

网络环境下连续切换系统观测器和控制器设计

齐 迹^{1†}, 李艳辉²

(1. 齐齐哈尔大学 通信与电子工程学院, 黑龙江 齐齐哈尔 161006;

2. 东北石油大学 电子信息工程学院, 黑龙江 大庆 163318)

摘要: 研究具有随机时变时滞和系统不确定性的网络化切换控制系统基于观测器的鲁棒 H_∞ 控制器设计问题. 首先, 采用满足 Bernoulli 分布的随机序列来描述数据传输过程中的时变时滞现象; 然后, 在具有平均驻留时间 (ADT) 的切换信号下, 设计基于观测器的控制器, 目的是估计系统的状态以及衡量系统对扰动的鲁棒性; 最后, 基于李雅普诺夫 (LKF) 方法给出系统均方指数稳定且具有满意的 H_∞ 性能指标的充分条件, 并以线性矩阵不等式 (LMI) 形式给出观测器和控制器的求解方法. 仿真结果验证了所提出方法的有效性.

关键词: 网络控制系统; 观测器和控制器; 切换系统; 参数依赖 Lyapunov 函数; 随机时滞; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Observer and controller design for continuous switched systems in the network environment

QI Ji^{1†}, LI Yan-hui²

(1. Communication and Electronic Engineering Institute, Qiqihar University, Qiqihar 161006, China; 2. School of Electric Information Engineering, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, China)

Abstract: The problem of observer-based robust H_∞ controller design for networked switched control systems with random time-varying delay and uncertainties is studied. Firstly, the time varying delays in data transmission are modeled as a random sequence satisfying a Bernoulli distribution. Then, under the switching signal with average dwell time (ADT), an observer-based controller which can estimate states and measure robustness to disturbance of the system is developed. Finally, by using a Lyapunov-Krasovskii function (LKF), a sufficient condition is developed to ensure the system mean square exponential stability with a satisfied H_∞ performance criterion, and the solutions for the observer and controller are obtained in terms of linear matrix inequalities (LMIs). Simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Keywords: networked control systems; observer and controller; switched systems; parameter-dependent Lyapunov function; random delay; linear matrix inequality

0 引言

切换系统是由一系列连续或离散时间子系统以及一个可以决定该子系统的切换规则构成的一类重要的混杂系统, 在通讯、电力、机器人控制和飞行器控制等系统中有广泛的应用^[1-2]. 目前, 已有大量的关于切换系统控制、滤波等方面的研究成果^[3-5]. 文献 [3] 基于时滞依赖的 Lyapunov-Krasovskii 泛函及平均驻留时间法, 设计了分布时滞离散切换系统的 H_∞ 滤波器; 文献 [4] 针对非线性切换系统使用多 Lyapunov 函数方法进行了观测器参数设计; 文献 [5] 研究了不确定切换系统的 H_∞ 控制问题. 随着工业生产等领

域对系统安全性和可靠性要求的提高, 切换系统故障检测问题也显得愈发重要^[6-7]. 然而, 在已有的文献中, 对连续切换系统进行闭环故障检测却很少见, 该设计结果不仅仅是保证系统渐近稳定, 而且是指数稳定, 因此在 Lyapunov-Krasovskii 函数的选取、证明过程中, 积分不等式以及松弛矩阵变量如何应用都存在一定难度.

网络控制系统 (NCSs) 由于其自身灵活性高, 便于实现资源共享等特点, 被广泛应用于如遥感机器人、智能交通工业、化工生产等领域. 目前, 在 NCSs 的分析、设计及综合方面已取得大量研究成果^[8-10].

收稿日期: 2018-03-26; 修回日期: 2019-01-18.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61673102); 中国高等教育机构博士基金项目 (20132322120003); 黑龙江省教育科学技术研究项目 (135209238).

†通讯作者. E-mail: qi_ji_1979@126.com.

然而,由于网络带宽受限、数据碰撞、排队等待以及连接中断等约束条件的限制,导致信息传输过程中会出现时延、丢包等现象.针对这些不利因素,文献[11]和文献[12]分别研究了NCSs的控制与状态估计问题.同时,NCSs本身也是一个动态系统,会发生一些系统故障,而故障的发生必然导致系统性能下降,甚至使系统稳定性遭到破坏.相对于NCSs控制或滤波方面的研究成果,关于NCSs故障检测问题的研究工作还较少^[13].值得一提的是,关于NCSs故障检测问题的研究大都基于NCSs的离散化模型,然而对于时延未知的NCSs,连续时间模型能够更准确、方便地描述系统的动态行为^[14].因此,关于随机时延连续NCSs的研究具有重要意义^[15].另外,现有文献大多数只是单方面地设计控制器或故障检测滤波器,而在实际的网控系统中,一方面需要保证系统稳定,另一方面需要保证时时检测并分离、估计出突变故障.这些都是亟待解决的问题.

受以上研究成果的启发,本文研究具有随机时滞和系统不确定性的网络化连续切换系统的观测器与控制器协同设计问题.将测量数据丢失用Bernoulli 0-1分布描述,运用李雅普诺夫(LKF)方法、平均驻留时间(ADT)法及线性矩阵不等式(LMI)技术得到观测器和控制器的设计方法,然后通过残差评价函数和阈值比较,检测故障是否发生.本文构造的是时滞依赖的Lyapunov-Krasovskii泛函,并且切换子系统有着各自的平均驻留时间,这大大地降低了系统的保守性.数值仿真验证了所提方法的有效性.

1 问题描述

在网络环境下,研究如下具有不确定性的连续切换系统:

$$\Sigma: \begin{cases} \dot{x}(t) = \tilde{A}_\sigma x(t) + \tilde{B}_\sigma u(t) + C_\sigma \omega(t) + E_\sigma f(t), \\ y(t) = D_\sigma x(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n$ 是状态变量; $u(t) \in R^p$ 是输入变量; $\omega(t) \in R^q$ 是扰动输入,且 $\omega(t) \in L_2[t_0, \infty)$; $f(t) \in R^l$ 是待检测故障; $y(t)$ 是测量输出;用 σ 代替 $\sigma(t) : [t_0, \infty) \rightarrow N = \{1, 2, \dots, N\}$,表示系统的切换信号, $\sigma = i$ 意味着第*i*个子系统被激活;系统矩阵 A_σ 、 B_σ 、 C_σ 、 D_σ 和 E_σ 是适当维数的常数矩阵, $\tilde{A}_\sigma = A_\sigma + \Delta A_\sigma$, $\tilde{B}_\sigma = B_\sigma + \Delta B_\sigma$, ΔA_σ 、 ΔB_σ 代表不确定性,假设其范数有界且满足

$$[\Delta A_\sigma \quad \Delta B_\sigma] = M_\sigma F_\sigma [N_{1\sigma} \quad N_{2\sigma}]. \quad (2)$$

M_σ 、 $N_{1\sigma}$ 、 $N_{2\sigma}$ 是具有适当维数的常数矩阵, F_σ 是一个不确定的函数矩阵且满足 $F_\sigma^T F_\sigma \leq I$.

假设NCSs的控制器和执行器均为事件驱动,传感器为时间驱动,信号采样周期为 d ,采样时刻为 $i_k d$ ($k = 1, 2, \dots, \infty$),信号经传感器到控制器,再经控制器输出控制信号至执行器并控制被控对象,控制信号在 $i_k d$ 时刻发出,在 $i_k d + \tau_{i_k}$ 时刻到达, τ_{i_k} 为时延.然而,在实际的NCSs中,往往伴有信号带宽受限、测量数据不连续、网络拥堵和传感器间接失效等现象,这将使测量数据丢失,从而对系统的性能造成影响.为此,本文将数据包丢失作为时滞处理,定义 $d(t) = t - i_k d, t \in [i_k d + \tau_{i_k}, i_{k+1} d + \tau_{i_{k+1}}]$,则有 $i_k d = t - d(t)$,采用满足Bernoulli分布的随机变量来描述该时滞,即

$$\begin{cases} P\{\delta(t) = 1\} = P\{0 \leq d(t) \leq d_1\} = 1 - \delta_0, \\ P\{\delta(t) = 0\} = P\{d_1 \leq d(t) \leq d_2\} = \delta_0. \end{cases}$$

其中: $\delta(t) = 0$ 表示数据包丢失, $\delta(t) = 1$ 表示没有数据包丢失, δ_0 表示概率;随机时滞 $d(t)$ 以一定的概率在 $[0, d_1]$ 和 $(d_1, d_2]$ ($0 \leq d_1 \leq d_2$)上取值.

设计如下基于观测器的故障检测器:

$$\hat{\Sigma} \begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A_\sigma \hat{x}(t) + B_\sigma u(t) + L_\sigma (y(t) - D_\sigma \hat{x}(t)), \\ u(t) = D_\sigma \hat{x}(t - d(t)), \\ r(t) = G_\sigma (y(t) - D_\sigma \hat{x}(t)). \end{cases} \quad (3)$$

其中: $\hat{x}(t)$ 为 $x(t)$ 的估计, $r(t)$ 为滤波残差信号, K_σ 、 L_σ 、 G_σ 分别为待设计的控制器增益矩阵、观测器增益矩阵和残差增益矩阵.

将时滞 $d(t)$ 分成两个时变时滞 $d_1(t)$ 和 $d_2(t)$,使得 $0 \leq d_1(t) \leq d_1, d_1 \leq d_2(t) \leq d_2$,则式(3)可重新改写为

$$\hat{\Sigma} \begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A_\sigma \hat{x}(t) + B_\sigma u(t) + L_\sigma (y(t) - D_\sigma \hat{x}(t)), \\ u(t) = \delta(t) K_\sigma \hat{x}(t - d_1(t)) + \\ \quad (1 - \delta(t)) K_\sigma \hat{x}(t - d_2(t)), \\ r(t) = G_\sigma (y(t) - D_\sigma \hat{x}(t)). \end{cases} \quad (4)$$

因此根据式(1)和(4),可以得到如下闭环网络切换系统的表达式:

$$\bar{\Sigma} \begin{cases} \dot{\xi}(t) = \\ \quad \bar{A}_\sigma \xi(t) + \delta_0 \bar{B}_\sigma \xi(t - d_1(t)) + \\ \quad (1 - \delta_0) \bar{B}_\sigma \xi(t - d_1(t)) + (\delta(t) - \delta_0) \times \\ \quad \bar{B}_\sigma [\xi(t - d_1(t)) - \xi(t - d_2(t))] + \bar{C}_\sigma \eta(t), \\ r(t) = \bar{D}_\sigma \xi(t). \end{cases} \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} \xi(t) &= [x^T(t) \ e^T(t)]^T, \eta(t) = [\omega^T(t) \ f^T(t)]^T, \\ e(t) &= x(t) - \hat{x}(t), \bar{C}_\sigma = [C_\sigma \ E_\sigma], \\ \bar{D}_\sigma &= [0 \ G_\sigma D_\sigma], \bar{B}_{\sigma 11} = B_\sigma K_\sigma + \Delta B_\sigma K_\sigma, \\ \bar{A}_\sigma &= \begin{bmatrix} A_\sigma + \Delta A_\sigma & 0 \\ \Delta A_\sigma & A_\sigma - L_\sigma D_\sigma \end{bmatrix}, \\ \bar{B}_\sigma &= \begin{bmatrix} \bar{B}_{\sigma 11} & -(B_\sigma K_\sigma + \Delta B_\sigma K_\sigma) \\ \Delta B_\sigma K_\sigma & -\Delta B_\sigma K_\sigma \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (6)$$

控制器增益 K 、观测器增益 L 和残差增益 G 同时影响系统的稳定性和残差生成器的收敛性. 因此, 本文设计的问题可以归结为: 在切换律 $\sigma(t)$ 的作用下, 针对系统 Σ , 寻找合适的 K 、 L 和 G , 满足以下条件:

- 1) 当 $\eta(t) = 0$ 时, 系统 Σ 是均方指数稳定的.
- 2) 零初始条件下, 对于 $\eta(t) = 0$, 残差信号 $r(t)$ 满足如下 H_∞ 性能指标:

$$\int_{t_0}^{\infty} r^T(t)r(t)dt < \gamma^2 \int_{t_0}^{\infty} \eta^T(t)\eta(t)dt.$$

3) 基于所设计的观测器来获得系统输出的估计值, 与实际测量输出值作比较得到残差, 采用阈值逻辑法检测故障是否发生:

$$\begin{aligned} J(t) &> J_{th} \Leftrightarrow \text{检测到故障} \Rightarrow \text{报警}; \\ J(t) &\leq J_{th} \Leftrightarrow \text{无故障}. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} J(t) &= \|r(t)\|_{2, \tilde{T}} = \sqrt{\int_{t_1}^{t_2} r^T(t)r(t)dt}, \\ J_{th} &= \sup_{\eta \in L_2, f=0} J(t), \tilde{T} = t_2 - t_1, \end{aligned}$$

t_1 为评价初始时刻, \tilde{T} 为评价步数.

下面给出本文结论推导过程需要的定义和引理.

定义 1^[16] 对于切换律 $\sigma(t)$ 和任意的 $0 < t_1 < t_2$, 令 $N_{\sigma(t)}(t_1, t_2)$ 为 $\sigma(t)$ 在时间间隔 (t_1, t_2) 之间的切换次数. 如果对于任意给定的 $N_0 \geq 0, \tau_\alpha \geq 0$, 有 $N_{\sigma(t)}(t_1, t_2) \leq N_0 + (t_2 - t_1)/\tau_\alpha$, 则称 τ_α 为系统 Σ 的平均驻留时间, N_0 为振动幅度, 这里假设 $N_0 = 0$.

定义 2^[16] 如果存在切换律 $\sigma(t)$, 使系统 Σ 状态轨迹满足 $\|\xi(t)\| \leq \alpha \|\xi(t_0)\| e^{-\beta(t-t_0)}, \alpha \geq 0, \beta \geq 0, t \leq t_0$, 并且对于给定的标量 $\gamma > 0$, 系统 Σ 满足 $\gamma(E)\|r(t)\|_2 \leq \gamma(E)\|\eta(t)\|_2, \forall \eta(t) \in L_2[t_0, \infty)$, 则系统 Σ 均方指数稳定且具有 H_∞ 性能水平 γ .

引理 1^[17] 对于任意定常矩阵 $R \in R^{n \times n} (R > 0 \text{ 且 } R = R^T)$ 和标量参数 $\tau_m (m = 1, 2)$, 若存在 $\tau(t)$ 满足 $\tau_1 \leq \tau(t) \leq \tau_2$, 向量函数 $\dot{x} : [-\tau_2, -\tau_1] \rightarrow R^n$, 则以下积分不等式成立:

$$-(\tau_2 - \tau_1) \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \dot{x}^T(s)R\dot{x}(s)ds \leq \zeta^T(t)\Omega\zeta(t). \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} \zeta(t) &= \begin{bmatrix} x(t - \tau_1) \\ x(t - \tau(t)) \\ x(t - \tau_2) \end{bmatrix}, \\ \Omega &= \begin{bmatrix} -R & R & 0 \\ * & -R & R \\ * & * & -R \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

引理 2^[18] 对于任意适维矩阵 $\gamma_1, \gamma_2, \Lambda(t)$, 其中 $\Lambda^T(t)\Lambda(t) \leq I$, 存在给定常数 $\epsilon > 0$, 使如下不等式成立:

$$\gamma_1 \Lambda(t) \gamma_2 + (\gamma_1 \Lambda(t) \gamma_2)^T \leq \epsilon \gamma_1 \gamma_1^T + \epsilon^{-1} \gamma_2^T \gamma_2. \quad (8)$$

2 主要结论

2.1 闭环网络控制系统性能分析

定理 1 给定常数 $0 < \alpha < 1, \mu > 1, \gamma > 0$, 如果存在正定对称矩阵 $P_i, Q_{1i}, Q_{2i}, R_{1i}, R_{2i}$, 使得 $P_i \leq \mu P_j, Q_{1i} \leq \mu Q_{1j}, Q_{2i} \leq \mu Q_{2j}, R_{1i} \leq \mu R_{1j}, R_{2i} \leq \mu R_{2j} (i, j \in N, i \neq j)$ 和矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} \bar{\Phi}_{11} & \bar{\Phi}_{12} & 0 & \bar{\Phi}_{14} & 0 & 0 & P_i \bar{C}_i^T & \bar{D}_i^T \\ * & \bar{\Phi}_{22} & \bar{\Phi}_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \bar{\Phi}_{33} & \bar{\Phi}_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \bar{\Phi}_{44} & \bar{\Phi}_{45} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \bar{\Phi}_{55} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \bar{\Phi}_{66} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

成立, 并且系统的平均驻留时间满足

$$\tau_\alpha \geq \frac{\ln \mu}{\alpha}, \quad (10)$$

则存在基于观测器的控制器 $\hat{\Sigma}$ 使系统 Σ 均方指数稳定, 且具有 H_∞ 性能指标 γ . 其中

$$\begin{aligned} \forall \sigma(t) &= i \in N, \forall \sigma(t-1) = j \in N, \\ \bar{\Phi}_{11} &= P_i \bar{A}_i + \bar{A}_i^T P_i + \alpha P_i + Q_{1i} - \rho_1 R_{1i}, \\ \bar{\Phi}_{12} &= \delta_0 P_i \bar{B}_i + \rho_1 R_{1i}, \bar{\Phi}_{14} = (1 - \delta_0) P_i \bar{B}_i, \\ \bar{\Phi}_{22} &= -2\rho_1 R_{1i}, \bar{\Phi}_{23} = \rho_1 R_{1i}, \bar{\Phi}_{34} = \rho_2 R_{2i}, \\ \bar{\Phi}_{33} &= \rho_1 (Q_{2i} - Q_{1i}) - \rho_1 R_{1i} - \rho_2 R_{2i}, \\ \bar{\Phi}_{44} &= -2\rho_2 R_{2i}, \bar{\Phi}_{55} = -\rho_2 (Q_{2i} + R_{2i}), \\ \bar{\Phi}_{66} &= d_1^2 R_{1i} + (d_2 - d_1)^2 R_{2i}, \bar{\Phi}_{45} = \rho_2 R_{2i}. \end{aligned}$$

证明 对于第 i 个子系统, 选取如下形式的时滞依赖的 Lyapunov-Krasovskii 泛函 (LKF):

$$V_i(t) = \sum_{n=1}^3 V_{ni}(t). \quad (11)$$

其中

$$V_{1i}(t) = \xi^T(t) P_i \xi(t), \hat{d} = d_2 - d_1,$$

$$\begin{aligned}
 V_{2i}(t) &= \int_{t-d_1}^t \xi^T(s)e^{\alpha(s-t)}Q_{1i}\xi(s)ds + \\
 &\quad \int_{t-d_2}^{t-d_1} \xi^T(s)e^{\alpha(s-t)}Q_{2i}\xi(s)ds, \\
 V_{3i}(t) &= d_1 \int_{t-d_1}^t \int_s^t \xi^T(s)e^{\alpha(s-t)}R_{1i}\dot{\xi}(s)ds + \\
 &\quad \hat{d} \int_{t-d_2}^{t-d_1} \int_s^t \xi^T(s)e^{\alpha(s-t)}R_{2i}\dot{\xi}(s)ds.
 \end{aligned}$$

令 $\rho_1 = e^{-\alpha d_1}, \rho_2 = e^{-\alpha d_2}, \mathbf{E}\{\delta(t) - \delta_0\} = 0, \mathbf{E}\{(\delta(t) - \delta_0)^2\} = \delta_0(1 - \delta_0)$. 沿系统 $\bar{\Sigma}$ 状态对 $V_i(t)$ 求导,整理可得

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}\{\dot{V}_i(t)\} &\leq \\
 \mathbf{E}\{-\alpha V_i(t) + 2\xi^T(t)P_i\dot{\xi}(t)\} &+ \\
 \mathbf{E}\{\xi^T(t)(\alpha P_i + Q_{1i})\xi(t)\} &+ \\
 \mathbf{E}\{\rho_1 \xi^T(t-d_1)(Q_{2i} - Q_{1i})\xi(t-d_1)\} &- \\
 \mathbf{E}\{\rho_2 \xi^T(t-d_2)Q_{2i}\xi(t-d_2)\} &+ \\
 \mathbf{E}\{\dot{\xi}^T(t)[d_1^2 R_{1i} + (d_2 - d_1)^2 R_{2i}]\dot{\xi}(t)\} &- \\
 \mathbf{E}\left\{\rho_1 d_1 \int_{t-d_1}^t \xi^T(s)R_{1i}\dot{\xi}(s)ds\right\} &- \\
 \mathbf{E}\left\{\rho_2 \hat{d} \int_{t-d_2}^{t-d_1} \xi^T(s)R_{2i}\dot{\xi}(s)ds\right\}. &\quad (12)
 \end{aligned}$$

对上式中积分项应用引理1,可以得到

$$\mathbf{E}\{\dot{V}_i(t)\} \leq \mathbf{E}\{-\alpha V_i(t) + \zeta_1^T(t)\bar{\Pi}_i \zeta_1(t)\}. \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned}
 \zeta_1^T(t) &= [\xi_t \quad \xi_{d_{1t}} \quad \xi_{d_1} \quad \xi_{d_{2t}} \quad \xi_{d_2} \quad \dot{\xi}_t], \\
 \xi_t &= \xi^T(t), \xi_{d_{1t}} = \xi^T(t-d_1(t)), \xi_{d_1} = \xi^T(t-d_1), \\
 \xi_{d_{2t}} &= \xi^T(t-d_2(t)), \xi_{d_2} = \xi^T(t-d_2),
 \end{aligned}$$

$$\bar{\Pi}_i = \begin{bmatrix} \bar{\Phi}_{11} & \bar{\Phi}_{12} & 0 & \bar{\Phi}_{14} & 0 & 0 \\ * & -2\rho_1 R_{1i} & \rho_1 R_{1i} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \bar{\Phi}_{33} & \rho_2 R_{2i} & 0 & 0 \\ * & * & * & -2\rho_2 R_{2i} & \rho_2 R_{2i} & 0 \\ * & * & * & * & \bar{\Phi}_{55} & 0 \\ * & * & * & * & * & \bar{\Phi}_{66} \end{bmatrix}.$$

由式(9)可得 $\Pi_i < 0$. 假定 $\eta(t) = 0$ 时,有

$$\mathbf{E}\{\dot{V}_i(t)\} \leq -\alpha \mathbf{E}\{V_i(t)\}. \quad (14)$$

对于上式在时间区间 $t \in [t_0, t_1]$ 内积分,可得

$$\mathbf{E}\{V_i(t)\} < e^{-\alpha(t-t_0)}\{V_i(t_0)\}, \quad t \geq t_0, \quad (15)$$

其中 t_0 代表第 i 个子系统运行的初始时刻.

将系统的时间域分割成 $\{[t_0, t_1], \dots, [t_{n-1}, t_n]\}$, 可得 $\mathbf{E}\{V_i(t)\} \leq \mu \mathbf{E}\{V_j(t)\}, \forall i, j \in N, i \neq j$. 根据定义1,当 $t \in [t_k, t_{k+1}]$ 时,通过递推可以得到系统的 LKF 满足

$$\mathbf{E}\{V(t)\} \leq \mathbf{E}\{V_{\sigma(t_k)}(t_k)e^{-\alpha(t-t_k)}\} \leq$$

$$\begin{aligned}
 &\mu \mathbf{E}\{V_{\sigma(t_{k-1})}(t_k)e^{-\alpha(t-t_k)}\} \leq \\
 &\dots \leq \\
 &\mu^k \mathbf{E}\{V_{\sigma(t_0)}(t_0)e^{-\alpha(t-t_0)}\} \leq \\
 &\mathbf{E}\{V_{\sigma(t_0)}(t_0)e^{-(\alpha - \ln \mu / \tau_\alpha)(t-t_0)}\}. \quad (16)
 \end{aligned}$$

因此,由定义2可知,当系统的平均驻留时间满足式(9)时,系统 $\bar{\Sigma}$ 是均方指数稳定的.

下面讨论系统的 H_∞ 性能指标约束条件,假定零输入条件,即 $v_i(0) = 0$. 同前面一样分割系统的运行时间,考虑如下的性能指标:

$$\begin{aligned}
 J &= \mathbf{E}\left\{\int_{t_0}^{\infty} [\Theta + \dot{v}_i(t)]dt\right\} \leq \\
 &\mathbf{E}\left\{\int_{t_0}^{t_1} [\Theta + \dot{v}_{i_1}(t)]dt\right\} + \\
 &\mathbf{E}\left\{\int_{t_1}^{t_2} [\Theta + \dot{v}_{i_2}(t)]dt + \dots + \right\} \leq \\
 &\mathbf{E}\left\{\int_{t_0}^{\infty} \zeta^T(t)\Pi_i \zeta(t)dt\right\} \leq 0. \quad (17)
 \end{aligned}$$

其中

$$\Theta = r^T(t)r(t) - \gamma^2 \eta^T(t)\eta(t),$$

$$\tilde{\Phi}_{11} = \bar{\Phi}_{11} + \bar{D}_i^T \bar{D}_i,$$

$$\Pi_i = \begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_{11} & \bar{\Phi}_{12} & 0 & \bar{\Phi}_{14} & 0 & 0 & P_i \bar{C}_i^T \\ * & \bar{\Phi}_{22} & \bar{\Phi}_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \bar{\Phi}_{33} & \bar{\Phi}_{34} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \bar{\Phi}_{44} & \bar{\Phi}_{45} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \bar{\Phi}_{55} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \bar{\Phi}_{66} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix}.$$

从而有

$$\int_{t_0}^{\infty} r^T(t)r(t)dt < \gamma^2 \int_{t_0}^{\infty} \eta^T(t)\eta(t)dt. \quad (18)$$

因此,当满足条件式(10)时,对于任意非零 $0 \neq \eta(t) \in L_2[0, \infty)$,系统 $\bar{\Sigma}$ 是均方指数稳定的,且具有 H_∞ 性能指标 γ . \square

注1 在已有的文献中,研究的大多是切换无时滞系统,通过构造多重 Lyapunov 函数 $V_i(t) = \xi^T(t)P_i \xi(t)$,很容易满足 $\dot{V}_i(t) < -\alpha V_i(t)$. 而本文研究的是切换时滞依赖系统,因此在构造时滞依赖 Lyapunov-Krasovskii 函数时,除了 $V_{1i}(t)$ 的其他项中都引入因子 $e^{\alpha(s-t)}$,这样既降低了设计的保守型,又解决了证明系统稳定性的问题.

注2 值得一提的是,由于系统矩阵存在不确定性,定理1中的式(9)不能直接求解. 为了克服这一障碍,在下文的定理2中应用引理2可以解决这一问题.

2.2 范数有界不确定性处理

定理2 给定常数 $0 < \alpha < 1, \mu > 1, \gamma > 0$, 如果存在正定对称矩阵 $P_i, Q_{1i}, Q_{2i}, R_{1i}, R_{2i}$ 和常数

ϵ , 使得 $P_i \leq \mu P_j, Q_{1i} \leq \mu Q_{1j}, Q_{2i} \leq \mu Q_{2j}, R_{1i} \leq \mu R_{1j}, R_{2i} \leq \mu R_{2j} (i, j \in N, i \neq j)$, 式(10)和矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} \Xi_1 & \Xi_2 \\ * & \Xi_3 \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

成立, 则存在基于观测器的控制器 $\hat{\Sigma}$ 使系统 $\bar{\Sigma}$ 均方指数稳定, 且具有 H_∞ 性能指标 γ . 其中

$$\begin{aligned} \Upsilon &= (1 - \delta_0) \bar{N}_{2i} \\ \Xi_2 &= \begin{bmatrix} \epsilon(P_i \bar{M}_i)^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{N}_{1i} & \delta_0 \bar{N}_{2i} & \Upsilon & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \\ \Xi_3 &= \begin{bmatrix} -\epsilon I & 0 \\ * & -\epsilon I \end{bmatrix}, \bar{M}_i = \begin{bmatrix} M_i \\ M_i \end{bmatrix}, \\ \bar{N}_{1i} &= [N_{1i} \ 0], \bar{N}_{2i} = [N_{2i} K_i \ N_{2i} K_i], \end{aligned}$$

Ξ_1 即为式(9).

证明 用式(6)分别代替式(9)中的 \bar{A}_i, \bar{B}_i , 考虑式(2)并运用引理2以及Schur补可以得到式(19). \square

3 观测器和控制器求解

根据定理2的稳定性条件, 采用下面的定理给出切换观测器和控制器的求解方法.

定理3 给定常数 $0 < \alpha < 1, \mu > 1, \gamma > 0$, 如果存在正定对称矩阵 $\bar{P}_i, \bar{Q}_{1i}, \bar{Q}_{2i}, \bar{R}_{1i}, \bar{R}_{2i}$, 适维矩阵 $\Gamma_i, X_{ai}, Y_{ai}, Z_{ai} (a = 1, 2, 3)$ 和常数 ϵ , 使得 $\bar{P}_i \leq \mu \bar{P}_j, \bar{Q}_{1i} \leq \mu \bar{Q}_{1j}, \bar{Q}_{2i} \leq \mu \bar{Q}_{2j}, \bar{R}_{1i} \leq \mu \bar{R}_{1j}, \bar{R}_{2i} \leq \mu \bar{R}_{2j} (i, j \in N, i \neq j)$, 式(10)和矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & 0 & \Psi_{14} & \Psi_{15} \\ * & \Psi_{22} & \Psi_{23} & 0 & \Psi_{25} \\ * & * & \Psi_{33} & 0 & 0 \\ * & * & * & \Psi_{44} & 0 \\ * & * & * & * & \Psi_{25} \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

成立, 则存在基于观测器的控制器 $\hat{\Sigma}$ 使系统 $\bar{\Sigma}$ 均方指数稳定且具有 H_∞ 性能指标 γ , 并且控制器增益、观测器增益和残差增益分别为

$$K_i = X_{1i} \Gamma_{1i}^{-1}, L_i = Y_{2i} \Gamma_{2i}^{-1}, G_i = Z_{2i} \Gamma_{2i}^{-1}. \quad (21)$$

其中

$$\begin{aligned} \Psi_{11} &= \begin{bmatrix} \bar{U}_1 & \delta_0 \bar{U}_1 + \rho_1 \bar{R}_{1i} \\ * & V_4 \end{bmatrix}, \Psi_{14} = \begin{bmatrix} \bar{U}_3 & \bar{U}_4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \Psi_{12} &= \begin{bmatrix} 0 & (1 - \delta_0) \bar{U}_2 \\ \rho_1 \bar{R}_{1i} & 0 \end{bmatrix}, \Psi_{15} = \begin{bmatrix} \bar{U}_5 & \bar{U}_6 \\ 0 & \delta_0 \bar{U}_7 \end{bmatrix}, \\ \Psi_{22} &= \begin{bmatrix} V_5 & \rho_2 \bar{R}_{2i} \\ * & -2\rho_2 \bar{R}_{2i} \end{bmatrix}, \Psi_{23} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \rho_2 \bar{R}_{2i} & 0 \end{bmatrix}, \\ \Psi_{25} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ * & (1 - \delta_0) \bar{U}_7 \end{bmatrix}, \Psi_{33} = \begin{bmatrix} \bar{U}_8 & 0 \\ * & \bar{U}_9 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\Psi_{44} = \begin{bmatrix} -\gamma^2 I & 0 \\ * & -I \end{bmatrix}, \Psi_{55} = \begin{bmatrix} -\epsilon I & 0 \\ * & -\epsilon I \end{bmatrix},$$

$$\bar{U}_1 = \begin{bmatrix} V_1 & V_2 \\ * & V_3 \end{bmatrix}, \bar{U}_2 = \begin{bmatrix} V_6 & V_7 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{U}_3 = \begin{bmatrix} C \\ E \end{bmatrix}, \bar{U}_4 = \begin{bmatrix} \Gamma_{2i} D_i^T G_i^T \\ \Gamma_{3i} D_i^T G_i^T \end{bmatrix},$$

$$\bar{U}_5 = \begin{bmatrix} \epsilon M_i \\ \epsilon M_i \end{bmatrix}, \bar{U}_6 = \begin{bmatrix} \Gamma_{1i} N_{1i}^T \\ \Gamma_{2i}^T N_{1i}^T \end{bmatrix},$$

$$\bar{U}_7 = \begin{bmatrix} V_8^T \\ V_9^T \end{bmatrix}, r = 1, 2,$$

$$\bar{Q}_{ri} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{r1i} & \bar{Q}_{r2i} \\ * & \bar{Q}_{r3i} \end{bmatrix}, \bar{R}_{ri} = \begin{bmatrix} \bar{R}_{r1i} & \bar{R}_{r2i} \\ * & \bar{R}_{r3i} \end{bmatrix},$$

$$V_1 = A_i \Gamma_{1i} + \Gamma_{1i} A_i^T + \alpha \Gamma_{1i} + Q_{11i} - \rho_1 R_{11i},$$

$$V_2 = A_i \Gamma_{2i} + \Gamma_{2i} A_i^T - D^T Y_2^T +$$

$$\alpha \Gamma_{2i} + Q_{12i} - \rho_1 R_{12i},$$

$$V_3 = A_i \Gamma_{3i} + \Gamma_{3i} A_i^T - Y_3 D - D^T Y_3^T +$$

$$\alpha \Gamma_{3i} + Q_{13i} - \rho_1 R_{13i},$$

$$V_4 = -2\rho_1 \bar{R}_{1i},$$

$$V_5 = \rho_1 (\bar{Q}_{2i} - \bar{Q}_{1i} - \bar{R}_{1i}) - \rho_2 \bar{R}_{2i},$$

$$V_6 = B_i X_{1i} - B_i X_{4i},$$

$$V_7 = B_i X_{2i} - B_i X_{3i},$$

$$V_8 = N_{2i} X_{1i} + N_{2i} X_{4i},$$

$$V_9 = N_{2i} X_{2i} + N_{2i} X_{3i}.$$

证明 定义矩阵变量

$$\Gamma_i = P_i^{-1} = \begin{bmatrix} \Gamma_{1i} & \Gamma_{2i} \\ \Gamma_{3i} & \Gamma_{4i} \end{bmatrix},$$

令 $\Delta = \text{diag}\{\Gamma_i, \Gamma_i, \Gamma_i, \Gamma_i, \Gamma_i, \Gamma_i, I, I, I, I\}$, 对式(19)作全等变换, 并令

$$\bar{Q}_{ri} = \Gamma_i Q_{ri} \Gamma_i, \bar{R}_{ri} = \Gamma_i R_{ri} \Gamma_i,$$

$$X_a = K_i \Gamma_{ai}, Y_a = L_i \Gamma_{ai},$$

$$Z_a = G_i \Gamma_{ai}, X_4 = K_i \Gamma_{2i}^T,$$

则可以得到式(20). \square

4 仿真示例

本节通过一个例子来验证本文所提方法的有效性. 考虑具有两个子系统的连续切换系统 Σ , 相应系统矩阵为

$$A_1 = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
 B_1 &= \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.5 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.3 \end{bmatrix}, \\
 C_1 &= \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix}, \\
 D_1 &= [0.1 \ 0], D_2 = [0.1 \ 0.1], \\
 M &= 1, d_1 = 0.3, d_2 = 0.5, \\
 E_1 &= \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.3 \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.3 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \sin t & 0 \\ 0 & \sin t \end{bmatrix}, \\
 N_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2.8 & 1 \end{bmatrix}, N_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.03 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

通过求解定理3,可以得到 $\gamma_{\min} = 0.1416$,控制器、观测器和残差增益分别为

$$\begin{aligned}
 K_1 &= [-1.8987 \quad -0.4752], \\
 K_2 &= [-2.3648 \quad 1.4472], \\
 L_1 &= [1.2376 \quad 0.8765], \\
 L_2 &= [-0.7643 \quad 1.5787], \\
 G_1 &= 1.4832, G_2 = 0.9673.
 \end{aligned}$$

为了更好地阐述本文所设计控制器和观测器的有效性,令 $\alpha = 0.8, \mu = 1.2$,则 $\tau_\alpha \geq 0.2279$,故平均驻留时间取 $\tau_\alpha = 1$,切换信号如图1所示.给出系统初始状态 $x(0) = 0, e(0) = 0$,扰动输入为均匀分布在 $[-0.5 \ 0.5]$ 之间的随机噪声,故障信号 $f(t) = 0.5 \sin t$,基于观测器的控制曲线如图2所示.从图2可以看出,即使系统存在故障,所设计的控制器也能在一定时间内使闭环系统趋于稳定.此外,得到残差评价函数和阈值分别为

$$J(r(t)) = \sqrt{\int_0^{14} r^T(t)r(t)dt} = 1.1962,$$

$$J_{th}(r(t)) = \sqrt{\int_0^{50} r^T(t)r(t)dt} = 0.1702.$$

当 $t = 14s$ 时,有 $J(r(t)) > J_{th}(r(t))$,此时检测出故障,如图3所示.从图3可以看出,当故障发生时,残差评价函数发生明显变化,在 $t = 14s$ 时超过阈值报警,说明所设计的故障检测器能够快速且准确地检测到故障信号.

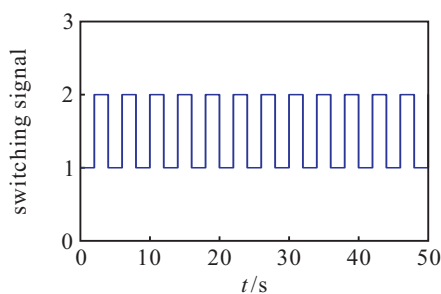


图1 平均驻留时间 $\tau_\alpha = 1$ 的切换信号

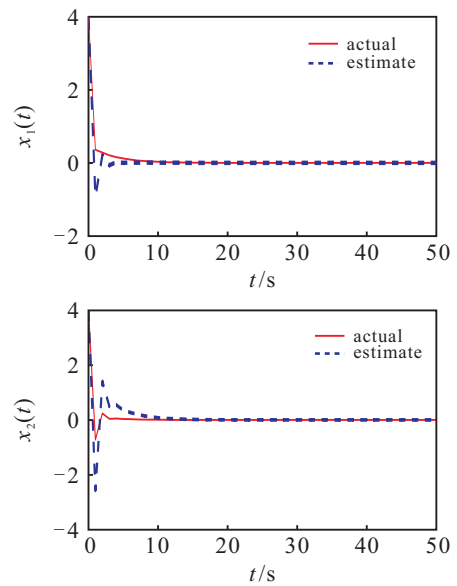


图2 基于观测器的控制效果

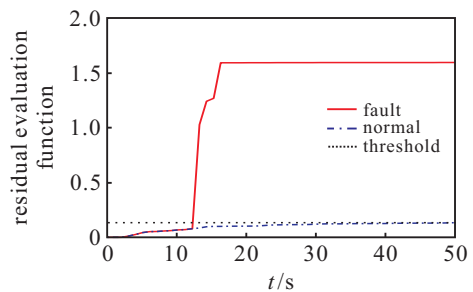


图3 残差评价和阈值

5 结论

本文针对具有随机时变时滞和范数有界不确定性的连续切换网络控制系统,利用Lyapunov-Krasovskii函数、LMI技术和ADT法研究了其观测器和控制器设计问题,得到了具有 H_∞ 性能指标的系统均方指数稳定的条件以及观测器和控制器增益矩阵的求解方法.现有文献大多数是针对网络环境下离散切换系统设计控制器和故障检测器,本文研究的是网络环境下连续切换系统的闭环故障检测方法,在Lyapunov-Krasovskii函数的选取、系统稳定性证明以及控制器和观测器的求解方面都是大胆的尝试,所得结论可以推广应用于具有分布时滞或LPV切换系统.数值仿真实验验证了所提方法的有效性.

参考文献(References)

[1] Lee T C, Jiang Z P. Uniform asymptotic stability of nonlinear switched systems with an application to mobile robot[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53(5): 1235-1252.

[2] 程昊宇, 董朝阳, 王青, 等. 变体飞行器的非脆弱有限时间鲁棒控制器设计[J]. 控制与决策, 2017, 32(11): 1933-1940.

(Cheng H Y, Dong Z Y, Wang Q, et al. Non-fragile

- finite-timerobust controller design for morphing aircraft[J]. Control and Decision, 2017, 32(11): 1933-1940.)
- [3] 李艳辉, 柳桐. 具有分布时滞和随机测量数据丢失的离散切换系统 H_∞ 滤波[J]. 控制与决策, 2017, 32(8): 1486-1492.
(Li Y H, Liu T. H_∞ filtering for discrete switched systems with distributed delays and random measurement data missing[J]. Control and Decision, 2017, 32(8): 1486-1492.)
- [4] 王佳伟, 沈毅, 王振华. 基于未知输入观测器方法的非线性切换系统故障检测[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(10): 2322-2327.
(Wang J W, Shen Y, Wang Z H. Fault detection for nonlinear switched systems using unknown input observers[J]. Systems Engineering and Electronics, 2015, 37(10): 2322-2327.)
- [5] Zhang L X, El-kebir B, Shi P, et al. A μ -dependent approach to control of uncertain switched linear systems with average dwell time[J]. Optimal Control Applications and Methods, 2011, 32(1): 15-27.
- [6] Du D S, Jiang B, Shi P. Sensor fault estimation and compensation for time-delay switched systems[J]. Int J of Systems Science, 2012, 43(4): 629-640.
- [7] Abdo A, Ding S X, Damlakhi W, et al. Robust fault detection filter design for uncertain switched systems with adaptive threshold setting[C]. Proc of the 50th IEEE Conf on Decision and Control and European Control Conference. Orlando: IEEE, 2011: 5467-5472.
- [8] Xu L J, Wang Q, Li W. Stability analysis and stabilisation of full-envelope networked flight control systems: Switched system approach[J]. Control Theory & Applications, 2012, 6(2): 286-296.
- [9] Zhai D, An L W, Dong J X, et al. Simulations fault detection and control for networked systems with application to forging equipment[J]. Signal Processing, 2016, 125: 203-215.
- [10] 张阳洋, 高立娥, 刘卫东. 水下航行器网络控制系统仿真[J]. 计算机测量与控制, 2017, 25(7): 102-105.
(Zhang Y Y, Gao L E, Liu W D. Networked control system simulation of underwater vehicle[J]. Computer Measurement & Control, 2017, 25(7): 102-105.)
- [11] Li B, Wu J F, Huang L. Improved control for networked H_∞ control systems with network-induced delay and packet dropout[J]. J of Control South University, 2016, 23(5): 1215-1223.
- [12] Dong Hongli, Wang Zidong, Fuad E, et al. Event-triggered robust distributed state estimation for sensor networks with state-dependent noises[J]. Int J of General Systems, 2015, 44(2): 254-266.
- [13] 李炜, 李亚洁. 基于离散事件触发通信机制的非均匀传输网络化控制系统故障调节与通信满意协同设计[J]. 吉林大学学报, 2018, 48(1): 246-258.
(Li W, Li Y J. Satisfactory integrated design between failure accommodation and communication for non-uniform transmission networked control system under discrete event-triggered communication scheme[J]. J of Jilin University, 2018, 48(1): 246-258.)
- [14] Gao H J, Chen T W, Lam J. A new delay system approach to network-based control[J]. Automatic, 2008, 44(1): 39-52.
- [15] 李艳辉, 吴迪. 考虑随机时滞的非线性网络控制系统鲁棒 L_2-L_∞ 控制[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(7): 931-937.
(Li Y H, Wu D. Robust L_2-L_∞ control for nonlinear networked control systems with random time delays[J]. Control Theory and Applications, 2017, 34(7): 931-937.)
- [16] 李艳辉, 黄娜, 关正伟. 连续切换LPV系统的鲁棒 H_∞ 滤波[J]. 控制与决策, 2013, 28(3): 456-460.
(Li Y H, Huang N, Guan Z W. Robust H_∞ filtering for continuous switched LPV systems[J]. Control and Decision, 2013, 28(3): 456-460.)
- [17] 贾新春, 白伟, 张大伟. 车辆主动悬架系统的双率采样 H_∞ 控制[J]. 山西大学学报, 2015, 38(2): 253-262.
(Jia X C, Bai W, Zhang D W. Dual-rate sampled-data H_∞ control for vehicle active suspension systems[J]. J of Shanxi University, 2015, 38(2): 253-262.)
- [18] 董朝阳, 马奥家, 王青, 等. 网络化切换控制系统故障检测与优化设计[J]. 控制与决策, 2016, 31(2): 233-241.
(Dong Z Y, Ma A J, Wang Q, et al. Fault detection and optimal design for networked switched control systems[J]. Control and Decision, 2016, 31(2): 233-241.)

作者简介

齐迹(1979—),女,副教授,博士生,从事鲁棒控制及滤波等研究, E-mail: qi_ji_1979@126.com;

李艳辉(1970—),女,教授,博士生导师,从事鲁棒控制及滤波、智能控制等研究, E-mail: LY_hui@hotmail.com.

(责任编辑: 齐 霁)