

# 基于参数不确定机械臂系统的自适应轨迹跟踪控制

杨 亮<sup>1,2†</sup>, 陈 勇<sup>2</sup>, 刘 治<sup>3</sup>

(1. 电子科技大学中山学院 计算机学院, 广东 中山 528402; 2. 电子科技大学  
自动化工程学院, 成都 611731; 3. 广东工业大学 自动化学院, 广州 510006)

**摘 要:** 针对机械臂系统惯性参数及运动学参数不能准确测量进而影响轨迹跟踪性能的问题, 提出一种任务空间自适应轨迹跟踪控制方法, 通过定义关节角速度参考误差, 并将任务空间的轨迹跟踪误差及运动学参数误差反馈给控制器, 以改善系统稳定性, 设计电机参数传输矩阵及电机参数自适应率, 以抵消电机发热引起参数漂移对跟踪性能影响, 并给出了稳定性证明. 实验结果表明, 该方法能够较好地克服电机参数漂移对跟踪控制性能的影响.

**关键词:** 机械臂; 自适应控制; 参数不确定; 轨迹跟踪

中图分类号: TP273

文献标志码: A

## Adaptive trajectory tracking control for manipulator with uncertain dynamics and kinematics

YANG Liang<sup>1,2†</sup>, CHEN Yong<sup>2</sup>, LIU Zhi<sup>3</sup>

(1. School of Computer Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Zhongshan Institute, Zhongshan 528402, China; 2. School of Automation Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chendu 611731, China; 3. Faculty of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)

**Abstract:** In view of the control performance problem caused by imprecise measurement of inertia and kinematic parameters of manipulators, a task-space adaptive trajectory tracking control approach is proposed. By designing the joint reference error, the position tracking errors and kinematic parameters errors in task-space are transmitted to the controller in the form of feedback such that the stability of closed-loop system is improved. Then, the motor parameters transform matrix and parameter adaption laws are designed to counteract the effect of overheating of the motor on tracking control performance. Finally, the stability of the closed-loop system is proven. Experiment results show that the proposed scheme can effectively improve the control performance.

**Keywords:** manipulator; adaptive control; uncertain parameters; trajectory tracking

## 0 引 言

在新经济蓬勃发展的大背景下, 作为机器人的重要分支, 工业机械臂以其重复定位精度高、可靠性强的优点被广泛应用于航空航天、高精度零部件制造、国防工业等领域, 其中高精度轨迹跟踪问题是工业机械臂大规模应用的基础性问题, 国内外学者已进行了深入研究, 并取得了可喜的成果<sup>[1-6]</sup>. 文献[1]提出了一种鲁棒自适应摩擦力补偿方法, 能够有效解决存在未知有界干扰及摩擦力情况下的轨迹跟踪问题. 文献[2]提出了一种自抗扰轨迹跟踪控制器, 通过设计

扩张状态观测器对振动进行观测并给予补偿, 提高系统抗扰性能. 在此基础上, 文献[3]提出了一种考虑重力影响的轨迹跟踪控制器, 该控制器采用分离非线性间隙补偿项的方式对机械臂系统含有的间隙进行补偿, 提升机械臂在不同环境下的控制性能.

虽然机械臂轨迹跟踪控制已取得不错的控制效果, 但以上文献所提出控制方案均建立在机械臂运动学参数已知的假设基础之上. 在实际应用过程中, 由于被夹物体的大小、形状各不相同, 每次与物体的接触点位置也很难保持不变, 很难准确获取其运动学参

收稿日期: 2018-04-09; 修回日期: 2018-08-23.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61573108, U1613223, U1501251, U1613223); 广东省自然科学基金项目(2016A030313715, 2016A030313018); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(ZYGX2016J140); 四川省科技支撑计划项目(2016GZ0395, 2017GZ0395, 2017GZ0394); 中山市科技计划项目(2017A1024, 2017SF0603).

责任编辑: 方勇纯.

†通讯作者. E-mail: alex\_yangliang@foxmail.com.

数信息. 针对此问题,不少学者进行了深入研究,并取得进一步的进展<sup>[7-10]</sup>. 文献[7]提出了一种自适应雅可比矩阵控制方法,通过设计自适应率在线估计机械臂动力学及运动学参数,仅需获取机械臂末端的位置反馈信息即可实现轨迹跟踪. 为克服在动力学参数未知情况下控制性能难以量化的问题,文献[8]提出了一种基于机械臂逆动力学的自适应轨迹跟踪控制器,设计非线性自适应率抵消动力学系统中的非线性项,完成闭环系统的线性化与解耦,实现闭环系统跟踪性能的可量化. 随后,文献[9]提出了一种基于预测误差的自适应轨迹跟踪控制方法,通过设计力矩控制器及观测器,有效避免了关节角加速度难以精确测量的问题,并实现参数不确定空间机械臂的轨迹跟踪. 在此基础上,文献[10]采用基于雅可比矩阵估计的自适应控制方法成功解决了视觉伺服机械臂轨迹跟踪控制问题,具有实现简单且不需要测量图像空间运动速度的优点.

上述采用自适应控制的方法对于处理机械臂动力学和运动学的参数未知问题已较为成熟,但上述文献对于未知动力学参数均采用了参数线性化的方法,该方法要求机械臂结构已知,这一前提限制了以上文献所提出方法的进一步广泛应用;另一方面,机械臂在长时间运行后由于过热或外部环境的影响会造成电机参数漂移,进而影响系统控制性能. 针对以上问题,本文提出一种任务空间自适应轨迹跟踪控制方法,采用RBF神经网络处理动力学参数不确定问题,并设计电机参数传输矩阵及电机参数自适应率,以抵消电机发热引起参数漂移对跟踪性能的影响.

## 1 问题描述

由于电机参数及控制性能会随着外部温度及环境的变化而受到影响,为描述输出力矩随时间变化的情况,设计了电机参数传输矩阵 $T$ 来表征. 根据拉格朗日定理,机械臂动力学方程可由下式表示<sup>[11-15]</sup>:

$$\begin{cases} \tau = M(q)\ddot{q} + \left(\frac{1}{2}\dot{M}(q) + C(q, \dot{q})\right)\dot{q} + G(q); \\ \tau = T\tau_o. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\tau$ 为作用在关节上的驱动力矩, $\tau_o$ 为电机输出力矩, $T \in R^{n \times n}$ 为电机参数传输矩阵, $M(q)$ 为对称正定惯性矩阵, $C(q, \dot{q})$ 为哥氏力/离心力矩阵, $G(q)$ 为重力项.

令 $x \in R^n$ 为机械臂末端在任务空间的位置坐标,则有

$$x = f(q), \quad (2)$$

其中 $f(\cdot)$ 为角度空间到任务空间的非线性映射关系.

对式(2)两边同时求导,可得

$$\dot{x} = J(q)\dot{q}. \quad (3)$$

其中: $J(q) \in R^n$ 为雅可比矩阵, $\dot{x}$ 、 $\dot{q}$ 分别表示机械臂末端的速度及关节角速度.

由文献[16]可知,机械臂动力学及运动学方程具有如下性质:

**性质1** 由矩阵 $C(q, \dot{q})$ 的定义可知, $C(q, \dot{q})$ 为斜对称矩阵,且存在向量 $\xi \in R^n$ ,使得 $\xi^T C(q, \dot{q})\xi = 0$ 成立.

**性质2** 对于任意一个可微分向量 $\xi \in R^n$ ,如下等式成立:

$$J(q)\xi = Y_k(q, \xi)\alpha_k. \quad (4)$$

其中: $Y_k(q, \xi) \in R^{n \times m}$ 为运动学回归矩阵, $\alpha_k \in R^m$ 为运动学参数向量.

本文的控制目标主要是保证任务空间的轨迹跟踪误差趋近于零,即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta x = \lim_{t \rightarrow \infty} (x - x_d) = 0$ ,其中 $x_d$ 为期望轨迹. 为克服未知动力学参数对控制性能的影响,采用RBF神经网络对动力学参数进行估计. 一般而言,RBF神经网络包括输入层、隐含层、输出层. 隐含层的每个神经元节点包含一个高斯基函数,其表达式为

$$S(X) = \exp\left(-\frac{(X - b)^T(X - b)}{\sigma^2}\right). \quad (5)$$

其中: $\sigma$ 为高斯基函数的宽度, $b$ 为中心点, $X$ 为神经网络的输入向量.

**引理1** 假设 $g(x)$ 为任意定义在紧集 $\Omega$ 上的连续函数,存在RBF神经网络使得如下不等式成立:

$$\sup_{X \in \Omega} \left| g(X) - \sum_{i=1}^N \vartheta^* S(X) \right| \leq \epsilon.$$

其中: $\vartheta^*$ 为最优权重向量, $N$ 为隐含层神经元的个数, $\epsilon$ 为任意小的正常数.

## 2 基于任务空间的机械臂自适应神经网络控制

参考角速度定义如下:

$$\dot{q}_r = \hat{J}^{-1}(q, \hat{\alpha}_k)(\dot{x}_d - \beta\Delta x). \quad (6)$$

其中: $\hat{J}^T(q, \hat{\alpha}_k)$ 为雅可比估计矩阵, $\beta$ 为大于零的常数, $x$ 和 $x_d$ 分别表示任务空间内机械臂末端的实际轨迹及期望轨迹,且 $\Delta x = x - x_d$ . 设计如下参考角速度误差:

$$s = \dot{q} - \dot{q}_r, \quad (7)$$

对 $s$ 求导,可得

$$\dot{s} = \ddot{q} - \ddot{q}_r. \quad (8)$$

为减少计算量,将动力学方程(1)分为两部分

$$\begin{aligned}\mathfrak{F}_1(X_1) &= M(q)\ddot{q}_r, \\ \mathfrak{F}_2(X_2) &= (\dot{M}(q)/2 + C(q, \dot{q}))\dot{q}_r + G(q).\end{aligned}$$

由引理1可得

$$\mathfrak{F}_1(X_1) = \{\vartheta_1\}^T S(X_1) + \epsilon_1, \quad (9)$$

$$\mathfrak{F}_2(X_2) = \{\vartheta_2\}^T S(X_2) + \epsilon_2, \quad (10)$$

其中:  $X_1$  与  $X_2$  为神经网络的输入向量, 其表达式为  $X_1 = [\dot{q}_r^T, q^T]$ ,  $X_2 = [\ddot{q}_r^T, \dot{q}_r^T, q^T]$ ;  $S_1(X_1)$  和  $S_2(X_2)$  为高斯基函数,  $\vartheta_1$  和  $\vartheta_2$  为权重向量.

设计如下控制器:

$$\tau = -\hat{T}^{-1}\tau_o + \hat{T}^{-1}Y_a(\tau_o)\hat{\Theta}_a, \quad (11)$$

$$\tau_o = -\hat{\mathfrak{F}} + k_s s + \hat{J}^T(q, \hat{\alpha}_k)(\Delta\dot{x} + \Delta x) - \Psi. \quad (12)$$

其中:  $\hat{T}$  为电机参数传输矩阵的估计;  $Y_a(\tau_o) = \text{diag}\{-\tau_{o1}, -\tau_{o2}, \dots, -\tau_{on}\}$  为对角矩阵;  $\hat{\Theta}_a$  为电机自适应参数  $\Theta_a$  的估计值;  $\hat{\mathfrak{F}} = \hat{\mathfrak{F}}_1(X_1) + \hat{\mathfrak{F}}_2(X_2)$ ;  $k_s$  为正定矩阵;  $\Psi$  为自适应鲁棒项, 其表达式为

$$\Psi = -\hat{D}\Phi(s), \quad (13)$$

$\Phi(\cdot) = 2\text{actant}(\cdot)/\pi$ ,  $D = \bar{\epsilon}_1 + \bar{\epsilon}_2$  且  $\bar{\epsilon}_1 \geq \sup|\epsilon_1|$ ,  $\bar{\epsilon}_2 \geq \sup|\epsilon_2|$ ,  $\hat{D}$  为  $D$  的估计.

将控制器(11)代入动力学方程(1), 得

$$\begin{aligned}M(q)\dot{s} + \left(\frac{1}{2}\dot{M}(q) + C(q)\right)s - \tilde{\mathfrak{F}} + k_s s - \\ \Psi + \epsilon_1 + \epsilon_2 + \hat{J}^T(q, \hat{\alpha}_k)(\Delta\dot{x} + \Delta x) + \\ (T\hat{T}^{-1} - I)\tau_o - T\hat{T}^{-1}Y_a(\tau_o)\hat{\Theta}_a = 0,\end{aligned} \quad (14)$$

其中  $\tilde{\mathfrak{F}} = \hat{\mathfrak{F}} - \mathfrak{F}$  为估计误差.

结合  $Y_a(\tau_o)$  的定义, 式(14)中的最后两项可化简为

$$\begin{aligned}(T\hat{T}^{-1} - I)\tau_o - T\hat{T}^{-1}Y_a(\tau_o)\hat{\Theta}_a = \\ Y_a(\tau_o)(\bar{\Theta}_a - T\hat{T}^{-1}\hat{\Theta}_a).\end{aligned} \quad (15)$$

其中:  $\bar{\Theta}_a = 1 - (t_i/\hat{t}_i)$ ,  $T_j$  and  $\hat{T}_i$  分别为矩阵  $T$  和  $\hat{T}$  的第  $i$  列.

将式(15)代入(14), 可得

$$\begin{aligned}M(q)\dot{s} + \left(\frac{1}{2}\dot{M}(q) + C(q)\right)s - \\ \tilde{\mathfrak{F}} + k_s s - \Psi + \epsilon_1 + \epsilon_2 + \\ \hat{J}^T(q, \hat{\alpha}_k)(\Delta\dot{x} + \Delta x) + Y_a(\tau_o)\Delta\bar{\Theta}_a = 0,\end{aligned} \quad (16)$$

其中  $\Delta\bar{\Theta}_a = \bar{\Theta}_a - T\hat{T}^{-1}\hat{\Theta}_a$ .

两边同乘以  $s^T$ , 式(16)可转化为

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}s^T \dot{M}(q)s = \\ s^T(\tilde{\mathfrak{F}} - k_s s + \Psi - \epsilon_1 - \epsilon_2 - Y_a(\tau)\Delta\bar{\Theta}_a - \\ M(q)\dot{s} - C(q)s - \hat{J}^T(q, \hat{\alpha}_k)(\Delta\dot{x} + \Delta x)).\end{aligned} \quad (17)$$

由  $\Delta\bar{\Theta}_a$  的定义, 可得

$$\Delta\dot{\bar{\Theta}}_a = -T\hat{T}^{-1}\dot{\bar{\Theta}}_a, \quad (18)$$

电机参数自适应律设计为

$$\dot{\bar{\Theta}}_a = -\Gamma_a Y_a^T s + \Omega_a \bar{\Theta}_a. \quad (19)$$

控制器自适应律设计为

$$\dot{\hat{\alpha}}_k = -\Gamma_k Y_k^T(q, \dot{q})(\Delta\dot{x} + \Delta x) - \Omega_k \hat{\alpha}_k. \quad (20)$$

鲁棒自适应律为

$$\dot{\hat{D}} = \Lambda|s^T| - \Upsilon\hat{D}. \quad (21)$$

神经网络参数自适应律设计为

$$\dot{\hat{\vartheta}}_1 = -\Xi_1 S_1(X_1)s^T - \Upsilon_1 \hat{\vartheta}_1, \quad (22)$$

$$\dot{\hat{\vartheta}}_2 = -\Xi_2 S_2(X_2)s^T - \Upsilon_2 \hat{\vartheta}_2. \quad (23)$$

整个机械臂控制系统的控制框图如图1所示.

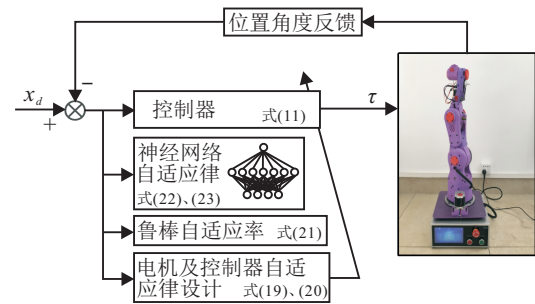


图1 控制器框图

**定理1** 考虑机械臂系统(1), 假定雅可比矩阵  $J(q)$  为非奇异矩阵, 采用控制律(11), 参数自适应律(19)~(23), 则任务空间轨迹跟踪误差将收敛于零点附近的小范围内.

**证明** 选取李雅普诺夫函数

$$\begin{aligned}V &= V_1 + V_2; \\ V_1 &= \\ &\frac{1}{2}s^T M(q)s + \frac{1}{2}\Delta\alpha_k^T \Gamma_k^{-1} \Delta\alpha_k + \\ &\frac{1}{2}\Delta x^T (I + \beta)\Delta x + \frac{1}{2}\Delta\bar{\Theta}_a^T \Gamma_a^{-1} \hat{T}T^{-1} \Delta\bar{\Theta}_a, \quad (24) \\ V_2 &= \\ &\frac{1}{2}\sum_{j=1}^N (\tilde{\vartheta}_1)_j^T \Xi_1^{-1} (\tilde{\vartheta}_1)_j + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^N (\tilde{\vartheta}_2)_j^T \Xi_2^{-1} (\tilde{\vartheta}_2)_j + \\ &\frac{1}{2}\sum_{j=1}^N (\tilde{D}_j)^T \Lambda^{-1} (\tilde{D}_j).\end{aligned} \quad (25)$$

其中  $\Delta\alpha_k = \alpha_k - \hat{\alpha}_k$ .

对  $V_1$  求导, 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 = \\ s^T M(q)\dot{s} + \frac{1}{2}s^T \dot{M}(q)s + \Delta\alpha_k^T \Gamma_k^{-1} \Delta\dot{\alpha}_k +\end{aligned}$$

$$\Delta x^T(I + \beta)\Delta \dot{x} + \Delta \bar{\Theta}_a^T \Gamma_a^{-1} \hat{T} T^{-1} \Delta \dot{\hat{\Theta}}_a. \quad (26)$$

应用性质1,并将式(17)~(19)代入(26),可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & s^T(\tilde{\mathfrak{F}} - k_s s - \hat{J}^T(q, \hat{\alpha}_k)(\Delta \dot{x} + \Delta x) + \\ & \Psi - \epsilon_1 - \epsilon_2) + \Delta \alpha_k^T \Gamma_k^{-1} \Delta \dot{\alpha}_k + \\ & \Delta x^T(I + \beta)\Delta \dot{x} - \Delta \bar{\Theta}_a \Gamma_a^{-1} \Omega_a \hat{\Theta}_a. \end{aligned} \quad (27)$$

由性质2及 $\Delta \alpha_k$ 的定义,有

$$\begin{aligned} \dot{x} - \hat{\dot{x}} = & \mathbf{Y}_k(q, \dot{q})\alpha - \mathbf{Y}_k(q, \dot{q})\hat{\alpha} = \\ & \mathbf{Y}_k(q, \dot{q})\Delta \alpha_k. \end{aligned} \quad (28)$$

由 $q_r$ 及 $s$ 的定义,可得

$$\begin{aligned} \hat{J}(q, \hat{\alpha}_k)s = & \hat{\dot{x}} - (\dot{x}d - \beta \Delta(x)) = \\ & \Delta \dot{x} + \beta \Delta x - \mathbf{Y}_k(q, \dot{q})\Delta \alpha_k. \end{aligned} \quad (29)$$

将式(20)及(29)代入(27),则有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & s^T(\tilde{\mathfrak{F}} - k_s s + \Psi - \epsilon_1 - \epsilon_2) - \Delta \dot{x}^T \Delta \dot{x} - \\ & \beta \Delta x^T \Delta x - \Delta \bar{\Theta}_a \Gamma_a^{-1} \Omega_a \hat{\Theta}_a - \\ & \Delta \alpha_k^T \Gamma_k^{-1} \Omega_k \hat{\alpha}_k. \end{aligned} \quad (30)$$

由式(13),可得

$$s^T(\Psi - \epsilon_1 - \epsilon_2) \leq |s^T|D + s^T \Psi = -|s^T|\tilde{D}. \quad (31)$$

因此, $\dot{V}_1$ 可化简为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 \leq & s^T \tilde{\mathfrak{F}} - s^T k_s s - |s^T|\tilde{D} - \Delta \dot{x}^T \Delta \dot{x} - \\ & \beta \Delta x^T \Delta x - \Delta \bar{\Theta}_a \Gamma_a^{-1} \Omega_a \hat{\Theta}_a - \\ & \Delta \alpha_k^T \Gamma_k^{-1} \Omega_k \hat{\alpha}_k. \end{aligned} \quad (32)$$

给合式(22)和(23),对 $V_2$ 求导,可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & \sum_{j=1}^N (\tilde{\vartheta}_1)_j^T \Xi_1^{-1} (\dot{\tilde{\vartheta}}_1)_j + \sum_{j=1}^N (\tilde{\vartheta}_2)_j^T \Xi_2^{-1} (\dot{\tilde{\vartheta}}_2)_j + \\ & \sum_{j=1}^N (\tilde{D}_j)^T \Lambda^{-1} (\dot{\tilde{D}}_j) = \\ & -s^T \tilde{\mathfrak{F}} - \sum_{j=1}^N (\tilde{\vartheta}_1)_j^T \Xi_1^{-1} \Upsilon_1 (\hat{\vartheta}_1)_j + |s^T|\tilde{D} - \\ & \sum_{j=1}^N (\tilde{\vartheta}_2)_j^T \Xi_2^{-1} \Upsilon_2 (\hat{\vartheta}_2)_j - \sum_{j=1}^N (\tilde{D}_j)^T \Lambda^{-1} \mathfrak{U} (\hat{D}_j). \end{aligned} \quad (33)$$

应用杨氏不等式,则有

$$\begin{aligned} -\Delta \bar{\Theta}_a \Gamma_a^{-1} \Omega_a \hat{\Theta}_a \leq & \\ -\frac{1}{2} \Delta \bar{\Theta}_a^T \Gamma_a^{-1} \Omega_a \Delta \bar{\Theta}_a + \frac{1}{2} \hat{\Theta}_a^T \Gamma_a^{-1} \Omega_a \hat{\Theta}_a, \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} -\Delta \alpha_k^T \Gamma_k^{-1} \Omega_k \hat{\alpha}_k \leq & \\ -\frac{1}{2} \Delta \alpha_k^T \Gamma_k^{-1} \Omega_k \Delta \alpha_k + \frac{1}{2} \hat{\alpha}_k^T \Gamma_k^{-1} \Omega_k \hat{\alpha}_k, \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} -(\tilde{\vartheta}_1)_j^T \Xi_1^{-1} \Upsilon_1 (\hat{\vartheta}_1)_j \leq & \\ -\frac{1}{2} (\tilde{\vartheta}_1)_j^T \Xi_1^{-1} \Upsilon_1 (\tilde{\vartheta}_1)_j + \frac{1}{2} (\hat{\vartheta}_1)_j^T \Xi_1^{-1} \Upsilon_1 (\hat{\vartheta}_1)_j, \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} -(\tilde{\vartheta}_2)_j^T \Xi_2^{-1} \Upsilon_2 (\hat{\vartheta}_2)_j \leq & \\ -\frac{1}{2} (\tilde{\vartheta}_2)_j^T \Xi_2^{-1} \Upsilon_2 (\tilde{\vartheta}_2)_j + \frac{1}{2} (\hat{\vartheta}_2)_j^T \Xi_2^{-1} \Upsilon_2 (\hat{\vartheta}_2)_j, \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} -(\tilde{D})_j^T \Lambda^{-1} \mathfrak{U} (\hat{D})_j \leq & \\ -\frac{1}{2} (\tilde{D})_j^T \Lambda^{-1} \mathfrak{U} (\tilde{D})_j + \frac{1}{2} (\hat{D})_j^T \Lambda^{-1} \mathfrak{U} (\hat{D})_j. \end{aligned} \quad (38)$$

将式(36)~(38)代入(33), $\dot{V}$ 可化为

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \dot{V}_1 + \dot{V}_2(t) \leq \\ & -k_s s^T s - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N (\tilde{\vartheta}_1)_j^T \Xi_1^{-1} \Upsilon_1 (\tilde{\vartheta}_1)_j - \\ & \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N (\tilde{\vartheta}_2)_j^T \Xi_2^{-1} \Upsilon_2 (\tilde{\vartheta}_2)_j - \Delta \dot{x}^T \Delta \dot{x} - \\ & \beta \Delta x^T \Delta x - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N (\tilde{D}_j)^T \Lambda^{-1} \mathfrak{U} (\tilde{D}_j) - \\ & \frac{1}{2} \Delta \bar{\Theta}_a^T \Gamma_a^{-1} \Omega_a \Delta \bar{\Theta}_a - \frac{1}{2} \Delta \alpha_k^T \Gamma_k^{-1} \Omega_k \Delta \alpha_k + \eta. \end{aligned} \quad (39)$$

其中

$$\begin{aligned} \eta = & \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N (\hat{\vartheta}_1)_j^T \Xi_1^{-1} \Upsilon_1 (\hat{\vartheta}_1)_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N (\hat{\vartheta}_2)_j^T \Xi_2^{-1} \Upsilon_2 (\hat{\vartheta}_2)_j + \\ & \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N (\hat{D}_j)^T \Lambda^{-1} \mathfrak{U} (\hat{D}_j) + \frac{1}{2} \hat{\Theta}_a^T \Gamma_a^{-1} \Omega_a \hat{\Theta}_a + \\ & \frac{1}{2} \hat{\alpha}_k^T \Gamma_k^{-1} \Omega_k \hat{\alpha}_k. \end{aligned}$$

选取常数

$$\begin{aligned} c = & \min \left\{ 2k_s \xi_{\min}(M(q)), \xi_{\min}(\Omega_a), \xi_{\min}(\Omega_k), \right. \\ & \left. \xi_{\min}(\Upsilon_1), \xi_{\min}(\Upsilon_2), \frac{I + \beta}{\beta}, \xi_{\min}(\mathfrak{U}) \right\}. \end{aligned} \quad (41)$$

其中 $\xi_{\min}(\cdot)$ 表示矩阵 $(\cdot)$ 的最小特征值,则有

$$\dot{V}(t) \leq -cV + \eta. \quad (42)$$

对式(42)两边积分,可得

$$V(t) \leq \left( V(0) - \frac{\eta}{c} \right) e^{-ct} + \frac{\eta}{c}. \quad (43)$$

由式(43)可知,李雅普诺夫函数 $V(t)$ 为非增函数,由于参数 $s, \Delta x, \hat{\vartheta}$ 有界,根据Barbalat引理,系统渐近稳定.  $\square$

### 3 实验结果及分析

轨迹跟踪实验在AnnoRobot机械臂平台上完成,该平台由AnnoRobot机械臂本体、控制器、上位机控制系统3部分组成.其中AnnoRobot机械臂拥有6个自由度,机械部分由3D打印制作而成,其主要机械结构参数如表1所示;上位机控制系统负责规划轨迹及在线控制,通过控制器驱动机械臂各关节转动,实验平台如图2所示.

表1 AnnoRobot机械臂D-H参数表

关节	$\theta$	$d/\text{mm}$	$a/(\text{°})$	$\alpha/(\text{°})$
1	$\theta_1$	264	0	90
2	$\theta_2$	0	225	0
3	$\theta_3$	70	0	90
4	$\theta_4$	147.3	0	90
5	$\theta_5$	40	0	90
6	$\theta_6$	0	150	0

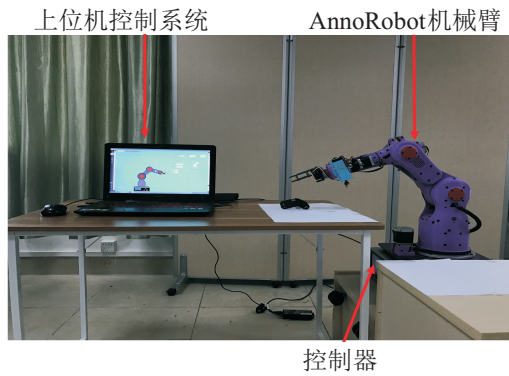


图2 基于AnnoRobot机械臂的实验平台

以机械臂基座原点为坐标原点,机械臂末端位置初始化为

$$x(0) = (0.2389, 0, 0.5146),$$

$$\dot{x}(0) = (0, 0, 0),$$

利用定理1给出的自适应控制方案(11)及(19)~(23),控制器参数初始化为 $k_s = \text{diag}(15), \Gamma_a = \text{diag}(12), \Gamma_k = \text{diag}(9), T = \text{diag}(1), \Xi_1 = \Xi_2 = \text{diag}(10), \Upsilon_1 = \Upsilon_2 = \text{diag}(12)$ ,令机械臂末端在笛卡尔空间的期望运动轨迹为 $x_d = [0.2624 + 0.045 \cos(\pi t), 0, 0.4823 + 0.045 \sin(\pi t)]^T$ .为验证本文所提出方法的有效性,将文献[7]中的方法与本文所提出方法作对比.为叙述方便,下面将文献[7]中的方法记为方法1,本文方法记为方法2,机械臂末端轨迹跟踪误差如图3和图4所示.其中虚线与实线分别表示应用方法1及方法2所得的轨迹跟踪误差.不难看出,相对于方法1,方法2具有更小的跟踪误差.

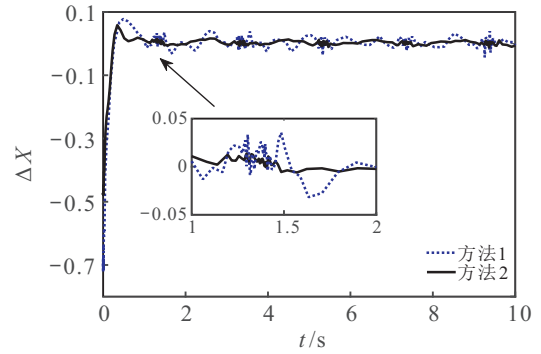


图3 机械臂末端x轴跟踪误差

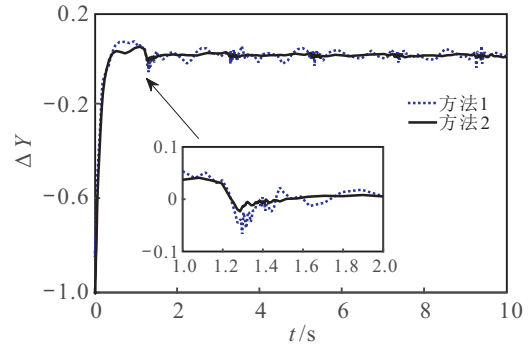


图4 机械臂末端y轴跟踪误差

此外,为进一步验证本文所提出方法的有效性,令机械臂做2万次往复运动,每个周期持续5s后,再分别应用方法1和方法2进行轨迹跟踪控制,其均方根误差分别为

$$(\Delta x_{\text{rmse}}^1, \Delta y_{\text{rmse}}^1) = (0.5439, 0.5741),$$

$$(\Delta x_{\text{rmse}}^2, \Delta y_{\text{rmse}}^2) = (0.2083, 0.3341),$$

所得的轨迹跟踪误差如图5所示.从以上结果不难看出,本文所提出方法对于克服电机发热导致参数漂移对控制性能的影响具有积极意义.

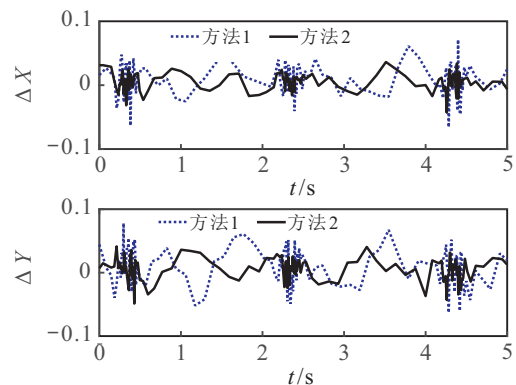


图5 执行往复运动2万次后机械臂末端轨迹跟踪误差

### 4 结论

本文提出了一种任务空间机械臂自适应轨迹跟踪方法.该方法采用RBF神经网络处理动力学参数不确定问题,将动力学分成两部分,分别设计两个神经网络同时处理,有效去除了参数线性化方法要求

“机械臂结构已知”这一假设前提;并设计了电机参数自适应率,以抵消电机发热引起参数漂移对跟踪性能的影响.实验结果验证了所提出方法的有效性.

#### 参考文献(References)

- [1] Tomei P. Robust adaptive friction compensation for tracking control of robot manipulators[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000, 45(11): 2164-2169.
- [2] 刘福才, 梁利环, 高娟娟, 等. 不同重力环境的空间机械臂自抗扰轨迹跟踪控制[J]. *控制理论与应用*, 2014, 31(3): 352-360.  
(Liu F C, Liang L H, Gao J J, et al. Trajectory tracking control with active disturbance rejection for space manipulator in different gravity environments[J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(3): 352-360.)
- [3] 刘福才, 侯甜甜, 秦利, 等. 考虑铰间间隙和重力影响的空间机械臂轨迹跟踪控制[J]. *控制理论与应用*, 2015, 32(5): 665-673.  
(Liu F C, Hou T T, Qin L, et al. Trajectory tracking control of space manipulator considering joint clearance and gravity[J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(5): 665-673.)
- [4] Chen C, Liu Z, Zhang Y, et al. Saturated nussbaum function based approach for robotic systems with unknown actuator dynamics[J]. *IEEE Trans on Cybernetics*, 2016, 46(10): 2311-2322.
- [5] Chen C, Wen C, Liu Z, et al. Adaptive asymptotic control of multivariable systems based on a one-parameter estimation approach[J]. *Automatica*, 2017, 83: 124-132.
- [6] Yang C, Jiang Y, He W, et al. Adaptive parameter estimation and control design for robot manipulators with finite-time convergence[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 2018, 65(10): 8112-8123.
- [7] Cheah C C, Liu C, Slotine J J E. Adaptive tracking control for robots with unknown kinematic and dynamic properties[J]. *The Int J of Robotics Research*, 2006, 25(3): 283-296.
- [8] Wang H, Xie Y. Adaptive inverse dynamics control of robots with uncertain kinematics and dynamics[J]. *IEEE Trans on Robotics*, 2009, 45(9): 2114-2119.
- [9] Wang H, Xie Y. Prediction error based adaptive Jacobian tracking for free-floating space manipulators[J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(4): 3207-3221.
- [10] Wang H. Adaptive visual tracking for robotic systems without image-space velocity measurement[J]. *Automatica*, 2015, 55: 294-301.
- [11] 杨亮, 傅瑜, 何怀文. 基于腿部关节控制的仿人机器人偏摆力矩控制方法[J]. *控制与决策*, 2016, 31(1): 79-83.  
(Yang L, Fu Y, He H W. A yaw moment control method for humanoid robot based on leg joints control[J]. *Control and Decision*, 2016, 31(1): 78-83.)
- [12] Yang L, Liu Z, Zhang Y. Online walking control system for biped robot with optimized learning mechanism: An experimental study[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2016, 86(3): 2035-2047.
- [13] Yang L, Liu Z, Zhang Y. Energy-efficient yaw moment control for humanoid robot utilizing arms swing[J]. *Int J of Precision Engineering and Manufacturing*, 2016, 17(9): 1121-1128.
- [14] Yang L, Liu Z, Zhang Y. Robust fuzzy adaptive yaw moment control of humanoid robot with unknown backlash nonlinearity[J]. *IEEE/CAA J of Automatica Sinica*, 2017, 4(1): 1-13.
- [15] 刘福才, 梁利环, 秦利, 等. 考虑重力影响的空间机械臂轨迹跟踪滑模控制[J]. *控制与决策*, 2014, 29(10): 1856-1860.  
(Liu F C, Hou L H, Qin L, et al. Sliding mode control for space manipulator trajectory tracking considering effects of gravity[J]. *Control and Decision*, 2014, 29(10): 1856-1860.)
- [16] Liu Y C, Khong M H. Adaptive control for nonlinear teleoperators with uncertain kinematics and dynamics[J]. *IEEE/ASME Trans on Mechatronics*, 2015, 20(5): 2550-2562.

#### 作者简介

杨亮(1980—), 男, 副教授, 博士, 从事智能机器人系统及技术等研究, E-mail: alex\_yangliang@foxmail.com;

陈勇(1977—), 男, 教授, 博士生导师, 从事先进控制技术等研究, E-mail: ychencd@uestc.edu.cn;

刘治(1977—), 男, 教授, 博士生导师, 从事控制机器人控制、模糊控制等研究, Email: lz@gdut.edu.cn.

(责任编辑: 孙艺红)