

考虑参照价格效应的易逝品定价与订购策略

李贵萍^{1†}, 杜碧升¹, 段永瑞²

(1. 宁波大学 商学院, 浙江 宁波 315211; 2. 同济大学 经济与管理学院, 上海 200092)

摘要: 在考虑消费者参照价格效应的基础上, 构建一个易逝品的定价与订购联合决策模型, 其中产品的需求不仅依赖于销售价格还与该产品在消费者心目中的参照价格相关, 变质率为常数, 系统不允许缺货. 分别讨论了对称参照价格效应和非对称参照价格效应两种情况下零售商的最优定价与订购决策问题, 证明并得到关于模型结构的一些性质, 进而设计了问题的求解算法. 通过数值方法分析了参照价格效应参数和变质率对系统最优解的影响, 以及两种情况下最优解之间的关系. 结果显示: 当面对具有参照价格依赖的消费者时, 采用适当的营销策略来提高消费者的参照价格对零售商总是有利的; 对高变质率产品而言, 零售商可保持一个较稳定的订购策略, 更多地关注产品的定价策略; 面对损失厌恶型消费者, 随着消费者参照价格的逐渐提高, 零售商的定价与订购策略均应缓慢地改变, 而不宜急剧变化.

关键词: 易逝品; 定价; 订购; 参照价格; 参照价格效应; 损失厌恶

中图分类号: F253.4

文献标志码: A

Pricing and ordering strategy for deteriorating items with reference price effect

LI Gui-ping^{1†}, DU Bi-sheng¹, DUAN Yong-rui²

(1. Business School, Ningbo University, Ningbo 315211, China; 2. School of Economics and Management, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: This paper develops a joint pricing and ordering model for deteriorating items in the presence of reference price effect, in which demand is dependent on price and reference price simultaneously, deterioration rate is constant, and shortages are not allowed. We discuss the optimal pricing and ordering decision problems for retailers under symmetric reference price effect and asymmetric reference price effect, respectively. The structure properties of models is proved, and the algorithms for two cases are proposed. Numerical examples are given to analyze the impacts of reference price effect and deterioration rate on the optimal solutions, and explore the relationship of the optimal solutions between two cases. The results show that it is always profitable for the retailer faced with reference price dependent consumers to improve consumers' reference price through marketing strategies. For high deterioration rate products, the retailer is suggested to maintain a stable ordering strategy, and pay more attention to pricing strategy. As consumers' reference price gradually increases, the retailer faced with loss averse consumers should change his pricing and ordering strategy slowly, but not sharply.

Keywords: deteriorating items; pricing; ordering; reference price; reference price effect; loss aversion

0 引言

随着互联网和移动信息技术的发展, 消费者可以低成本、便捷地搜索到各种产品信息; 第三方比价软件的应用也使得消费者容易获得相似产品的定价信息; 此外, 很多商家会在其网页中提供产品的历史定价信息. 因此, 在电子零售(包括网络零售和移动零售)时代, 消费者很容易获得产品的历史价格、同类

产品的历史和当前价格, 这使得消费者的购买行为和购买习惯发生着巨大的变化, 不仅影响线上交易也波及到线下交易. 线上线下的频繁比价已成为一种普遍的消费行为. 消费者通过整合由不同渠道获得的产品价格信息, 形成对目标产品的价格预期, 称为“参照价格”. 参照价格是一个内在标准, 消费者基于此来评价产品的销售价格^[1]. 当销售价格高于参照价

收稿日期: 2018-01-12; 修回日期: 2018-05-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71502088, 71371139, 71402075); 中国博士后科学基金项目(2015M581907); 浙江省自然科学基金项目(LQ14G030004).

责任编辑: 王凌.

[†]通讯作者. E-mail: liguipingde@126.com.

格时,消费者感知“损失”;反之,当销售价格低于参照价格时,消费者感知“获得”。众多消费者购买行为方面的研究均表明消费者的购买决策不仅依赖于购买产品的销售价格,还与参照价格相关^[2-4]。

由于参照价格对消费者购买决策行为的重要影响,参照价格理论吸引了大量研究人员的注意。参照价格对需求的影响称为“参照价格效应”^[5]。早期运作管理领域对参照价格效应的研究多集中于定价决策。Sorger^[6]研究了在参照价格影响下联合定价和广告策略的局部稳定性。Greenleaf^[7]研究了单周期问题中参照价格效应对零售商价格促销的影响,研究显示垄断零售商的最优定价策略呈周期循环形式。Kopalle等^[8]将问题扩展到经营多品牌的垄断市场和寡头市场,并同时讨论了同质和异质消费者市场的情况。Fibich等^[9]提出一个新的开环和闭环均衡方法以获得考虑非对称参照价格效应时最优定价策略的显式解。Anderson等^[10]假设产品的需求与市场价格、参照价格和竞争者的价格同时相关,为具有非对称成本和不同市场地位的两家公司构建了一个定价模型。Fibich等^[11]研究了参照价格如何影响价格稳定度,并提出计算非对称参照价格效应下价格促销的利润、最优促销深度和持续时间的方法。Popescu等^[5]假设需求受当前产品价格和由产品历史价格形成的消费者内部参照价格共同影响,研究了垄断零售商的动态定价问题。Nasiry等^[12]基于心理学上的峰终定律提出一种新的行为驱动的消费者参照价格机制模型,即消费者锚定的参照价格是最低价格和最近一次购买价格的加权平均,在此基础上针对损失厌恶型消费者研究了企业的动态定价问题。

此后,学者们逐渐将参照价格效应对定价策略的影响扩展到供应链领域。Geng等^[13]研究了由制造商和零售商构成的供应链,其中制造商将产品以预先决定的批发价格专卖给零售商;零售商在观察到批发价格后,基于消费者的参照价格效应在常数定价策略和周期促销策略之间作出选择,其中参照价格是关于正常价格和促销价格的加权平均。卜祥智等^[14]将参照效应引入海运交易中,研究了考虑货主参照价格效应的两级海运链(由单个承运商和单个货运代理组成)的运力合同分配与定价问题,其中承运商决策其合同批发价格,货运代理决策订购量。郑银粉等^[15]以报童模型为基础构建了具有损失规避特征和参照价格效应的农户与风险中性的公司组成的两级订单农业供应链决策模型,研究了在农产品收购价格随机和需求随机双重不确定情况下,成本及参照价格效

应对双方决策的影响。Zhang等^[16]在分销渠道背景下研究参照价格效应对动态定价策略的影响,具体考虑了双边垄断环境下由一个制造商和一个零售商组成的供应链,其中渠道各成员在考虑消费者参照价格效应基础上独立选择各自的定价策略以最优化其收益。Martín-Herrán等^[17]通过微分博弈方法,研究在由制造商和垄断零售商构成的双边市场上价格动态效应对双方定价决策的影响,参照价格随着零售价格的变动持续更新,对比分析了渠道分散决策和集中决策下最优策略的情形。Xu等^[18]研究了一个由制造商作为Stackelberg领导者的闭环供应链的产品定价及回收问题,分别讨论了参照价格效应对3种分散回收渠道(制造商主导、零售商主导和第三方主导)绩效及最优策略的影响。Maiti等^[19]考虑了一个由单个制造商(领导者)和单个零售商(跟随者)构成的两阶段双周期供应链问题,其中每个周期的产品需求率同时依赖于当期价格和前一期价格,在此基础上根据不同的定价顺序对比分析了4种不同的分散定价策略。覃艳华^[20]将消费者的参照价格效应引入双渠道供应链,假设各渠道的需求受到双渠道销售价格及渠道自身消费者参照价格共同影响,在此基础上研究了集中式和分散式情况下双渠道供应链的定价策略以及供应链的协调机制问题。浦徐进等^[21]假设消费者的参照价格是由实体店和网店销售价格经加权平均形成的,研究了参照价格效应对双渠道供应链运作的影响,并设计了一个两部定价契约以协调供应链。Zhang等^[22]考虑广告对消费者参照价格的积极影响,为由制造商和零售商构成的供应链构建了一个动态合作广告决策模型,分析了参照价格效应对各渠道成员的决策影响。

现有文献中较少涉及到参照价格效应下产品的定价与生产/订购联合决策方面的问题。Ahn等^[23]研究了一个多周期联合生产和定价决策问题,其中每个周期的需求由当前周期和前一个周期的定价决策相互作用而形成。王勃琳等^[24]研究了有限销售时段内在考虑消费者价格参照效应下零售商的动态定价与订购联合决策问题,分别讨论了顾客价格参照的记忆效应为共同知识和非共同知识的情况。Güler等^[25]采用动态规划方法研究了周期盘点库存策略下考虑参照价格效应的单产品的联合补货与定价问题,其中需求随机且取决于产品的历史定价和当前价格。Urban^[26]构建了一个考虑消费者参照效应的单周期联合定价和订购模型,并针对非对称参照价格效应模型提出了最优解求解方法。

上述研究主要针对耐用品,而现实中绝大多数产品都在一定程度上表现出易逝特性,如食品、时装和电子产品等,即产品的价值会随时间的推移而下降.本文以EOQ模型为基础,研究考虑消费者参照价格效应的易逝品最优订购与定价联合决策问题,其中需求同时与产品的销售价格和消费者的参照价格相关,产品的变质率为常数,系统不允许缺货;分别针对对称参照价格效应(损失中性型消费者)和非对称参照价格效应(损失厌恶型消费者和获得偏爱型消费者)两种情况构建模型,并证明得到模型最优解存在的一些数学性质,进而设计问题的求解算法.最后通过数值分析得到一些相关的经营管理建议.

1 问题描述与模型构建

1.1 假设与符号表示

以下是本文通用的假设和符号表示:

- 1) 系统的计划时域无限,订货提前期为0.
- 2) 为了避免顾客流失,系统不允许缺货.
- 3) 产品的变质率 $\theta \in (0, 1)$ 为常数.
- 4) 产品的需求率 $D(p, r)$ 与销售价格 p 和参照价格 r 同时相关,是关于 p 的减函数、 r 的增函数.

这一假设主要基于市场营销中常见的消费者参照价格效应,即消费者在作出购买决策时不仅会考虑产品的实际销售价格,而且会将产品的实际销售价格与其心目中的参照价格进行比较,以判断得失.

本文具体考虑线性参照价格效应的情况,即

$$D(p, r) = \alpha + \beta p + \gamma_1 \max\{r - p, 0\} + \gamma_2 \min\{r - p, 0\}.$$

其中: $\alpha - \beta p (\alpha, \beta > 0)$ 表示受价格影响的产品基本需求; β 为销售价格对需求的影响系数; $\gamma_1 \max\{r - p, 0\} + \gamma_2 \min\{r - p, 0\}$ 表示参照价格效应; $\gamma_1, \gamma_2 \geq 0$ 分别为消费者感知获得和感知损失的参照价格效应系数.显然,当 $\gamma_1 = \gamma_2$ 时,消费者的参照价格效应在获得和损失上表现对称,此时为损失中性消费者;当 $\gamma_1 \neq \gamma_2$ 时,消费者的参照价格效应在获得和损失上表现非对称.具体地,当 $\gamma_1 < \gamma_2$ 时,为损失厌恶型消费者;当 $\gamma_1 > \gamma_2$ 时,为获得偏爱型消费者.

5) 消费者对产品的参照价格 r 为常数.消费者关于某种产品参照价格的形成受多种因素的影响,如同类产品的价格、广告宣传、个人收入、产品质量/效用、品牌认可、购物经历等等.通常参照价格会随时间或经历的变化而变化,但对于新产品引入市场,或零售商决定启用新的定价策略的情况,初始参照价格可看作一个外生参数^[9].

此外, Koszegi 等^[27]指出,当预期的价格较高使消费者不会去购买时,该价格不会成为消费者的参考价格.令 \bar{p} 为不考虑参照价格效应时消费者愿意接受的零售价格上限,消费者对产品的初始参照价格认定不会大于该上限,即有 $r < \bar{p}$.

6) 模型构建中用到的其他符号如下: $I(t)$ 表示 t 时刻的库存水平; T 表示补货周期且 $T > 0$; Q 表示订购量; K 表示每个订货周期的固定订购成本; c 表示单位产品的购买成本; h 表示单位产品单位时间的库存持有成本; v 表示单位变质后产品的处理成本; TP 表示补货周期内库存系统的总利润; AP 表示单位时间的平均利润.

1.2 模型构建

库存水平 $I(t)$ 的变化描述如下:经补货,在 $t = 0$ 时刻系统的库存水平达到最高 $I(0)$; 随着时间的推移,库存水平在需求和变质的共同作用下逐渐下降,直到 $t = T$ 时刻降为0,即 $I(T) = 0$; 此时,一个补货周期结束,下一个补货周期开始.由上可知,订购量 $Q = I(0)$.

由以上描述可知,库存水平关于时间的变化情况可表示为

$$\frac{dI(t)}{dt} = -D(p, r) - \theta I(t). \quad (1)$$

基于边界条件 $I(T) = 0$, 求解式(1), 可得

$$I(t) = D(p, r) \frac{e^{\theta(T-t)} - 1}{\theta}. \quad (2)$$

一个补货周期内的总利润可表示为

$$\begin{aligned} TP(T, p) = & pD(p, r)T - c \left[D(p, r)T + \theta \int_0^T I(t)dt \right] - \\ & h \int_0^T I(t)dt - v \int_0^T \theta I(t)dt - K. \end{aligned} \quad (3)$$

其中: $pD(p, r)T$ 为销售收入, $h \int_0^T I(t)dt$ 为总库存持有成本, $c \left[D(p, r)T + \theta \int_0^T I(t)dt \right]$ 为总购买成本, $v \int_0^T \theta I(t)dt$ 为总变质处理成本.

将式(2)代入(3), 运算可得

$$\begin{aligned} TP(T, p) = & D(p, r) \left[(p - c)T - \right. \\ & \left. [(c + v)\theta + h] \frac{e^{\theta T} - 1 - \theta T}{\theta^2} \right] - K. \end{aligned} \quad (4)$$

单位时间的平均利润为

$$AP(T, p) = \frac{TP(T, p)}{T}. \quad (5)$$

零售商的目的是决策最优订货周期 T^* 和销售价格 p^* 以最大化平均利润, 即 $\max AP(T, p)$. 下面将分别讨论消费者参照价格效应表现为对称和非对称两种情况, 分别用下标 d 和 f 表示对称参照价格效应和

非对称参照价格效应下的相应变量.

2 最优解分析

2.1 对称参照价格效应

当消费者的参照价格效应表现为对称时,即为损失中性消费者,有 $\gamma_1 = \gamma_2$. 令 $\gamma = \gamma_1 = \gamma_2$, 有

$$D(p, r) = \alpha - \beta p + \gamma(r - p). \quad (6)$$

显然 $\bar{p} = \alpha/\beta$. 由假设5)可知 $r < \alpha/\beta$. 令 \bar{p} 表示销售价格的上限, 即当 $p \geq \bar{p}$ 时, $D(p, r) \leq 0$. 因此, 有 $c < p < \bar{p}$.

定理1 对称参照价格效应情况下, 给定 T , 最优销售价格为

$$p_d = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha + \gamma r}{\beta + \gamma} + c \right) + \frac{1}{2} [(c + v)\theta + h] \frac{e^{\theta T} - 1 - \theta T}{\theta^2 T}. \quad (7)$$

证明 由 $\partial^2 AP/\partial p^2 = -2(\beta + \gamma) < 0$ 可知, $AP(T, p)$ 是关于 p 的严格凹函数, 即 $\partial AP(T, p)/\partial p$ 关于 p 严格递减. 又可求得 $\lim_{p \rightarrow c} \partial AP(T, p)/\partial p > 0$ 和 $\lim_{p \rightarrow \bar{p}} \partial AP(T, p)/\partial p < 0$. 因此, 存在唯一的最优解 $p_d \in (c, \bar{p})$ 满足 $\partial AP(T, p)/\partial p = 0$, 从而可求得式(7). \square

定理1给出了在已知订购策略的情况下, 当零售商面对损失中性消费者时的最优定价策略, 其中第1项表示不考虑运作成本时零售商的最优销售定价; 第2项表示考虑到库存系统的运作成本, 零售商需要增加于销售价格上的费用, 包括持有库存和由产品变质引起的成本.

推论1 对称参照价格效应情况下, 给定 T , 有 $dp_d/dr > 0$, $dAP(T, p_d)/dr > 0$ 和 $dp_d/d\gamma < 0$.

证明略.

推论1指出: 在给定订购策略的情况下, 零售商的最优销售价格和平均利润均为关于消费者参照价格的增函数, 因此建议零售商通过各种营销策略提升消费者的参照价格, 从而获得更多的利润; 最优销售价格随着参照价格效应系数的增大而降低, 这是因为降低定价有助于得到更大的参照价格效应, 从而增大需求.

定理2 在对称参照价格效应情况下, 给定 p , 最优补货周期 T_d 可由 $\partial AP(T, p)/\partial T = 0$ 唯一确定.

证明 由

$$\frac{\partial^2 AP}{\partial T^2} = -[\alpha + \gamma r - (\beta + \gamma)p][(c + v)\theta + h]he^{\theta T} < 0$$

可知, $TP(T, p)$ 是关于 T 的严格凹函数. 从而, $AP(T, p) = TP(T, p)/T$ 是关于 T 的严格伪凹函数^[28]. 因此

K-T 条件是最大值点存在的充要条件, 即 $\partial AP(T, p)/\partial T = 0$, 等价于 $(\partial TP/\partial T)T - AP = 0$. 令 $F(t) = (\partial AP/\partial T)T - TP$. 由 $dF(T)/dT = (\partial^2 AP/\partial T^2)T < 0$ 可知, $F(T)$ 是关于 T 的减函数. 又可求得 $\lim_{T \rightarrow 0} F(T) = K > 0$ 和 $\lim_{T \rightarrow \infty} F(T) \rightarrow -\infty$. 因此, 存在唯一的解 $T_d > 0$ 满足 $\partial AP(T, p)/\partial T = 0$, 即为 $AP(T, p)$ 的最大值点. \square

为了便于后续分析产品的易逝特性对零售商经营策略的影响, 下面以推论形式给出耐用品的定价(变质率趋于零)与订购策略(采用经典EOQ模型), 并采用下标 N 标注以示区别.

推论2 对称参照价格效应情况下, 当零售商经营耐用品时, 给定 T , 最优销售价格为

$$p_N = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha + \gamma r}{\beta + \gamma} + c \right) + \frac{1}{4} hT;$$

给定 p , 最优补货周期为

$$T_N = \sqrt{\frac{2K}{h[\alpha + \gamma r - (\beta + \gamma)p]}}.$$

证明略.

虽然难于用数学分析方法证明 $AP(T, p)$ 是关于 (T, p) 的联合凹函数, 但定理1和定理2分别证明了给定订购策略下的最优销售策略和给定销售策略下的最优订购策略, 可用于设计迭代算法搜索最优解.

2.2 非对称参照价格效应

当消费者的参照价格效应表现为非对称时, 有 $\gamma_1 \neq \gamma_2$, 需求率可表示为

$$D(p, r) = \begin{cases} \alpha - \beta p + \gamma_1(r - p), & p \leq r; \\ \alpha - \beta p + \gamma_2(r - p), & p > r. \end{cases} \quad (8)$$

将式(8)代入(4)和(5), 记 $AP_k(T, p) = [\alpha - \beta p + \gamma_k(r - p)]\Omega - K/T$, 其中 $k = 1, 2$, $\Omega = (p - c) - [(c + v)\theta + h](e^{\theta T} - 1 - \theta T)/\theta^2 T$. 非对称参照价格效应情况下的平均利润函数可表示为

$$AP(T, p) = \begin{cases} AP_1(T, p), & p \leq r; \\ AP_2(T, p), & p > r. \end{cases} \quad (9)$$

显然, $AP(T, p)$ 是关于 p 的分段函数, 在 $p = r$ 处连续但不可导. 因此, 用于解决对称参照价格效应情况的方法将不再适用于非对称参照价格的情况.

下面将利用对称参照价格效应情况下平均利润的相关性质, 给出非对称参照价格效应情况下零售商的联合定价与订购问题的一个求解方法.

由定理1可知 $AP_k(T, p)$ 是关于 p 的严格凹函数. 令 p_k 为给定 T 时 $AP_k(T, p)$ 的全局最大值点, 有

$$p_k =$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\alpha + \gamma_k r}{\beta + \gamma_k} + c \right) + \frac{1}{2} [(c + v)\theta + h] \frac{e^{\theta T} - 1 - \theta T}{\theta^2 T}. \tag{10}$$

由式(9)可知,对于非对称参照价格效应的情况,只有满足 $p_1 \leq r$ 和 $p_2 > r$ 时, p_1 和 p_2 才可行.然而,实际上可能存在 $p_1 > r$ 或 $p_2 \leq r$ 的情况,此时 p_1 或 p_2 对 $AP(T, p)$ 为非可行解.综上,对于给定的 T ,非对称参照价格效应情况下 $AP(T, p)$ 对 p 存在如图1所示的4种可能情况.

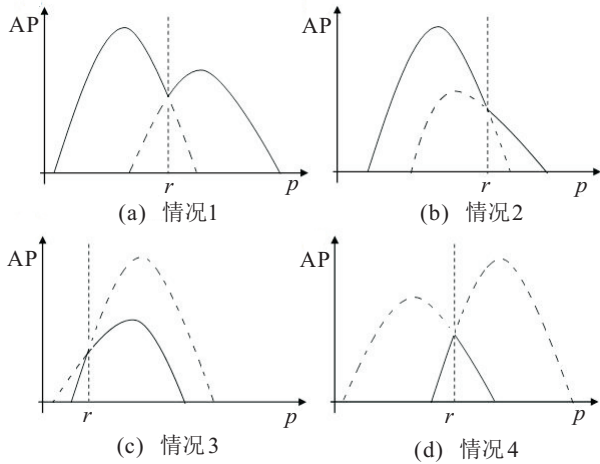


图1 非对称参照价格效应情况下可能存在的情况

定理3 在非对称参照价格效应情况下给定 T , $AP(T, p)$ 的最优销售价格为

$$p_f = \begin{cases} \operatorname{argmax}\{AP_1(T, p_1), AP_2(T, p_2)\}, & p_1 \leq r < p_2; \\ p_1, & r \geq \max\{p_1, p_2\}; \\ p_2, & r < \min\{p_1, p_2\}; \\ r, & p_2 \leq r < p_1. \end{cases} \tag{11}$$

证明 如图1所示, $AP_1(T, p)$ 和 $AP_2(T, p)$ 在 $p = r$ 处相交,在交点的两侧均为关于 p 的严格凹函数.观察可见,给定 T , $AP(T, p)$ 的最优销售价格 p_f 的取值可能有3种: p_1 、 p_2 或 r .显然,当 $p_1 \leq r < p_2$ 时, $p_f = \operatorname{argmax}\{AP_1(T, p), AP_2(T, p)\}$;当 $r > p_1$ 且 $r > p_2$ 时, $p_f = p_1$;当 $r < p_1$ 且 $r < p_2$ 时, $p_f = p_2$;当 $p_2 \leq r < p_1$ 时, $p_f = r$. □

由推论1可知,对于 $r < \alpha/\beta$ 有 $dp_d/d\gamma < 0$.令 $p_d = r$,有

$$r(\gamma) = \frac{\beta + \gamma}{\gamma} \left[2r - \frac{[(c + v)\theta + h](e^{\theta T} - 1 - \theta T)}{\theta^2 T} - c \right] - \frac{\alpha}{\gamma}.$$

为便于下述推论的表述,令 $r_1 = r(\gamma_1)$ 和 $r_2 = r(\gamma_2)$.

推论3 给定 T ,有:

1) 面对损失厌恶型消费者($\gamma_1 < \gamma_2$),有

$$p_f = \begin{cases} p_2, & r < r_2; \\ r, & r_2 \leq r \leq r_1; \\ p_1, & r > r_1. \end{cases}$$

2) 面对获得偏爱型消费者($\gamma_1 > \gamma_2$),有

$$p_f = \begin{cases} p_2, & r < r_1; \\ \operatorname{argmax}\{AP_1(T, p), AP_2(T, p)\}, & r_1 \leq r \leq r_2; \\ p_1, & r > r_2. \end{cases}$$

证明 容易知道 $dr(\gamma)/d\gamma < 0$. 1) 对于损失厌恶型消费者,有 $\gamma_1 < \gamma_2$,因此有 $p_1 > p_2$ 和 $r_1 > r_2$.由定理3可知, $p_2 \leq r \leq p_1$ 等价于 $r_2 \leq r \leq r_1$,此时 $p_f = r$; $r < \min\{p_1, p_2\}$ 等价于 $r < r_2$,有 $p_f = p_2$; $r \geq \max\{p_1, p_2\}$ 等价于 $r > r_1$,有 $p_f = p_1$. 2) 对于获得偏爱型消费者,由 $\gamma_1 > \gamma_2$ 可知 $p_1 < p_2$ 和 $r_1 < r_2$.类似地,由定理3可得证. □

推论3指出了给定订购策略时,零售商面对损失厌恶型消费者或获得偏爱型消费者时最优定价策略的制定规则.

由定理2可知,给定 p , $AP_1(T, p)$ 和 $AP_2(T, p)$ 均为关于 T 的严格伪凹函数.令 T_1 和 T_2 分别为给定 p 时 $AP_1(T, p)$ 和 $AP_2(T, p)$ 的全局最大值点.又因为 $AP_1(T, r) = AP_2(T, r)$,所以,特别地令 T_3 表示 $p = r$ 时 $AP_1(T, r)$ 或 $AP_2(T, r)$ 的最大值点.

3 算法

基于以上性质,下面分别给出两种情况下搜索最优解的迭代算法.

算法1 对称参照价格效应.

Step 1: 令 $i = 1$,初始化 $T = T^{(i)} \in (0, \infty)$.

Step 2: 将 $T = T^{(i)}$ 代入式(7)求得 $p^{(i)} = p_d$ (针对耐用品,有 $p^{(i)} = p_N$).

Step 3: 运用牛顿法,通过求解 $\partial AP(T, p^{(i)})/\partial T = 0$ 得到 $T^{(i+1)} = T_d$ (针对耐用品,有 $T^{(i+1)} = T_N$).

Step 4: 若 $|T^{(i+1)} - T^{(i)}| \leq 10^{-4}$,则问题的最优解为 $(T_d^*, p_d^*) = (T^{(i+1)}, p^{(i)})$;否则,令 $i = i + 1$,返回Step 2.

算法2 非对称参照价格效应.

Step 1: 令 $i = 1$,初始化 $T = T^{(i)} \in (0, \infty)$.

Step 2: 将 $T = T^{(i)}$ 代入式(10),求得 p_1 和 p_2 .

Step 3: 根据条件选择执行以下命令之一:

Step 3.1: 若 $p_1 \leq r < p_2$,则有

$$p^{(i)} = \operatorname{argmax}\{AP_1(T, p_1), AP_2(T, p_2)\};$$

若 $p^{(i)} = p_1$,则由 $\partial AP_1(T, p_1)/\partial T = 0$ 求得 $T^{(i+1)} =$

T_1 ; 若 $p^{(i)} = p_2$, 则由 $\partial AP_2(T, p_2)/\partial T = 0$ 求得 $T^{(i+1)} = T_2$.

Step 3.2: 如果 $p_1 \leq r$ 且 $p_2 \leq r$, 则 $p^{(i)} = p_1$; 进而由 $\partial AP_1(T, p_1)/\partial T = 0$ 求得 $T^{(i+1)} = T_1$.

Step 3.3: 如果 $p_1 > r$ 且 $p_2 > r$, 则 $p^{(i)} = p_2$, 进而由 $\partial AP_2(T, p_2)/\partial T = 0$ 求得 $T^{(i+1)} = T_2$.

Step 3.4: 若 $p_2 \leq r < p_1$, 则 $p^{(i)} = r$; 由 $\partial AP_1(T, r)/\partial T = 0$ 或 $\partial AP_2(T, r)/\partial T = 0$ 求得 $T^{(i+1)} = T_3$.

Step 4: 若 $|T^{(i+1)} - T^{(i)}| \leq 10^{-4}$, 则问题的最优解为 $(T_f^*, p_f^*) = (T^{(i+1)}, p^{(i)})$; 否则, 令 $i = i + 1$, 返回 Step 2.

4 数值分析

这一部分将通过数值算例的方法搜索问题的最优解并对主要参数的灵敏度展开分析. 通用参数的取值为 $\alpha = 400, \beta = 5, K = 100, c = 20, v = 0.5, h = 1$.

4.1 对称参照价格效应

运用算法1, 分析消费者的参照价格效应和变质率对零售商最优定价与订购策略的影响.

1) 参照价格 (r) 和参照价格效应系数 (γ) 对最优解的影响.

图2绘制了当 $\theta = 0.1$ 时不同参照价格效应系数 $\gamma \in \{0, 2, 4\}$ 下最优解随消费者参照价格 (r) 的变化情况, 其中 $\gamma = 0$ 表示不考虑参照价格效应情况下零售商的最优策略.

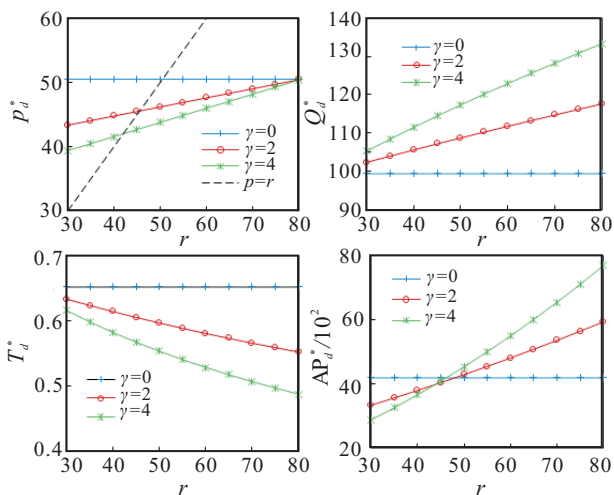


图2 $\theta = 0.1$ 时不同 γ 下最优解随 r 的变化

观察可见: 当 γ 一定时, 随着 r 增大, p_d^*, Q_d^* 和 AP_d^* 均增大, 而 T_d^* 减小. 比较 p_d^* 和 r 可发现: 当 r 低于某一阈值 V_γ 时, $p_d^* > r$; 反之, $p_d^* < r$. 另外, 该阈值随着 γ 的增大而减小, 本例中相应的阈值分别为 $V_{\gamma=0} \approx 50.5, V_{\gamma=2} \approx 45.5$ 和 $V_{\gamma=4} \approx 42$.

当 r 一定时, 随着 γ 的增大, p_d^* 和 T_d^* 减小, 而 Q_d^*

增大; 值得注意的是, AP_d^* 随着 γ 的增大表现为非单调, 具体地, 当 r 较小时, AP_d^* 随着 γ 的增大而下降; 而当 r 较高时, AP_d^* 随着 γ 的增大而提升, 并且提升速率随着 r 的增大而增大. 可见, 当产品在消费群体中的参照价格较低时, 参照价格效应对零售商而言并不是一件好事. 当产品的参照价格较高时, 越高的参照价格效应系数对零售商越有利. 因此, 当面对一群具有参照价格依赖的消费者时, 采用一定的营销策略提高消费者的参照价格对零售商而言是有利的. 此外, 对比无参照价格效应的情况可知, 如果零售商忽略消费者的参照价格效应, 则决策的订购量会偏低, 而销售价格又会偏高.

2) 变质率 (θ) 对最优解的影响.

图3绘制了 $\gamma = 2$ 时不同 $\theta \in \{0^+, 0.1, 0.5\}$ 下最优解随 r 的变化情况, 其中 $\theta = 0^+$ 表示经营耐用用品的零售商的最优策略.

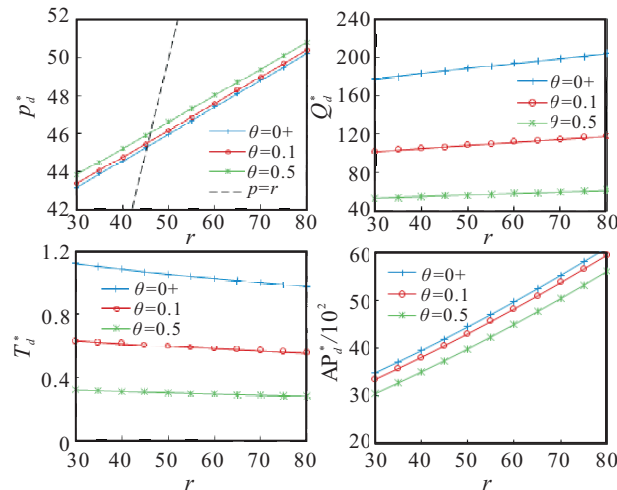


图3 $\gamma = 2$ 时不同 θ 下最优解随 r 的变化

观察可见, 随着 θ 的增大, p_d^* 增大, 而 T_d^*, Q_d^* 和 AP_d^* 均减小. 当产品的变质率增大时, 为了减少由变质引起的损失, 零售商应减少订购量、缩短补货周期, 与此同时还应适当提高产品的销售价格. 此外, 最优订购策略 (T_d^* 和 Q_d^*) 对 θ 的变化较敏感, 而最优定价策略和平均利润对 θ 的变化并不敏感. 随着 θ 的增大, 订购策略对参照价格效应的变化越来越不敏感, 即对于高变质率产品而言, 面对消费者的参照价格效应, 零售商可保持一个较稳定的订购策略, 更多地关注产品的定价策略. 相比而言, 耐用品的最优定价和订购策略对参照价格效应较敏感.

4.2 非对称参照价格效应

营销领域内关于损失厌恶的大量经验证据表明, 市场中的消费者多属于损失厌恶型, 且损失厌恶指数 (γ_2/γ_1) 的取值范围为 $1.7 \sim 2.5$ ^[5]. 因此, 在算例中取

$\gamma_1 = 2$ 和 $\gamma_2 = 4$. 下面主要运用算法2展开分析. 首先讨论非对称参照价格效应(损失厌恶情况)和对称参照价格效应两种情况下最优解之间的关系; 其次是最优策略随参照价格和损失厌恶指数的变化而变化的情况; 最后分析产品变质率对零售商最优定价和订购策略的影响.

1) 非对称参照价格效应和对称参照价格效应两种情况下最优解之间的关系.

图4绘制了 $\theta = 0.1$ 时零售商面对损失厌恶型消费者($\gamma_1 = 2, \gamma_2 = 4$)时最优策略随参照价格的变化情况, 同时也给出最优解与两种损失中性情况($\gamma_1 = \gamma_2 = 2$ 和 $\gamma_1 = \gamma_2 = 4$)下最优解间的关系.

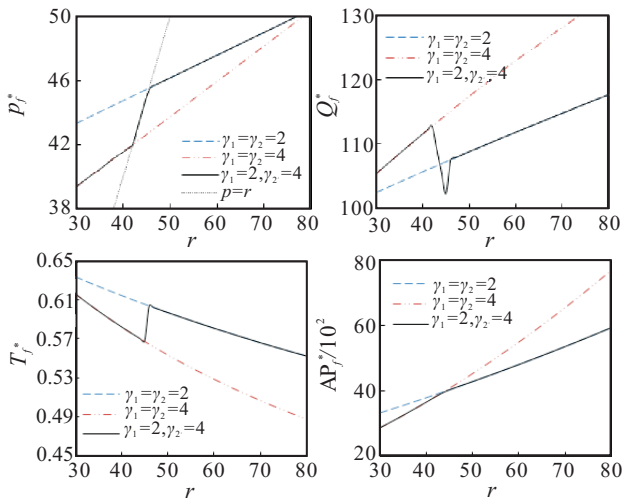


图4 $\theta = 0.1$ 时面对损失厌恶型消费者的最优策略随 r 的变化情况

观察发现: 面对损失厌恶型消费者, 随着参照价格的增大, 零售商的最优策略是从参照价格效应系数较大的损失中性情况的最优解向参照价格效应系数较小情况的最优解转移, 且中间存在一个过渡解. 对定价策略, 该过渡解为消费者参照价格, 相应可求得过渡阶段的最优订购策略. 最优销售价格随着参照价格的提高始终呈递增趋势, 但最优订购量在过渡阶段会有明显的下降; 当参照价格继续提升时最优销售价格和订购量的增速均应放缓. 这表明当消费者的参照价格发生变化时, 零售商应同时调节定价策略和订购策略以应对市场的变化, 而且当消费者对产品的认知参照价格逐渐提高时, 零售商不宜急剧变化经营策略, 而应缓慢改变.

2) 损失厌恶指数(γ_2/γ_1)对最优解的影响.

通过固定获得参照效应系数(γ_1)、变化损失参照效应系数(γ_2)的方式, 图5描绘了不同损失厌恶指数下, 最优解随参照价格的变化情况. 其中 $\gamma_1 = 2, \gamma_2 = 3$ 和 $\gamma_1 = 2, \gamma_2 = 4$ 表示损失厌恶指数分别为1.5和2的两类损失厌恶型消费者; $\gamma_1 = 2, \gamma_2 = 2$ 的情

况代表损失中性消费者, 即对称参照价格效应的情况, 作为对损失厌恶型消费者策略分析的一个对照情形. 观察发现: 当消费者的参照价格较低(参照价格低于最优定价)时, 针对损失厌恶型消费者的最优定价低于针对损失中性消费者的最优定价, 且消费群体的损失厌恶指数越高, 零售商的最优定价应越低; 最优订购量随着损失厌恶指数的增大而增大, 且均高于消费者为损失中性的情况; 最优补货周期和平均利润随着损失厌恶指数的增大而减小, 且均低于消费者为损失中性的情况. 当消费者参照价格较高(参照价格高于最优定价)时, 面对损失厌恶型消费者的最优定价和订购策略以及利润与损失中性消费者的最优策略一致, 即表现为损失厌恶效应的影响消失.

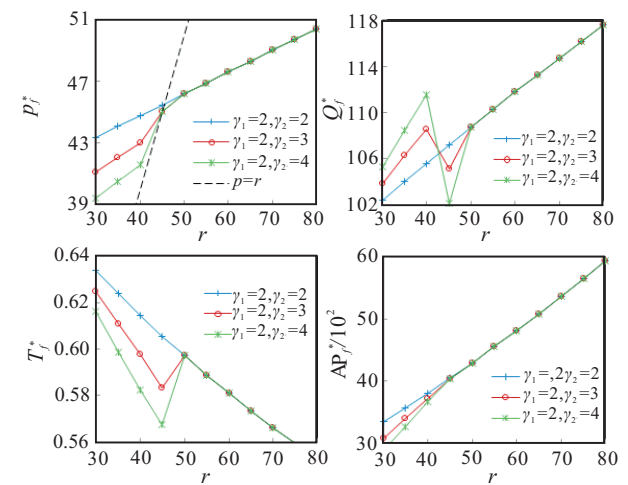


图5 $\theta = 0.1$ 时不同损失厌恶指数下最优解随 r 的变化

3) 变质率(θ)对最优解的影响.

图6描绘了零售商面对损失厌恶型消费者($\gamma_1 = 2, \gamma_2 = 4$), 当经营的产品变质率不同时最优定价和订购策略以及平均利润随参照价格的变化情况.

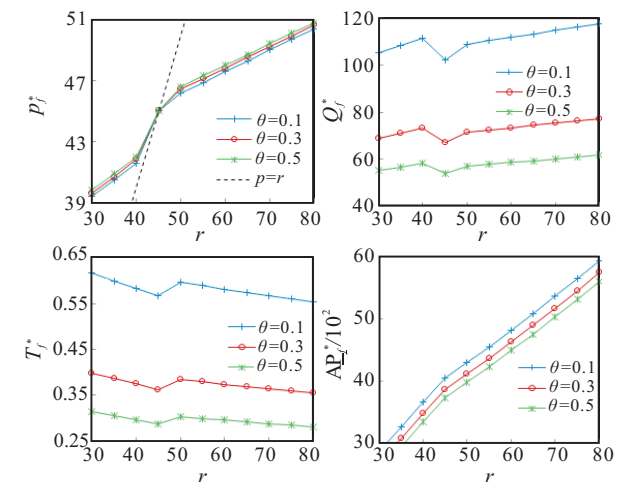


图6 当 $\gamma_1 = 2, \gamma_2 = 4$ 时不同 θ 下最优解随 r 的变化

经观察发现: 最优定价随着产品变质率的增大而提高, 但最优定价对产品变质率并不敏感, 增幅非

常小;最优订购量、补货周期和平均利润随着产品变质率的增大均呈下降趋势,且最优订购量和补货周期对产品变质率较敏感.这与对称参照价格效应情况(图3)下的结果相一致.与对称参照价格效应情况的不同之处在于,最优解随参照价格的变化情况:针对损失厌恶型消费者的情况,最优解在 $r = p_f^*$ 处出现拐点,当参照价格高于最优定价($r > p_f^*$)时,随着参照价格的增大,最优定价、订购量和平均利润的增长率,以及最优补货周期的下降率均降低,即与对称参照价格情况相比,损失厌恶情况下的变化率要更加平稳.

5 结论

本文研究了一个考虑消费者参照价格效应的易逝品联合定价和订购决策问题.需求不仅与产品的销售价格相关,还受消费者心目中的参照价格的影响;产品的变质率为常数;系统不允许缺货.在此基础上分别讨论了对称参照价格效应(损失中性型消费者)和非对称参照价格效应(损失厌恶型消费者和获得偏爱型消费者)两种情况下零售商的最优决策.由于在对称参照价格效应的情况下模型具有可微的良好数学性质,可采用微分方法证明得到目标函数关于决策变量凹性的一些结构性质.针对非对称参照价格效应情况下目标函数具有不可导的性质,借助对称参照价格效应情况下得到的性质,分析给出了非对称参照价格效应下问题的一个求解算法以及具体的实施方法;然后,利用证明得到的模型的数学性质设计了相应的求解算法;最后,采用数值方法分析了参照价格效应和变质率对零售商最优定价和订购策略的影响.

对称参照价格效应情况下的主要结论有:1)当面对一群具有参照价格依赖的消费者时,采用一定的营销策略来提高消费者的参照价格对零售商总是有利的.2)如果零售商忽略消费者的参照价格效应,则决策的订购量会偏低,而销售价格又会偏高.3)当消费者的初始参照价格较低时,零售商的最优定价应高于参照价格,从而影响后期消费者参照价格的形成;反之,当初始参照价格较高时,零售商的最优定价应低于参照价格,从而有效利用当前的参照价格效应,获取更多的利润.4)对于高变质率产品而言,面对消费者的参照价格效应,零售商可保持一个较稳定的订购策略,更多地关注产品的定价策略;相反,耐用品的最优订购和定价策略均对参照价格效应较敏感.

此外,针对非对称参照价格效应的情况,采用数值方法分析了面对损失厌恶型消费者时零售商的最优定价和订购策略与面对损失中性消费者时最优解

之间的关系,以及最优策略随参照价格、损失厌恶指数和产品变质率的变化情况.主要结论有:1)面对损失厌恶型消费者,随着参照价格的增大,零售商的最优策略是从参照价格效应系数较大的损失中性情况的最优解向参照价格效应系数较小情况的最优解转移,且中间存在一个过渡解;最优销售价格随着参照价格的提高,始终呈递增趋势.2)当消费者的参照价格发生变化时,零售商应同时调节定价策略和订购策略以应对市场的变化,而且当消费者对产品的认知参照价格逐渐提高时,零售商不宜急剧变化经营策略,而应缓慢改变.3)当消费者的参照价格较低时,针对损失厌恶型消费者的最优定价低于针对损失中性消费者的最优定价,而最优订购量却高于消费者为损失中性的情况;当参照价格较高时,损失厌恶效应对最优定价与订购策略的影响消失,此时针对损失厌恶型消费者的最优策略与损失中性的情况相同.

虽然本文所构建的模型以及得到的结论可以为初次进入市场的带有易逝特性的产品的定价与订购策略提供决策支持,但是常数参照价格的假设为模型和结论的应用与推广带来较大的局限性.事实上,随着产品进入成长期以及成熟期,参照价格将在很大程度上受到零售商历史定价的影响^[5,12],因此考虑消费者的参照价格随着零售商的历史定价而变化的动态定价和订购决策问题会更贴近现实情况,是未来将深入研究方向.此外,还可以从多个方面对本文所构建的模型进行拓展研究,比如考虑零售商允许缺货的情况,订货提前期变动的情况,变质率随时间服从Weibull分布的情况,以及产品需求受随机因素影响的情况,等等.

参考文献(References)

- [1] Monroe K B. Buyers' subjective perceptions of price[J]. *J of Marketing Research*, 1973, 10(1): 70-80.
- [2] Helson H. *Adaptation-level theory*[M]. New York: Harper and Row Publishers, 1964.
- [3] Kalyanaram G, Winer R S. Empirical generalizations from reference price and asymmetric price response research [J]. *Marketing Science*, 1995, 14(3): 161-169.
- [4] Baucells M, Weber M, Welfens F. Reference-point formation and updating[J]. *Management Science*, 2011, 57(3): 506-519.
- [5] Popescu I, Wu Y. Dynamic pricing strategies with reference effects[J]. *Operations Research*, 2007, 55(3): 413-429.
- [6] Sorger G. Reference price formation and optimal marketing strategies[J]. *Optimal Control Theory and Economic Analysis*, 1988, 3(3): 97-120.
- [7] Greenleaf E A. The impact of reference price effects

- on the profitability of price promotions[J]. *Marketing Science*, 1995, 14(1): 82-104.
- [8] Kopalle K P, Rao A G, Assunção J L. Asymmetric reference price effects and dynamic pricing policies[J]. *Marketing Science*, 1996, 15(1): 60-85.
- [9] Fibich G, Gavious A, Lowengrart O. Explicit solutions of optimization models and differential games with nonsmooth (asymmetric) reference-price effect [J]. *Operations Research*, 2003, 51(5): 721-734.
- [10] Anderson C K, Rasmussen H, MacDonald L. Competitive pricing with dynamic asymmetric price effects[J]. *Int Trans in Operational Research*, 2005, 12(5): 509-525.
- [11] Fibich G, Gavious A, Lowengart O. Optimal price promotion in the presence of asymmetric reference-Price effects[J]. *Managerial and Decision Economics*, 2007, 28(6): 569-577.
- [12] Nasiry J, Popescu I. Dynamic pricing with loss-averse consumers and peak-end anchoring[J]. *Operations Research*, 2011, 59(6): 1361-1368.
- [13] Geng Q, Wu C, Li K. Pricing and promotion frequency in the presence of reference price effects in supply chains[J]. *California J of Operations Management*, 2010, 8(1): 74-82.
- [14] 卜祥智, 许垒, 赵泉午. 考虑货主价格参照效应的海运运力合同定价策略[J]. *管理科学学报*, 2012, 15(2): 28-36.
(Bu X Z, Xu L, Zhao Q W. Study on marine shipping contract allocation and pricing policy under shipper's pricing reference Effects[J]. *J of Management Sciences in China*, 2012, 15(2): 28-36.)
- [15] 郑银粉, 叶飞, 陈颖. 具有价格参照效应的订单农业供应链决策模型[J]. *数学的实践与认识*, 2014, 44(10): 116-123.
(Zheng Y F, Ye F, Chen Y. Research on "company farmer" contract farming supply chain decision model with the farmer's price reference[J]. *Mathematics in Practice and Theory*, 2014, 44(10): 116-123.)
- [16] Zhang J, Chiang W Y K, Liang L. Strategic pricing with reference effects in a competitive supply chain[J]. *Omega*, 2014, 44(C): 126-135.
- [17] Martín-Herrán G, Taboubi S. Price coordination in distribution channels: A dynamic perspective[J]. *European J of Operational Research*, 2015, 240(2): 401-414.
- [18] Xu J, Liu N. Research on closed loop supply chain with reference price effect[J]. *J of Intelligent Manufacturing*, 2017, 28(1): 51-64.
- [19] Maiti T, Giri B C. Two period pricing and decision strategies in a two-echelon supply chain under price-dependent demand[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2017, 42: 655-674.
- [20] 覃艳华. 基于价格参照效应的双渠道供应链定价策略与协调研究[J]. *华中师范大学学报: 自然科学版*, 2015, 49(2): 295-301.
(Qin Y H. Pricing strategy and coordination and dual-channel supply chain considering price reference effect[J]. *J of Central China Normal University: Natural Science*, 2015, 49(2): 295-301.)
- [21] 浦徐进, 李栋栋, 王执杰. 考虑参照价格效应的双渠道供应链协调机制设计[J]. *控制与决策*, 2017, 32(7): 1273-1278.
(Pu X J, Li D D, Wang Z J. Coordination mechanism of dual-channel supply chain considering reference price effect[J]. *Control and Decision*, 2017, 32(7): 1273-1278.)
- [22] Zhang J, Gou Q, Liang L, et al. Supply chain coordination through cooperative advertising with reference price effect[J]. *Omega*, 2013, 41(2): 345-353.
- [23] Ahn H S, Gümü M, Kaminsky P. Pricing and manufacturing decisions when demand is a function of prices in multiple periods[J]. *Operations Research*, 2007, 55(6): 1039-1057.
- [24] 王勃琳, 许垒, 洪宪培. 考虑价格参照效应的定价订购和动态库存的联合决策[J]. *系统工程*, 2011, 29(12): 56-62.
(Wang B L, Xu L, Hong X P. Joint decision on priced procurement and dynamic inventory considering price reference effect[J]. *Systems Engineering*, 2011, 29(12): 56-62.)
- [25] Güler M G, Bilgiç T, Güllü R. Joint inventory and pricing decisions with reference effects[J]. *IIE Trans*, 2014, 46(4): 330-343.
- [26] Urban T L. Coordinating pricing and inventory decisions under reference price effects[J]. *Int J of Manufacturing Technology and Management*, 2008, 13(1): 78-94.
- [27] Koszegi B, Rabin M. A model of reference-dependent preferences[J]. *The Quarterly J of Economics*, 2006, 121(4): 1133-1165.
- [28] Dye C Y. The effect of preservation technology investment on a non-instantaneous deteriorating inventory model[J]. *Omega*, 2013, 41(5): 872-880.

作者简介

李贵萍(1988—), 女, 讲师, 博士, 从事库存与供应链管理研究, E-mail: liguipingde@126.com;

杜碧升(1983—), 男, 副教授, 博士, 从事库存控制、供应链物流管理等研究, E-mail: dubisheng@nbu.edu.cn;

段永瑞(1975—), 女, 教授, 博士, 从事供应链管理与服务运作管理等研究, E-mail: yrduan@163.com.

(责任编辑: 孙艺红)