

# 基于气动力矩和模型预测的LEO卫星角动量管理算法

张学钢<sup>1,2,3†</sup>, 朱振才<sup>1,4</sup>, 陈宏宇<sup>1,4</sup>

(1. 中国科学院 微小卫星创新研究院, 上海 201203; 2. 中国科学院 上海微系统与信息技术研究所, 上海 200050; 3. 中国科学院大学, 北京 100049; 4. 上海科技大学 信息科学与技术学院, 上海 201210)

**摘 要:** 为抑制气动力矩对近地轨道(LEO)卫星姿态控制系统的影响,改善卫星电磁环境,设计一种基于气动力矩和模型预测的LEO卫星角动量管理算法,利用气动力矩管理卫星角动量并通过磁力矩器辅助提高角动量管理效率和可靠性.利用所设计的角动量管理算法构建卫星姿态动力学的线性化模型和姿态控制律,预测角动量变化趋势;通过在卫星太阳阵常规运动上附加额外的小角度偏转,将LEO卫星主导摄动力矩的气动力矩转化为管理卫星角动量的控制力矩.仿真实验表明,与传统的角动量管理策略相比,所设计的角动量管理算法通过将气动力矩转化为角动量管理控制力矩,能够有效节省卫星角动量管理的消耗.此外,该算法在不增加物理机构的前提下可以作为卫星的备用角动量管理策略,能够显著增强卫星姿态系统的可靠性和鲁棒性.

**关键词:** 气动力矩; 模型预测; 二次规划问题; 角动量管理; 太阳阵

中图分类号: V448.2

文献标志码: A

## LEO satellites momentum management based on predictive model and aerodynamic torque

ZHANG Xue-gang<sup>1,2,3†</sup>, ZHU Zhen-cai<sup>1,4</sup>, CHEN Hong-yu<sup>1,4</sup>

(1. Innovation Academy for Microsatellites, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201203, China; 2. Shanghai Institute of Microsystem and Information Technology, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200050, China; 3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; 4. School of Information Science and Technology, ShanghaiTech University, Shanghai 201210, China)

**Abstract:** To depress the influence on satellite attitude control caused by environment torque, decrease the propellant consumption, and improve the electromagnetic environment in satellites, a momentum management algorithm is proposed for low earth orbit (LEO) satellites, which utilizes moment wheels to control attitude and aerodynamic torque to manage momentum. The proposed algorithm predicts the momentum variation via the linearized attitude dynamic model and corresponding control law, manages momentum utilizing the dominant aerodynamic torque through controlling the tiny rotation angle of the solar array, and adopts quadratic programming algorithm to optimize the management result. Compared with traditional schemes, simulations with high-fidelity space environment models demonstrate the proposed algorithm has ability to reduce energy consumption via converting the dominant environment perturbation into control torque. Besides, the proposed algorithm can enhance the reliability and robustness of the system by being treated as redundant momentum management strategy without any extra physical devices.

**Keywords:** aerodynamic torque; predictive model; quadratic programming problem; momentum management; solar array

## 0 引 言

角动量管理是卫星姿态控制系统的主要任务之一,关乎卫星任务的成败.受卫星姿态机动、空间环境力矩等各种因素的叠加和累积作用影响,卫星角动量会偏离设计的标称值,因此,在工程中需要通过推力器、磁力矩器等执行机构管理卫星角动量,保证姿态控制系统的功能.伴随着航天工程的发展,角动

量管理算法也在不断发展.为了适应工程中更为复杂的应用场景和更高的应用要求,角动量管理算法从最初的滞环控制、零点配置逐步发展至自适应控制、最优控制等算法<sup>[1-7]</sup>.相比于不断发展的算法,受限于空间环境的特殊性,角动量管理的执行机构主要仍限于常用的推力器和磁力矩器等<sup>[8-9]</sup>,且其固有的和潜在的缺陷也无法避免.主要表现在推力器依赖

收稿日期: 2019-03-23; 修回日期: 2019-07-15.

责任编辑: 张国山.

†通讯作者. E-mail: gangg6010@126.com.

于推进剂,因此,采用推力器管理角动量会增加卫星质量,对于质量敏感的航天器是额外的负担;而磁力矩器会引入电磁干扰,形成卫星的通信和控制系统的潜在隐患.此外,推力器和磁力矩器的开关脉冲式工作方式会影响卫星,特别是微小卫星姿态的稳定度和指向精度.

研究表明,环境力矩作为造成卫星角动量变化的主要因素,通过设计算法也可以用来实现卫星角动量的管理<sup>[10]</sup>.在先前的研究<sup>[11]</sup>中,笔者提出了一种基于气动力矩的LEO(low earth orbit)卫星角动量管理算法,并仿真验证了算法的可行性.算法以LEO卫星的主导环境力矩,即气动力矩<sup>[12-13]</sup>为媒介,实现卫星角动量的管理.相比于传统角动量管理算法,其优势在于:1)算法将主导环境摄动力矩转化为控制力矩,有效降低了环境摄动对角动量的影响;2)算法通过控制卫星太阳阵的微小偏转角度实现气动力矩的转化利用,不需要卫星设计额外执行机构;3)气动力矩是连续变化的,不会引入电磁干扰等额外影响.本文将考虑工程实践中的诸多约束,进一步完善基于气动力矩的卫星角动量管理算法,使其具备工程实用的价值.

相比于地面环境的复杂性,更为简单的空间环境使得卫星的姿态及角动量变化预测具备更高的准确性和可信度<sup>[14-15]</sup>.因此,本文所设计的角动量管理算法利用线性化动力学模型预测卫星姿态和角动量变化,通过控制卫星太阳阵适当的微小角度偏转,将差分气动力矩转化为控制力矩实现角动量管理.为了提高角动量管理效率,降低角动量管理算法对卫星其他系统的影响,确保角动量管理算法符合工程实现的约束,本文将太阳阵的偏转角度求解建模为二次规划问题(quadratic programming, QP),并采用微推力器和滞环控制算法作为辅助,提高角动量管理的可靠性和鲁棒性.仿真实验表明,本文所设计的角动量管理算法能够有效实现LEO卫星角动量的管理,降低卫星角动量管理的消耗.

## 1 气动力矩模型

本文所设计的基于气动力矩和模型预测的角动量管理算法适用于具有图1所示结构的一类对地观测LEO卫星.

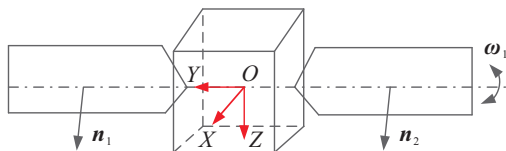


图1 卫星结构模型

为使文中内容简明准确,定义本文中所用坐标系:1)惯性坐标系,坐标原点位于地心、 $x$ 轴指向春分点、 $z$ 轴垂直于赤道面指向北极的右手坐标系;2)轨道坐标系,坐标原点位于卫星质心、 $z$ 轴指向地心、 $y$ 轴指向轨道角动量反方向的右手坐标系;3)本体坐标系,坐标原点位于卫星质心、坐标轴平行于卫星主惯量轴的右手坐标系(见图1).

视近地轨道稀薄气体为自由分子流,可以得到LEO卫星所受气动力和力矩计算公式为

$$\mathbf{F}_a = -\frac{1}{2}C_D\rho S(\mathbf{n}^T\mathbf{v}_s)\mathbf{v}_s, \quad (1)$$

$$\mathbf{T}_a = \mathbf{L}_a \times \mathbf{F}_a. \quad (2)$$

其中: $C_D$ 是气动阻力系数; $\rho$ 是稀薄气体密度; $S$ 是卫星迎风面面积; $\mathbf{n}$ 是卫星瞬时速度在本体下单位方向矢量; $\mathbf{L}_a$ 是卫星气动压心至质心的气动力臂矢量; $\mathbf{v}_s = \mathbf{R}_{bi}(\mathbf{v}_{\text{sate}} - \boldsymbol{\omega}_a \times \mathbf{r})$ 是卫星相对于稀薄气体分子流的速度, $\mathbf{R}_{bi}$ 是惯性坐标系至本体坐标系的转换矩阵, $\mathbf{r}$ 和 $\mathbf{v}_{\text{sate}}$ 是卫星瞬时位置和速度, $\boldsymbol{\omega}_a$ 是稀薄气体分子流惯性系下旋转角速度.

由图1所示结构卫星的太阳阵引入的差分气动力矩为

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{T}_a &= \mathbf{T}_{a1} + \mathbf{T}_{a2} = \\ &= -\frac{1}{2}C_D\rho S[(\mathbf{n}_1^T\mathbf{v}_s)\mathbf{L}_1 + (\mathbf{n}_2^T\mathbf{v}_s)\mathbf{L}_2] \times \mathbf{v}_s. \end{aligned} \quad (3)$$

其中: $\mathbf{T}_{a1}$ 和 $\mathbf{T}_{a2}$ 分别是由左右两侧太阳阵所引入的气动力矩; $\mathbf{n}_1$ 和 $\mathbf{n}_2$ 、 $\mathbf{L}_1$ 和 $\mathbf{L}_2$ 分别是式(1)和(2)中相对应的方向向量 $\mathbf{n}$ 及气动力臂矢量 $\mathbf{L}$ .不失一般性, $\mathbf{L}_1$ 可以描述为 $\mathbf{L}_1 = (l_x \ l_y \ l_z)^T = \mathbf{L}$ ;依据卫星的对称性结构, $\mathbf{L}_2 = (l_x \ -l_y \ l_z)^T = \mathbf{L} - 2\mathbf{L}_0$ ,其中 $\mathbf{L}_0 = (0 \ l_y \ 0)^T$ .

将气动力臂矢量表达式代入式(3),得到差分气动力矩计算式为

$$\Delta\mathbf{T}_a = -\frac{C_D}{2}\rho S[(\mathbf{n}_1 + \mathbf{n}_2)^T\mathbf{v}_s\mathbf{L} - 2\mathbf{n}_2^T\mathbf{v}_s\mathbf{L}_0] \times \mathbf{v}_s. \quad (4)$$

如果卫星左右两侧太阳阵分别在标称指向基础上按照相反方向额外旋转大小相同的角度 $\alpha$ ,则 $\mathbf{n}_1$ 和 $\mathbf{n}_2$ 计算表达式如下:

$$\mathbf{n}_1 = \mathbf{R}_y(\alpha) \cdot \mathbf{n}, \quad (5)$$

$$\mathbf{n}_2 = \mathbf{R}_y(-\alpha) \cdot \mathbf{n}. \quad (6)$$

其中: $\mathbf{n}$ 是太阳阵的标称指向,即太阳矢量在卫星 $XOZ$ 平面内投影的反方向; $\mathbf{R}_y(\alpha)$ 是沿卫星本体 $Y$ 轴的旋转矩阵,即

$$\mathbf{R}_y(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}. \quad (7)$$

工程中为降低太阳阵额外的旋转对卫星能源获取的影响等,旋转角度 $\alpha$ 被限定在接近于 $0^\circ$ 的小范围内,所以满足 $\sin \alpha \approx \alpha$ ,  $\cos \alpha \approx 1$ ,有

$$\mathbf{n}_1 + \mathbf{n}_2 = 2\mathbf{n}, \quad (8)$$

$$\mathbf{n}_2 = (\mathbf{I} + \mathbf{C}_1)\mathbf{n}. \quad (9)$$

其中: $\mathbf{I} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 是单位矩阵,而

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

将方程(5)~(10)代入(4),太阳帆引入差分气动力矩可简化为

$$\Delta \mathbf{T}_a = \mathbf{C}_{A1} \cdot \alpha + \mathbf{C}_{A0}. \quad (11)$$

其中

$$\mathbf{C}_{A1} = C_D \rho S \mathbf{n}^T \mathbf{C}_1^T \mathbf{v}_s \mathbf{L}_0 \times \mathbf{v}_s, \quad (12)$$

$$\mathbf{C}_{A0} = -C_D \rho S \mathbf{n}^T \mathbf{v}_s (\mathbf{L} - \mathbf{L}_0) \times \mathbf{v}_s. \quad (13)$$

## 2 角动量管理算法

在本节中,将依据姿态动力学和控制律建立刚体卫星角动量预测模型,并通过二次规划算法设计卫星角动量管理算法,以平衡角动量管理效率以及诸多工程约束等.同时针对气动效应弱的现状,通过微推和滞环控制算法辅助增强卫星角动量管理的能力及可靠性、鲁棒性.为简化算法设计,本文的姿态控制律选取工程中广泛应用的PD算法作为代表,所述方法同样适用于其他姿态控制律.于是,卫星的姿态控制与角动量管理系统可以用图2概括.

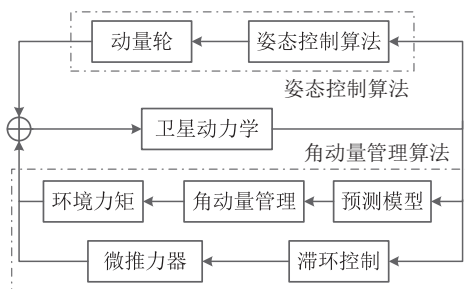


图2 卫星姿态控制与角动量管理系统

### 2.1 姿态动力学与控制律

包含动量轮结构的刚体卫星动力学数学模型为

$$\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{h}) = -\dot{\mathbf{h}} + \mathbf{T}. \quad (14)$$

其中: $\mathbf{I}$ 是卫星惯量矩阵; $\boldsymbol{\omega}$ 是惯性系下卫星角速度; $\mathbf{h}$ 是星体内动量轮形成的角动量; $\mathbf{T}$ 是外力矩,包括控制力矩和环境摄动力矩.

卫星姿态控制算法各异,其中PD控制因其简洁和可靠性已成为工程中应用最广泛的算法.采用动量轮作为执行机构的刚体卫星PD控制律为

$$\dot{\mathbf{h}} = \mathbf{K}_p \cdot \Delta \boldsymbol{\Psi} + \mathbf{K}_d \cdot \Delta \boldsymbol{\omega}. \quad (15)$$

其中: $\mathbf{K}_p$ 和 $\mathbf{K}_d$ 是比例和微分控制系数, $\Delta \boldsymbol{\Psi}$ 和 $\Delta \boldsymbol{\omega}$ 是卫星姿态角和姿态角速度与期望值的偏差.

### 2.2 角动量预测模型

在本文中,定义卫星姿态 $\boldsymbol{\Psi} = [\varphi \ \theta \ \psi]^T$ 由轨道系通过 $z$ - $x$ - $y$ 旋转顺序得到,因此,式(14)中卫星角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 与姿态角变化量间满足

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{bo} \begin{bmatrix} 0 \\ -\omega_0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

其中: $\omega_0$ 是轨道角速率, $\mathbf{R}_{bo}$ 是轨道坐标系至卫星本体坐标系的转换矩阵.对于对地观测卫星,卫星姿态符合小角度假设,因此转换矩阵可以近似为<sup>[16]</sup>

$$\mathbf{R}_{bo} = \begin{bmatrix} 1 & \psi & -\theta \\ -\psi & 1 & \varphi \\ \theta & -\varphi & 1 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

所以卫星角速度可以表示为

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} - \omega_0 \psi \\ \dot{\theta} - \omega_0 \\ \dot{\psi} + \omega_0 \varphi \end{bmatrix}. \quad (18)$$

在本文中,定义状态变量为 $\mathbf{x} = [\varphi \ \theta \ \psi \ \dot{\varphi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T$ ,定义控制变量(预测变量)为 $\mathbf{u} = [h_x \ h_y \ h_z]^T$ .忽略外界环境摄动力矩,卫星姿态动力学方程等价于

$$\begin{aligned} I_x \dot{x}_4 = & \\ I_x \omega_0 x_6 - (I_z - I_y)(x_5 - \omega_0)(x_6 + \omega_0 x_1) + & \\ u_2(x_6 + \omega_0 x_1) - u_3(x_5 - \omega_0) - \dot{h}_x, & \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} I_y \dot{x}_5 = & \\ -(I_x - I_z)(x_4 - \omega_0 x_3)(x_6 + \omega_0 x_1) + & \\ u_3(x_4 - \omega_0 x_3) - u_1(x_6 + \omega_0 x_1) - \dot{h}_y, & \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} I_z \dot{x}_6 = & \\ -I_z \omega_0 x_4 - (I_y - I_x)(x_4 - \omega_0 x_3)(x_5 - \omega_0) + & \\ u_1(x_5 - \omega_0) - u_2(x_4 - \omega_0 x_3) - \dot{h}_z. & \end{aligned} \quad (21)$$

对于零动量三轴稳定对地观测卫星,将卫星动力学方程(19)~(21)在 $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ 和 $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ 进行泰勒级数展开,忽略二阶及以上高阶小量,即可得到本文用于预测卫星角动量变化的数学模型

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{3 \times 3} & \mathbf{I}^{3 \times 3} \\ \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{d} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{d}. \quad (22)$$

其中

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} \frac{I_z - I_y \omega_0^2}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{I_y - I_x}{I_z} \omega_0^2 \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{I_z - I_y + I_x}{I_x} \omega_0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{I_y - I_x - I_z}{I_z} \omega_0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$\mathbf{B} = [\mathbf{0}^{3 \times 3} \quad \omega_0 \mathbf{C}_1^T]^T, \quad (25)$$

$$\mathbf{d} = [-\dot{h}_x \quad -\dot{h}_y \quad -\dot{h}_z]^T. \quad (26)$$

将模型(22)进一步离散化,得到工程应用方程

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(k) + \mathbf{d}(k). \quad (27)$$

其中:  $\mathbf{A}_d$  和  $\mathbf{B}_d$  是系数矩阵  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  相对应的离散方程系数矩阵; 而

$$\mathbf{d}(k) = \frac{1}{T_s} (\mathbf{u}(k) - \mathbf{u}(k-1)), \quad (28)$$

$T_s$  是离散系统的时间周期. 为简化算法设计, 选择  $T_s = 1$  s, 则预测模型转化为

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_{d1} \mathbf{u}(k) - \mathbf{B}_{d2} \mathbf{u}(k-1), \quad (29)$$

其中

$$\mathbf{B}_{d1} = \mathbf{B}_d + \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{3 \times 3} \\ \mathbf{I}^{3 \times 3} \end{bmatrix} = \mathbf{B}_d + \mathbf{B}_{d2}. \quad (30)$$

依据离散方程(29), 可以得到预测周期内卫星的姿态角和角速度的预测值为

$$\mathbf{X} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{x}(k) + \Phi_1 \mathbf{u}(k-1) + \Phi \cdot \mathbf{U}. \quad (31)$$

其中

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1|k) \\ \mathbf{x}(k+2|k) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(k+N|k) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{u}(k+1) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(k+N-1) \end{bmatrix}, \quad (32)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d \\ \mathbf{A}_d^2 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_d^N \end{bmatrix}, \quad \Phi_1 = \begin{bmatrix} -\mathbf{B}_{d2} \\ -\mathbf{A}_d \mathbf{B}_{d2} \\ \vdots \\ -\mathbf{A}_d^{N-1} \mathbf{B}_{d2} \end{bmatrix}, \quad (33)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{d1} \\ \mathbf{A}_d \mathbf{B}_{d1} - \mathbf{B}_{d2} \\ \mathbf{A}_d (\mathbf{A}_d \mathbf{B}_{d1} - \mathbf{B}_{d2}) \\ \vdots \\ \mathbf{A}_d^{N-2} (\mathbf{A}_d \mathbf{B}_{d1} - \mathbf{B}_{d2}) \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\left[ \begin{array}{ccc} \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{d1} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_d \mathbf{B}_{d1} - \mathbf{B}_{d2} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_d^{N-3} (\mathbf{A}_d \mathbf{B}_{d1} - \mathbf{B}_{d2}) & \cdots & \mathbf{B}_{d1} \end{array} \right], \quad (34)$$

$N$  是模型预测周期数,  $\mathbf{x}(k+i|k)$  是  $k^{\text{th}}$  周期内对  $(k+i)^{\text{th}}$  周期的卫星姿态角和角速度的预测值.

与标准模型预测算法通过构建目标代价函数获取最优控制不同, 本文中的模型预测结果(31)不是用于计算卫星姿态的最优控制, 而是用于预测卫星角动量变化. 因此, 针对卫星姿态PD控制律(15), 可以近似为如下离散形式:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(k) - \mathbf{h}(k-1) &\approx \dot{\mathbf{h}} \approx \\ [\mathbf{K}_p \quad \mathbf{K}_d] \mathbf{x}(k-1) &= \mathbf{K} \cdot \mathbf{x}(k-1), \end{aligned} \quad (35)$$

其中  $\mathbf{K} \in \mathbf{R}^{3 \times 6}$  是PD控制律系数矩阵. 为获取预测周期内卫星角动量变化趋势, 将PD控制律(35)引入模型预测结果(31), 经整理得到

$$\mathbf{U} = \mathbf{H}_{k-1} + \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{G} \cdot \mathbf{X}. \quad (36)$$

其中

$$\mathbf{H}_{k-1} = [\mathbf{h}(k-1)^T \quad \cdots \quad \mathbf{h}(k-1)^T]^T, \quad (37)$$

$$\mathbf{X}_{k-1} = [\mathbf{K} \mathbf{x}(k-1)^T \quad \cdots \quad \mathbf{K} \mathbf{x}(k-1)^T]^T, \quad (38)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{K} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{K} & \mathbf{K} & \cdots & \mathbf{0} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{3N \times 6N}. \quad (39)$$

此外, 还可以进一步将角动量表达式(36)代入方程(31), 可以得到预测周期内卫星姿态角和姿态角速度的变化趋势

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= (\mathbf{I} - \Phi \mathbf{G})^{-1} [\mathbf{F} \mathbf{x}(k-1) + \\ &\quad \Phi_1 \mathbf{u}(k-1) + \Phi \mathbf{H}_{k-1} + \Phi \mathbf{X}_{k-1}]. \end{aligned} \quad (40)$$

通过式(40), 可以调整PD控制参数  $\mathbf{K}_p$  和  $\mathbf{K}_d$ , 优化控制器, 镇定卫星姿态, 提高姿态控制器性能. 因为本文的中心在于角动量管理算法设计, 所以下文中仅对式(36)进行分析讨论, 对于式(40)的应用场景不再进行深入研究.

### 2.3 基于气动力矩的角动量管理算法

通过式(36)和(40)即可实现对卫星姿态和角动量变化的预测, 本文所设计的角动量管理算法也是基于式(36)来预测角动量变化趋势. 算法通过控制卫星太阳阵的额外偏转角度, 将太阳阵形成的差分气动力矩转化为角动量管理所需的控制力矩. 此外, 考虑

到气动效应强度的限制,角动量管理算法还设计了微推(或磁力矩器)和滞环控制作为辅助,在气动力矩无法独立完成角动量管理时辅助实现角动量管理,增强角动量管理的效率、可靠性和鲁棒性.图2展示了采用气动力矩管理角动量的卫星姿态控制系统组成结构.在系统中,通过动量轮实现卫星姿态控制,利用气动力矩配合微推力器的辅助完成角动量管理.

角动量管理算法的目标是消除角动量的无关波动和偏离,使角动量稳定在标称值(零动量)附近.此外,考虑工程应用场景,进行角动量管理时对太阳阵偏转角度的幅度和频率的影响要尽量小.因此,本文建立如下式所示优化目标平衡各系统需求和约束:

$$\min_{\Lambda} J = \frac{\gamma_1}{2}(\mathbf{U} - \mathbf{T})^T \mathbf{W}_1(\mathbf{U} - \mathbf{T}) + \frac{\gamma_2}{2} \mathbf{A}^T \mathbf{W}_2 \mathbf{A} + \frac{\gamma_3}{2} \Delta \mathbf{A}^T \mathbf{W}_3 \Delta \mathbf{A}. \quad (41)$$

其中

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{C} \end{bmatrix} \mathbf{A} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{C}_0 \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{A} + \tilde{\mathbf{C}}_0, \quad (42)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \alpha(k) \\ \vdots \\ \alpha(k+N-1) \end{bmatrix}, \quad (43)$$

$$\Delta \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \alpha(k+1) - \alpha(k) \\ \vdots \\ \alpha(k+N-1) - \alpha(k+N-2) \end{bmatrix} = \mathbf{C}_\Delta \mathbf{A}, \quad (44)$$

$$\mathbf{C}_\Delta = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}. \quad (45)$$

整理优化目标(41)得到

$$\min_{\Lambda} J = \frac{1}{2} \mathbf{A}^T \mathbf{Q} \mathbf{A} + \mathbf{d}^T \mathbf{A} + \mathbf{d}_0. \quad (46)$$

其中

$$\mathbf{Q} = \gamma_1 \tilde{\mathbf{C}}^T \mathbf{W}_1 \tilde{\mathbf{C}} + \gamma_2 \mathbf{W}_2 + \gamma_3 \mathbf{C}_\Delta^T \mathbf{W}_3 \mathbf{C}_\Delta, \quad (47)$$

$$\mathbf{d}^T = 2\gamma_1(\tilde{\mathbf{C}}_0 - \mathbf{U})^T \mathbf{W}_1 \tilde{\mathbf{C}}, \quad (48)$$

$$\mathbf{d}_0 = \gamma_1(\tilde{\mathbf{C}}_0 - \mathbf{U})^T \mathbf{W}_1(\tilde{\mathbf{C}}_0 - \mathbf{U}). \quad (49)$$

显而易见, $\mathbf{d}_0$ 是与优化变量 $\alpha$ 和 $\mathbf{A}$ 无关的常数向量.因此,原优化目标函数等价于下式所示的标准二次规划问题:

$$\min J = \frac{1}{2} \mathbf{A}^T \mathbf{Q} \mathbf{A} + \mathbf{d}^T \mathbf{A}. \quad (50)$$

此外,受工程实现中保证能源获取及太阳阵物理结构等约束,卫星太阳阵的偏转角度及其变化量需要约束在可行范围内,即

$$\alpha_{\min} \leq \alpha(k) \leq \alpha_{\max}, \quad (51)$$

$$\delta \alpha_{\min} \leq \alpha(k) - \alpha(k-1) \leq \delta \alpha_{\max}. \quad (52)$$

将约束条件(51)和(52)扩展应用到预测区间内每个控制周期,整理得到二次规划问题的约束条件为

$$\mathbf{A}_{ie} \mathbf{A} \leq \mathbf{b}_{ie}. \quad (53)$$

其中

$$\mathbf{A}_{ie} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{I} \\ \mathbf{C}_\Delta \\ -\mathbf{C}_\Delta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_{ie} = \begin{bmatrix} \alpha_{\max} \\ -\alpha_{\min} \\ \delta \alpha_{\max} \\ -\delta \alpha_{\min} \end{bmatrix}, \quad (54)$$

$$\alpha_{\max} = [\alpha_{\max} \quad \alpha_{\max} \quad \cdots \quad \alpha_{\max}]^T, \quad (55)$$

$$\alpha_{\min} = [\alpha_{\min} \quad \alpha_{\min} \quad \cdots \quad \alpha_{\min}]^T, \quad (56)$$

$$\delta \alpha_{\max} = [\delta \alpha_{\max} \quad \delta \alpha_{\max} \quad \cdots \quad \delta \alpha_{\max}]^T, \quad (57)$$

$$\delta \alpha_{\min} = [\delta \alpha_{\min} \quad \delta \alpha_{\min} \quad \cdots \quad \delta \alpha_{\min}]^T. \quad (58)$$

综上,式(50)和(53)构成了本文所设计的角动量管理算法的核心.

此外,受限于气动效应的强度,为保证角动量管理的效率、可靠性和鲁棒性,本文还设计了微推和滞环控制作为辅助角动量管理策略,在气动力矩无法独立实现角动量的有效管理前提下辅助完成.微推所采用滞环控制算法如下:

$$\mathbf{f}_k = (\|\mathbf{h}\| \geq \mathbf{k}_1) \& ((\|\mathbf{h}\| \geq \mathbf{k}_2) \& (\mathbf{f}_{k-1} == 1)), \quad (59)$$

$$\mathbf{u}_{mt} = \mathbf{f}_k \cdot \text{sign}(\mathbf{h}). \quad (60)$$

其中: $\mathbf{f}_k$ 和 $\mathbf{f}_{k-1}$ 是表征微推在 $k^{\text{th}}$ 和 $(k-1)^{\text{th}}$ 周期的工作状态; $\mathbf{k}_1$ 和 $\mathbf{k}_2$ 是角动量阈值且 $\mathbf{k}_1 \geq \mathbf{k}_2$ ;  $\text{sign}(\cdot)$ 是符号函数,表征微推输出方向,有

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0; \\ 0, & x = 0; \\ -1, & x < 0. \end{cases} \quad (61)$$

### 3 仿真实验与分析

下面通过仿真实验来验证本文的基于气动力矩和模型预测的角动量管理算法.仿真实验中采用可行性研究<sup>[11]</sup>中相同的卫星以及太阳阵模型和卫星轨道,卫星的主惯量为 $\mathbf{I}_{\text{sate}} = [3.5 \quad 2.1 \quad 3.8]$ .此外,实验中模拟了包括地磁力矩、重力梯度力矩、气动力矩和太阳光压力矩等空间环境扰动.

在验证角动量管理算法之前,首先通过仿真实

验证模型预测结果的准确性,实验结果如图3所示.在仿真实验中,选择预测周期 $N = 10$ .从仿真结果可以看出,模型预测结果随时间可以收敛至预测误差小于10%.因此,本文中的模型预测结果具备较高的准确性,满足角动量管理算法的需求.

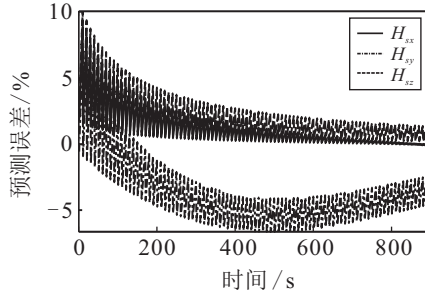


图3 角动量的模型预测误差

在获取卫星角动量的预测结果后,即可依据式(50)和(53)所述基于气动力矩的角动量管理算法计算卫星太阳阵的额外偏转角度,转化气动力矩控制卫星角动量.在基于气动力矩的角动量管理算法仿真实验中,选取500km太阳同步轨道,依据文献[11]的分析结论,选取 $10^\circ$ 的太阳阵最大额外偏转角度以保证能源获取,同时选择微推标准输出力矩为 $1 \text{ (mN} \cdot \text{m)}$ ,滞环控制阈值 $k_1 = 5 \text{ (mN} \cdot \text{m)}$ 和 $k_2 = 1 \text{ (mN} \cdot \text{m)}$ .

此外,航天工程中卫星太阳阵转动控制执行机构SADA(solar array drive assembly)指向精度可优于 $0.05^\circ$ ,转速可高于 $1.5^\circ/\text{s}$ [17],因此在仿真实验中,保留工程所需控制裕量的前提下,选择设定 $0.5^\circ/\text{s}$ 的太阳阵角速度约束,并在仿真中附加幅值为 $0.2^\circ$ 的太阳阵偏转角度随机偏差.相较于 $10^\circ$ 的最大允许偏转角度,太阳阵的指向偏差相对较小,因此,指向偏差对于仿真结果的影响很轻微.

图4和图5展示了仿真实验中关键数据.可以看出,通过在太阳阵上附加小角度偏转,能够有效进行角动量管理.仔细观察图4可以发现,气动力矩能够实现卫星滚动和偏航通道的角动量管理,但是受限于俯仰通道的气动效应幅度,俯仰通道的角动量管理在仿真实验中利用了微推力器辅助进行角动量管理(对应于图4中俯仰通道的10次角动量迅速变化).对比于图6所示相同条件下的使用微推力器管理卫星角动量的仿真实验,可以较为明显地发现,本文所设计的基于气动力矩的角动量管理算法管理得到的卫星角动量变化较为平缓,对卫星姿态控制的影响更小.此外,通过图5可以发现,仅需在正常运动基础上附加小幅值( $1^\circ$ 左右)的偏转角度,便可通过太阳阵形成差分气动力矩实现卫星角动量管理,对于卫星能源

获取等功能影响极小,可以忽略.

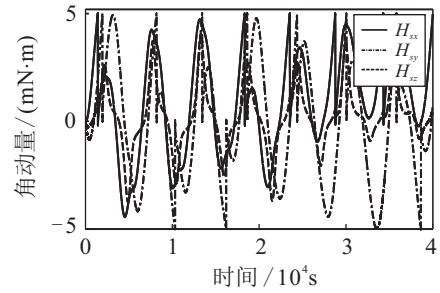


图4 基于气动力矩和模型预测的角动量管理效果

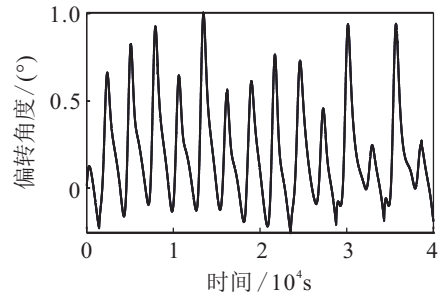


图5 太阳阵额外偏转角度

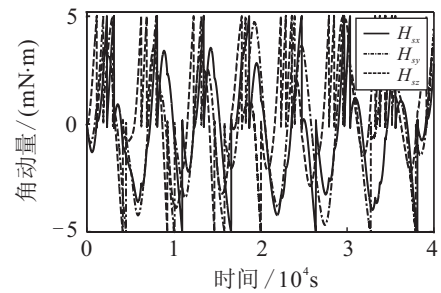


图6 微推力器管理卫星角动量效果

为进一步验证气动力矩角动量管理算法,本文设计了不同轨道条件下的仿真实验,表1统计了实验数据.其中: $N_A$ 表示本文基于气动力矩的角动量管理算法所需的推力器辅助控制脉冲数, $N_t$ 表示采用推力器进行角动量管理所需的控制脉冲数.由表1中统计数据可以看出,本文所设计的基于气动力矩和模型预测的LEO角动量管理算法,在推力器的辅助下可以在实现卫星角动量管理的同时,有效地减少卫星角动量管理消耗,提升控制系统的效率和可靠性.

表1 仿真实验结果统计

轨道类型	脉冲数 $N_A$	脉冲数 $N_t$	效率 $\eta/\%$
$i = 98^\circ$	64	408	84.31
$i = 60^\circ$	48	305	84.26
$i = 30^\circ$	74	215	65.58

仿真实验表明,本文所设计的基于气动力矩和模型预测的角动量管理算法能够在微推力器等辅助下完成角动量管理,并能有效节省卫星角动量管理的推进剂等消耗.但是,相比于推力器和磁力矩器等角动量管理方法的普适性,本文中所设计的角动量管理算

法应用场景主要受到以下两点限制:

1) 轨道高度. 由于气动效应随着轨道高度迅速衰减, 借助气动力矩进行角动量管理对于卫星轨道高度有严格的约束, 本文角动量管理算法仅适用于LEO卫星.

2) 卫星结构. LEO卫星必须具备图1所示对称的转动太阳阵结构, 才能够通过附加相反的偏转角度形成差分气动力矩实现角动量管理.

此外, 还包括诸如算法的计算量对于计算能力受限的卫星计算单元也会增加负担等工程应用细节. 但是, 从控制系统总体效果角度, 本文所设计的角动量管理算法利大于弊, 仍具有重大的工程应用价值.

## 4 结论

本文针对LEO卫星所设计的基于气动力矩和模型预测的角动量管理算法, 利用刚体卫星动力学模型预测卫星角动量变化, 通过在卫星太阳阵常规运动上附加额外的小角度偏转, 将LEO卫星的主导环境摄动力矩——气动力矩转化为角动量管理控制力矩. 仿真实验表明, 本文所设计的角动量管理算法能够在不影响卫星正常任务的前提下, 充分利用空间环境和卫星已有机构, 有效节省卫星角动量消耗, 提高系统的可靠性和鲁棒性, 具有客观的工程应用价值.

## 参考文献(References)

- [1] Vadali S R, Oh H S. Space station attitude control and momentum management—A nonlinear look[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1992, 15(3): 577-586.
- [2] Paynter S J, Bishop R H. Adaptive nonlinear attitude control and momentum management of spacecraft[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1997, 20(5): 1025-1032.
- [3] Chen X, Steyn W H, Hodgart S, et al. Optimal combined reaction-wheel momentum management for earth-pointing satellites[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1999, 22(4): 543-550.
- [4] Zhu M, Xu S. Stability-based SDRE controller for spacecraft momentum management[J]. *Acta Astronautica*, 2013, 89(4): 71-82.
- [5] Zhang Y, Yang L, Zhu Y, et al. Angular-momentum management of spacecraft electromagnetic docking considering the earth's magnetic field[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2013, 36(3): 860-869.
- [6] Zhang C, Huang X L. Angular-momentum management of electromagnetic formation flight using alternating magnetic fields[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2016, 39(6): 1292-1302.
- [7] Weiss A, Kalabi U V, Di Cairano S. Station keeping and

momentum management of low-thrust satellites using MPC[P]. *Aerospace Science and Technology*, 2018, 76(5): 229-241.

- [8] Kurland J A. Spacecraft momentum management system[P]. USA: 6, 293, 501. 2001-09-25.
- [9] Weiss A, Cairano D S, Walsh A. Concurrent station keeping, attitude control, and momentum management of spacecraft[P]. USA: 15/072, 861. 2017-09-21.
- [10] Orphee J, Diedrich B, Stiltner B C, et al. Solar torque management for the near earth asteroid scout cubeSat using center of mass position control[C]. 2018 AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. San Diego: AIAA, 2018: 1326-1336.
- [11] 张学钢, 朱振才, 陈宏宇, 等. 利用气动力矩卸载动量轮的策略[J]. *控制与决策*, 2018, 33(9): 1708-1712. (Zhang X G, Zhu Z C, Chen H Y, et al. Strategy for momentum wheels unloading utilizing aerodynamic torque[J]. *Control and Decision*, 2018, 33(9): 1708-1712.)
- [12] Schrello D M. Passive aerodynamic attitude stabilization of near earth satellites[C]. *Librations Due to Combined Aerodynamic and Gravitational Torques*. Southern California: North American Aviation Inc Columbus OH, 1961: 61-133.
- [13] Rawashdeh S. CubeSat aerodynamic stability at ISS altitude and inclination[C]. The 26th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellite. North Logan: AIAA, 2012: 1-12.
- [14] Afram A, Janabi-Sharifi F. Theory and applications of HVAC control systems—A review of model predictive control(MPC)[J]. *Building and Environment*, 2014, 72(2): 343-355.
- [15] Bächle T, Hentzelt S, Graichen K. Nonlinear model predictive control of a magnetic levitation system[J]. *Control Engineering Practice*, 2013, 21(9): 1250-1258.
- [16] 章仁为. 卫星轨道姿态动力学与控制[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1998: 141-143. (Zhang R W. *Satellite orbit & attitude dynamics and control*[M]. Beijing: Beihang University Press, 1998: 141-143.)
- [17] 王友平, 苗新. 航天器太阳电池阵驱动装置的新进展[J]. *导航与控制*, 2018, 17(5): 8-17. (Wang Y P, Miao X. New development for spacecraft solar array drive assembly[J]. *Navigation and Control*, 2018, 17(5): 8-17.)

## 作者简介

张学钢(1990—), 男, 博士生, 从事卫星动力学控制的研究, E-mail: gangg6010@126.com;

朱振才(1963—), 男, 研究员, 博士生导师, 从事卫星智能化管理等研究, E-mail: zczhu@hotmail.com;

陈宏宇(1976—), 男, 研究员, 博士, 从事空间信息传输等研究, E-mail: chenhy@shanghaitech.edu.cn.