

控制与决策

Control and Decision

自适应线性预测卡尔曼滤波压缩感知算法

田金鹏, 闵天, 薛莹, 郑国莘

引用本文:

田金鹏, 闵天, 薛莹, 等. 自适应线性预测卡尔曼滤波压缩感知算法[J]. *控制与决策*, 2020, 35(1): 83–90.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0679>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于IMM-IKF的无线传感器网络非视距节点定位方法

Non-line of sight node localization method based on IMM-IKF for wireless sensor networks

控制与决策. 2018, 33(6): 1069–1074 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0173>

基于正交变换的改进CKF算法

Modified CKF algorithm based on orthogonal transformation

控制与决策. 2018, 33(2): 330–336 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.1540>

含摩擦非线性系统的自适应滑模控制

Adaptive sliding mode control for nonlinear systems with friction

控制与决策. 2017, 32(9): 1714–1718 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0855>

基于TDOA和RSS的可行域粒子滤波非视距定位算法

Non-line of sight localization algorithm based on TDOA and RSS by feasible region particle filter

控制与决策. 2017, 32(8): 1415–1420 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0979>

一种非平稳环境下的自适应变步长盲源分离算法

An adaptive variable step-size blind source separation algorithm in non-stationary environment

控制与决策. 2016, 31(4): 735–739 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.0170>

基于容积卡尔曼滤波的神经网络训练算法

Training method of neural network based on cubature Kalman filter

控制与决策. 2016(2): 355–360 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.1579>

基于交互式多模型的不敏卡尔曼概率假设密度滤波算法

Unscented Kalman probability hypothesis density filter based on interacting multiple model

控制与决策. 2016, 31(12): 2163–2169 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.1332>

基于多信号模型和盲源分离的复合故障诊断方法

Compound fault diagnosis method based on multi-signal model and blind source separation

控制与决策. 2016, 31(11): 1945–1952 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.1023>

自适应线性预测卡尔曼滤波压缩感知算法

田金鹏^{1,2†}, 闵 天¹, 薛 莹¹, 郑国莘^{1,2}

(1. 上海大学 通信与信息工程学院, 上海 200444; 2. 上海大学
特种光纤与光接入网省部共建重点实验室, 上海 200072)

摘 要: 针对压缩感知中时变稀疏信号的重建问题, 提出一种基于自适应线性预测的卡尔曼滤波恢复算法. 该算法采用滑动窗口对信号进行观测, 基于前后窗信号之间的相关性并利用自适应线性预测方法, 建立前后窗口信号的状态转移方程, 与修正后的观测方程共同构成系统状态空间模型. 在信号重构时, 采用贪婪算法确定信号支撑集、降阶卡尔曼滤波算法迭代得到其精确解. 对调频信号、调幅信号、WiFi 射频信号和语音采样信号进行仿真实验验证, 仿真结果表明, 所提出算法在不显著增加计算复杂度的情况下, 重建精度比改进前的循环平移模型算法提高约 5%, 且远高于其他同类算法; 同时在不同的噪声环境下, 重建后的信号比原信号信噪比提高 1 ~ 8 dB, 表明算法具有较强的抗噪声性能.

关键词: 压缩感知; 信号重建; 卡尔曼滤波; 时变稀疏信号; 线性预测; 重建算法

中图分类号: TP391

文献标志码: A

Adaptive linear predictive Kalman filter compressed sensing algorithm

TIAN Jin-peng^{1,2†}, MIN Tian¹, XUE Ying¹, ZHENG Guo-xin^{1,2}

(1. School of Communication and Information Engineering, Shanghai University, Shanghai 200444, China; 2. Key Laboratory of Specialty Fiber Optics and Optical Access Networks, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

Abstract: A Kalman filter algorithm based on adaptive linear predictive is proposed for the reconstruction of time-varying sparse signals in compressed sensing. The signal is observed from a sliding window. Based on the correlations between the signals of two continuous windows and the adaptive linear prediction, the state transfer equation of continuous windows signal is obtained. The equation and the modified observation equation constitute the system state-space model. In the signal reconstruction stage, a greedy algorithm is employed to determine the support set and reduced order Kalman filter iteration to get the exact solution. This paper simulates the FM, AM, WiFi RF and voice sampling signals. The simulation results show that the proposed algorithm recovering performance is improved without much increase in complexity. The reconstruction accuracy is improved about 5 percent as compared with that using the cycle spinning model, and far higher than other similar algorithms. Meanwhile, the SNR of reconstructed signal is about 1 ~ 8dB higher than that of original signal in the different noise environment, which shows that the algorithm has strong anti noise performance.

Keywords: compressed sensing; signal reconstruction; Kalman filtering; time-varying sparse signals; linear prediction; reconstruction algorithm

0 引 言

压缩感知 (compressive sensing, CS) 是 Donoho 等^[1-3]提出的一种新的信息获取理论. 根据该理论, 对于在某一变换域上具有稀疏性的原始信号, 可以采用远低于 Nyquist 采样的速率来对该信号同时进行采样和压缩, 得到低维观测信号, 并可通过观测信号准确完成高维原始信号的重建, 从而大大降低原始信号获取、存储及传输的代价, 缓解了高速采样对硬件系统造成的压力. 目前压缩感知主要研究方向是单次

有限维信号的重构^[4-9], 信号中非零元素的位置、幅值以及测量矩阵都是时不变的, 可以通过最小范数等算法重建稀疏信号.

对于实际应用中常见的时变稀疏信号处理, 一般采用将信号分成多个有限维的块, 再用已有的恢复算法对每帧信号分别进行重构. 这种对彼此独立的块信号进行恢复的方法会引入很大的块效应, 且输入输出延时较大, 在信号恢复中没有考虑前后帧之间的相关性, 运算量高, 误差较大. 针对该问题, 文献 [10-11]

收稿日期: 2018-05-20; 修回日期: 2018-07-06.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (61871261, 61571282).

责任编辑: 柴利.

†通讯作者. E-mail: adaline@163.com.

提出了基于AIC结构的流贪婪追踪(streaming greedy pursuit, SGP)算法,利用AIC结构以低于奈奎斯特速率的采样率对信号进行采样,并使用有限长度的观测窗对信号进行观测,由于每次窗口滑动长度相对于窗口长度较小,前后窗口内的信号具有比较大的重复性,可认为信号的稀疏结构较少发生突变,SGP避免了处理不相交的块信号,从而有效地减小了块效应并保证了恢复的实时性.

SGP算法恢复信号时在每一次迭代中利用上一次迭代结果的残差信息以优化支撑集的估计,使恢复结果逐渐收敛到已知稀疏位置时的最小二乘恢复结果,恢复结果优于对每帧信号单独使用非线性恢复算法.然而,该算法仅利用信号的观测信息,对于信号各帧之间的相关性并没有充分利用,重建性能提高有限.

为利用帧与帧之间的相关性信息,Vaswani等^[12-13]将卡尔曼滤波引入压缩感知,用Dantzig Selector算法和降阶卡尔曼滤波器相结合来恢复时域稀疏的随机游走信号,恢复性能优于每帧分别使用Dantzig Selector.但该算法在处理滤波误差时使用非线性优化算法估计支撑集,算法的复杂度较高;同时其恢复效果依赖于Dantzig Selector算法的选择结果,当信噪比较低时,会导致后续的卡尔曼滤波误差很大.Vaswani仅用随机游走信号对性能进行验证,并没有给出算法应用于时变稀疏信号时的处理方法.

文献^[14-15]采用基于压缩感知的AIC结构,同时利用前后窗内信号之间的相关性,建立信号的状态转移方程,与压缩感知获得的观测方程共同构成信号的状态空间模型,进而利用降阶的卡尔曼滤波算法近似得到信号的最小均方误差估计,有效提高了重构精度.文献^[16-19]对信号卡尔曼滤波压缩感知在图像处理、信道估计等相关领域的应用做了研究.但这些算法在利用前后窗内信号之间的相关性建立状态转移方程时,均是按循环移位方式进行处理,新滑入窗口的数据简单等于滑出的数据,明显这种方式对窗口内新增信号的估计具有较大误差,从而影响最终的重构精度.

针对该问题,本文根据一般实际时变稀疏信号中前后数据的内在线性关系,提出自适应线性预测卡尔曼滤波压缩感知算法(adaptive linear predictive Kalman filter compressed sensing, ALP-KFCS).该算法拟引入线性预测模型改进前述算法的预测精度以提高最终重构精度,算法根据信号前后数据规律,在线训练基于LMS算法的线性预测模型,根据该模型预

测滑动窗口新移入的数据,并以此建立新的信号状态转移方程,最后采用贪婪算法与降阶卡尔曼滤波算法结合实现压缩信号重构.仿真实验结果表明,所提出算法在有限增加计算复杂度的情况下,信号重建精度较高,抗噪声性能好.

1 信号压缩感知状态空间模型分析

压缩感知理论表明,只要信号是稀疏的或在某变换域是可压缩的,就能以远低于Nyquist采样速率进行采样并高概率地重构出原始信号.设信号 $\boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^N$ 是 K 稀疏信号,即 \boldsymbol{x} 在某一变换域内只含有 K 个非零元素.通过测量矩阵 $\boldsymbol{\Phi} \in \mathbf{R}^{M \times N}$ ($M < N$)对信号 \boldsymbol{x} 进行压缩采样,得到 M 维观测向量 \boldsymbol{y} ,可以表示为

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\alpha}. \quad (1)$$

其中: $\boldsymbol{\Psi} \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 为变换域内基向量; $\boldsymbol{\alpha}$ 为信号 \boldsymbol{x} 稀疏变换后的信号; $\boldsymbol{\Theta} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Psi}$ 为 $M \times N$ 维矩阵,定义为感知矩阵.根据压缩感知理论,如果感知矩阵 $\boldsymbol{\Theta}$ 满足有限等距性质(restricted isometry property, RIP),则可通过测量值 \boldsymbol{y} 准确重构出原始信号 \boldsymbol{x} .常用的求解算法有凸优化算法、贪婪算法和组合算法等.

下面根据时变稀疏信号处理的特点,构建其测量方程和状态转移方程.

1.1 时变稀疏信号测量系统模型

本文采用交叉随机采样系统测量信号,图1是其实现方法.每次采样时,输入信号 \boldsymbol{x}_n 平移 R 个单位, \boldsymbol{y}_m 的测量值按周期 L 进行循环, R 是压缩率(也称下采样率,为了简化问题,本文中 R 均为整数),系统在每个采样点将 $L \times R$ 个输入数据与相应长度的随机序列作内积运算得到输出测量值.

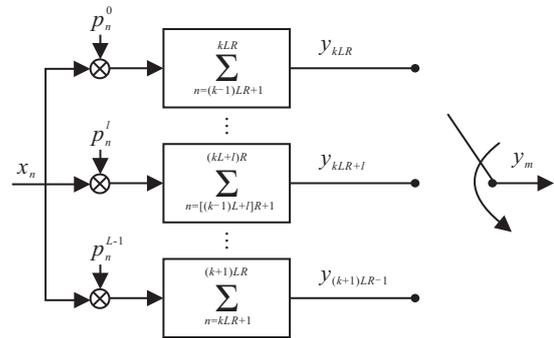


图1 交叉随机采样系统

信号测量的过程可用图2的矩阵运算表示,其中输入信号 \boldsymbol{x} 和输出信号 \boldsymbol{y} 均为无限长信号,测量矩阵也是无线维的.为便于分析计算,每次测量时截取有线长度的观测窗对信号 \boldsymbol{x} 进行测量,窗口大小为 $N = M \times R$,得到测量值 \boldsymbol{y} 序列长度为 M ,对应的测量矩阵为 $M \times N$ 矩阵.第 k 个窗口内的信号及观测向量

可表示为

$$\mathbf{x}_k = [x_{kR}, \dots, x_{kR+N-1}]^T, \quad (2)$$

$$\mathbf{y}_k = [y_k, \dots, y_{k+M-1}]^T. \quad (3)$$

每次测量时,随着测量窗口滑动,对应测量值序列和测量矩阵都随之更新.

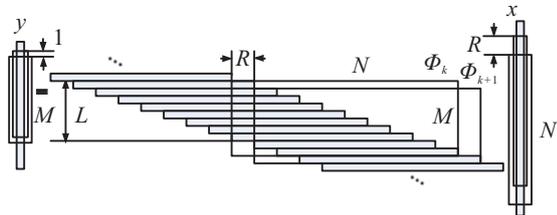


图2 测量系统模型

若信号 \mathbf{x}_k 是 K 稀疏的,这里以在频域稀疏为例,则可用 $\mathbf{X}_k = \mathbf{F}\mathbf{x}_k$ 表示信号在第 k 个窗内的频谱, \mathbf{F} 为 $N \times N$ 维 DFT 正变换矩阵. 文献[20]证明,只要观测值序列长度满足 $M \geq K \log(N/K)$,那么图2中对应的感知矩阵 $\Theta_k = \Phi_k \mathbf{F}^{-1}$ 高概率满足 RIP 性质.

综上所述,基于交叉随机采样的信号观测方程可表示为

$$\mathbf{y}_k = \Phi_k \mathbf{x}_k + \mathbf{n} = \Phi_k \mathbf{F}^{-1} \mathbf{X}_k + \mathbf{n} = \Theta_k \mathbf{X}_k + \mathbf{n}, \quad (4)$$

其中 \mathbf{n} 为测量过程中产生方差为 σ_{obs}^2 的高斯白噪声.

1.2 基于线性预测状态转移方程

根据观测窗口滑动时前后窗之间的相关性,数据的内在规律,建立基于线性预测的信号状态转移方程.

在第 k 个窗口内的信号由式(2)给出,那么下一个窗口的观测信号为

$$\mathbf{x}_{k+1} = [x_{(k+1)R}, \dots, x_{kR+N}, \dots, x_{(k+1)R+N-1}]^T. \quad (5)$$

与式(2)相比, \mathbf{x}_{k+1} 的前 $N - R$ 个数据与 \mathbf{x}_k 的后 $N - R$ 个数据相同,后 R 个数据为新移入的数据. 以前滑动窗口 KFCS 算法在对状态转移建模时都是简单地将这 R 个数据设为 \mathbf{x}_k 的前 R 个数据,其估计 $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$ 就是 \mathbf{x}_k 循环移位 R 个单位,频域的状态转移方程就是 R 个单位的相位偏移. 显然,这种建模方式存在较大误差,会影响最终的估计精度.

考虑到所处理的信号均为稀疏信号,前后信号数据之间存在一定的内在规律,本文采用 $N - R$ 阶 AR(auto regressive) 模型对其进行线性建模,可由前面已计算出的 $N - R$ 个数据预测出后 R 个数据的值,AR 线性模型采用在线方式训练. 后文的仿真结果表明,其根据稀疏信号的内在规律得到的预测值精

度高于循环移位.

设 AR 模型的权系数为

$$\boldsymbol{\omega}_k = [\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{N-R-1}]^T, \quad (6)$$

第 $k + 1$ 个窗口内的信号可表示为3项之和,即

$$\mathbf{x}_{k+1} = [x_{(k+1)R}, \dots, x_{(k+1)R+N-1}]^T = \begin{bmatrix} x_{(k+1)R} \\ \vdots \\ x_{kR+N-1} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \hat{x}_{kR+N} \\ \vdots \\ \hat{x}_{(k+1)R+N-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ x_{kR+N} - \hat{x}_{kR+N} \\ \vdots \\ x_{(k+1)R+N-1} - \hat{x}_{(k+1)R+N-1} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

第1项为上个窗口相同数据,表示为

$$\begin{bmatrix} x_{(k+1)R} \\ \vdots \\ x_{kR+N-1} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \text{diag}(1, \dots, 1, 0, \dots, 0) \begin{bmatrix} x_{(k+1)R} \\ \vdots \\ x_{kR+N-1} \\ x_{kR} \\ \vdots \\ x_{kR+R-1} \end{bmatrix} = \mathbf{D}_1 \mathbf{x}_k^R. \quad (8)$$

其中: \mathbf{D}_1 为对角阵,前 $N - R$ 个对角线上的元素为1,后 R 个对角线的元素值为0; \mathbf{x}_k^R 为 \mathbf{x}_k 的 R 个单位循环移位.

第2项为根据 AR 模型预测出的后 R 个估计值,可根据在线训练的线性模型由前面 $N - R$ 个元素预测得到,即

$$[0 \ \dots \ 0 \ \hat{x}_{kR+N} \ \dots \ \hat{x}_{(k+1)R+N-1}]^T = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_0^0 & \dots & \omega_{N-R-1}^0 & 0 & \dots & 0 \\ \omega_0^1 & \dots & \omega_{N-R-1}^1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_0^{R-1} & \dots & \omega_{N-R-1}^{R-1} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{(k+1)R} \\ \vdots \\ x_{kR+N-1} \\ x_{kR} \\ \vdots \\ x_{kR+R-1} \end{bmatrix} = \mathbf{W}_k \mathbf{x}_k^R. \quad (9)$$

其中: \mathbf{W}_k 为预测权系数矩阵,前 $N - R$ 行及后 R 列均

为0, 非零元素第零行 $\mathbf{w}_k^0 = [\omega_0^0 \cdots \omega_{N-R-1}^0] = \mathbf{w}_k$, 其余各行(序号 n)可用递推方法得到

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_k^n &= [0 \quad w_0^n \quad w_1^n \quad \cdots \quad w_{N-R-2}^n], \\ \mathbf{w}_k^{n+1} &= \mathbf{w}_k^n + w_{N-R-1}^n \mathbf{w}_k^n. \end{aligned}$$

第3项为线性预测误差, 以 $\mathbf{v}t_k$ 表示. \mathbf{x}_k^R 为 \mathbf{x}_k 的 R 个单位循环移位, 表示为

$$\mathbf{x}_k^R = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{D}_2 \mathbf{X}_k, \quad (10)$$

其中 $\mathbf{D}_2 = \text{diag}(1, e^{j\frac{2\pi R}{N}}, \dots, e^{j\frac{2\pi R}{N}(N-1)})$, 可完成 R 个单位的相位偏移.

将式(8)~(10)代入(7)并左乘以 \mathbf{F} (进行DFT变换), 得到

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{F}(\mathbf{D}_1 + \mathbf{W}_k) \mathbf{F}^{-1} \mathbf{D}_2 \mathbf{X}_k + \mathbf{F} \mathbf{v} t_k. \quad (11)$$

其中 $\mathbf{F} \mathbf{v} t_k$ 为状态预测误差, 如果AR模型匹配时, 则这一项的值很小, 可以将其假设成均值为零的高斯白噪声 \mathbf{v} , 对信号的一个样本进行建模, 由预测误差估计 \mathbf{v} 的方差值, 作为系统的先验信息. 由此, 得到基于交叉随机采样信号状态空间模型为

$$\mathbf{y}_k = \Theta_k \mathbf{X}_k + \mathbf{n} = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{n}, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{k+1} &= \mathbf{F}(\mathbf{D}_1 + \mathbf{W}_k) \mathbf{F}^{-1} \mathbf{D}_2 \mathbf{X}_k + \mathbf{F} \mathbf{v} t_k = \\ &= \mathbf{A}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{v}. \end{aligned} \quad (13)$$

2 自适应线性预测卡尔曼滤波压缩感知

本文提出的ALP-KFCS算法将压缩感知恢复算法、自适应线性预测与卡尔曼滤波运算相结合, 通过迭代运算求得精确重构解.

2.1 算法描述

ALP-KFCS算法基于压缩感知贪婪算法确定支撑集, 利用卡尔曼滤波迭代实现支撑集的精确估计, 采用自适应线性估计提高估计的精度, 算法可分为以下主要几个功能模块.

测量矩阵与测量值更新与修正: 如图2所示, 每个测量窗口都有相应的测量矩阵, 测量窗口滑动, 对应测量矩阵相应平移更新. 需注意的是, 图中的测量值序列 \mathbf{y}_k 中, 前 $L-1$ 个数据值还受 \mathbf{x}_k 之前数据的影响, 在每次测量更新时都要根据以前时刻的重构结果对测量值序列 \mathbf{y}_k 进行修正, 以消除其影响.

贪婪算法与卡尔曼滤波结合: 贪婪算法采用计算复杂度低、恢复精度较高的子空间追踪(subspace pursuit, SP)算法, 第1帧恢复时, 应用SP算法进行重构计算, 得到信号初始支撑集及其估计, 从后一帧开始, 采用基于自适应线性预测的卡尔曼滤波运算对相应支撑集的估计进行迭代求解, 同时计算恢复残差, 如果其大于设定值, 则利用SP算法从残差提取新的

支撑集, 合并到原有支撑集.

AR线性预测模型在线训练: 完成每帧信号重构后, 均进行一次AR线性预测模型在线训练, 所以AR模型能自适应跟踪信号数据的变化规律, 这里权值更新采用最小均方误差(least mean square, LMS)算法.

支撑集变化: 假设时变稀疏信号的支撑集是缓慢变化的, 信号重构应能及时跟踪支撑集变化, 以保证恢复精度. 每次卡尔曼滤波均要计算重构信号的测量值与实际测量值 \mathbf{y}_k 的差值, 如果该误差(信误比)大于设定阈值(阈值大小取决于原信号信噪比先验信息), 则可认为信号中增加了新的支撑集, 通过SP算法从残差提取该支撑集并入原支撑集; 同时如果某些支撑集权值在若干个迭代周期中持续近似零值, 则可认为在信号中该支撑集消失, 那么可在后续的迭代中删除该支撑集.

2.2 算法步骤

重构算法具体步骤如下.

输入: 测量向量 \mathbf{y} , 信号稀疏度 K , 信号压缩率 R 值, L 个 $L \times R$ 随机测量序列值, 测量噪声方差 σ_{obs}^2 , 状态转移方差 σ_{sys}^2 ;

输出: 信号估计值 $\hat{\mathbf{x}}$.

Step 1: 初始化. 确定支撑集个数上限 K_{max} , 支撑集增加阈值 ε_{add} 、删除阈值 ε_{del} , 卡尔曼滤波系数初始化, AR线性预测模型初始化.

Step 2: 首帧信号重构. 确定测量矩阵 Φ_0 , 取首帧 M 维测量值序列 \mathbf{y}_0 并修正, 采用压缩感知重构SP算法(也可以是其他重构算法), 得到信号的初始支撑集估计 Γ_0 、相应的权系数 \mathbf{X}_0 及首帧重构信号, 根据恢复的时域信号, 对AR线性预测模型进行训练.

Step 3: 后续帧信号重构.

Step 3.1: 确定测量矩阵 Φ_k , 取第 k 帧 M 维测量值序列 \mathbf{y}_k 并修正.

Step 3.2: 对支撑集 Γ_k 利用卡尔曼滤波对信号进行重构. 基于前述信号状态空间模型, 算法如下:

$$\mathbf{X}_{k+1|k} = \mathbf{A}_k \mathbf{X}_{k|k}, \quad (14)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k} = \mathbf{A}_k \mathbf{P}_{k|k} \mathbf{A}_k^T + \mathbf{Q}, \quad (15)$$

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k} \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k+1|k} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}]^{-1}, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{k+1|k+1} &= \mathbf{X}_{k+1|k} + \mathbf{K}_{k+1} [\mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{H}_k \mathbf{X}_{k+1|k}], \\ & \quad (17) \end{aligned}$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k+1} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_{k+1|k}, \quad (18)$$

其中 \mathbf{Q} 、 \mathbf{R} 分别为系统噪声和测量噪声. 对后验估计 $\mathbf{X}_{k+1|k+1}$ 作傅里叶反变换即可得到该时域信号的估计值.

Step 3.3: 计算重构误差,若大于设定值 ε_{add} ,且当前支撑集个数小于支撑集个数上限 K_{max} ,则通过 Step 3.4 寻找新的支撑集,否则转至 Step 3.5.

Step 3.4: 根据重构误差,采用 SP 算法选出若干个新支撑集加入集合 Γ_k 中,在新的支撑集下重新进行 Step 3.2 和 Step 3.3,直到重构误差小于设定阈值 ε_{add} 或支撑集达到个数上限 K_{max} .

Step 3.5: 根据支撑集及其权值,重构当前帧时域信号,并利用该信号对 AR 线性预测模型进行在线训练.

Step 3.6: 检查各个支撑集权值是否连续小于设定的删除阈值 ε_{del} ,若满足条件则将该支撑集从 Γ_k 中删除,然后转至 Step 3.1 进行下一次迭代.

输入 K 值是根据信号先验信息大致估计的值,算法迭代计算中该值会根据支撑集的变化自适应修正,支撑集个数上限 K_{max} 可取满足式 $M \geq K \log(N/K)$ 条件下 K 的取值上限.支撑集增加阈值 ε_{add} 取期望恢复信误比和信号信噪比的中间值.删除支撑集的阈值 ε_{del} 取介于信号底噪和最小的支撑集的中间值(如无该先验知识,则可取稍大于底噪声系数).

2.3 算法分析

ALP-KFCS 算法采用卡尔曼滤波方法跟踪求解信号支撑集,支撑集的随机快速变化会降低滤波器的跟踪性能,因此要求要恢复的信号支撑集是缓慢变化的.现有的研究成果均假设支撑集随时间缓慢变化,按 Vaswani^[12] 给出的支撑集缓慢变化的描述,要求支撑集元素位置和权值大小均需满足缓慢变化.在信号处理中,虽然一般情况下稀疏信号的支撑集及其幅值都是时间动态变化的,但本文采用交叉随机采样系统,每次测量窗口滑动的长度 R 远小于窗口长度 N ,前后窗口内的信号大部分是相同的,所以可认为支撑集缓慢变化,后面的仿真结果也验证了这一点.

算法首先通过贪婪算法确定较准确的支撑集,然后通过卡尔曼滤波迭代逐步求得其精确权值估计并跟踪其大小变化;对于支撑集元素位置的变化,根据恢复残差实时调整参与卡尔曼滤波的支撑集单元,以保证恢复精度.算法不依赖于支撑集的一次恢复精度,而是通过迭代使恢复的支撑集逐渐趋于准确,由于卡尔曼滤波的误差时域收敛,通过迭代噪声误差将被抑制,得到的支撑集将趋于准确,最终的恢复结果可以收敛到接近理想的卡尔曼滤波结果,接近于信号的最小二乘估计误差.

算法对系统状态转移方程建模时,在循环平移的

基础上引入了 AR 线性预测模型,有效利用了稀疏信号数据的前后内在规律,并采用实时在线方式训练,可以自动跟踪信号数据的变化规律,使得状态转移估计结果更准确(见后面仿真结果),从而提高卡尔曼滤波恢复精度.

在运算复杂度方面,第一帧重构时采用 SP 压缩感知重构算法的运算复杂度为 $O(MNK)$,后续帧重构采用降阶卡尔曼滤波算法,只对有效支撑集部分进行滤波,单次运算复杂度为 $O(M^{2.37})$,另外线性预测部分运算复杂度为 $O((N-R)R)$,增加新支撑集的 SP 运算只在检测到支撑集发生变化时调用,复杂度为 $O(MNK')$ (其中 $K' \ll K$ 为新增的支撑集个数).综合分析,本文的算法单次重构运算复杂度低于单帧恢复均采用 SP 算法,远低于复杂度较高的凸优化 SGP、KFCS 算法,比改进前的滑窗 KFCS 算法增加了线性预测部分,而这部分运算量相对很小.

3 仿真实验结果及分析

为验证本文提出的 ALP-KFCS 算法对实际信号的重建效果及性能,进行了一系列仿真验证实验,这些实验均是在惠普 g14 笔记本(4GB DDR3 内存, i5-4200U)上运行,仿真软件版本为 Matlab R2009a.若非特殊说明,对于不同的数据点均为运行 500 次的平均值.

信号仿真数据分别采用调频信号(FM)、调幅信号(AM)、WiFi 射频信号、语音采样信号(AUDIO)进行仿真验证,并根据需要加入一定强度的高斯白噪声.所选的仿真信号在频域上是稀疏的,同时其频谱位置和大小又是时变的,符合时变稀疏信号要求.

3.1 时变稀疏信号支撑集变化分析

首先验证测量窗口平移时,信号支撑集是否满足缓慢变化的要求.测量窗口长度 N 设为 360,以其能量最大若干频谱点作为支撑集(支撑集总能量占比达 99%),表 1 给出了测量窗口以不同的步长 R 滑动时支撑集变化情况.可见随着 R 的增大,前后测量窗口内的数据变化增大,支撑集的变化随之也越来越大. R 越大,压缩比越高,支撑集变化也越大,从而会影响信号的重建恢复性能.从表中结果可以看出, $R = 4$ 可以在这两方面具有较好的折衷,在具有 25% 压缩率的同时,支撑集的变化也相对较为缓慢.

表 1 不同窗口滑动速度对应的支撑集变化速度 %

R	1	2	3	4	5
支撑集变化比例	0.28	0.43	0.67	1.1	2.1
支撑集幅度变化	0.09	0.14	0.25	0.33	0.51

3.2 线性预测精度对比

在卡尔曼滤波模型中,采用循环移位和AR模型线性预测(权值稳定后)方法对测量窗口新滑入数据进行预测,信号中加入了高斯白噪声(信噪比15 dB),AM信号采用循环平移和AR模型的预测误差见图3.可见循环平移方式的预测值接近随机取值,误差接近100%,而训练后的AR模型线性利用了数据的内在特征,预测值具有较高的精度,误差稍高于20%(随着 R 值增加,预测长度增加,误差稍有增加),较高的预测精度有利于提高重建性能.

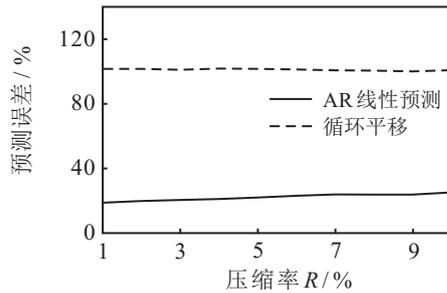


图3 不同 R 值时预测误差对比

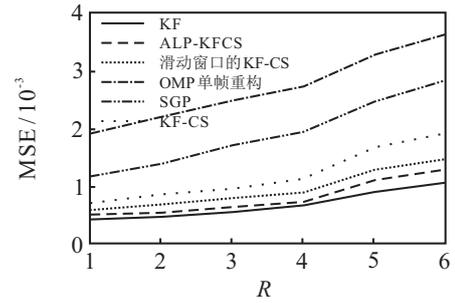
3.3 重建性能仿真

为验证所提出算法的重建效果及性能,将经典同类算法KF算法、滑动窗口KF-CS算法、KF-CS算法、SGP算法及OMP单帧重构算法与本文算法进行性能仿真对比.其中KF算法在仿真中假设已知实际支撑集的理想情况下作卡尔曼滤波(实际应用中无法实现),其计算可作为该类算法所能达到的理想精度;OMP单帧重构算法为采用静态压缩感知的思想,每一帧信号单独进行重构计算,不考虑信号间的相关性.

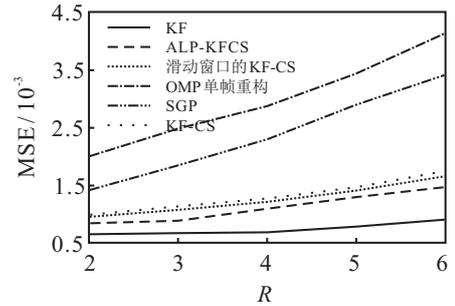
性能仿真中原始信号 x 采用前述信号,基本参数设置为 $N = 360, R = 4$,观测矩阵 Φ 取独立分布、零均值、单位方差的高斯随机矩阵,积分器个数 L 固定为32,由于实验信号在频域稀疏性较好,稀疏基 Ψ 采用离散傅立叶逆变换矩阵.在仿真中会根据实际需要改变其中部分参数进行对比分析.

图4给出了基本参数下,对于不同信号各重建算法在不同下采样率 R 时的恢复误差对比.由图4可见:各测试信号具有相似的恢复效果, R 值越大,压缩率越高,由于得到的采样信息变少,所有算法重建误差都有所增加.其中SGP和OMP单帧重构算法没有利用数据前后帧的关联信息,恢复误差较大;相比KF-CS算法,滑动窗口KF-CS算法数据前后帧之间相关度高,恢复精度也更高;而本文提出的算法在滑动窗口KF-CS算法的基础上,引入自适应线性预测方法,更进一步降低了重建误差,恢复精度接近理想的

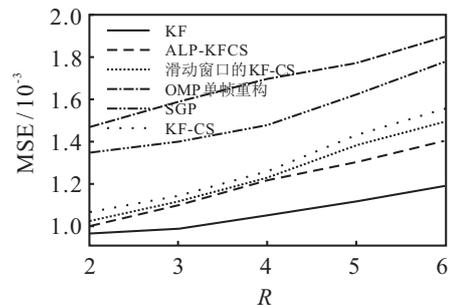
KF算法.



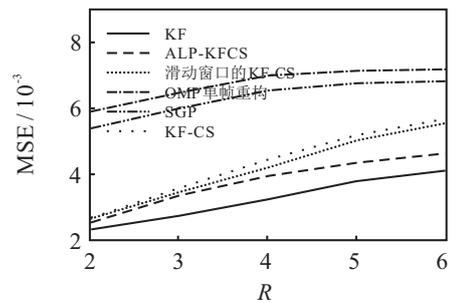
(a) FM信号恢复误差



(b) AM信号恢复误差



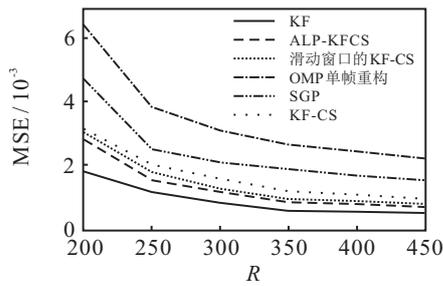
(c) WiFi信号恢复误差



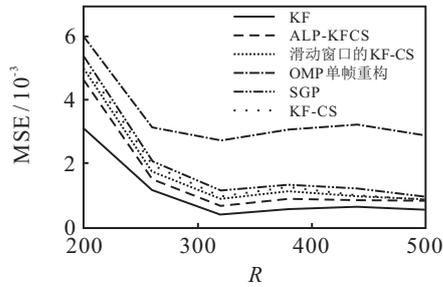
(d) 语音信号恢复误差

图4 不同下采样率 R 时恢复误差对比

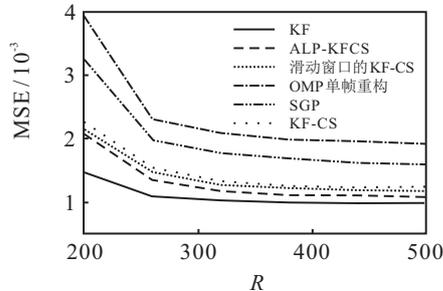
图5给出了基本参数下,各重建算法在不同测量窗口 N 时的恢复误差对比.可以看出,随着测量窗口 N 值增加,由于加窗效应引起的频谱泄露问题有所减弱,同时在 R 不变的情况下测量次数 M 也有所增加,所以各算法重建误差均大致随之下降(其中AM信号在 $N = 320$ 时滑动窗口刚好为载波信号周期的整数倍,这时循环平移得预测值也较准确,所以该处误差较小).与图4相似,所提出算法在不同的 N 值下均优于同类可实际应用的算法,比其中最好的滑窗KF-CS算法恢复精度提高约5%.



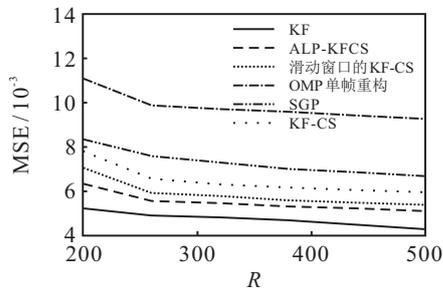
(a) FM信号恢复误差



(b) AM信号恢复误差



(c) WiFi信号恢复误差

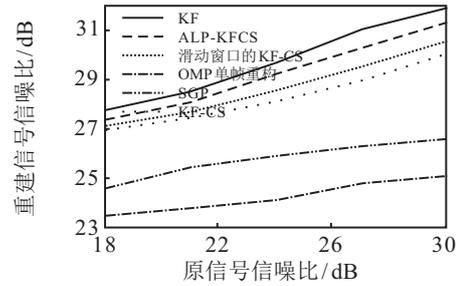


(d) 语音信号恢复误差

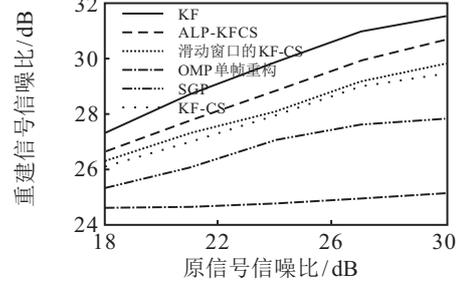
图5 不同测量窗口N值时恢复误差对比

图6给出了基本参数下,在原信号叠加不同强度的高斯白噪声情况下,各算法对信号的重建精度.由图6可见,对于各测试信号,算法的重建精度均随着信噪比的增大而增大,本文算法重建精度略优于KF-CS算法及滑窗KF-CS算法,明显优于SGP算法及OMP单帧重构算法,略低于理想KF算法.同时重建后的信号信噪比要高于相比原信号的信噪比,在高信噪比时仅稍有提高(1~2dB),而在低信噪比时则有大幅提高(8 dB左右),说明重建过程具有较强的抗噪声功能.

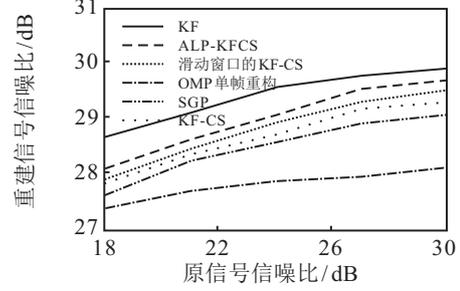
图7是各种算法运行时间的对比,要恢复的信号为一段总长3000个采样点数据. KF-CS算法和OMP单帧重构算法虽然单次重构运算复杂度高,但由于采



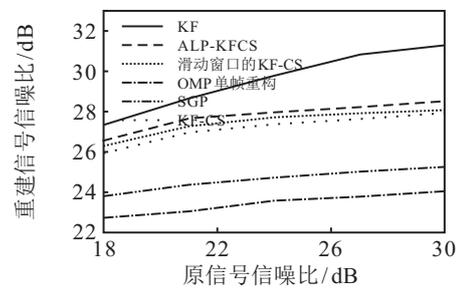
(a) FM信号恢复误差



(b) AM信号恢复误差



(c) WiFi信号恢复误差



(d) 语音信号恢复误差

图6 噪声环境下的重建精度

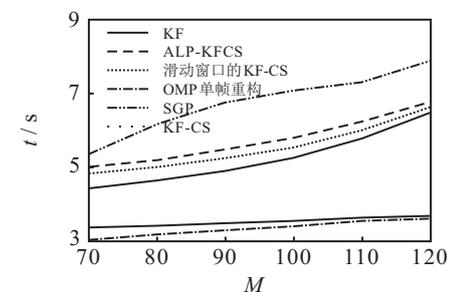


图7 算法运行时间对比

用独立分块方式,每次重构可以恢复N个数据点,总重构运算时间反而较短;其余几个算法采用滑动窗口模式,每次重构恢复R个数据点,重构时间较长,其中SGP算法由于采用凸优化算法,运算时间最长,本文算法在恢复时都会采用卡尔曼滤波和线性预测以

提高恢复精度, 数据处理的计算量相对较大, 运算时间与滑窗KF-CS算法接近, 稍高于理想KF算法。

4 结论

本文提出了基于自适应线性预测卡尔曼滤波压缩感知算法, 该算法利用前后窗内信号之间的相关性及信号的内在规律, 在卡尔曼滤波中引入AR模型进行信号的自适应线性预测, 以提高算法的重构性能。实验仿真结果表明, 所提出算法的计算复杂度比滑窗KF-CS算法稍有提高, 而与同类算法相比, 所提出算法可以更高的概率重建稀疏信号, 在噪声环境下也具有较高的重建精度。

参考文献(References)

- [1] Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [2] Candès E J. Compressive sampling[C]. Proceedings of the 2006 International Congress of Mathematicians. Madrid: EMS Publishing House, 2006: 1433-1452.
- [3] Candès E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transaction Info Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- [4] 荆楠, 毕卫红, 胡正平, 等. 动态压缩感知综述[J]. 自动化学报, 2015, 41(1): 22-37.
(Jing N, Bi W H, Hu Z P, et al. A survey on dynamic compressed sensing[J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(1): 22-37.)
- [5] Meenakshi, Budhiraja S. A survey of compressive sensing based greedy pursuit reconstruction algorithms[J]. International Journal of Image, Graphics and Signal Processing, 2015, 7(10): 1-10.
- [6] Akhila A T, Divya R. A survey on greedy reconstruction algorithms in compressive sensing[J]. International Journal of Research in Computer and Communication Technology, 2016, 3(5): 126-129.
- [7] Qaisar S, Bilal R, Iqbal M, et al. Compressive sensing: From theory to applications a survey[J]. Journal of Communications and Networks, 2013, 15(5): 443-456.
- [8] 方红, 杨海蓉. 贪婪算法与压缩感知理论[J]. 自动化学报, 2011, 37(12): 1413-1421.
(Fang H, Yang H R. Greedy algorithms and compressed sensing[J]. Acta Automatica Sinica, 2011, 37(12): 1413-1421.)
- [9] 田金鹏, 刘小娟, 郑国莘. 一种变步长稀疏度自适应子空间追踪算法[J]. 自动化学报, 2016, 42(10): 1512-1519.
(Tian J P, Liu X J, Zheng G X. A variable step size sparsity adaptive subspace pursuit algorithm[J]. Acta Automatica Sinica, 2016, 42(10): 1512-1519.)
- [10] Boufounos P T, Asif M S. Compressive sampling for streaming signals with sparse frequency content[C]. Proceedings of Annual Conference on Information Science and Systems. Princeton: IEEE, 2010: 1-6.
- [11] Boufounos P T, Asif M S. Compressive sensing for streaming signals using the Streaming Greedy Pursuit[C]. Proceedings of Military Communications Conference. San Jose: IEEE, 2010: 1205-1210.
- [12] Vaswani N. Kalman filtered compressed sensing[C]. Proceedings of the 15th IEEE International Conference on Image Processing. San Diego: IEEE, 2008: 893-896.
- [13] Lu W, Vaswani N. Regularized modified BPDN for noisy sparse reconstruction with partial erroneous support and signal value knowledge[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(1): 182-196.
- [14] Ziniel J, Schniter P. Dynamic compressive sensing of time-varying signals via approximate message passing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(21): 5270-5284.
- [15] 郭文彬, 李航. 基于压缩感知的自适应卡尔曼滤波[J]. 信号处理, 2012, 28(6): 799-805.
(Guo W B, Li H. Adaptive Kalman filter based on compressed sensing[J]. Signal Processing, 2012, 28(6): 799-805.)
- [16] Hawes M, Mihaylova L, Septier F, et al. Bayesian compressive sensing approaches for direction of arrival estimation with mutual coupling effects[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2017, 65(3): 1357-1368.
- [17] Ding X, Chen W, Wassell I J. Compressive sensing reconstruction for video: an adaptive approach based on motion estimation[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2017, 27(7): 1406-1420.
- [18] 林思铭, 彭卫东, 林志国, 等. 改进的卡尔曼滤波压缩感知信道估计算法[J]. 探测与控制学报, 2016, 38(6): 99-103.
(Lin S M, Peng W D, Ling Z G, et al. An improved channel estimation algorithm based on kalman filter compressed sensing[J]. Journal of Detection and Control, 2016, 38(6): 99-103.)
- [19] Ziniel J, Schniter P. Efficient high-dimensional inference in the multiple measurement vector problem[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(2): 340-354.
- [20] Tropp J A, Laska J N, Duarte M F, et al. Beyond nyquist: Efficient sampling of sparse band limited signals[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(1): 520-544.

作者简介

田金鹏(1974—), 男, 讲师, 博士, 从事信号处理、压缩感知等研究, E-mail: adaline@163.com;

闵天(1993—), 男, 硕士生, 从事压缩感知、图像处理的研究, E-mail: mthaha@shu.edu.cn;

薛莹(1994—), 女, 硕士生, 从事基于动态压缩感知信号重建的研究, E-mail: xyzlkx@163.com;

郑国莘(1960—), 男, 教授, 博士生导师, 从事信号处理、限定空间无线电通信等研究, E-mail: gxzheng@staff.shu.edu.cn.