

线性扩张状态观测器的观测误差讨论

高钦和, 董家臣[†]

(火箭军工程大学 兵器发射理论与技术国家重点实验室, 西安 710025)

摘要: 给出一种量化表述线性扩张状态观测器(LESO)观测误差的近似方法. 通过线性化“总扰”项, 从时域内推导出LESO的观测误差解析式, 包括动态响应部分和稳态静差部分. 进而提出将静差解析式作为观测误差的量化表达式, 并使用该方法讨论LESO取不同构建方式对观测精度产生的影响, 分析建模不准确、输入量存在偏差情况下观测器的容错能力. 仿真结果很好地验证了讨论结论的正确性, 从而间接证明了将量化表达式作为一种描述LESO观测精度的近似方法的可行性.

关键词: 线性扩张状态观测器; 线性化; 观测静差; 构建方式; 容错性

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Discussion on observation error of linear extended state observer

GAO Qin-he, DONG Jia-chen[†]

(National Key Discipline Laboratory of Armament Launch Theory & Technology, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China)

Abstract: An approximate method for quantifying the observation error of the linear extended state observer (LESO) is proposed. By linearizing “total disturbance”, the analytic expression of the observation error of the LESO is derived in the time domain, including the dynamic response part and the steady-state static part. The analytic expression of the static error is then proposed as the quantitative expression of the observation error. This method is used to discuss the effect of different construction methods on the observation accuracy of the observer, and the fault tolerance of the observer is analyzed in the case of inaccurate modeling and input deviation. Simulation results verify the correctness and practicability of the conclusions obtained, which indirectly proves the feasibility of using this quantified expression as an approximate method to describe the observation precision of the LESO.

Keywords: linear extended state observer; linearization; static observation error; construction method; fault tolerance

0 引言

基于状态反馈理论构建闭环控制回路是解决不确定非线性系统高性能控制的有效方案. 受控对象的数学模型往往经简化而来, 其未建模部分、建模不准确部分的存在使得诸多基于模型的控制技术难以获得出色的控制效果. 而不基于模型的经典PID控制由于只使用系统的可测状态构建反馈, 不仅在响应速度与超调之间需要进行取舍, 而且参数的整定也过分依赖工程经验. 中科院韩京清教授提出的自抗扰控制技术(ADRC)^[1-3]在继承PID“基于误差消除误差”思想精髓的基础上, 通过对包含系统内扰和外扰的“总和扰动项”的实时观测、动态补偿, 最终将系统转化成积分串联标准型进行控制, 从而使闭环系统能够获得良好的控制性能. 目前, ADRC在工业上已经获

得了越来越广泛的应用^[4].

扩张状态观测器(ESO)作为ADRC的关键部分, 需要在不依赖扰动模型的前提下对受控对象的各阶状态作出有效估计, 输出的观测值既用于构建系统控制率又参与补偿环节的反馈线性化, 因而, 其观测器的观测性能直接影响整个系统的控制效果. 引入线性误差函数的扩张状态观测器(LESO)有着更高效的参数整定规律^[5], 能够同时在时域、频域内对其进行理论分析, 因此, 诸多学者展开了对LESO观测性能的研究. 文献[6-7]在时域内给出被控对象动态模型未知时观测误差有界的理论证明, 同时对线性自抗扰控制(LADRC)的稳定性进行了探究; 文献[8]对二阶系统LESO收敛性、频带特性和滤波性能进行分析, 并通过仿真进一步分析了LADRC的稳定性和抗扰

收稿日期: 2018-03-18; 修回日期: 2018-07-17.

基金项目: 国家自然科学基金项目(51475462).

责任编辑: 段志生.

[†]通讯作者. E-mail: dongjc86@163.com.

性;文献[9]则使用频域分析法分析了LESO的跟踪性能,通过非“3w”法参数整定原则对LESO进行了改进;文献[10]证明了高阶LESO的收敛性,通过仿真得出了增加扩张阶数和提高带宽均能提高观测精度的结论;文献[11]以二阶系统为研究对象,在频域内分析了高阶LESO的收敛性、参数敏感度、干扰抑制能力,并与传统LADRC进行了对比.作为自抗扰控制的最新研究成果,上述文献克服了ADRC主要源自仿真、缺少理论分析的不足,对LESO观测误差的收敛性、有界性、观测系统的稳定性等性质给出了严谨的分析.然而,在对LESO观测精度的分析上,文献中所采用的欧氏范数结合不等式放缩求上确界^[6-7,10]、数值仿真^[8,10]以及传递函数描述^[8-9,11]等方法,在分析过程上较为复杂,在对观测误差的描述上也不够直观.

在LESO的实际应用中,诸如确定观测器总扰项的构建方式、比较输入量存在偏差对观测结果的影响、整定满足一定观测精度指标下的最优观测增益系数,以及比较不同结构的LESO对系统各阶状态的观测精度等场合,往往更需要对LESO的观测误差有一个量化的表述,为观测精度的比较提供一个评价参考,但目前尚无相关文献提供借鉴.

为此,本文基于微分线性化思想,通过对扰动的一阶泰勒近似,在时域内推导出LESO的观测误差解析式,进而提出将观测静差作为描述LESO观测精度的量化表达式.为验证这种描述观测精度的近似方法的可行性,针对目前LESO应用时存在的实际问题:1)总扰项构建方式如何确定,2)系统建模不准确和观测器输入量存在慢时变偏差对观测精度有何影响,使用量化表达式对其展开讨论.最后,通过仿真验证所讨论结论的正确性,从而间接证明将量化表达式作为一种分析LESO观测误差的近似方法的可行性.

1 LESO的构建过程

考虑一类含未知扰动的SISO非线性时变系统

$$y^{(n)}(t) = f(y^{(n-1)}(t), \dots, y(t), w(t)) + bu(t). \quad (1)$$

其中: $u(t)$ 为系统的控制输入; b 为控制增益; $w(t)$ 为未知外界扰动; $f(y^{(n-1)}(t), \dots, y(t), w(t))$ 为表征系统动态和外扰的非线性函数; $y(t)$ 为系统量测输出.假设 $f(\cdot)$ 可微,且 $\dot{f}(\cdot) = h(t)$,令 $x_1(t) = y(t)$,引入“扩张状态” $x_{n+1}(t) = f(\cdot)$ 后,对系统进行状态空间描述,即

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t),$$

$$\begin{aligned} & \vdots \\ \dot{x}_n(t) &= x_{n+1}(t) + bu(t), \\ \dot{x}_{n+1}(t) &= h(t). \end{aligned} \quad (2)$$

将其整理为矩阵形式

$$\dot{X} = AX + Bu + Eh. \quad (3)$$

其中: $X = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_{n+1}(t)]^T$; A 为状态转移矩阵,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \in R^{(n+1) \times (n+1)}; B \text{ 为控}$$

制矩阵, $B = [0 \ \cdots \ 0 \ b \ 0]^T \in R^{(n+1) \times 1}$; E 为干扰矩阵, $E = [0 \ \cdots \ 0 \ 1]^T \in R^{(n+1) \times 1}$.

取 $e_1(t) = -y(t) - z_1(t)$.在 h 未知、无法利用干扰模型的前提下,按照经典扩张状态观测器的设计思路,采取忽略 h 的处理方式,并选择误差函数为线性形式,可建立LESO如下:

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = z_2(t) + \beta_1 e_1(t), \\ \vdots \\ \dot{z}_n(t) = z_{n+1}(t) + bu(t) + \beta_n e_1(t), \\ \dot{z}_{n+1}(t) = \beta_{n+1} e_1(t). \end{cases} \quad (4)$$

其矩阵形式为

$$\dot{Z} = AZ + Bu + Le_1. \quad (5)$$

其中: $Z = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_{n+1}(t)]^T$,为系统状态观测值; $L = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{n+1}]^T$,为可调的观测增益矩阵.观测误差方程可由式(3)~(5)得到,有

$$\dot{e} = A_e e + Eh. \quad (6)$$

其中: $e = X - Z$,为观测误差向量;系数矩阵

$$A_e = A - LC = \begin{bmatrix} -\beta_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -\beta_2 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\beta_n & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -\beta_{n+1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \in R^{(n+1) \times (n+1)}.$$

误差方程(6)的特征多项式为

$$f(\lambda) = |A_e - \lambda I_{n+1}| = \lambda^{n+1} + \beta_1 \lambda^n + \cdots + \beta_n \lambda + \beta_{n+1}. \quad (7)$$

在 L 阵的确定上,可以按照基于带宽的参数配置

方法^[5],将式(7)配成如下形式:

$$f(\lambda) = (\lambda + w_o)^{n+1}. \quad (8)$$

这样,所有特征根均重叠于左半平面的一个负实数 $-w_o$ 上(w_o 定义为LESO的带宽),既满足Lyapunov第一稳定条件,保证误差方程(6)的渐近收敛性,又将对 L 的构造简化为仅对带宽 w_o 的调节,大大简化了参数整定过程. 根据二项式定理,增益系数最终可确定为

$$\beta_i = \frac{(n+1)!}{i!(n+1-i)!} w_o^i, \quad i = 1, 2, \dots, n+1. \quad (9)$$

通过增益系数的结构可以看出,这种基于带宽思想设计的LESO在形式上属于一种高增益观测器(GHO)^[12],但它能在不使用扰动具体模型信息的前提下,同时对包括系统非可测项、未建模项以及内扰和外绕项在内的总和扰动——“扩张状态”进行观测,因此,具有更广的适用范围和应用前景.

2 LESO观测误差的量化表达及分析

误差方程(6)为非齐次形式,在扰动处于动态变化($h \neq 0$)时,LESO对系统状态的观测是有误差的. 总扰项的非线性和未知性特征使得量化观测误差存在困难,因而,当前文献^[6-7]多采用不等式放缩的方式,在时域内推导误差绝对值的上确界. 这种分析方式虽然严谨但推导过程复杂,对扰动的多重假设条件在一定程度上限制了结论的适应性,同时,推导结果涉及欧氏范数和不等式定义,不便于定性衡量误差的大小. 本节借鉴微分思想,通过对外扰项进行线性近似,量化表达LESO的观测误差.

2.1 观测误差的量化表达

假设 $f(\cdot)$ 光滑有界,在 t_0 时刻对其泰勒展开,有

$$\begin{aligned} f(t) &= \\ f(t_0) &+ \dot{f}(t_0)(t-t_0) + \frac{\ddot{f}(t_0)}{2!}(t-t_0)^2 + \dots = \\ f(t_0) &+ h(t_0)(t-t_0) + o(t-t_0). \end{aligned} \quad (10)$$

类比微分,取观测步长 $\Delta(t) = t - t_0$ 足够小,截断误差 $o(\Delta t)$ 可忽略时,可将模型未知扰动近似成线性变化来处理,在 $[t_0, t_0 + \Delta t]$ 内视 $h(t) = h(t_0) = h_0$ 为常数. 这种近似产生的截断误差不会超过

$$o(\Delta t) = \sum_{i=2}^{\infty} \frac{f^{(i)}(t_0)}{i!} (t-t_0)^i. \quad (11)$$

此时误差方程(6)变为常系数一阶线性非齐次微分矩阵方程,其时域解为

$$\begin{aligned} e(t) &= \\ \exp(A_e(t-t_0)) &e(t_0) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\int_{t_0}^t [\exp(A_e(t-\tau)) \cdot E h_0] d\tau = \\ &\exp(A_e t) e(t_0) \exp(-A_e t_0) + \\ &\int_{t_0}^t \exp(A_e(t-\tau)) d\tau \cdot E h_0. \end{aligned} \quad (12)$$

对于后一项, A_e 为非奇异矩阵,可继续化简,即

$$\begin{aligned} &\int_{t_0}^t \exp(A_e(t-\tau)) d\tau \cdot E h_0 = \\ &\exp(A_e t) \int_{t_0}^t \exp(-A_e \tau) d\tau \cdot E h_0 = \\ &\exp(A_e t) \cdot A_e^{-1} \cdot [\exp(-A_e t_0) - \exp(-A_e t)] \cdot E h_0 = \\ &\exp(A_e t) \cdot A_e^{-1} \cdot \exp(A_e t_0) \cdot E h_0 - \\ &\exp(A_e t) \cdot A_e^{-1} \cdot \exp(-A_e t) \cdot E h_0. \end{aligned} \quad (13)$$

由矩阵的指数展开公式

$$e^X = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} X^k, \quad (14)$$

对式(13)继续化简,有

$$\begin{aligned} &e^{A_e t} A_e^{-1} e^{-A_e t} = \\ &\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} (A_e t)^k \cdot (A_e t)^{-1} t \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} (-A_e t)^k = \\ &t \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} (A_e t)^{k-1} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} (-A_e t)^k = \\ &A_e^{-1} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} (A_e t)^k \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} (-A_e t)^k = \\ &A_e^{-1} e^{A_e t} e^{-A_e t} = A_e^{-1}. \end{aligned} \quad (15)$$

因此,在 $[t_0, t_0 + \Delta t]$ 内,观测误差的时域解最终可简化为

$$e(t) = \exp(A_e t) \cdot C - A_e^{-1} E h_0 = e_d + e_s, \quad (16)$$

其中 $C = e(t_0) \exp(-A_e t_0) + A_e^{-1} \exp(-A_e t_0) \cdot E h_0$, 为常值系数矩阵.

2.2 误差分析

式(16)即是线性化扰动项后LESO的观测误差解析式. 该误差由两部分组成:动态响应误差 e_d 和稳态观测静差 e_s .

1) 动态响应误差 e_d , 即

$$\begin{aligned} e_d &= \exp(A_e t) \cdot [e(t_0) \exp(-A_e t_0) + \\ &A_e^{-1} \cdot \exp(A_e t_0) \cdot E h_0] = \\ &\exp(A_e t) \cdot C. \end{aligned} \quad (17)$$

观察式(17),系数矩阵 A_e 表征 $\exp(A_e t)$ 的性质,影响 e_d 的模态分布,决定整个误差系统的收敛能力,通过整定 L 使 A_e 满足Hurwitz条件,可使 $e_d(t \rightarrow \infty) = 0$; $f(\lambda)$ 的特征根位置则决定误差收敛的速

度. 分析系数常值矩阵 C 的表达形式, 同样可将动态响应误差看作由两部分组成, 即

$$e_d = \exp(A_e t) \cdot [C_1(A_e) + C_2(A_e, h_0)]. \quad (18)$$

动态响应的幅度由系数矩阵 $C_1(A_e) + C_2(A_e, h_0)$ 决定. 在系数矩阵中 A_e 同样影响动态响应的幅值, 同时, 即便观测器 L 相同, 对不同扰动的动态响应幅度也不相同, 而且系数 C_2 还受广义扰动项的微分 h_0 的影响. 因此, LESO 的动态响应由观测器结构和总扰共同决定.

2) 稳态观测静差 e_s , 即

$$e_s = -A_e^{-1} E h_0, \quad (19)$$

该表达式等价于

$$A_e e_s = -E h_0, \quad \dot{e} = 0. \quad (20)$$

将式(20)展开、求解, 补充定义 $\beta_0 = 1$ 后, 可以得到线性化总扰项, 于是 LESO 的观测静差解析式为

$$e_{s(i+1)}(t) = \frac{\beta_i}{\beta_{n+1}} h_0, \quad i = 0, 1, \dots, n. \quad (21)$$

式(6)的渐近收敛性是 LESO 实现观测的必要条件, 通过整定 w_o 使得在单次观测步长 Δt 内, 收敛后的动态响应误差 $e_d \ll e_s$ 也是可以实现的. 因此, 本文忽略 e_d 部分, 以静差 e_s 作为衡量 LESO 观测精度的指标, 将式(19)~(21) 视为观测误差的量化表达式. 为方便起见, 后文描述观测静差时, e 即指 e_s .

注 1 上述推导过程建立在时间域 $[t_0, t_0 + \Delta t]$ 内, 量化表达可行的前提是: 1) 总扰项线性化 $h(t) \approx h(t_0) = h_0$ 造成的误差很小(或者 Δt 足够小); 2) 误差收敛足够迅速, e_d 可忽略.

注 2 若在任意步长 Δt 内前提 1) 和 2) 始终成立, 则在整体观测过程中即可使用表达式(19)~(21) 量化 LESO 的观测精度.

3 量化表达式的应用示例

在 LESO 的实际应用中存在两类问题: 1) 经典 LESO 在设计时, 会将系统的所有状态项视为“总扰”的一部分归入扩张状态中进行观测, 这种总扰构建方式忽略了部分先验信息的使用, 因此, 需要知道不同总扰构建方式对观测精度的影响; 2) 形式上 LESO 使用 e_1 构造各阶观测方程, 而在实际应用中, 输入 LESO 的系统量测输出往往含有偏差, 此时的 e_1 是不准确的, 需要知道这种偏差对各阶状态的观测是否有影响. 本节使用量化表达式, 对这两类问题展开讨论.

3.1 LESO 的构建方式讨论

将系统模型中的已知信息提取出, 重新列写式(1)为如下形式:

$$y^n(t) = a_1 y(t) + a_2 \dot{y}(t) + \dots + a_n y^{(n-1)}(t) +$$

$$b_0 u(t) + \varsigma(t). \quad (22)$$

其中: $a_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 和 b_0 均为已知参数, 且有 $b_0 \approx b$; 未知项 $\varsigma(t) = f(\cdot) + (b - b_0)u(t) - \sum_{i=1}^n a_i y^{(i-1)}(t)$ 不仅包含外界扰动和控制估算偏差, 还包含系统的未知线性项和状态耦合项. 不同于第 1 节中经典 LESO 的结构(4), 这里重新构造扩张状态 $x_{n+1} = \xi(t)$, 对应的 $h(t) = \zeta(t)$, 建立 LESO 如下:

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = z_2(t) + \beta_1 e(t), \\ \vdots \\ \dot{z}_n(t) = a_1 z_1(t) + \dots + a_n z_n(t) + \\ \quad z_{n+1}(t) + b_0 u(t) + \beta_n e(t), \\ \dot{z}_{n+1}(t) = \beta_{n+1} e(t). \end{cases} \quad (23)$$

对应的 $n + 1$ 阶误差矩阵方程更新为

$$\dot{e} = A_e e + E h, \quad (24)$$

其中

$$A_e = \begin{bmatrix} -\beta_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -\beta_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1 - \beta_n & a_2 & \dots & a_n & 1 \\ -\beta_{n+1} & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \in R^{(n+1) \times (n+1)}.$$

将其代入式(19), 展开后解得观测静差 ($\beta_0 = 1$) 为

$$\begin{cases} e_i(t) = \frac{\beta_{i-1}}{\beta_{n+1}} h_0, \quad i = 1, 2, \dots, n; \\ e_{n+1}(t) = \left(\beta_n - \sum_{i=1}^n a_i \beta_{i-1} \right) \cdot \frac{h_0}{\beta_{n+1}}. \end{cases} \quad (25)$$

保持阶数 n 不变, 假设扩张状态的构造中多引入 k 项, 即

$$\begin{aligned} x_{n+1}^*(t) &= \underbrace{a_{m_1} y^{(m_1-1)}(t) + \dots + a_{m_k} y^{(m_k-1)}(t)}_k + \varsigma(t) = \\ & \sum_{i=1}^k a_{m_i} y^{(m_i-1)}(t) + \varsigma(t), \\ & 1 \leq m_1 < \dots < m_k \leq n \in N^+, \\ h^*(t) &= x_{n+1}^*(t) = \sum_{i=1}^k a_{m_i} y^{m_i}(t) + \zeta(t). \end{aligned} \quad (26)$$

按照相同的求解方式, 误差表达式最终化为

$$\begin{aligned} e_i^*(t) &= \frac{\beta_{i-1}}{\beta_{n+1}} h_0^* = \\ e_i(t) &+ \frac{\beta_{i-1}}{\beta_{n+1}} \cdot \sum_{i=1}^k \frac{a_{m_i}}{h_0} y^{(m_i)}(t) = \\ e_i(t) &+ \frac{\beta_{i-1}}{\beta_{n+1}} \cdot \Delta_k, \quad i = 1, 2, \dots, n; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e_{n+1}^*(t) &= \\
&\left(\beta_n - \sum_{i=1}^n a_i \beta_{i-1} + \sum_{i=1}^k a_{m_i} \beta_{m_i-1}\right) \cdot \frac{h_0^*}{\beta_{n+1}} = \\
e_{n+1} &\cdot \frac{h_0^*}{h_0} + \sum_{i=1}^k a_{m_i} e_{m_i}^* = \\
e_{n+1} &+ \sum_{i=1}^k a_{m_i} e_{m_i}^* + \Delta_k. \quad (27)
\end{aligned}$$

对比式(25)与(27),在观测器增益不变的前提下,当LESO在构造过程中使用到的系统先验信息减少、构建的总扰中包含的已知项增多时,系统各阶状态的观测将引入增多项带来的静差增量 Δ_k .特别地,在对总扰的观测上,同时引入了增多的已知项所带来的观测静差 $\sum_{i=1}^k a_{m_i} e_{m_i}^*$.文献[13]通过4个假设条件对系统未知项作了严格限定,进而推导出观测静差的上确界,通过比较上确界的大小来描述观测误差的高低.这里使用静差量化表达式对不同构建方式下LESO的观测误差进行对比,从比较形式上更为简洁直观.考虑到扰动性质未知、系数 a_i 符号不定,直接定论何种构建方式能够提高观测精度是不准确的,但可定性地总扰项的构建规律作如下描述:

归纳1 在构建LESO时,保持观测器增益不变,使用更多的先验信息、减小总扰项所包含的已知成分有利于观测效果的提高.

注3 当总扰构建方式不同时,相同的LESO增益系数所对应的观测带宽^[5]也是不同的(事实上,此时经典LESO所定义的带宽是不存在的),这里暂不考虑带宽的改变对观测精度的影响.

3.2 LESO的容错性分析

分析建模不准确、输入LESO的系统量测输出存在偏差对观测带来的影响.

推论1 模型存在未建模部分 Δf ,若同样满足光滑有界条件,且在 $\Delta t \rightarrow 0$ 时可作线性化处理($\Delta \dot{f} = \Delta h_0$),则观测精度会产生 $-A_e^{-1} E \Delta h_0$ 的静差增量.

证明 此时静差表达式(19)更新为(\bar{e} 为静差新值)

$$\bar{e} = -A_e^{-1} E(h_0 + \Delta h_0) = e - A_e^{-1} E \Delta h_0. \quad (28)$$

显然,在系统建模存在不确定度的情况下, A_e 不变保证了误差系统(6)依旧渐近收敛,但建模的不准确使得静差值叠加了 $-A_e^{-1} E \Delta h_0$ 的偏差. \square

推论2 输入LESO的系统量测输出存在偏差,即 $y(t) = x_1(t) + \Delta y(t)$,若偏差 $\Delta y(t)$ 慢时变(在误差系统完成收敛的过程中可视为恒值),则观测器对系

统中(2~n)阶状态的观测精度不受影响.

证明 此时更新静差等式(20),有

$$A_e \bar{e} + E h + L \Delta y = 0. \quad (29)$$

依据叠加原理,将此误差分解为 $\bar{e} = e_0 + \Delta e$.其中: e_0 表征观测器的原始精度, Δe 则表示 Δy 造成的观测精度耗损量.联立式(20)和(29),易得精度耗损量的矩阵微分方程为

$$A_e \Delta e + L \Delta y = 0. \quad (30)$$

将该 $n+1$ 阶矩阵方程展开、化简,可解出稳态耗损量为

$$\Delta e = \begin{bmatrix} \Delta e_1 \\ \Delta e_2 \\ \vdots \\ \Delta e_n \\ \Delta e_{n+1} \end{bmatrix} = -A_e^{-1} L \Delta y = \begin{bmatrix} \Delta y \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -a_1 \Delta y \end{bmatrix}. \quad (31)$$

至此,推论2得证. \square .

由推论2的证明过程可见,虽然在结构上LESO依靠 e_1 趋于0的收敛实现对各阶状态的“复现”,但当 e_1 中引入慢时变偏差时,观测器对“中阶状态”(2~n阶)的观测精度并不受影响.这表明LESO具备优良的微分提取能力,可以与其他状态估计器串联,以提取更为准确的中阶状态信息.特别地,若在观测器的构造中,将 $y(t)$ 项归入扩张状态中(即 $a_1 = 0$),此时由归纳1,整体观测精度将有一定下降,但慢时变偏差的存在不会对扰动的观测带来额外的精度耗损.这能保证LADRC系统中补偿环节的相对准确,确保将被控对象等效为积分串联标准型的有效性,对伺服系统的控制精度提高有一定的作用.

归纳2 LESO具有一定的容错性.建模不准确不会影响观测的正常进行,但会产生 $-A_e^{-1} E \Delta h_0$ 的静差增量;输入量 $y(t)$ 中含有慢时变偏差时,LESO对“中阶状态”(2~n阶)的观测精度不受影响.

注4 系统实际量测输出中所含的偏差项通常可视为“光滑偏差+零均值噪声”的组合形式.光滑偏差通常由积分零漂、运算器件老化等造成,将其视为“慢时变”存在一定的合理性;在对噪声的影响及LESO滤波能力的研究上,目前已有诸多文献^[8-11]可供参考.

4 仿真及分析

第3节使用观测误差量化表达式推导出归纳1和归纳2,整个推导过程直观简洁.本节将通过仿真来验证归纳1和归纳2的正确性,以间接证明将量化表达式作为一种分析LESO观测规律的近似方法的

可行性.

考虑如下二阶运动控制系统(y 表示位移):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = 5x_1 - 1.41x_2 + w + 3.2u, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (32)$$

按照LADRC的构造原则,在对总扰项的观测误差可忽略时,通过设计扰动补偿可将系统(32)化为 $\dot{y} = u_0$ 的积分串联标准型,进而参考带宽控制思想,设计线性状态误差反馈控制率为PD型 $u_0 = w_c^2(r - y) - 2w_c\dot{y}$ 即可将系统整定为具有控制带宽 w_c 的如下二阶闭环系统:

$$H(s) = \frac{w_c^2}{(s + w_c)^2}. \quad (33)$$

参考输入分别选择幅值均为1的常值信号和正弦信号. 仿真中通用参数选取如下:控制器带宽 $w_c = 30$,正弦输入频率为50 Hz,观测器增益 $L = [6e + 2, 1.2e + 5, 8e + 6]^T$,仿真步长为 $1e-4$,求解器选为ode1(Euler).

4.1 归纳1的验证

构造三阶LESO,分别取总扰 $f_1 = w$ 、 $f_2 = -1.41x_2 + w$ 、 $f_3 = 5x_1 - 1.41x_2 + w$,分析其观测误差. 对应的扰动补偿率分别设计为

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{u_0 - 5z_1 + 1.41z_2 - z_3}{3.2}, \\ u_2 &= \frac{u_0 - 5z_1 - z_3}{3.2}, \\ u_3 &= \frac{u_0 - z_3}{3.2}. \end{aligned} \quad (34)$$

对应的LADRC仿真系统的设计如图1所示.

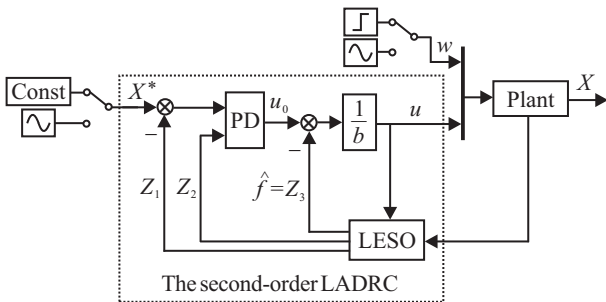
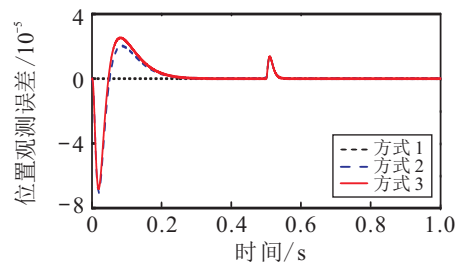


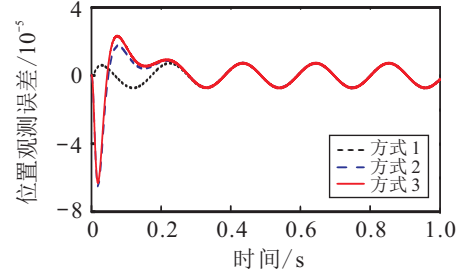
图1 LADRC系统仿真示意

加载的扰动 w 设计为:在0.5 s阶跃至2的阶跃信号以及幅值为2、频率为30 Hz的正弦信号. 图2给出了期望输入分别为常值信号、正弦信号时3种LESO不同扰动构造形式在阶跃、正弦扰动下的位置观测误差曲线.

期望输入为常值信号时,位置观测误差的大小与总扰构建的复杂度有相同规律,即 $f_1 < f_2 < f_3$. 图2(a)中由于扰动为阶跃信号,在0.5 s之前方式1的 z_3



(a) 加载阶跃信号

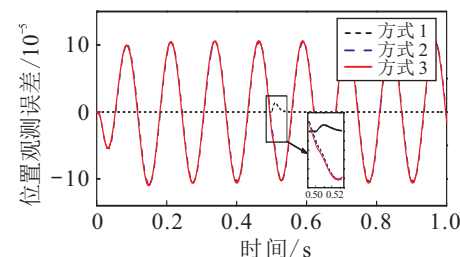


(b) 加载正弦信号

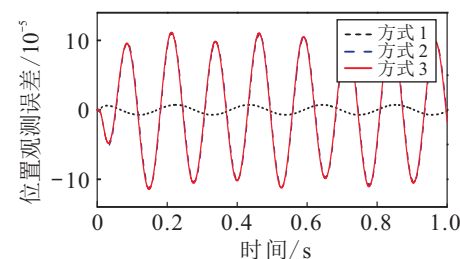
图2 常值输入下,分别加载阶跃、正弦扰动时LESO的位置观测误差曲线

能迅速收敛至零,位置观测误差始终很小;而其他两种形式的LESO, z_3 项包含了其他成分,观测负担较重,因此,经历约0.32 s才完成较为准确的观测. 扰动阶跃后,3种LESO构建方式均能及时调整 z_3 的收敛值,且调整规律相似,因此,3种误差变化曲线近乎重叠. 图2(b)扰动为时变正弦信号,此时3种形式的观测误差均增大,这是因为LESO的观测精度随扰动频率的升高而降低,但 $f_1 < f_2 < f_3$ 的观测误差规律仍成立.

图3中期望输入为正弦信号,对方式1的LESO观测精度影响并不大,规律与图2的分析结果一致;而方式2和方式3由于总扰项中包含了状态量 x_2 和 x_3 ,受到的影响相对较大. 事实上,分析观测静差表



(a) 加载阶跃信号



(b) 加载正弦信号

图3 正弦输入下,分别加载阶跃、正弦扰动时LESO的位置观测误差曲线

达式(21),观测误差与扰动微分成正比,因此,方式1的观测精度与系统状态无关.这与仿真的结果是相对应的.

4.2 归纳2的验证

1) 推论1的验证.

假设依据错误的模型

$$\ddot{y} = 5y - 1.51\dot{y} + w + 3.2u, \quad (35)$$

按照总扰构建方式1建立LESO,此时,因建模不准确带来的模型不确定度为 $\Delta f = -0.1\dot{y}$.

期望信号只考虑常值输入,获得仿真曲线如图4所示.

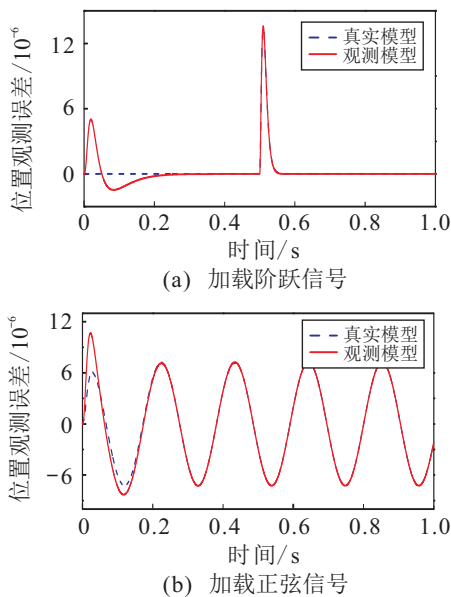


图4 常值输入下LESO的位置观测误差曲线

可见,LESO能正常完成观测,只是在误差的收敛上较准确的观测模型略有缓慢,存在约0.3s的调整过程. LESO的优势在于对模型极低的依赖性,建模不确定度可以等效为扰动的一部分,并不会阻断整个观测过程的进行.

2) 推论2的验证.

期望信号选为常值、加载扰动设为正弦信号,按4.1节中的方式1构造LESO,同时在其输入量中叠加常值偏差信号 $\Delta y = 0.1$,得到各阶状态的观测误差如图5所示.

输入量存在偏差后,LESO需经历约0.035s完成误差收敛过程,此时由图5知:对 x_1 追踪误差增大,处理仿真数据计算出误差增量稳定在0.1上;对 x_2 观测稳定后误差增量为0,可见对中阶状态的追踪并不受输入偏差的影响;对 x_3 误差增量稳定至-0.5.这与式(31)的计算结果是完全吻合的.

受算法构建原理以及参数整定的影响,使用状态估计器获得的系统状态估值总是存在一定的误

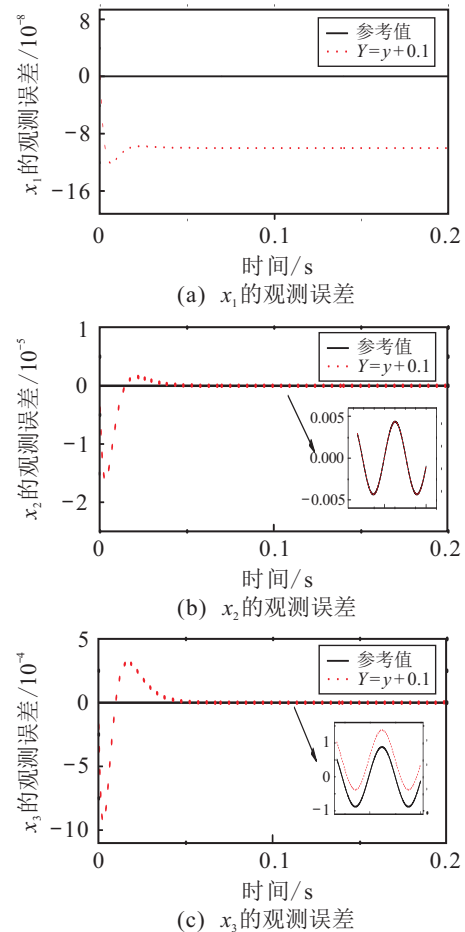


图5 LESO对各阶状态的观测误差(输入偏差 $\Delta y = 0.1$)

差.通常该部分误差可定性为系统误差,其偏差值可以视为慢时变.为进一步验证推论2的实用性,本文借鉴文献[13]中使用扩展卡尔曼滤波器(EKF)进行永磁同步电机(PMSM)无传感器控制的设计思路,设计了级联观测器——在EKF后串联LESO.具体仿真示意如图6所示.

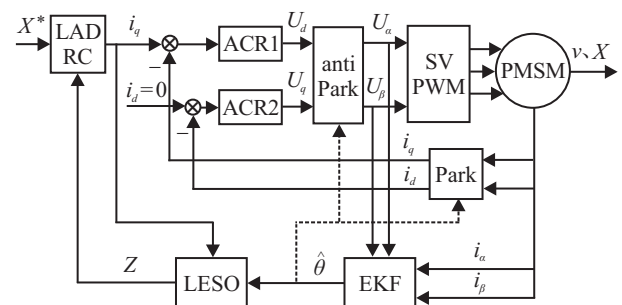


图6 PMSM的级联无传感器LADRC系统设计

文献[13]设计PI+EKF构成PMSM的无传感器控制系统,使用EKF进行状态估算,同时得到转角估算值 $\hat{\theta}$ 和转速估值 $\hat{\omega}$.在参数整定欠佳的工况下,EKF对各阶状态的估值存在一定偏差,这会使得 $\hat{\omega}$ 并不严格等于 $\hat{\theta}$ 的一阶微分.这里将 $\hat{\theta}$ 引入LESO中再次观测获得转速的新估值 $\hat{\omega}'$,作为反馈源引入PD中以构成LADRC系统. EKF出色的滤波能力使其具有对转

角信息粗提取的功能,而LESO既用来实现“中阶状态”——转速的精确提取,同时又构成整个LADRC系统.由于LESO对一阶状态没有校正作用,反馈至坐标变化环节的转角量仍使用EKF的估计值.电机伺服系统沿用文献[13]的参数设置,为保证收敛的迅速性,LESO的 w_o 设为1000.图7给出了转速的仿真估算曲线.

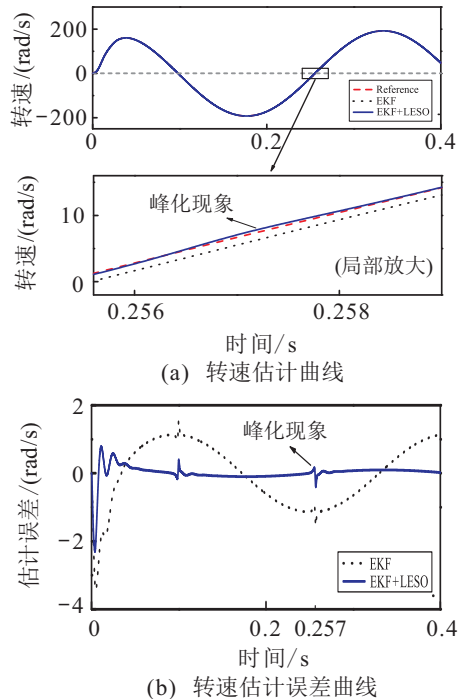


图7 EKF、LESO的转速估计曲线

EKF通过电压、电流估计出PMSM的转角和转速状态,逆变环节、观测噪声等干扰的不可避免,以及参数整定欠佳等原因使得估计值精度较低.将转角估值 $\hat{\theta}$ 中的误差视为慢时变输入偏差,引入LESO可以得到新的转速估计值,如图7(a)所示.图7(b)则直接给出了观测误差的比较情况,显然,新值的精度远远高于EKF的估计值,从而表明了LESO从含偏差信号中提取“中阶状态”这一性质的实用性.注意到,当误差值收敛至零时LESO的观测出现了明显的“峰化现象”^[14],这是“高增益”观测器的本质缺陷.出现在观测量中的这种抖振经LADRC的反馈作用最终将表现在PMSM的状态中,对实际控制产生不利影响.因此,在实际应用LESO时需要对峰化现象进行抑制以保证系统控制的稳定性.

5 结论

通过线性化总扰项,本文从时域内对LESO的观测误差进行了理论推导,并提出忽略动态响应分量,以静差来量化表达LESO的观测误差.为验证这种方法的可行性,给出了两个应用示例:1)总结总扰构建

方式对观测精度的影响规律;2)分析建模不准确和输入量存在偏差对各阶状态观测精度的影响.通过示例讨论得出如下结论:

1) 尽管LESO对系统模型具有极低的依赖性,但不同的构建形式对观测误差存在影响,在观测增益不变时,减小总扰项包含的已知成分有利于观测效果的提高.

2) LESO具有较好的容错性,系统模型的不准确不会影响观测的进行,输入LESO的状态量中存在慢时变偏差时,LESO对中阶状态的观测精度不受影响.

仿真结果很好地验证了讨论结论的正确性,从而间接证明了将量化表达式作为一种描述LESO观测精度的简洁、直观的近似方法是可行的.

参考文献(References)

- [1] 韩京清. 自抗扰控制技术——估计补偿不确定因素的控制技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008. (Han J Q. Active disturbance rejection control—Control technique for estimating and compensating uncertain factor[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008.)
- [2] Han J Q. From PID to active disturbance rejection control[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2009, 56(3): 900-906.
- [3] 黄一, 薛文超. 自抗扰控制: 思想、应用及理论分析[J]. 系统科学与数学, 2012, 32(10): 1287-1307. (Huang Y, Xue W C. Active disturbance rejection control: Methodology, applications and theoretical analysis[J]. Systems Science and Mathematical Science, 2012, 32(10): 1287-1307.)
- [4] 夏元清, 付梦印, 邓志红, 等. 滑模控制和自抗扰控制的研究进展[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(2): 137-147. (Xia Y Q, Fu M Y, Deng Z H, et al. Recent developments in sliding mode control and active disturbance rejection control[J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(2): 137-147.)
- [5] Gao Z Q. Scaling and bandwidth-parameterization based controller turning[C]. Proc of the 2003 American Control Conf. Denver, 2003: 4989-4996.
- [6] 陈增强, 孙明玮, 杨瑞光. 线性自抗扰控制器的稳定性研究[J]. 自动化学报, 2013, 39(5): 574-579. (Chen Z Q, Sun M W, Yang R G. On the stability of linear active disturbance rejection control[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(5): 574-579.)
- [7] Zheng Q, Linda Q G, Gao Z Q. On stability analysis of active disturbance rejection control for nonlinear time-varying plants with unknown dynamics[C]. Proc of the 46th IEEE Conf on Decision and Control. New Orleans, 2007: 3501-3506.
- [8] 袁东, 马晓军, 曾庆含, 等. 二阶线性自抗扰控制器频带特性与参数配置研究[J]. 控制理论与应用, 2013,

- 30(12): 1630-1640.
(Yuan D, Ma X J, Zeng Q H, et al. Research on frequency-band characteristics and parameters configuration of linear active disturbance rejection control for second-order systems[J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(12): 1630-1640.)
- [9] 王海强, 黄海. 扩张状态观测器的性能与应用[J]. 控制与决策, 2013, 28(7): 1078-1082.
(Wang H Q, Huang H. Property and application of extended state observer[J]. Control and Decision, 2013, 28(7): 1078-1082.)
- [10] 邵星灵, 王宏伦. 线性扩张观测器及其高阶形式的性能分析[J]. 控制与决策, 2015, 30(5): 818-822.
(Shao X L, Wang H L. Performance analysis on linear extended state observer and its extension case with higher extended order[J]. Control and Decision, 2015, 30(5): 818-822.)
- [11] 张皎, 杨旭, 刘源翔, 等. 高阶线性自抗扰控制器的性能评估[J]. 控制与决策, 2015, 30(7): 1162-1170.
(Zhang J, Yang X, Liu Y X, et al. Performance evaluation for active disturbance rejection with high-order line extended state observer[J]. Control and Decision, 2015, 30(7): 1162-1170.)
- [12] Ball A A, Khalil H K. Analysis of a nonlinear high-gain observer in the presence of measurement noise[J]. Proc of the America Control Conf, 2011, 145(2): 2584-2589.
- [13] 张猛, 肖曦, 李永东. 基于扩展卡尔曼滤波器的永磁同步电机转速和磁链观测器[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(36): 36-40.
(Zhang M, Xiao X, Li Y D. Speed and flux linkage observer for permanent magnet synchronous motor based on EKF[J]. Proc of the CSEE, 2007, 27(36): 36-40.)
- [14] 王新志. 自抗扰控制技术研究及其在发电机励磁控制中的应用[D]. 天津: 天津理工大学电气电子工程学院, 2008.
(Wang X Z. Research on auto-disturbance-rejection control and its application in excitation control[D]. Tianjin: School of Electrical and Electronic Engineering, Tianjin University of Technology, 2008.)
- [15] 李大字, 李征, 靳其兵, 等. 基于线性状态反馈和高阶泰勒逼近的自抗扰控制方法[J]. 控制与决策, 2015, 30(1): 167-170.
(Li D Z, Li Z, Jin Q B, et al. Linear state feedback and high-order Taylor polynomial approximation based active disturbance rejection control[J]. Control and Decision, 2015, 30(1): 167-170.)
- [16] 左月飞, 李明辉, 张捷, 等. 控制增益对永磁同步电动机自抗扰控制性能的影响[J]. 电工技术学报, 2016, 31(2): 58-64.
(Zuo Y F, Li M H, Zhang J, et al. Influence of control gain on active disturbance rejection controller for PMSM[J]. Trans of China Electrotechnical Society, 2016, 31(2): 58-64.)
- [17] Ohishi K, Nakao M, Miyachi K. Microprocessor-controlled DC motor for load-insensitive position servo system[J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 1987, 34(1): 34-39.

作者简介

高钦和(1968—), 男, 教授, 博士生导师, 从事机电液一体化、系统仿真等研究, E-mail: gao202@189.cn;

董家臣(1993—), 男, 硕士生, 从事自抗扰控制、直线电机的无传感器控制的研究, E-mail: dongjc86@163.com.

(责任编辑: 李君玲)

《控制与决策》入选《中国科技期刊卓越行动计划》项目

本刊讯: 2019年11月25日,中国科协正式公布2019年度《中国科技期刊卓越行动计划》评选结果.经项目申报、资格审查、陈述答辩和专家委员会复核,产生了中国科技期刊卓越行动计划领军期刊、重点期刊、梯队期刊、高起点新刊、集群化试点入选项目共计285项,由教育部主管东北大学主办的学术期刊《控制与决策》入选“中国科技期刊卓越行动计划梯队期刊”项目.

《中国科技期刊卓越行动计划》由中国科协、财政部、教育部、科学技术部、国家新闻出版署、中国科学

院、中国工程院联合实施,以5年为周期,面向全国科技期刊系统构建支持体系,是迄今为止我国在科技期刊领域实施的力度最大、资金最多、范围最广的重大支持专项.能够入选该计划项目是对《控制与决策》30多年来在引领我国学科发展中发挥重要作用的高度认可,也是重任在肩.感谢各级领导、期刊编委和评审专家,以及广大作者和读者一如既往的支持与关爱!未来,《控制与决策》将依托项目支持继续坚守初心争一流,为构建开放创新、协同融合、世界一流的中国科技期刊体系而努力奋斗.