

控制与决策

Control and Decision

无线多跳网络联合拥塞控制和功率分配的快速二阶算法

冯维, 徐永鑫, 王凤, 姚英彪, 许晓荣

引用本文:

冯维, 徐永鑫, 王凤, 等. 无线多跳网络联合拥塞控制和功率分配的快速二阶算法[J]. *控制与决策*, 2020, 35(1): 99–106.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0564>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于能耗区域感知的无线传感器网络路由算法

Energy balance routing algorithm based on forward-aware for wireless sensor networks

控制与决策. 2019, 34(7): 1425–1432 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.1700>

基于社区划分的多智能体网络快速蜂拥控制

Fast flocking algorithm of multi-agent network via community division

控制与决策. 2018, 33(8): 1523–1526 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0478>

基于压缩感知的传感器网络中概率负载均衡的数据路由协议

Probability load balance routing protocol based on compressive sensing in wireless sensor networks

控制与决策. 2018, 33(6): 1041–1047 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0237>

WSNs中基于期望网络覆盖和分簇压缩感知的数据收集方案

Data collection scheme based on expected network coverage and cluster compressive sensing for WSNs

控制与决策. 2018, 33(3): 422–430 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0029>

基于区域划分的WSN非均匀多跳分簇路由算法

A zone-based unequal multi-hop clustering algorithm in WSNs

控制与决策. 2017, 32(9): 1695–1700 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0583>

基于引力搜索算法的异构无线传感器网络路由分簇算法

Routing and clustering algorithm heterogeneous wireless sensor networks based on gravitational search algorithm

控制与决策. 2017, 32(3): 563–569 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0111>

基于C-V模型的网络覆盖空洞探测与修复算法

Network coverage holes detecting and healing algorithm based on C-V model

控制与决策. 2016, 31(8): 1424–1428 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.0862>

基于敏感度方差重要性的RBF神经网络结构优化算法

Optimal algorithm for RBF neural network structure based on variance significance in output sensitivity

控制与决策. 2015, 30(8): 1393–1398 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.0821>

无线多跳网络联合拥塞控制和功率分配的快速二阶算法

冯 维, 徐永鑫, 王 凤, 姚英彪[†], 许晓荣

(杭州电子科技大学 通信工程学院, 杭州 310018)

摘 要: 针对节点功率受限的无线多跳网络, 研究业务流路由确知时的联合功率分配、流量分配和拥塞控制问题, 并基于原始对偶内点法设计一种具有二阶收敛性能的算法. 该算法利用矩阵分裂方法实现业务流源速率和节点功率的分布式更新, 最终优化网络效用. 仿真结果表明, 算法能有效降低网络中的功率消耗, 提高网络的能量效用, 同时相较于传统拉格朗日对偶分解法, 所提出算法具有非常好的收敛性能.

关键词: 无线多跳网络; 原始对偶内点法; 拥塞控制; 功率分配; 矩阵分裂

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Fast second-order algorithm for jointly congestion control and power allocation in wireless multi-hop networks

FENG Wei, XU Yong-xin, WANG Feng, YAO Ying-biao[†], XU Xiao-rong

(Communications Engineering Academy, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: This paper investigates the jointly power allocation, flow and congestion control problem in the limited powered wireless multi-hop networks with the previously-established routes, and designs an efficient second-order algorithm based on the primal dual interior point method. The proposed algorithm utilizes the matrix splitting technology to realize distributed update of source rate and node power, and ultimately, optimizes the network utility. The simulation results show that the proposed algorithm significantly reduces the power consumption and improves the energy efficiency, furthermore, it has fast and reliable convergence performance compared with the traditional Lagrange primal-dual approach.

Keywords: wireless multi-hop network; primal dual interior point method; congestion control; power allocation; matrix splitting

0 引 言

无线多跳网络具有自组织、低成本和容易部署等优点, 已得到广泛应用, 高效率的无线多跳网络的跨层资源分配成为研究热点^[1]. 目前, 针对无线多跳网络跨层算法的研究已经取得大量成果. 在这些方法中, 关于联合拥塞控制和路由选择问题的研究, 通常都是以网络效用最大化为目标, 运用拉格朗日对偶分解或次梯度法实现对流速率的有效和公平分配^[2-4]. 但这些方法均存在收敛速度慢、迭代步长难以选择的问题, 因此, 近年来很多学者针对这一问题开始对建立在内点法基础上的二阶算法展开研究. 文献[5]研究了路由确知的网络流控制问题, 提出了一种截断牛顿原始对偶内点法以实现网络效用最大化, 这个算法是集中式的, 需要依靠全局信息. 文献

[6]仅考虑拥塞控制问题, 且算法的迭代步长控制策略实现非常复杂. 文献[7]设计了一种新的分布式牛顿法, 解决了信道容量受限情形下多径路由的拥塞控制问题, 实现网络效用最大化. 文献[8]进一步考虑了网络节点具有缓存区的场景, 基于原始对偶内点法设计了一种更高效的二阶算法, 相比于以前的二阶算法仅有原始变量通过牛顿方向更新, 新算法收敛速度更快, 而且通过集合投影的方法进行步长控制更为简便. 但是众多的二阶算法均采用固定功率分配策略, 信道容量是预先确定的, 节点无法自适应地调整链路输出功率, 导致不必要的能量消耗.

本文考虑节点功率受限的无线多跳网络应用场景, 研究了业务流路由确知时的联合功率分配、源速率和拥塞控制的问题, 并且基于原始对偶内点法设计

收稿日期: 2018-05-02; 修回日期: 2018-06-29.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61671192, 61501158); 浙江省自然科学基金项目(LY16F010012, LY14F010019); 浙江省教育厅一般科研项目(Y201533647); 浙江省科协青年科技人才培育工程项目(2016YCGC009); 杭州电子科技大学“电子科学与技术”浙江省一流学科A类开放基金项目(GK178800207001/024).

责任编辑: 田玉平.

[†]通讯作者. E-mail: yaoyb@hdu.edu.cn.

了一种具有二阶收敛性能的算法. 该算法通过利用矩阵分裂方法实现了网络节点和链路对业务流源速率和链路功率的分布式更新, 实现了网络效用的最大化.

1 系统模型和问题建模

1.1 系统模型

本文网络拓扑 $G = \{\mathbf{N}, \mathbf{L}\}$, \mathbf{N}, \mathbf{L} 分别表示网络节点集合和链路集合, 网络节点数目 $|\mathbf{N}| = N$, 网络链路数目 $|\mathbf{L}| = L$. 网络中有 S 个端到端的业务流, 流速率集合 $F = \{f_1, \dots, f_s, \dots, f_S\}$, 每个业务流都有对应的源节点和目的节点, 分别为 $\text{Src}(s)$ 和 $\text{Dst}(s)$, 且 $\text{Src}(s) \neq \text{Dst}(s)$. 定义 \mathbf{D} 为无输出链路的节点集合, $|\mathbf{D}| = D$; 网络中的链路是双向的, 业务流的源节点可以通过多跳将数据传输至目的节点, 且路由确知, 定义路由表矩阵 $\mathbf{R} \in \mathbf{R}^{L \times S}$ 和去掉目的节点后的节点链路矩阵 $\mathbf{T} \in \mathbf{R}^{(N-D) \times L}$ 分别为

$$(\mathbf{R})_{ls} = \begin{cases} 1, & \text{Link } l \text{ on the route of service flow } s; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

$$(\mathbf{T})_{nl} = \begin{cases} 1, & \text{Node } n \text{ is the sending node of link } l; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

1.2 问题建模

假设所有信道都用带有路径损耗指数 α 的大尺度衰落和小尺度瑞利衰落建模, 链路 l 的信噪比为

$$\text{SNR}_l = \frac{p_l |h_l|^2}{d_l^\alpha}.$$

其中: d_l 为链路 l 的距离, h_l 为信道增益系数, p_l 为链路 l 的发送功率, $|h_l|^2$ 服从均值为 1 的指数分布^[9]. 为了方便计算, 对噪声功率进行归一化处理, 链路 l 的信道容量为

$$C_l(p_l) = \text{Blog} \left(1 + \frac{p_l |h_l|^2}{d_l^\alpha} \right).$$

任意时隙, 网络中所有流经链路 l 的业务流数据之和不能超过其信道容量, 即存在信道容量的限制, 有

$$\sum_{s:l \in L(s)} f_s \leq C_l(p_l),$$

其中 $L(s)$ 为流 s 的传输路径. 为了控制突发性, 令 $f_s \leq f_s^{\max}$. 由于网络中节点功率有限, 对于网络中的任一节点 n , 满足

$$\sum_{l \in O(n)} p_l \leq p_n^{\max}.$$

其中: p_l 为链路 l 的发送功率, p_n^{\max} 为节点 n 具有的最大功率值, $O(n)$ 为节点 n 的输出链路集.

1.3 优化问题

以最大化网络整体效用为目标函数建模

$$\max \sum_{s=1}^S U(f_s);$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{s:l \in L(s)} f_s \leq C_l(p_l) \quad \forall l, \quad (1)$$

$$\sum_{l \in O(n)} p_l \leq p_n^{\max} \quad \forall n, \quad (2)$$

$$f_s \geq 0, \quad \forall s, \quad p_l \geq 0, \quad \forall l, \quad (3)$$

$$C_l(p_l) = \text{Blog} \left(1 + \frac{p_l |h_l|^2}{d_l^\alpha} \right). \quad (4)$$

其中效用函数 $U(f_s) = \log(f_s)$. 该目标函数可以获得业务流之间的比例公平性^[3].

2 集中式和分布式的二阶联合算法

用 $\mathbf{y} = [f_1, \dots, f_S, p_1, \dots, p_L]^T$ 表示所有的源速率和链路功率变量; $\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T} \end{bmatrix}$ 表示网络的拓扑信息; $\mathbf{e} = [C_1, \dots, C_L, p_1^{\max}, \dots, p_N^{\max}]^T \in \mathbf{R}^{L+N-D}$; $\forall l, \forall f, \forall n \neq \text{Dst}(f)$ 表示链路信道容量和节点功率的限制(不包括目的节点); C_l 表示链路 l 的信道容量; $\mathbf{0}$ 表示全零矩阵, 维数结合上下文确定. 基于此, 条件(1)和(2)可综合表示成矩阵形式约束

$$\mathbf{M}\mathbf{y} \leq \mathbf{e}. \quad (5)$$

为了求解原问题, 首先利用障碍函数法^[10]将优化问题转化为无约束的优化问题, 重构的优化问题为

$$\min \hat{f}_\mu(\mathbf{y}). \quad (6)$$

$$\hat{f}_\mu(\mathbf{y}) = -\mu \sum_{s=1}^S U(f_s) - \sum_{s=1}^S \log(f_s) - \sum_{s=1}^S U(p_l) - \sum_{l=1}^L \log \left(C_l(p_l) - \sum_{s:l \in L(s)} f_s \right) - \sum_{n=1}^{N-D} \log \left(p_n^{\max} - \sum_{l \in O(n)} p_l \right) = f_\mu(\mathbf{y}) - \sum_{l=1}^L \log \left(C_l(p_l) - \sum_{s:l \in L(s)} f_s \right) - \sum_{n=1}^{N-D} \log \left(p_n^{\max} - \sum_{l \in O(n)} p_l \right). \quad (7)$$

其中

$$f_\mu(\mathbf{y}) = -\mu \sum_{s=1}^S U(f_s) - \sum_{s=1}^S \log(f_s) - \sum_{s=1}^S U(p_l), \quad (8)$$

μ 为障碍函数惩罚因子,用于调整与原优化问题的近似程度, μ 越大,重构的优化问题的最优解与原问题的最优解越接近。

对障碍目标函数 $\hat{f}_\mu(\mathbf{y})$ 求导,令导数为0,得到

$$\frac{\partial \hat{f}_\mu(\mathbf{y})}{\partial f_s} = -\mu U'(f_s) - \frac{1}{f_s} + \sum_{l=1}^L \frac{1_s(l)}{\left(C_l(p_l) - \sum_{s:l \in L(s)} f_s\right)}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \hat{f}_\mu(\mathbf{y})}{\partial f_l} = -\frac{C_l'(p_l)}{C_l(p_l) - \sum_{s:l \in L(s)} f_s} - \frac{1}{p_l} + \frac{1}{\left(p_n^{\max} - \sum_{j \in O(Tx(l))} p_j\right)} = 0. \quad (10)$$

当链路 l 在业务流 f_s 的路由上时, $1_s(l) = 1$,反之为0。 $Tx(l)$ 表示链路的发送节点,根据原始对偶内点法,定义对偶变量

$$w_l = \frac{1}{\left(C_l(p_l) - \sum_{s:l \in L(s)} f_s\right)},$$

$$\varphi_n = \frac{1}{\left(p_n^{\max} - \sum_{l \in O(n)} p_l\right)}.$$

其中: $\left(C_l(p_l) - \sum_{s:l \in L(s)} f_s\right)$ 为信道剩余容量,反映了信道拥塞程度; $\left(p_n^{\max} - \sum_{l \in O(n)} p_l\right)$ 为节点剩余功率,反映了链路从发送节点处获得更多功率时的限制程度; w_l 和 φ_n 分别为链路拥塞价格和节点功率价格。用 $\mathbf{w} = [w_l, \forall l]^T \in R^L$ 表示所有拥塞价格, $\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_n, \forall n, \forall n \neq D]^T \in R^{N-D}$ 表示所有节点的功率价格, $\boldsymbol{\lambda} = [\mathbf{w}^T, \boldsymbol{\varphi}^T]^T$ 表示全部对偶变量。重构优化问题的扰动KKT条件,包含平稳性(ST)、原始可行性(PF)、对偶可行性(DF)和扰动互补松弛(CS)条件,有

$$(ST): \nabla f_\mu(\mathbf{y}) + (\mathbf{M}^T - \nabla \mathbf{e})\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0}; \quad (11)$$

$$(PF): \mathbf{y} > \mathbf{0}, \mathbf{M}\mathbf{y} - \mathbf{e} < \mathbf{0}; \quad (12)$$

$$(DF): \boldsymbol{\lambda} > \mathbf{0}; \quad (13)$$

$$(CS): -\text{diag}\{\mathbf{M}\mathbf{y} - \mathbf{e}\}\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{1}. \quad (14)$$

其中 $\mathbf{1}$ 表示全1向量,维数结合上下文决定。为获得重构优化问题的最优解,需求解由其扰动KKT条件构成的非线性系统。通过牛顿法求解该非线性系统,有

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{[t]} - \nabla^2 \mathbf{e}_{[t]} & \mathbf{M}^T - \nabla \mathbf{e}_{[t]} \\ -\boldsymbol{\Lambda}_{[t]}(\mathbf{M} - \nabla \mathbf{e}_{[t]}^T) & -\mathbf{Q}_{[t]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{y}_{[t]} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda}_{[t]} \end{bmatrix} =$$

$$-\begin{bmatrix} \mathbf{g}_{[t]} + (\mathbf{M}^T - \nabla \mathbf{e}_{[t]})\boldsymbol{\lambda}_{[t]} \\ -(\boldsymbol{\Lambda}_{[t]}\mathbf{Q}_{[t]} + \mathbf{I})\mathbf{1} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

其中: $\mathbf{g}_{[t]} = \nabla f_u(\mathbf{y}_{[t]})$ 为 $f_u(\mathbf{y}_{[t]})$ 的梯度矩阵, $\mathbf{H}_{[t]} = \nabla^2 f_u(\mathbf{y}_{[t]})$ 为 $f_u(\mathbf{y}_{[t]})$ 的Hessian矩阵,且有

$$\nabla \mathbf{e}_{[t]} = \frac{\partial \mathbf{e}_{[t]}}{\partial \mathbf{y}_{[t]}}, \nabla^2 \mathbf{e}_{[t]} = \frac{\partial (\nabla \mathbf{e}_{[t]})\boldsymbol{\lambda}_{[t]}}{\partial \mathbf{y}_{[t]}},$$

$\boldsymbol{\Lambda}_{[t]} = \text{diag}\{\boldsymbol{\lambda}_{[t]}\}$, $\mathbf{Q}_{[t]} = \text{diag}\{\mathbf{M}\mathbf{y}_{[t]} - \mathbf{e}_{[t]}\}$, $\text{diag}\{*\}$ 表示对角化, t 为时隙下标, \mathbf{I} 为单位矩阵,维数结合上下文决定。

根据式(15)中原始变量的牛顿方向 $\Delta \mathbf{y}_{[t]}$ 和对偶变量的牛顿方向 $\Delta \boldsymbol{\lambda}_{[t]}$,原始变量 \mathbf{y} 和对偶变量 $\boldsymbol{\lambda}$ 的迭代求解策略如下:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{[t+1]} \\ \boldsymbol{\lambda}_{[t+1]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{[t]} \\ \boldsymbol{\lambda}_{[t]} \end{bmatrix} + \pi_{[t]} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{y}_{[t]} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda}_{[t]} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

其中 $\pi_{[t]}$ 为迭代步长。求解式(15)可以得到原始变量及对偶变量的牛顿方向表达式分别为

$$\Delta \mathbf{y}_{[t]} = -\mathbf{F}_{[t]}^{-1}[\mathbf{g}_{[t]} - (\mathbf{M}^T - \nabla \mathbf{e}_{[t]})\mathbf{Q}_{[t]}^{-1}\mathbf{1}], \quad (17)$$

$$\Delta \boldsymbol{\lambda}_{[t]} =$$

$$\{-\mathbf{G}_{[t]}^{-1}[(\mathbf{M} - \nabla \mathbf{e}_{[t]}^T)(\mathbf{H}_{[t]} - \nabla^2 \mathbf{e}_{[t]})^{-1} \times$$

$$(\mathbf{g}_{[t]} + (\mathbf{M}^T - \nabla \mathbf{e}_{[t]})\boldsymbol{\lambda}_{[t]}) - (\mathbf{Q}_{[t]} + \boldsymbol{\Lambda}_{[t]}^{-1})\mathbf{1}]\}. \quad (18)$$

其中

$$\mathbf{F}_{[t]} = [\mathbf{H}_{[t]} - \nabla^2 \mathbf{e}_{[t]} - (\mathbf{M}^T - \nabla \mathbf{e}_{[t]}) \times \mathbf{Q}_{[t]}^{-1} \boldsymbol{\Lambda}_{[t]}(\mathbf{M} - \nabla \mathbf{e}_{[t]}^T)], \quad (19)$$

$$\mathbf{G}_{[t]} = [(\mathbf{M} - \nabla \mathbf{e}_{[t]}^T)(\mathbf{H}_{[t]} - \nabla^2 \mathbf{e}_{[t]})^{-1} \times (\mathbf{M} - \nabla \mathbf{e}_{[t]}) - \boldsymbol{\Lambda}_{[t]}^{-1} \mathbf{Q}_{[t]}]. \quad (20)$$

因为式(17)和(18)中关于 $\mathbf{F}_{[t]}$ 、 $\mathbf{G}_{[t]}$ 等矩阵的求逆运算需要利用整个网络的业务流源速率、链路功率、信道状态信息等全局信息,所以通过式(16)~(18)可以实现优化问题的集中式求解。但集中式求解过程中信令开销很大,难以应对网络规模较大的情况,因此接下来结合对偶变量以全牛顿步长更新的结果和矩阵分裂的方法,将式(17)和(18)所涉及到的矩阵求逆问题简化为只对角矩阵求逆,进一步推出本文分布式算法。

2.1 分布式二阶优化算法

考虑对偶变量以全牛顿步长(即 $\pi = 1$)更新,即 $\tilde{\boldsymbol{\lambda}}_{[t+1]} = \boldsymbol{\lambda}_{[t]} + \Delta \boldsymbol{\lambda}_{[t]}$,代入式(18)并化简得到

$$\tilde{\boldsymbol{\lambda}}_{[t+1]} = \mathbf{G}_{[t]}^{-1}[-(\mathbf{M} - \nabla \mathbf{e}_{[t]}^T)(\mathbf{H}_{[t]} - \nabla^2 \mathbf{e}_{[t]})^{-1} \mathbf{g}_{[t]} + \boldsymbol{\Lambda}_{[t]}^{-1} \mathbf{1}]. \quad (21)$$

由式(15)可得

$$(\mathbf{H}_{[t]} - \nabla^2 \mathbf{e}_{[t]}) \Delta \mathbf{y}_{[t]} + (\mathbf{M}^T - \nabla \mathbf{e}_{[t]}) \Delta \boldsymbol{\lambda}_{[t]} = -[\mathbf{g}_{[t]} + (\mathbf{M}^T - \nabla \mathbf{e}_{[t]}) \boldsymbol{\lambda}_{[t]}].$$

最终得到原始及对偶变量牛顿方向的另一种计算方法为

$$\Delta \mathbf{y}_{[t]} = -(\mathbf{H}_{[t]} - \nabla^2 \mathbf{e}_{[t]})^{-1} [\mathbf{g}_{[t]} + (\mathbf{M}^T - \nabla \mathbf{e}_{[t]}) \tilde{\boldsymbol{\lambda}}_{[t+1]}], \quad (22)$$

$$\Delta \boldsymbol{\lambda}_{[t]} = \tilde{\boldsymbol{\lambda}}_{[t+1]} - \boldsymbol{\lambda}_{[t]}. \quad (23)$$

2.2 原始变量牛顿方向的分布式计算

为了能够分布式地对原始变量的牛顿方向进行求解,需要对式(22)中的 $(\mathbf{H}_{[t]} - \nabla^2 \mathbf{e}_{[t]})^{-1} = (\nabla^2 f_{\mu}(\mathbf{y}_{[t]}) - \nabla^2 \mathbf{e}_{[t]})^{-1}$ 进行分布式计算.由式(4)和(8)可得(省略时隙下标 t)

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\mu}(\mathbf{y})}{\partial f_s} &= -\mu U'(f_s) - \frac{1}{f_s}, \\ \frac{\partial^2 f_{\mu}(\mathbf{y})}{\partial f_s^2} &= -\mu U''(f_s) + \frac{1}{f_s^2}, \\ \frac{\partial f_{\mu}(\mathbf{y})}{\partial p_l} &= -\frac{1}{p_l}, \quad \frac{\partial^2 f_{\mu}(\mathbf{y})}{\partial p_l^2} = \frac{1}{p_l^2}. \end{aligned}$$

其中 $U'(f_s)$ 和 $U''(f_s)$ 分别表示效用函数的一阶导数和二阶导数,有

$$\nabla \mathbf{e} = \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}' & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \nabla \mathbf{e} \in \mathbf{R}^{(S+L) \times (L+N-D)},$$

$$\nabla^2 \mathbf{e} = \frac{\partial(\nabla \mathbf{e} \times \boldsymbol{\lambda})}{\partial \mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}'' \boldsymbol{\Lambda} \end{bmatrix},$$

$$\nabla^2 \mathbf{e} \in \mathbf{R}^{(S+L) \times (S+L)},$$

$$\mathbf{C}' = \text{diag}\{C'_l = \frac{\partial C_l}{\partial p_l}, \forall l\},$$

$$\mathbf{C}'' = \text{diag}\{C''_l = \frac{\partial^2 C_l}{\partial p_l^2}, \forall l\},$$

$$\mathbf{C}'' \boldsymbol{\Lambda} = \text{diag}\{w_l C''_l, \forall l\}.$$

C'_l 和 C''_l 分别为信道容量关于链路功率的一阶导数和二阶导数. $\mathbf{g}_{[t]} = [(\mathbf{g}_{[t]}^s)^T, (\mathbf{g}_{[t]}^l)^T]^T \in \mathbf{R}^{S+L}$,其中

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_{[t]}^s &= \left[-\mu U'(f_{1,[t]}) - \frac{1}{f_{1,[t]}}, \dots, -\mu U'(f_{S,[t]}) - \frac{1}{f_{S,[t]}} \right]^T, \\ \mathbf{g}_{[t]}^l &= \left[-\frac{1}{p_{1,[t]}}, \dots, -\frac{1}{p_{L,[t]}} \right]^T. \end{aligned}$$

$(\mathbf{H}_{[t]} - \nabla^2 \mathbf{e}_{[t]})$ 可以表示为如下对角结构:

$$(\mathbf{H}_{[t]} - \nabla^2 \mathbf{e}_{[t]}) = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{[t]} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_{[t]} \end{bmatrix}.$$

其中

$$\mathbf{S}_{[t]} = \text{diag}\left\{-\mu U''(f_{s,[t]}) + \frac{1}{f_{s,[t]}^2}, \forall s\right\},$$

$$\mathbf{P}_{[t]} = \text{diag}\left\{\frac{1}{p_{l,[t]}^2} - w_{l,[t]} C''_{l,[t]}, \forall l\right\}.$$

矩阵 $\mathbf{S}_{[t]}$, $\mathbf{P}_{[t]}$ 是对角矩阵,容易求得各自的逆矩阵分别为

$$\mathbf{S}_{[t]}^{-1} = \text{diag}\left\{\left(-\mu U''(f_{s,[t]}) + \frac{1}{f_{s,[t]}^2}\right)^{-1}, \forall s\right\},$$

$$\mathbf{P}_{[t]}^{-1} = \text{diag}\left\{\left(\frac{1}{p_{l,[t]}^2} - w_{l,[t]} C''_{l,[t]}\right)^{-1}, \forall l\right\}.$$

所以 $(\mathbf{H}_{[t]} - \nabla^2 \mathbf{e}_{[t]})$ 的逆矩阵为

$$(\mathbf{H}_{[t]} - \nabla^2 \mathbf{e}_{[t]})^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{[t]}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_{[t]}^{-1} \end{bmatrix}.$$

代入式(22)得到流速率及链路功率牛顿方向的分布式更新公式

$$\Delta f_{s,[t]} = -\left(-\mu U''(f_{s,[t]}) + \frac{1}{f_{s,[t]}^2}\right)^{-1} \times \left[-\mu U'(f_{s,[t]}) - \frac{1}{f_{s,[t]}} + \sum_{l \in L(s)} \tilde{w}_{l,[t+1]}\right], \quad (24)$$

$$\Delta p_{l,[t]} = -\left(\frac{1}{p_{l,[t]}^2} - w_{l,[t]} C''_{l,[t]}\right)^{-1} \times \left[-\frac{1}{p_l} - C'_{l,[t]} \tilde{w}_{l,[t+1]} + \tilde{\varphi}_{Tx(l),[t+1]}\right]. \quad (25)$$

2.3 对偶变量牛顿方向的分布式计算

对偶变量牛顿方向(式(23))分布式求解的关键在于式(21)的求解,其中 $\mathbf{G}_{[t]}^{-1}$ 项在计算过程中需要全局信息.为了实现 $\tilde{\boldsymbol{\lambda}}_{[t+1]}$ 的分布式更新,将式(21)变形为

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{[t+1]} \tilde{\boldsymbol{\lambda}}_{[t+1]} &= \\ & -(\mathbf{M} - \nabla \mathbf{e}_{[t]}^T)(\mathbf{H}_{[t]} - \nabla^2 \mathbf{e}_{[t]})^{-1} \mathbf{g}_{[t]} + \boldsymbol{\Lambda}_{[t]}^{-1} \mathbf{1}. \end{aligned} \quad (26)$$

矩阵分裂是通过迭代求解线性方程组常用的方法^[11],下面采用矩阵分裂的方法完成对 $\mathbf{G}_{[t]}$ 项的分解,最终实现在计算 $\tilde{\boldsymbol{\lambda}}_{[t+1]}$ 时只需对一个对角矩阵进行求逆.

矩阵分裂技术可以简单概括为:对于一个线性方程组 $\mathbf{Fz} = \mathbf{d}$,其中 $\mathbf{F} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 是一个非奇异矩阵, $\mathbf{z}, \mathbf{d} \in \mathbf{R}^n$.将 \mathbf{F} 分裂为 $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_2$,且 \mathbf{F}_1 仍为非奇异矩阵.通常 \mathbf{F}_1 有很多选择,为了更容易求逆, \mathbf{F}_1 一般取对角矩阵形式.于是,线性方程组的近似解可以通过如下迭代获得:

$$\mathbf{z}^{k+1} = (\mathbf{F}_1^{-1} \mathbf{F}_2) \mathbf{z}^k + \mathbf{F}_1^{-1} \mathbf{d}, \quad k \geq 0. \quad (27)$$

当且仅当 $\mathbf{F}_1^{-1} \mathbf{F}_2$ 的谱半径 $\rho(\mathbf{F}_1^{-1} \mathbf{F}_2) < 1$ 时,随着 $k \rightarrow \infty$,式(27)的迭代结果收敛至 $\mathbf{z} = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{d}$.

由上文可以得到式(26)中 $\tilde{\boldsymbol{\lambda}}_{[t+1]}$ 迭代计算的结果,具体细节在定理1中给出.

定理1 将 $\mathbf{G}_{[t]}$ 分裂为

$$\mathbf{G}_{[t]} = (\Phi_{[t]} + \beta \bar{\Omega}_{[t]}) - (\beta \bar{\Omega}_{[t]} - \Omega_{[t]}).$$

其中: $\Phi_{[t]} = \text{diag}\{\mathbf{G}_{[t]}\}$, 表示由 $\mathbf{G}_{[t]}$ 对角元素构成的对角矩阵; $\Omega_{[t]} = \mathbf{G}_{[t]} - \Phi_{[t]}$, 表示去掉 $\mathbf{G}_{[t]}$ 对角元素后剩余的非对角部分; $\bar{\Omega}_{[t]}$ 为一个对角矩阵, 其对角元素 $(\bar{\Omega}_{[t]})_{ii} = \sum_j |(\Omega_{[t]})_{ij}|$, 表示 $\Omega_{[t]}$ 的各行元素绝对值之和; $\beta > 1/2$, 是一个用于调节收敛速度的参数. 则 $\tilde{\lambda}_{[t+1]}$ 可以通过如下迭代公式进行求解:

$$\begin{aligned} \tilde{\lambda}_{[t+1]}^{k+1} = & (\Phi_{[t]} + \beta \bar{\Omega}_{[t]})^{-1} (\beta \bar{\Omega}_{[t]} - \Omega_{[t]}) \tilde{\lambda}_{[t]}^k + (\Phi_{[t]} + \beta \bar{\Omega}_{[t]})^{-1} \times \\ & [(M - \nabla e_{[t]}^T)(H_{[t]} - \nabla^2 e_{[t]})^{-1} g_{[t]} + \Lambda_{[t]}^{-1} \mathbf{1}]. \quad (28) \end{aligned}$$

当 $k \rightarrow \infty$ 时, 式(28)收敛至

$$\begin{aligned} \tilde{\lambda}_{[t+1]} = & \mathbf{G}_{[t]}^{-1} - (M - \nabla e_{[t]}^T)(H_{[t]} - \nabla^2 e_{[t]}) g_{[t]} + \Lambda_{[t]}^{-1} \mathbf{1}. \end{aligned}$$

由定理1可以看出, 要证其收敛性, 则需要证明 $\rho((\Phi_{[t]} + \beta \bar{\Omega}_{[t]})^{-1}(\beta \bar{\Omega}_{[t]} - \Omega_{[t]})) < 1$ 成立. 首先给出如下两个引理.

引理1 假设 \mathbf{F} 是一个实对称矩阵, $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_2$, 如果 $\mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_2$ 与 $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ 都是正定矩阵, 则 $\rho(\mathbf{F}_1^{-1} \mathbf{F}_2) < 1$.

引理2 如果一个对称矩阵 Q 是严格对角优势矩阵, 即 $|Q_{ii}| > \sum_{i \neq j} |Q_{ij}|$, 且对于所有的 i , $Q_{ii} > 0$, 则 Q 是正定矩阵.

证明 1) 首先证明 $\mathbf{G}_{[t]}$ 是一个实对称矩阵.

根据式(20)将 $\mathbf{G}_{[t]}$ 展开, 有

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{[t]} = & (M - \nabla e_{[t]}^T)(H_{[t]} - \nabla^2 e_{[t]})^{-1} \times \\ & (M^T - \nabla e_{[t]}) - \Lambda_{[t]}^{-1} Q_{[t]} = \\ & \begin{bmatrix} \mathbf{R} & -\mathbf{C}'_{[t]} \\ 0 & \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{[t]}^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{P}_{[t]}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}^T & 0 \\ -(\mathbf{C}'_{[t]})^T & \mathbf{T}^T \end{bmatrix} - \\ & \text{diag}\{\lambda_{[t]}^{-1}\} \times \text{diag}\{M y_{[t]} - e_{[t]}\} = \\ & \begin{bmatrix} \mathbf{R} \mathbf{S}_{[t]}^{-1} \mathbf{R}^T + \mathbf{C}'_{[t]} \mathbf{P}_{[t]}^{-1} (\mathbf{C}'_{[t]})^T & -\mathbf{C}'_{[t]} \mathbf{P}_{[t]}^{-1} \mathbf{T}^T \\ -\mathbf{T} \mathbf{P}_{[t]}^{-1} (\mathbf{C}'_{[t]})^T & \mathbf{T} \mathbf{P}_{[t]}^{-1} \mathbf{T}^T \end{bmatrix} + \\ & \text{diag}\{(\lambda_{[t]}^{-1})^T (e_{[t]} - M y_{[t]})\}. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} & (\text{diag}\{(\lambda_{[t]}^{-1})^T (e_{[t]} - M y_{[t]})\})_{ii} = \\ & \begin{cases} w_i^{-1} (C_{\text{rest}})_i, & i \leq L; \\ \varphi_i^{-1} (P_{\text{rest}})_i, & L+1 \leq i \leq L+N-D. \end{cases} \end{aligned}$$

矩阵 $C_{\text{rest}} \in R^L$ 和 $P_{\text{rest}} \in R^{N-D}$ 分别为 $(e_{[t]} - M y_{[t]})$ 的第1~L项和第L+1~L+N-D项; C_{rest} 为各

条链路的剩余信道容量集合; P_{rest} 为各个节点剩余功率集合; $C'_{[t]}$ 为信道容量关于链路功率的一阶导数矩阵集合, 是一个对角矩阵. 可以看出 $\mathbf{G}_{[t]}$ 是一个实对称矩阵.

2) 然后证明 $\mathbf{G}_{[t]}$ 是一个正定矩阵.

由于对角矩阵 $\mathbf{H}_{[t]}$ 的对角元素均大于零, 是正定矩阵; 对角矩阵 $-\nabla^2 e_{[t]}$ 的对角元素均大于等于零 (信道容量函数(4)关于功率的二阶导数为负值), $\mathbf{H}_{[t]} - \nabla^2 e_{[t]}$ 是严格对角优势矩阵, 由引理2可知 $\mathbf{H}_{[t]} - \nabla^2 e_{[t]}$ 是正定矩阵. 根据正定矩阵的性质, $(\mathbf{H}_{[t]} - \nabla^2 e_{[t]})^{-1}$ 也是正定的, 且所有特征值均大于零. 对于

$$(M - \nabla e_{[t]}^T)(H_{[t]} - \nabla^2 e_{[t]})^{-1}(M^T - \nabla e_{[t]}),$$

由于其可逆, 对于任意非零向量 z , 有

$$(M - \nabla e_{[t]}^T)(H_{[t]} - \nabla^2 e_{[t]})^{-1}(M^T - \nabla e_{[t]})z \neq 0,$$

进而有

$$\begin{aligned} z^T (M - \nabla e_{[t]}^T)(H_{[t]} - \nabla^2 e_{[t]})^{-1}(M^T - \nabla e_{[t]})z = & [(M^T - \nabla e_{[t]})z]^T (H_{[t]} - \nabla^2 e_{[t]})^{-1} [(M^T - \nabla e_{[t]})z] \geq \\ & \frac{1}{\lambda_{\min}\{(H_{[t]} - \nabla^2 e_{[t]})\}} \|(M^T - \nabla e_{[t]})z\|^2 > 0. \end{aligned}$$

$(M - \nabla e_{[t]}^T)(H_{[t]} - \nabla^2 e_{[t]})^{-1}(M^T - \nabla e_{[t]})$ 是正定的, 而对角矩阵 $(-\Lambda_{[t]}^{-1} Q_{[t]})$ 是严格对角优势矩阵, 根据引理2, 它也是正定矩阵, 所以

$$\mathbf{G}_{[t]} = (M - \nabla e_{[t]}^T)(H_{[t]} - \nabla^2 e_{[t]})^{-1}(M^T - \nabla e_{[t]}) - \Lambda_{[t]}^{-1} Q_{[t]}$$

是正定的.

3) 最后证明 $\rho((\Phi_{[t]} + \beta \bar{\Omega}_{[t]})^{-1}(\beta \bar{\Omega}_{[t]} - \Omega_{[t]})) < 1$ 成立.

因为 $\mathbf{G}_{[t]}$ 是正定的, 分裂后的两项之差 $\mathbf{G}_{[t]} = (\Phi_{[t]} + \beta \bar{\Omega}_{[t]}) - (\beta \bar{\Omega}_{[t]} - \Omega_{[t]})$ 仍是正定矩阵; 两项之和 $(\Phi_{[t]} + \beta \bar{\Omega}_{[t]}) + (\beta \bar{\Omega}_{[t]} - \Omega_{[t]}) = \Phi_{[t]} + 2\beta \bar{\Omega}_{[t]} - \Omega_{[t]}$ 中, 因为 $\Phi_{[t]}$ 是对角元素均为正数的对角矩阵, 所以 $\Phi_{[t]}$ 是正定的. 对于 $2\beta \bar{\Omega}_{[t]} - \Omega_{[t]}$, 当 $\beta > 1/2$ 时, 有

$$\begin{aligned} & (2\beta \bar{\Omega}_{[t]} - \Omega_{[t]})_{ii} - \sum_{j \neq i} |(2\beta \bar{\Omega}_{[t]} - \Omega_{[t]})_{ij}| = \\ & (2\beta - 1) \sum_{j \neq i} |(\Omega_{[t]})_{ij}| > 0, \end{aligned}$$

所以 $2\beta \bar{\Omega}_{[t]} - \Omega_{[t]}$ 是严格对角优势矩阵. 根据引理2, $2\beta \bar{\Omega}_{[t]} - \Omega_{[t]}$ 是正定的, 所以 $\mathbf{G}_{[t]}$ 分裂后的两项之和也是正定的.

如上所述, 对于实对称矩阵 $\mathbf{G}_{[t]}$, 其分裂后的两项之差和两项之和均为正定矩阵, 根据引理1, $\rho((\Phi_{[t]} + \beta \bar{\Omega}_{[t]})^{-1}(\beta \bar{\Omega}_{[t]} - \Omega_{[t]})) < 1$ 成立. \square

由定理1和式(28),结合 $\mathbf{G}_{[t]}$ 的展开结构,一个时隙的全步长更新链路拥塞价格 \tilde{w} 和节点功率价格 $\tilde{\varphi}$ 分布式计算如下(简便起见,省略时隙下标,规定等式左侧为第 $t+1$ 个时隙,右侧为第 t 个时隙):

$$\begin{aligned} \tilde{w}_l^{k+1} = & \left\{ \sum_s \mathbf{R}_{ls} \mathbf{S}_s^{-1} + (C'_l)^2 \mathbf{P}_l^{-1} + w_l^{-1} (C_{\text{rest}})_l + \right. \\ & \beta \left[\sum_s \left(\mathbf{R}_{ls} \mathbf{S}_s^{-1} \sum_{i \neq l} \mathbf{R}_{is} \right) - \sum_n (\mathbf{T}_{nl} \mathbf{P}_l^{-1} C'_l) \right] \left. \right\}^{-1} \times \\ & \left\{ \beta \left[\sum_s \left(\mathbf{R}_{ls} \mathbf{S}_s^{-1} \sum_{i \neq l} \mathbf{R}_{is} \right) + \sum_n (\mathbf{T}_{nl} \mathbf{P}_l^{-1} C'_l) \right] \tilde{w}_l^k - \right. \\ & \left. \left[\sum_{i \neq l} \sum_s (\mathbf{R}_{ls} \mathbf{S}_s^{-1} \mathbf{R}_{is} \tilde{w}_i^k) - \sum_n (\mathbf{T}_{nl} \mathbf{P}_l^{-1} C'_l \tilde{\varphi}_n^k) \right] \right\} + \\ & \left\{ \sum_s \mathbf{R}_{ls} \mathbf{S}_s^{-1} + (C'_l)^2 \mathbf{P}_l^{-1} + w_l^{-1} (C_{\text{rest}})_l + \right. \\ & \beta \left[\sum_s \left(\mathbf{R}_{ls} \mathbf{S}_s^{-1} \sum_{i \neq l} \mathbf{R}_{is} \right) - \sum_n (\mathbf{T}_{nl} \mathbf{P}_l^{-1} C'_l) \right] \left. \right\}^{-1} \times \\ & \left[- \sum_s (\mathbf{R}_{ls} \mathbf{S}_s^{-1} \mathbf{g}_l) + C'_l \mathbf{P}_l^{-1} \mathbf{g}_{S+l} + w_l^{-1} \right], \quad (29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_n^{k+1} = & \left\{ \sum_l \mathbf{T}_{nl} \mathbf{P}_l^{-1} + \varphi_n^{-1} (P_{\text{rest}})_n + \right. \\ & \beta \left[\sum_l (\mathbf{T}_{nl} \mathbf{P}_l^{-1} \sum_{m \neq n} \mathbf{T}_{ml}) - \sum_l (\mathbf{T}_{nl} \mathbf{P}_l^{-1} C'_l) \right] \left. \right\}^{-1} \times \\ & \left\{ \beta \left[\sum_l (\mathbf{T}_{nl} \mathbf{P}_l^{-1} \sum_{m \neq n} \mathbf{T}_{ml}) - \sum_l (\mathbf{T}_{nl} \mathbf{P}_l^{-1} C'_l) \right] \tilde{\varphi}_n^k - \right. \\ & \left. \left[- \sum_l (\mathbf{T}_{nl} \mathbf{P}_l^{-1} C'_l \tilde{w}_l^k) + \sum_{m \neq n} \sum_l (\mathbf{T}_{nl} \mathbf{P}_l^{-1} \mathbf{T}_{ml} \tilde{\varphi}_m^k) \right] \right\} + \\ & \left\{ \sum_l \mathbf{T}_{nl} \mathbf{P}_l^{-1} + \varphi_n^{-1} (P_{\text{rest}})_n + \right. \\ & \beta \left[\sum_l (\mathbf{T}_{nl} \mathbf{P}_l^{-1} \sum_{m \neq n} \mathbf{T}_{ml}) - \sum_l (\mathbf{T}_{nl} \mathbf{P}_l^{-1} C'_l) \right] \left. \right\}^{-1} \times \\ & \left[- \sum_l (\mathbf{T}_{nl} \mathbf{P}_l^{-1} \mathbf{g}_{S+l}) + \varphi_n^{-1} \right]. \quad (30) \end{aligned}$$

由式(29)和(30)可以看出,各个节点或链路计算过程中所需要的信息来自节点自身、节点收发链路上以及与节点相连的一跳邻居,迭代至收敛后,获得 $\tilde{w}_{[t+1]}$ 和 $\tilde{\varphi}_{[t+1]}$.根据式(23),得到链路拥塞价格和节点功率价格的牛顿方向更新如下:

$$\Delta w_{l,[t]} = \tilde{w}_{l,[t+1]} - w_{l,[t]}, \quad \forall l; \quad (31)$$

$$\Delta \varphi_{n,[t]} = \tilde{\varphi}_{n,[t+1]} - \varphi_{n,[t]}, \quad \forall n. \quad (32)$$

2.4 分布式优化算法的实现

值得注意的是,本文提出的算法在初始值的选取上并不要求严格可行,对于迭代结果超出网络资源限制的情况,首先根据扰动KKT条件中的式(12)和(13)

得到原始及对偶变量更新可行集合

$$S_\varepsilon^M = \{(\mathbf{y}, \boldsymbol{\lambda}) | \varepsilon \mathbf{1} \leq \mathbf{y} \leq M \mathbf{1}, \boldsymbol{\lambda} \geq \varepsilon \mathbf{1}, M \mathbf{y} \leq \mathbf{e} - \varepsilon \mathbf{1}\},$$

其中: ε 为一个趋近于0的任意正数, M 为一个大于0的常数,用来抑制突发性.然后利用集合投影对结果进行调整.集合投影的主要思路是当迭代点在迭代过程超出限定的凸集时,在集合内找到一个距离该点最近的点替代当前迭代点,即 $\min_{\mathbf{x} \in S} \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{x}\|^2$.在限定的凸集 S 中,取一点 \mathbf{x} ,使其与原始值之差的2-范数值(即距离)最小.此处将投影过程简单描述为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{[t+1]} \\ \boldsymbol{\lambda}_{[t+1]} \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{[t]} \\ \boldsymbol{\lambda}_{[t]} \end{bmatrix} + \pi \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{y}_{[t]} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda}_{[t]} \end{bmatrix} \right)_{S_\varepsilon^M}, \quad (33)$$

其中 $(*)_{S_\varepsilon^M}$ 为 $(\mathbf{y}, \boldsymbol{\lambda})$ 在集合 S_ε^M 上的投影结果.

联合功率分配与拥塞控制的分布式二阶算法实施过程如下.

Step 1: 初始化阶段.初始化所有业务流源速率 $f_{s,[0]}$ 和链路功率 $p_{l,[0]}$,以及链路拥塞价格 $w_{l,[0]}$ 和节点功率价格 $\varphi_{n,[0]}$,选取更新步长 $\pi \in (0, 1]$.

Step 2: 在时隙 t ,各个节点通过式(29)和(30)计算出以全牛顿步长更新的拥塞价格和功率价格 $\tilde{w}_{[t+1]}$, $\tilde{\varphi}_{[t+1]}$.

Step 3: 原始变量牛顿方向的分布式更新.各个节点通过式(24)和(25)更新流速率和链路功率的牛顿方向.

Step 4: 对偶变量牛顿方向的分布式更新.各个节点通过式(31)和(32)更新链路拥塞价格和节点功率价格的牛顿方向.

Step 5: 各个节点分别通过如下公式完成对流速率、链路功率、链路拥塞价格和节点功率价格的更新:

$$f_{s,[t+1]} = f_{s,[t]} + \pi \Delta f_{s,[t]}, \quad (34)$$

$$p_{l,[t+1]} = p_{l,[t]} + \pi \Delta p_{l,[t]}, \quad (35)$$

$$w_{l,[t+1]} = w_{l,[t]} + \pi \Delta w_{l,[t]}, \quad (36)$$

$$\varphi_{n,[t+1]} = \varphi_{n,[t]} + \pi \Delta \varphi_{n,[t]}. \quad (37)$$

Step 6: 如果Step 5中的更新结果超过了可行集合,则利用式(33)对更新结果进行调整,将投影结果作为实际分配结果.

Step 7: 如果 $\|\mathbf{y}_{[t+1]} - \mathbf{y}_{[t]}\| \leq \varepsilon \mathbf{1}$,则停止迭代,否则令 $t = t + 1$,重复上述步骤迭代至算法收敛.

3 算法收敛性证明

考虑如下李雅普诺夫漂移函数:

$$V(\mathbf{y}_{[t]}, \boldsymbol{\lambda}_{[t]}) = \frac{1}{2\pi} \|\mathbf{y}_{[t]} - \mathbf{y}^*\|^2 + \frac{1}{2\mu^3\pi} \|\boldsymbol{\lambda}_{[t]} - \boldsymbol{\lambda}^*\|^2.$$

该函数表示原始对偶变量对 $(\mathbf{y}_{[t]}, \boldsymbol{\lambda}_{[t]})$ 与扰动 KKT 点 $(\mathbf{y}^*, \boldsymbol{\lambda}^*)$ 之间的距离. 根据算法中原始及对偶变量更新公式以及扰动 KKT 条件, 得出一个时隙的李雅普诺夫漂移率

$$\begin{aligned} \Delta V(\mathbf{y}_{[t]}, \boldsymbol{\lambda}_{[t]}) &= \\ V(\mathbf{y}_{[t+1]}, \boldsymbol{\lambda}_{[t+1]}) - V(\mathbf{y}_{[t]}, \boldsymbol{\lambda}_{[t]}) &\leq \\ -B_1 \|\mathbf{y}_{[t]} - \mathbf{y}^*\|^2 + \pi B_2 + \frac{1}{\mu} B_3 + \frac{1}{\mu} B_4. \end{aligned}$$

其中: $B_1 = \frac{\lambda_{\min}\{\mathbf{H}\}}{\lambda_{\min}\{F\}}$, $\lambda_{\min}\{F\} = \inf_t \{\lambda_{\min}\{F_{[t]}\}\}$ 表示矩阵 $F_{[t]}$ 所有时隙中最小特征值的下确界, 其他矩阵同理. B_1, B_2, B_3, B_4 均为独立于 μ 的正数. 当 $\pi = O(1/\mu)$, 即 π 以 $1/\mu$ 为界限时, 有

$$\begin{aligned} \Delta V(\mathbf{y}_{[t]}, \boldsymbol{\lambda}_{[t]}) &= V(\mathbf{y}_{[t+1]}, \boldsymbol{\lambda}_{[t+1]}) - V(\mathbf{y}_{[t]}, \boldsymbol{\lambda}_{[t]}) \leq \\ -B_1 \|\mathbf{y}_{[t]} - \mathbf{y}^*\|^2 + \frac{1}{\mu} \hat{B}. \end{aligned}$$

其中: $\hat{B} = \pi B_2 + B_3 + B_4$, ν 为一个大于 0 的常数. 将 $t = 0$ 至 $t = T - 1$ 的一个时隙李雅普诺夫漂移结果相加并消去, 得到

$$\begin{aligned} V(\mathbf{y}_{[T]}, \boldsymbol{\lambda}_{[T]}) - V(\mathbf{y}_{[0]}, \boldsymbol{\lambda}_{[0]}) &\leq \\ -B_1 \sum_{t=0}^{T-1} \|\mathbf{y}_{[t]} - \mathbf{y}^*\|^2 + \frac{T}{\mu} \hat{B}. \end{aligned}$$

两边同除 $T B_1$, 并令 $T \rightarrow \infty$, 化简后有

$$\frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} \|\mathbf{y}_{[t]} - \mathbf{y}^*\|^2 \leq \frac{\hat{B}}{\mu B_1} = \frac{\tilde{B}^2}{\mu}, \quad \tilde{B}^2 = \frac{\hat{B}}{B_1}.$$

最后根据范数三角不等式以及 1-范数与 2-范数的关系, 有

$$\left| \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} (\mathbf{y}_{[t]} - \mathbf{y}^*) \right| \leq \left(\frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} \|\mathbf{y}_{[t]} - \mathbf{y}^*\|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \leq \frac{\tilde{B}}{\sqrt{\mu}}.$$

所以当 $\mu \rightarrow \infty$ 时, 原始变量会无限接近最优值, 算法的收敛性得证.

4 仿真与性能分析

本文使用 Matlab 对所提出的算法进行仿真. 考虑一个简单的无线多跳网络, 在 400×400 的仿真区域内随机产生 15 个网络节点, 设定网关节点序号为 1, 其余节点作为源节点, 产生的业务流最终汇聚到网关节点并离开网络, 网络中有 14 条业务流, 其路由已知. 在保证优化问题相同、网络资源配置不变的条件下, 将所提出的二阶算法与拉格朗日对偶分解优化算法^[6]以及未考虑功率分配的二阶算法进行比较, 将网络效用 $(\sum_s \log f_s)$ 、能量效用 $(\sum_s f_s / \sum_l p_l)$ 和算法的收敛性作为衡量算法性能的主要指标.

仿真参数设置: 原始及对偶变量迭代步长 $\pi =$

0.08, 初始业务流的源速率为 0.5 Mbps, 每条链路上的归一化功率为 1.8, 每个节点处具有的最大归一化功率为 3. 图 1 显示了网络的逻辑拓扑、算法优化后每条链路上的流量以及每个节点缓存区内的数据量.

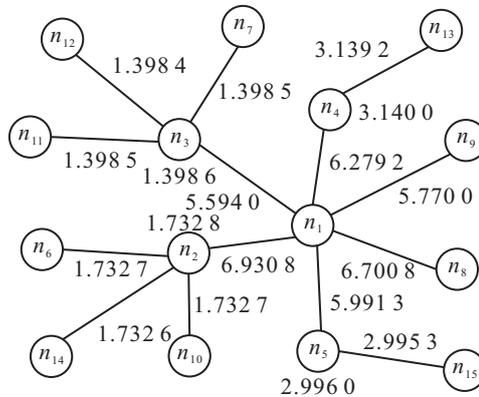


图 1 网络拓扑以及业务流速率分配结果

图 2 比较了所提出的二阶集中式算法和分布式算法与不同迭代步长 (0.001, 0.005, 0.01, 0.03) 下的拉格朗日对偶分解算法的收敛性能. 由图 2 可见, 拉格朗日算法随着迭代步长的增大, 收敛速度也加快, 迭代次数在 1500 次左右, 收敛速度提高了 30 多倍. 二阶算法收敛时迭代次数在 40 次左右. 由此可知, 虽然二者所达到的网络效用值是一致的, 但是二阶算法的收敛速度远快于拉格朗日对偶分解算法, 分布式的二阶算法还进一步避免了迭代步长的选择.

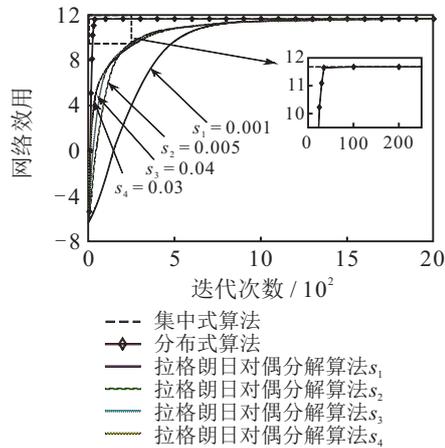


图 2 算法收敛性比较

图 3 为联合功率分配、流量分配、拥塞控制二阶算法与不考虑自适应功率分配的二阶算法下的网络效用仿真曲线. 图 4 为二者的能量效用曲线. 在该仿真中, 动态功率分配时节点的功率分配约束为 $p_n^{\max} = 3$, 而固定功率分配策略给每个节点的固定功率为 $p_n = 3$. 由于节点的接收信噪比只取决于链路自身的发送功率, 没有考虑干扰, 链路的信道容量也仅与自身发送功率有关. 未考虑功率分配的二阶算法中, 每条链路上分配的功率均为发送节点所拥有的最大

功率,这样,每条链路的信道容量都是最大的.最终,受上行传输过程瓶颈链路的限制,如图3所示,两种算法达到相同的网络效用.但是由图4可以进一步分析出,采用固定功率分配策略浪费了大量能量,而动态功率分配的三阶算法在链路传输遇到瓶颈时,会调大瓶颈链路的功率,并且同时调节这条链路上所有业务流的源速率,进一步根据源速率的大小调整源节点的发送功率,使信道容量满足传输的要求,而不会过大而造成功率的浪费,所以其能量效用提高了37.5%.

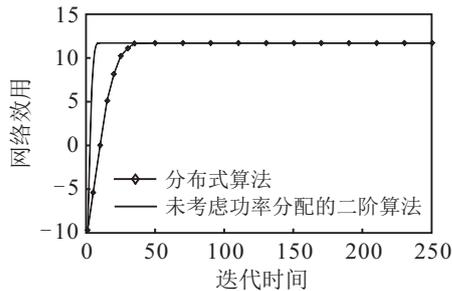


图3 三阶算法网络效用曲线

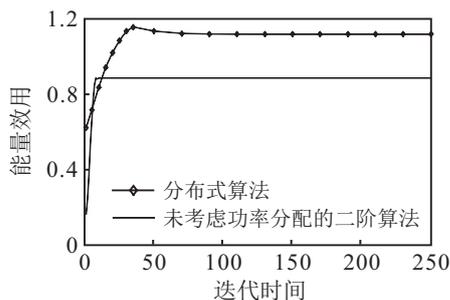


图4 三阶算法能量效用曲线

5 结论

本文针对一阶算法收敛速度较慢的特点,在网络节点功率受限和路由已知的情况下,设计了一种基于原始对偶内点法的联合拥塞控制、速率分配和功率分配的集中式三阶优化算法,并进一步利用矩阵分裂技术实现了算法的分布式实现.仿真结果表明,所提出算法极大地提高了网络的收敛速度和能量效用.

参考文献(References)

- [1] 林闯,薛超,胡杰,等.计算机系统体系结构的层次设计[J].计算机学报,2017,40(9):1996-2017.
(Lin C, Xue C, Hu J, et al. Hierarchical architecture design of computer system[J]. Chinese J of Computers, 2017, 40(9): 1996-2017.)
- [2] 李明维,井元伟,陈向勇.基于滑模变结构的无线传感器网络跨层拥塞控制[J].控制与决策,2012,27(3):451-454.
(Li M W, Jing Y W, Chen X Y. Cross-layer congestion control for wireless sensor network based on sliding mode

variable structure[J]. Control and Decision, 2012, 27(3): 451-454.)

- [3] Huang X, Feng S, Zhuang H. Jointly optimal congestion control, channel allocation and power control in multi-channel wireless multihop networks[J]. Computer Communications, 2011, 34(15): 1848-1857.
- [4] 张永敏,徐伟强,黄炯,等. AdHoc网络节能型功率控制与拥塞控制的跨层优化[J].软件学报,2013,24(4):900-914.
(Zhang Y M, Xu W Q, Huang J, et al. Optimal cross-Layer power control and congestion control providing energy saving for ad hoc networks[J]. J of Software, 2013, 24(4): 900-914.)
- [5] Zymnis A, Trichakis N, Boyd S, et al. An interior-point method for large scale network utility maximization[J]. IEEE J of Selected Topics in Signal Processing, 2007, 1(4): 606-617.
- [6] Wei E, Ozdaglar A, Jadbabaie A. A distributed newton method for network utility maximization, Part I: Algorithm[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2013, 58(9): 2162-2175.
- [7] Liu J, Sherali H D. A distributed newton's method for joint multi-hop routing and flow control: Theory and algorithm[C]. Proc IEEE Infocom. Orlando: IEEE, 2011: 2489-2497.
- [8] Liu J, Shroff N B, Xia C H, et al. Joint congestion control and routing optimization: An efficient second-order distributed approach[J]. IEEE/ACM Trans on Networking, 2016, 24(3): 1404-1420.
- [9] Yao J, Liu Y. Secrecy rate maximization with outage constraint in multihop relaying networks[J]. IEEE Communications Letters, 2018, 22(2): 304-307.
- [10] Hiriart-Urruty J B, Lemaréchal C. Convex analysis and minimization algorithms I: Fundamentals[M]. London: Springer Science & Business Media, 2013: 350-363.
- [11] Woźnicki Z I. Matrix splitting principles[J]. Int J of Mathematics and Mathematical Sciences, 2001, 28(5): 251-284.

作者简介

冯维(1984—),女,讲师,博士,从事无线多跳网络的资源优化分配等研究, E-mail: fengwei@hdu.edu.cn;

徐永鑫(1997—),男,本科,从事无线网络资源分配优化算法设计的研究, E-mail: xyx.hdu@gmail.com;

王凤(1996—),女,本科,从事无线网络资源分配优化算法设计的研究, E-mail: wangfeng2019wf@163.com;

姚英彪(1976—),男,教授,博士,从事嵌入式系统的软硬件协同设计、多媒体信号处理和无线传感器网络等研究, E-mail: yaoyb@hdu.edu.cn;

许晓荣(1982—),男,副教授,博士,从事认知无线网络、压缩感知、无线传感器网络等研究, E-mail: xuxr@hdu.edu.cn.

(责任编辑:郑晓蕾)