$$\begin{bmatrix} -I & N_1 \\ * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} \text{He}\{A_i N_1 + B_i Y_j\} & -B_i Y_j & N_1 \\ * & \text{He}\{P_2 A_j - Z_j C_k\} & 0 \\ * & * & -\epsilon I \\ * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{bmatrix} \rightarrow$$

基于第2节的观测器-控制器结构,给出带有隶属度函数信息形式的观测器-控制器

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A_{\hat{z}}\hat{x} + B_{\hat{z}}u + P_{2\hat{z}}^{-1}Z_{\hat{z}}(y - \hat{y}), \\ \hat{y} &= C_{\hat{z}}\hat{x}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$u = Y_{\hat{z}}P_{1\hat{z}}^{-1}\hat{x}. \quad (26)$$

其中: $P_{2\hat{z}}^{-1}Z_{\hat{z}} \in R^{n \times o}$ 为观测增益矩阵, $Y_{\hat{z}}P_{1\hat{z}}^{-1} \in R^{m \times n}$ 为控制增益矩阵. 观测-控制误差增广系统为

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}(z, \hat{z})\bar{x} + D. \quad (27)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{A}(z, \hat{z}) &= \begin{bmatrix} A_z + B_z Y_{\hat{z}} P_{1\hat{z}}^{-1} & -B_z Y_{\hat{z}} P_{1\hat{z}}^{-1} \\ 0 & A_{\hat{z}} - P_{2\hat{z}}^{-1} Z_{\hat{z}} C_{\hat{z}} \end{bmatrix}, \\ D &= \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

假设1 假设隶属度函数满足 $\underline{\phi}_\rho \leq \hat{h}(z(t)) \leq \bar{\phi}_\rho, \rho = 1, 2, \dots, r$, 其中 $\underline{\phi}_\rho$ 和 $\bar{\phi}_\rho$ 为隶属度函数导数的下界和上界.

定理2 对于 $\forall i, j, k = 1, 2, \dots, l, \alpha > 0$ 为给定常数, 如果存在 $\epsilon \in R, P_{1j} = P_{1j}^T \in R^{n \times n}$ 且 $P_{1j} > 0, P_{2j} = P_{2j}^T \in R^{n \times n}$ 且 $P_{2j} > 0, Y_j \in R^{m \times n}, Z_j \in R^{m \times o}$ 使得如下线性矩阵不等式成立, 则系统(27)渐近稳定:

$$\begin{bmatrix} \gamma & -B_i Y_j & P_{1j} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \star & \varphi & 0 & P_{2j} & \alpha I & 0 & 0 \\ \star & \star & -\epsilon I & 0 & 0 & \alpha I & 0 \\ \star & \star & \star & -\epsilon I & 0 & 0 & \alpha I \\ \star & \star & \star & \star & -2\alpha P_{1j} & 0 & 0 \\ \star & \star & \star & \star & \star & -2\alpha P_{1j} & 0 \\ \star & \star & \star & \star & \star & \star & -2\alpha P_{1j} \end{bmatrix} < 0. \quad (28)$$

其中

$$\begin{aligned} \gamma &= \text{He}\{A_i P_{1j} + B_i Y_j\} - \left(\sum_{\rho=1}^l \underline{\phi}_\rho P_{1\rho}\right), \\ \varphi &= \epsilon \mu^2 I + \left(\sum_{\rho=1}^l \underline{\phi}_\rho P_{2\rho}\right) + \text{He}\{P_{2j} A_j - Z_j C_k\}. \end{aligned} \quad (29)$$

证明 定义矩阵 $P(\hat{z}) = \begin{bmatrix} P_{1\hat{z}}^{-1} & 0 \\ 0 & P_{2\hat{z}} \end{bmatrix} > 0$, 据此给出Lyapunov函数 $V = \bar{x}^T P(\hat{z}) \bar{x}$, 再由引理1和命题1, 对V求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \bar{x}^T (\bar{A}^T(z, \hat{z})P(\hat{z}) + \dot{P}(\hat{z}) + P(\hat{z})\bar{A}(z, \hat{z}))\bar{x} + \\ & D^T P(\hat{z})\bar{x} + \bar{x}^T P(\hat{z})D \leq \\ & \bar{x}^T (\bar{A}^T(z, \hat{z})P(\hat{z}) + \dot{P}(\hat{z}) + P(\hat{z})\bar{A}(z, \hat{z}) + \\ & \epsilon \mu^2 T + \epsilon^{-1} P(\hat{z})^2)\bar{x}, \end{aligned}$$

其中 $T = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$. 为保证 $\dot{V} < 0$, 需使如下不等式成立:

$$\begin{aligned} & \bar{A}^T(z, \hat{z})P(\hat{z}) + P(\hat{z})\bar{A}(z, \hat{z}) + \dot{P}(\hat{z}) + \\ & \epsilon \mu^2 T + \epsilon^{-1} P(\hat{z})^2 < 0. \end{aligned} \quad (30)$$

由Schur补性质, 可以得到

$$\begin{bmatrix} \eta & P(\hat{z}) \\ \star & -\epsilon I \end{bmatrix} < 0, \quad (31)$$

其中 $\eta = \bar{A}^T(z, \hat{z})P(\hat{z}) + P(\hat{z})\bar{A}(z, \hat{z}) + \dot{P}(\hat{z}) + \epsilon \mu^2 T$.

将式(30)展开为

$$\begin{bmatrix} \kappa & -P_{1\hat{z}}^{-1} B_z Y_{\hat{z}} P_{1\hat{z}}^{-1} & P_{1\hat{z}}^{-1} & 0 \\ \star & \lambda & 0 & P_{2\hat{z}} \\ \star & \star & -\epsilon I & 0 \\ \star & \star & \star & -\epsilon I \end{bmatrix} < 0. \quad (32)$$

其中

$$\begin{aligned} \kappa &= \text{He}\{P_{1\hat{z}}^{-1} A_z + P_{1\hat{z}}^{-1} B_z Y_{\hat{z}} P_{1\hat{z}}^{-1}\} - \\ & P_{1\hat{z}}^{-1} \left(\sum_{\rho=1}^l \bar{\phi}_\rho P_{1\rho}\right) P_{1\hat{z}}^{-1}, \\ \lambda &= \epsilon \mu^2 I + \left(\sum_{\rho=1}^l \bar{\phi}_\rho P_{2\rho}\right) + \text{He}\{P_{2\hat{z}} A_{\hat{z}} - Z_{\hat{z}} C_{\hat{z}}\}. \end{aligned}$$

在上述不等式两侧乘以 $\text{diag}[P_{1\hat{z}} \ P_{1\hat{z}} \ P_{1\hat{z}} \ P_{1\hat{z}}]$

可得

$$\begin{bmatrix} \tau & -B_z Y_{\hat{z}} & P_{1\hat{z}} & 0 \\ \star & \pi & 0 & P_{1\hat{z}} P_{2\hat{z}} P_{1\hat{z}} \\ \star & \star & -\epsilon P_{1\hat{z}} P_{1\hat{z}} & 0 \\ \star & \star & \star & -\epsilon P_{1\hat{z}} P_{1\hat{z}} \end{bmatrix} < 0. \quad (33)$$

其中

$$\begin{aligned} \tau &= \text{He}\{A_z P_{1\hat{z}} + B_z Y_{\hat{z}}\} - \left(\sum_{\rho=1}^l \underline{\phi}_\rho P_{1\rho}\right), \\ \pi &= \epsilon \mu^2 P_{1\hat{z}} P_{1\hat{z}} + P_{1\hat{z}} \left(\sum_{\rho=1}^l \bar{\phi}_\rho P_{2\rho}\right) P_{1\hat{z}} + \\ & \text{He}\{P_{1\hat{z}}(P_{2\hat{z}} A_{\hat{z}} - Z_{\hat{z}} C_{\hat{z}}) P_{1\hat{z}}\}. \end{aligned}$$

对于式(32)中矩阵右下侧的分块阵, 根据引理3

得到

$$\begin{bmatrix} \delta & 0 & P_{1\hat{z}} P_{2\hat{z}} P_{1\hat{z}} \\ \star & -\epsilon P_{1\hat{z}} P_{1\hat{z}} & 0 \\ \star & \star & -\epsilon P_{1\hat{z}} P_{1\hat{z}} \end{bmatrix} = F \begin{bmatrix} \theta & 0 & P_{2\hat{z}} \\ \star & -\epsilon I & 0 \\ \star & \star & -\epsilon I \end{bmatrix} F \leq$$

$$-2\alpha F - \alpha^2 \begin{bmatrix} \xi & 0 & P_{2\hat{z}} \\ \star & -\epsilon I & 0 \\ \star & \star & -\epsilon I \end{bmatrix}^{-1}. \quad (34)$$

其中

$$\delta = \epsilon\mu^2 P_{1\hat{z}} P_{1\hat{z}} + P_{1\hat{z}} \left(\sum_{\rho=1}^l \bar{\phi}_\rho P_{2\rho} \right) P_{1\hat{z}} + \text{He}\{P_{1\hat{z}}(P_{2\hat{z}}A_{\hat{z}} - Z_{\hat{z}}C_{\hat{z}})P_{1\hat{z}}\},$$

$$\theta = \epsilon\mu^2 I + \left(\sum_{\rho=1}^l \bar{\phi}_\rho P_{2\rho} \right) + \text{He}\{P_{2\hat{z}}A_{\hat{z}} - Z_{\hat{z}}C_{\hat{z}}\},$$

$$\xi = \epsilon\mu^2 I + \left(\sum_{\rho=1}^l \bar{\phi}_\rho P_{2\rho} \right) + \text{He}\{P_{2\hat{z}}A_{\hat{z}} - Z_{\hat{z}}C_{\hat{z}}\},$$

$$F = \text{diag}[P_{1\hat{z}} \quad P_{1\hat{z}} \quad P_{1\hat{z}}].$$

根据Schur补性质,可得条件(28)成立. □

注5 稳定性条件(28)中存在正定项 $\epsilon\mu^2 I$,观测增益相关项 $\text{He}\{P_{2j}A_j - Z_j C_k\}$ 需克服 $\epsilon\mu^2 I$ 的影响.其矩阵最小特征值会随着 μ 的增大而增大,因此,当 μ 较大时可以获得带有较大特征值的观测器增益,即产生高增益观测器.

注6 将文献[18-19,22-23]需求解线性矩阵不等式数量和人为选取标量与本文定理1和定理2进行对比,结果如表1所示.表1中: r 为模糊规则数,文献[19] $\sigma_i (i = 1, 2, \dots, r)$ 记为一个独立变量.

表1 线性矩阵不等式和预定义标量对比

| | 线性矩阵不等式数量 | 人为选取标量个数 |
|--------|--------------------|----------|
| 文献[18] | $2r^2 + 2r^3$ | 2 |
| 文献[19] | $r^2 + r^3$ | 1 |
| 文献[22] | $2r^3 + r^4 + r^2$ | 5 |
| 文献[23] | $2r^2 + 2r^3$ | 3 |
| 本文定理1 | $1 + r^3$ | 2 |
| 本文定理2 | r^3 | 2 |

4 仿真分析

为了验证本文所提出方法的有效性,采用浮动式生产储油轮的模型进行动力定位控制^[31].船长度为200.6m,排水量为73 097.15t.建立水平面三自由度大地坐标系NOE和船体坐标系xoy,如图1所示^[32].将船舶在大地坐标系NOE中的位置和艏向角度表示为 n, e, ψ ,在船体坐标系xoy中的纵向、横向速度和艏摇角速度表示为 u, v, r .

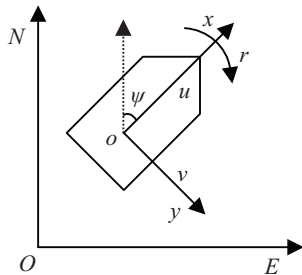


图1 大地坐标系NOE和船体坐标系xoy

船舶模型的参数均采用“两撇法”^[31]进行无因次化,具体形式见表2.表2中: ∇_0 为排水体积, ρ 为流体密度, μ 为船体质量密度比.

表2 “两撇法”无因次特征量

| 变量 | 无因次特征量 | 变量 | 无因次特征量 |
|------|-------------------|------|-----------------------|
| 质量 | $\mu\rho\nabla_0$ | 角速度 | $\sqrt{g/L}$ |
| 长度 | L | 角加速度 | g/L |
| 时间 | $\sqrt{L/g}$ | 力 | $\mu\rho g\nabla_0$ |
| 线速度 | \sqrt{gL} | 力矩 | $\mu\rho g\nabla_0 L$ |
| 线加速度 | g | | |

基于文献[33]中三规则T-S模糊系统模型表示该船舶动力定位系统,形式如下:

Rule 1: If $x_3(t)$ is about $-\frac{\pi}{2}$ Then

$$\dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t);$$

Rule 2: If $x_3(t)$ is about 0 Then

$$\dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t);$$

Rule 3: If $x_3(t)$ is about $\frac{\pi}{2}$ Then

$$\dot{x}(t) = A_3 x(t) + B_3 u(t).$$

其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.0349 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0.0349 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0797 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0818 & -0.1224 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.2254 & -0.2468 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & -0.0349 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0349 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0797 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0818 & -0.1224 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.2254 & -0.2468 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.0349 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0.0349 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0797 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0818 & -0.1224 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.2254 & -0.2468 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = B_2 = B_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.9215 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7802 & 1.4811 \\ 0 & 1.4811 & 7.4562 \end{bmatrix}.$$

考虑角度传感器存在信道故障,此时系统输出矩阵变为

$$C_1 = C_2 = C_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

隶属度函数形式为

$$\begin{cases} h_1(x_3) = 0.5 - 0.5 \sin(2x_3 + \pi/2), \\ h_2(x_3) = 1 - h_1(x_3) - h_3(x_3), \\ h_3(x_3) = 0.5 + 0.5 \sin(2x_3 - \pi/2). \end{cases}$$

选取定理1和定理2的控制参数为 $\alpha = 50, \mu = 0.1$, 定理2中前件变量导数上下界选择为 $|\dot{\bar{x}}_3| = 1$. 根据“两撇法”进行转换可以得到有因次值

$$|\bar{\dot{x}}_3| = 1 \times \sqrt{g/L} = \sqrt{\frac{1}{20}} \text{ rad/s} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 12.8^\circ/\text{s},$$

选取定理2中隶属度函数相关参数为 $\underline{\phi}_1 = -1, \underline{\phi}_2 = -2, \underline{\phi}_3 = -1, \bar{\phi}_1 = 1, \bar{\phi}_2 = 2, \bar{\phi}_3 = 1$. 通过定理1和定理2计算得出相应观测器和控制器增益, 限于篇幅, 本文在此省略具体参数矩阵.

仿真过程中船舶所处的初始状态为

$$x = [2\text{m} \ 3\text{m} \ 5^\circ \ 0\text{m/s} \ 0\text{m/s} \ 0^\circ/\text{s}]^T.$$

仿真图中纵轴为 n, e, ψ, u, v, r , 横轴为仿真时长. 图2和图3给出了根据定理1和定理2得到的观测器-控制器参数所对应的控制误差. 经过对比可以得出, 定理1中的 n, e, ψ 状态量收敛速度较慢, 需经 150 min 仿真方能收敛于零, 但对于船体初状态设为

$$[2\text{m} \ 3\text{m} \ 5^\circ \ 0\text{m/s} \ 0\text{m/s} \ 0^\circ/\text{s}]^T$$

的定位控制而言, 150 min 才完成目标任务显然是不合理的. 造成 n, e, ψ 收敛速度慢的原因是, 定理1为了避免高增益观测器, 使用条件(17)对 N_1 进行限制, N_1 受限会进一步影响控制增益 K_i . 而根据定理2得

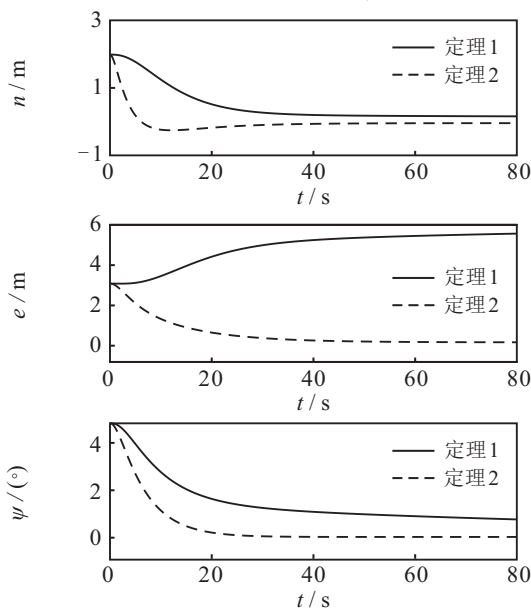


图2 船舶位置和艏向角度控制误差

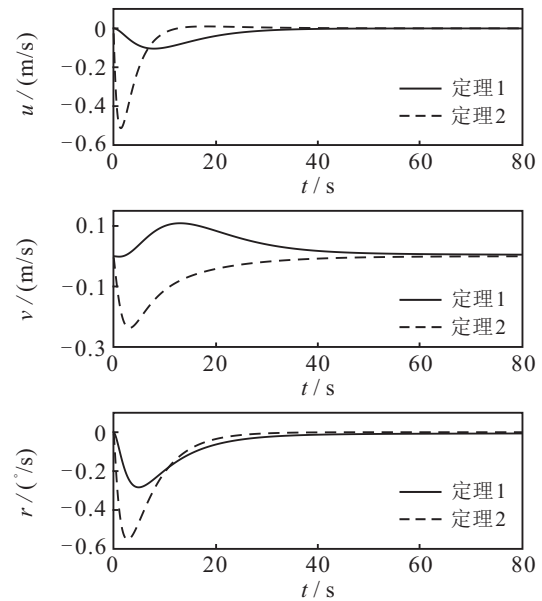


图3 船舶纵向、横向速度和艏摇角速度控制误差

到的观测器-控制器参数所对应的控制误差, 其船舶的位置和艏向可以较快地收敛于零, 系统能达到令人满意的定位效果. 图4和图5给出了定理1和定理2所对应的观测误差, 通过对比进一步得出定理2中对应的各状态量可以实现快速收敛. 另外, 由图4得到艏摇角速度 r 远小于 $12.8^\circ/\text{s}$, 由此可知, 下界参数 $\underline{\phi}_\rho$ 和上界参数 $\bar{\phi}_\rho$ 取值合理.

由于船舶动力定位系统方程具有相同的控制输入矩阵 B 和输出矩阵 C , 不可测前件变量引起的误差项可以表示为

$$\Delta = \sum_{i=1}^l (h_i - \hat{h}_i)(A_i x + B_i u) + \sum_{i=1}^l \hat{h}_i L_i \sum_{j=1}^l (\hat{h}_j - h_j) C_j x =$$

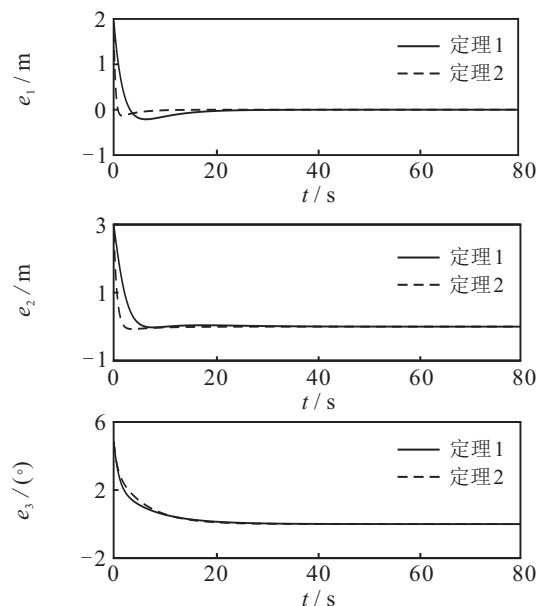


图4 船舶位置和艏向角度观测误差

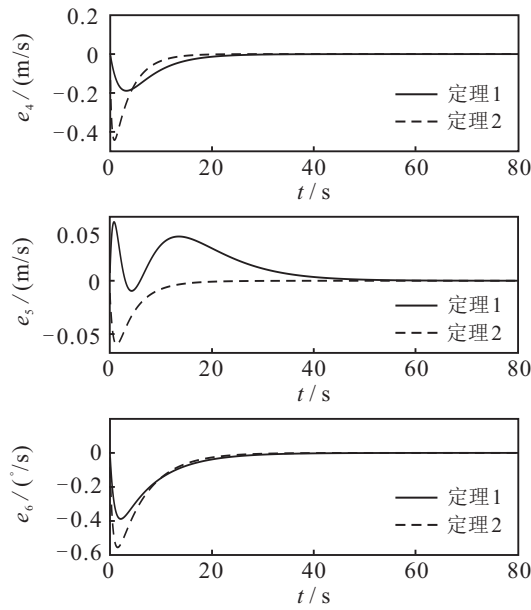


图5 船舶纵向、横向速度和艏摇角速度观测误差

$$\begin{aligned}
 [A(\psi) - A(\hat{\psi})]x &= \|\partial(\Delta Ax)/\partial e\|_{\max} \|e\| = \\
 \|\partial(\Delta A)/\partial e\|_{\max} \|x\|_{\max} \|e\| &\leq \\
 \left[\left(\cos \frac{(2\psi - e)}{2} \sin \frac{e}{2} \right)^2 + \left(\sin \frac{(2\psi - e)}{2} \cos \frac{e}{2} \right)^2 + \right. \\
 \left. \left(\sin \frac{(2\psi - e)}{2} \sin \frac{e}{2} \right)^2 + \right. \\
 \left. \left(\cos \frac{(2\psi - e)}{2} \cos \frac{e}{2} \right)^2 \right]_{\max}^{0.5} \|x\|_{\max} \|e\| &= \\
 \|x\|_{\max} \|e\|.
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 \psi &= x_3, \Delta A = A(\psi) - A(\hat{\psi}), \\
 A(\psi) &= \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & R(\psi) \\ 0_{3 \times 3} & -M^{-1}D \end{bmatrix}, \\
 R(\psi) &= \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\
 -M^{-1}D &= \begin{bmatrix} -0.0797 & 0 & 0 \\ 0 & -0.818 & -0.1224 \\ 0 & -0.2254 & -0.2468 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

由上式可知 $\mu_{\max} = \|x\|_{\max}$, 因此 μ 的值取决于系统状态量稳定区域的上界值 $\|x\|_{\max}$. 对于定理1, 通过计算得出 $\mu_{\max} = 0.2356$, 对应的 $\|x\|_{\max} = 0.2356$; 定理2中 $\mu_{\max} = 14.925$, 对应的 $\|x\|_{\max} = 14.925$. 经过对比, 可以看出, 定理1和定理2的上界值 $\|x\|_{\max}$ 具有较大差距, 原因仍然是定理1中条件(17)对 N_1 进行限制, 进而造成系统稳定区域受到限制.

5 结论

本文针对前件变量未知的T-S模糊系统, 设计了基于观测器-控制器的输出反馈结构, 采用基于特征

值的矩阵缩放法和高增益观测器法给出两类可通过凸优化方法直接求解的稳定性条件. 通过仿真表明了定理1虽然能够避免产生高增益观测器, 但控制增益和稳定域均会受限, 而定理2能够通过高增益观测器实现观测器-控制器误差的快速收敛.

本文当前针对T-S模糊系统在全频域的观测器-控制器问题进行研究, 后续工作将结合系统通常的工作频段, 在有限频域内探讨T-S模糊系统观测器-控制器的相关问题.

参考文献(References)

- [1] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, 1985, 15(1): 116-132.
- [2] Xie X P, Yue D, Zhang H G, et al. Control synthesis of discrete-time T-S fuzzy systems via a multi-instant homogenous polynomial approach[J]. IEEE Trans on Cybernetics, 2016, 46(3): 630-640.
- [3] 肖会芹, 何勇, 吴敏, 等. 基于T-S模糊模型的网络控制系统非脆弱 H_{∞} 跟踪控制[J]. 控制与决策, 2015, 30(1): 110-116. (Xiao H Q, He Y, Wu M, et al. Non-fragile H_{∞} tracking control for networked control systems based on T-S fuzzy model[J]. Control and Decision, 2015, 30(1): 110-116.)
- [4] 尹作友, 张化光. 基于模糊T-S模型的非线性系统的 H_{∞} 鲁棒容错控制[J]. 控制与决策, 2009, 24(6): 813-818. (Yin Z Y, Zhang H G. H_{∞} robust tolerant control for a class of nonlinear systems based on fuzzy T-S model[J]. Control and Decision, 2009, 24(6): 813-818.)
- [5] Xie X P, Yue D, Zhang H G, et al. Fault estimation observer design for discrete time Takagi-Sugeno fuzzy systems based on homogenous polynomially parameter-dependent Lyapunov functions[J]. IEEE Trans on Cybernetics, 2017, 47(9): 2504-2513.
- [6] Su X J, Wu L G, Shi P, et al. A novel approach to output feedback control of fuzzy stochastic systems[J]. Automatica, 2014, 50(6): 3268-3275.
- [7] Li H Y, Sun X J, Wu L G, et al. State and output feedback control of interval type-2 fuzzy systems with mismatched membership functions[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2015, 23(6): 1943-1957.
- [8] Chen B S, Tseng C S, Uang H J. Mixed H_2/H_{∞} fuzzy output feedback control design for nonlinear dynamic systems: An LMI approach[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2000, 8(3): 249-265.
- [9] Tong S C, Li H H. Observer-based robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2002, 131(2): 165-184.
- [10] Lo J C, Lin M L. Observer-based robust H_{∞} control for fuzzy systems using two-step procedure[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2004, 12(3): 350-359.
- [11] Chang W J, Ku C C, Huang P H. Robust fuzzy control via

- observer feedback for passive stochastic fuzzy systems with timedelay and multiplicative noise[J]. *Int J of Innovative Computing Information & Control*, 2011, 7(1): 345-364.
- [12] 蔡俊伟, 胡寿松. 基于观测器的非线性系统 H_∞ 模糊可靠控制[J]. *控制与决策*, 2009, 24(4): 621-627. (Cai J W, Hu S S. H_∞ fuzzy reliable control based on observer for nonlinear systems[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(4): 621-627.)
- [13] Lo J C, Lin M L. Existence of similarity transformation converting BMIs to LMIs[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2007, 15(5): 840-851.
- [14] Lin C, Wang Q G, Lee T H. Improvement on observer-based H_∞ control for T-S fuzzy systems[J]. *Automatica*, 2005, 41(9): 1651-1656.
- [15] Zhang J H, Shi P, Qiu J Q, et al. A novel observer based output feedback controller design for discrete-time fuzzy systems[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2015, 23(1): 223-229.
- [16] Dong J X, Fu Y. A design method for T-S fuzzy systems with partly immeasurable premise variables subject to actuator saturation[J]. *Neurocomputing*, 2017, 225(C): 164-173.
- [17] Dong J X, Yang G H. Observer-based output feedback control for discretetime T-S fuzzy systems with partly immeasurable premise variables[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics Systems*, 2017, 47(1): 98-110.
- [18] Liu C, Lam H K, Tsai S H, et al. Control of nonlinear systems by fuzzy observer-controller with unmeasurable premise variables[C]. *Int Conf on Advanced Robotics and Intelligent Systems*. Istanbul: IEEE, 2015: 1-6.
- [19] Li H Y, Wu C W, Yin S, et al. Observer-based fuzzy control for nonlinear networked systems under unmeasurable premise variables[J]. *IEEE Trans on fuzzy systems*, 2016, 24(5): 1233-1245.
- [20] Dabladji E H, Damon P M, Ichlal D, et al. Observer based controller and separation principle for TS systems with unmeasurable premise variables[C]. *Control Applications*. Buenos Aires: IEEE, 2016: 954-959.
- [21] Salem A, Kardous Z, Braiek N B, et al. On the state observer based stabilization of Takagi-Sugeno systems with immeasurable premise variables[J]. *Int J of Control Automation & Systems*, 2012, 10(6): 1153-1163.
- [22] Wang L K, Zhang H G, Liu X D. H_∞ observer design for continuous-time Takagi-Sugeno fuzzy model with unknown premise variables via nonquadratic Lyapunov function[J]. *IEEE Trans on Cybernetics*, 2016, 46(9): 1986-1996.
- [23] Asemani M H, Majd V J. A robust H_∞ non-pdc design scheme for singularly perturbed T-S fuzzy systems with immeasurable state variables[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2015, 23(3): 525-541.
- [24] Bergsten P. Observers and controllers for Takagi-Sugeno fuzzy systems[D]. Sweden: Center for Applied Autonomous Sensor Systems, Orebro University, 2001.
- [25] Asemani M H, Majd V J. A robust H_∞ observer-based controller design for uncertain T-S fuzzy systems with unknown premise variables via LMI[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2013, 212: 21-40.
- [26] Guerra T M, Kruszewski A, Vermeiren L, et al. Conditions of output stabilization for nonlinear models in the Takagi-Sugeno's form[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2006, 157(9): 1248-1259.
- [27] Asemani M H, Majd V J. A robust H_∞ -tracking design for uncertain Takagi-Sugeno fuzzy systems with unknown premise variables using descriptor redundancy approach[J]. *Int J of Systems Science*, 2015, 46(16): 2955-2972.
- [28] Lam H K, Zhao Y B, Wu L G. Linear matrix inequalities based membership function dependent stability analysis for non-parallel distributed compensation fuzzy model based control systems[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2014, 8(8): 614-625.
- [29] Xie W B, Lim C C, Zhang J, et al. New approaches to observer design and stability analysis for T-S fuzzy system with multiplicative noise[J]. *J of the Franklin Institute*, 2017, 354(2): 887-901.
- [30] Pan J T, Guerra T M, Fei S M, et al. Non-quadratic stabilization of continuous T-S fuzzy models: LMI solution for a local approach[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2012, 20(3): 594-602.
- [31] Fossen T I. Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control[M]. Trondheim: John Wiley & Sons, 2011: 15-44.
- [32] 边信黔, 付明玉, 王元慧. 船舶动力定位[M]. 北京: 科学出版社, 2011: 41-46. (Bian X Q, Fu M Y, Wang Y H. Ship dynamic positioning[M]. Beijing: Science Press, 2011: 41-46.)
- [33] Chang W J, Shih Y J. Fuzzy control of multiplicative noised nonlinear systems subject to actuator saturation and H_∞ performance constraints[J]. *Neurocomputing*, 2015, 148(148): 512-520.

作者简介

谢文博(1985—), 男, 讲师, 博士, 从事T-S模糊控制及其应用等研究, E-mail: xiewenbo@hrbust.edu.cn;

李鹤(1992—), 男, 硕士生, 从事T-S模糊控制系统的研究, E-mail: 18846453809@163.com;

张孟禹(1985—), 男, 硕士生, 从事测控系统的研究, E-mail: 18610239481@163.com;

张健(1987—), 女, 讲师, 博士, 从事刚体运动、姿态控制等研究, E-mail: zhang_jian@hrbeu.edu.cn.

(责任编辑: 郑晓蕾)