

基于奇异值分解的非均匀采样非线性系统的模糊模型辨识

王宏伟, 谢丽蓉

引用本文:

王宏伟, 谢丽蓉. 基于奇异值分解的非均匀采样非线性系统的模糊模型辨识[J]. 控制与决策, 2020, 35(3): 757–762.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0683>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于辅助模型正交匹配追踪的多输入系统迭代辨识算法

Iterative identification for multiple-input systems based on auxiliary model-orthogonal matching pursuit

控制与决策. 2019, 34(4): 787–792 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.1262>

基于时变模型辨识的高速列车复合故障诊断

Time-varying model identified based coupled fault diagnosis for high speed trains

控制与决策. 2019, 34(2): 274–278 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0173>

基于核正交流形角不相似度的非线性动态过程监测方法

Kernel orthogonal manifold angle based dissimilarity for nonlinear dynamic process monitoring

控制与决策. 2018, 33(6): 1141–1146 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0425>

基于Block-RPLS模型自适应更新的质量预测方法

Quality prediction method based on adaptive updating of Block-RPLS model

控制与决策. 2018, 33(3): 455–462 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0070>

基于RLS和EKF算法的全钒液流电池SOC估计

Vanadium redox battery SOC estimation based on RLS and EKF algorithm

控制与决策. 2018, 33(1): 37–44 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.1346>

一种增量式模块化回声状态网络

An incremental modular echo state network

控制与决策. 2016, 31(8): 1481–1486 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.0913>

一种考虑非高斯 L^{\prime} Levy量测噪声下的改进分数阶卡尔曼滤波

An improved Kalman filter for fractional order system with non-Gaussian measurement L^{\prime} Levy noise

控制与决策. 2016(3): 547–550 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.1846>

基于误差最小化的GM(1,1)模型背景值优化方法

Optimization method of background value in GM(1,1) model based on least error

控制与决策. 2015(2): 283–288 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2013.1808>

基于奇异值分解的非均匀采样非线性系统的模糊模型辨识

王宏伟^{1,2†}, 谢丽蓉¹

(1. 新疆大学 电气工程学院, 乌鲁木齐 830036; 2. 大连理工大学 控制科学与工程学院, 辽宁 大连 116024)

摘 要: 针对复杂、不确定、非均匀采样数据的非线性系统, 提出一种基于矩阵奇异值分解(SVD)的模型结构辨识和参数估计的建模方法. 首先, 利用矩阵奇异值(SVD)分解算法分析各局部模型与奇异值、积累贡献率的关系, 确定模糊模型的规则数, 从而实现模型的结构优化; 然后, 为了克服递推最小二乘出现的误差积累、传递现象, 采用奇异值分解的递推最小二乘估计模型的结论参数; 最后, 通过仿真实例验证所提出算法的有效性.

关键词: 非均匀采样系统; 模糊模型; 奇异值分解; 递推最小二乘; 结构辨识

中图分类号: TP273 文献标志码: A

Identification of fuzzy model of non-uniformly sampled nonlinear systems based on singular value decomposition

WANG Hong-wei^{1,2†}, XIE Li-rong¹

(1. School of Electrical Engineering, Xinjiang University, Urumqi 830036, China; 2. School of Control Science and Control Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: A modeling method based on matrix singular value decomposition (SVD) for model structure identification and parameter estimation is proposed for the complex, uncertain and non-uniformly sampled data nonlinear systems. Firstly, the matrix singular value decomposition method is used to analyze the relationship among the local model and the accumulation contribution rates, and the rule number of the fuzzy model is determined. Thus, the structure optimization of the model is realized. Then, in order to overcome the error accumulation and transfer of recursive least squares, the conclusion parameters of the recursive least square estimation algorithm with singular value decomposition is adopted. Finally, a simulation example is given to illustrate the effectiveness of the proposed algorithm.

Keywords: nonuniformly sampled system; fuzzy model; singular value decomposition; recursive least square; structure identification

0 引 言

随着现代工业的发展, 由于采用了多传感器、通讯网络和现代控制技术, 许多工业被控对象采用了多采样率. 在多采样率系统中, 若系统输入刷新和输出采样呈现不等时间间隔, 则得到非均匀多采样率数据系统. 由于非线性特性广泛存在于实际生活、工作和生产中, 对非均匀采样数据非线性系统的辨识研究具有普遍意义及使用价值.

很多文献对非均匀采样数据非线性系统进行了研究. 文献[1]基于提升变量技术, 提出了针对已知基函数的非均匀采样数据的 Hammerstein-Wiener 系统, 利用递阶多新息随机梯度算法进行辨识. 文献[2-3]分别针对含有死区特性的非均匀采样 Hammerstein、Wiener 非线性系统, 利用关键项分离技术, 提出了

一种迭代递推最小二乘算法, 该算法利用辅助模型辨识原理, 解决了信息向量中同时存在不可测未知变量和未知参数的系统辨识问题. 由于实际非均匀采样系统往往含有噪声, 文献[4-5]针对含有噪声的 Hammerstein 系统进行了辨识研究, 在辨识方法中, 基于递阶辨识原理分别对参数模型和噪声模型进行辨识. 针对随机梯度辨识方法收敛速度较慢的问题, 文献[6-7]采用多新息随机梯度辨识方法分别对非均匀采样的 Hammerstein-Wiener 系统和 Wiener 系统进行了建模研究. 文献[8]基于递阶原理将含有提升变量的系统模型辨识转化为若干子系统的辨识, 计算负荷变小, 效率提高. 针对非均匀采样数据的切换系统, 文献[9]采用聚类方法确定系统的切换规律, 利用递推最小二乘估计各子系统参数, 仿真效果表明了其方法

收稿日期: 2018-05-21; 修回日期: 2018-09-11.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61863034, 51667021); 国家国际科技合作专项项目(2013DFG61520); 科技援疆计划项目(2018E02072).

†通讯作者. E-mail: wanghw@dlut.edu.cn.

的有效性.

针对多工况、不确定性、强非线性的非均匀采样数据复杂非线性系统的辨识问题,现有的辨识方法不能满足所有的辨识要求.为此,尝试探索将多模型建模策略或者原理应用到此类系统辨识中.多模型策略基于“分解-合成”原理,适用于具有强非线性、不确定性、多工况的复杂工业过程,对各工况区间建立相应的局部线性模型,并通过其间的某种切换或融合来拟合全局非线性系统.在利用多模型对非均匀采样数据非线性系统进行建模时,各局部模型可以根据非线性模型在相应工作点线性化得到,但需要选择多少个局部模型,在建模过程中又如何判断系统当前状态与各局部模型的关联度,都是多模型辨识方法实际应用中必须考虑的问题.对于这些问题,模糊建模理论和方法的发展提供了强有力的工具.文献[10-11]提出了针对非均匀采样数据的强耦合、强非线性系统,基于“分解-合成”多模型建模思想,利用多模型将非均匀采样非线性系统的状态空间分割成有限个子空间,每个子区间用一个局部线性模型描述,然后通过模糊聚类融合形成的模糊多模型描述非均匀采样非线性系统的动态过程.

本文基于模糊聚类算法构建初始的模糊模型结构,采用奇异值分解算法对模糊规则加以分析,根据规则在整个系统中的积累贡献对模糊模型结构进行优化.同时,为了克服递推最小二乘会出现误差积累、传递现象,采用基于奇异值分解的递推最小二乘确定模糊模型的结论参数,从而实现模糊模型结构和参数优化.最后,对所提出算法的可行性和有效性进行仿真验证和性能比较,结果表明效果较好.

1 模糊模型的描述

考虑如下连续非线性系统^[10]:

$$S_c: \begin{cases} \dot{x}(t) = \Gamma(x(t), u(t)), \\ y(t) = h(t), \end{cases} \quad (1)$$

其中 $y(t) \in R^1$, $u(t) \in R^1$, $\Gamma(\cdot)$ 为非线性函数.

式(1)中的控制量满足如下关系:

$$u(t) = \begin{cases} u(kT), & kT \leq t < kT + t_1; \\ u(kT + t_1), & kT + t_1 \leq t < kT + t_2; \\ \vdots \\ u(kT + t_{p-1}), & kT + t_{p-1} \leq t < (k+1)T. \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中,非均匀刷新时间间隔为 τ_i , $\tau_i = t_i - t_{i-1}$, $t_i = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_i$, $t_0 = 0$, $t_p = T$, $T =$

$\tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_p = t_p$ 称为帧周期.控制 u 在第 k 个更新周期 $[kT, kT + T)$ ($k = 0, 1, \dots$) 以 $t = kT + t_i$ ($i = 0, 1, \dots, p-1$) 非均匀刷新 p 次.输出 p 在一个周期 T 内均匀采样,即 $y(t) = y(kT)$, $t \in [kT, kT + T)$.

利用提升技术,系统(1)离散化后可以采用如下模型描述^[10-12]:

$$\begin{cases} x(kT + T) = f[x(kT), \tilde{u}(kT)], \\ y(kT) = h[x(kT)]. \end{cases} \quad (3)$$

其中输入信号的堆积变量为

$$\tilde{u}(kT) = \begin{bmatrix} u_1(kT) \\ u_2(kT) \\ \vdots \\ u_p(kT) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(kT) \\ u(kT + t_1) \\ \vdots \\ u(kT + t_{p-1}) \end{bmatrix} \in R^{p \times 1}. \quad (4)$$

非线性系统经非均匀采样后,采用文献[10]提出的模糊模型描述非线性系统,即

$$R^l: \text{if } \phi(kT) \text{ 属于 } F_i, F_i \text{ 的隶属度函数为 } \mu_l[\phi(kT)], \\ \text{then} \\ y_l(kT) = \sum_{i=0}^{p-1} \frac{b_{li}(z^{-1})}{a_l(z^{-1})} u(kT + t_i). \quad (5)$$

其中: R^l 为模糊模型的第 l 条规则; F_l 为第 l 条规则下的模糊集合; $\mu_l[\phi(kT)]$ 为第 kT 条规则的模糊集合相应的隶属度函数; $l = 1, 2, \dots, c$, c 为规则数; $\phi(kT)$ 为第 kT 时刻模糊模型的输入信号,有

$$\varphi(kT) = [y(kT - T), \dots, y(kT - nT), \\ u(kT - T), \dots, u(kT - nT), \\ u(kT + t_1 - T), \dots, u(kT + t_1 - nT), \dots, \\ u(kT + t_{p-1} - T), \dots, u(kT + t_{p-1} - nT)]^T. \quad (6)$$

模糊模型后件各参数 $a_l(z^{-1})$, $b_{li}(z^{-1})$ 满足

$$a_l(z^{-1}) = 1 + a_{l1}z^{-1} + a_{l2}z^{-2} + \dots + a_{ln}z^{-n}, \\ b_{li}(z^{-1}) = b_{li1}z^{-1} + b_{li2}z^{-2} + \dots + b_{lin}z^{-n}, \\ b_{lij} \in R^1, \quad i = 0, 1, \dots, p-1, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

对于式(5),采用如下模型描述:

$$R^l: \text{if } \phi(kT) \text{ 属于 } F_i, \text{ then} \\ y_l(kT) = \sum_{i=0}^{p-1} \frac{b_{li}(z^{-1})}{a_l(z^{-1})} u(kT + t_i). \quad (7)$$

其中: $\theta_l = [a_{l1}, a_{l2}, \dots, a_{ln}, b_{l11}, b_{l12}, \dots, b_{l1n}, \dots, b_{lp1}, b_{lp2}, \dots, b_{lpn}]^T \in R^{n_0}$, $n_0 = (p+1)n$, $\varphi(kT)$ 含义同式(6).

为了简化描述过程,将 $y_l(kT)$, $u(kT + t_i)$ 分别简

写为 $y_l(k), u(k + t_i)$. 定义如下参数向量:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= [a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}, b_{111}, b_{112}, \dots, b_{11n}, \dots, \\ &\quad b_{1p1}, b_{1p2}, \dots, b_{1pn}]^T \in R^{n_0}, \\ \theta_2 &= [a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2n}, b_{211}, b_{212}, \dots, b_{21n}, \dots, \\ &\quad b_{2p1}, b_{2p2}, \dots, b_{2pn}]^T \in R^{n_0}, \\ &\vdots \\ \theta_c &= [a_{c1}, a_{c2}, \dots, a_{cn}, b_{c11}, b_{c12}, \dots, b_{c1n}, \dots, \\ &\quad b_{cp1}, b_{cp2}, \dots, b_{cpn}]^T \in R^{n_0}, \end{aligned}$$

$$n_0 = (p + 1) \times n, \theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_c \end{bmatrix}.$$

式(7)的整体输入向量为

$$\begin{aligned} \psi_1(k) &= [-\mu_1(k)y(k-1), \dots, -\mu_1(k)y(k-n), \\ &\quad \mu_1(k)u(k-1), \dots, \mu_1(k)u(k-n), \dots, \\ &\quad \mu_1(k)u(k+t_{p-1}-1), \dots, \\ &\quad \mu_1(k)u(k+t_{p-1}-n)]^T, \\ \psi_2(k) &= [-\mu_2(k)y(k-1), \dots, -\mu_2(k)y(k-n), \\ &\quad \mu_2(k)u(k-1), \dots, \mu_2(k)u(k-n), \dots, \\ &\quad \mu_2(k)u(k+t_{p-1}-1), \dots, \\ &\quad \mu_2(k)u(k+t_{p-1}-n)]^T, \\ &\vdots \\ \psi_c(k) &= [-\mu_c(k)y(k-1), \dots, -\mu_c(k)y(k-n), \\ &\quad \mu_c(k)u(k-1), \dots, \mu_c(k)u(k-n), \dots, \\ &\quad \mu_c(k)u(k+t_{p-1}-1), \dots, \\ &\quad \mu_c(k)u(k+t_{p-1}-n)]^T, \\ \psi(k) &= [\psi_1^T(k), \psi_2^T(k), \dots, \psi_c^T(k)]^T \in R^{c \times n_0}. \end{aligned}$$

考虑到系统中一般含有噪声,式(7)输出可以表示为

$$y(k) = \psi^T(k)\theta + v(k). \tag{8}$$

2 基于SVD的模糊模型前件结构优化

对于模糊模型(7),有 N 对数据样本 $\varphi(k), y(k), k = 1, 2, \dots, N$, 那么模糊模型的线性回归方程为

$$y = X\hat{y} + \varepsilon. \tag{9}$$

其中: $y = [y(1), y(2), \dots, y(N)]^T, y(k)$ 为系统第 k 次实际输出; $X = [\mu(1), \mu(2), \dots, \mu(N)]^T, \mu(k) = [\mu_1(k), \mu_2(k), \dots, \mu_c(k)]$, X 为前件推理模糊关系矩阵; $\hat{y} = [y_1(k), y_2(k), \dots, y_c(k)]^T$ 为模糊模型的后件输出函

数向量; $\varepsilon = [v(1), v(2), \dots, v(N)]^T$ 为残差向量, $E\{\varepsilon\} = 0, \text{Var}\{\varepsilon\} = \sigma^2 I$.

式(9)的隶属度函数 $\mu_i(k) (i = 1, 2, \dots, c)$ 可以采用模糊聚类方法确定, 本文利用文献[12]的聚类方法直接确定. 聚类的目的是: 确定模糊模型的前件结构, 确定隶属度矩阵和聚类中心向量. 由于篇幅有限, 这里重点讨论聚类数的确定.

定理1 (奇异值分解(SVD)) 设 $X \in R^{m \times c}$, 存在 m 阶正交矩阵 U 和 c 阶正交矩阵 V , 使得下式成立^[13-14]:

$$X = U \begin{bmatrix} \Sigma_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V^T. \tag{10}$$

其中: $\Sigma_r = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r) \in R^{r \times r} (\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r \geq 0)$ 为矩阵 X 的奇异值, U 为 XX^T 的 $m \times m$ 正交特征向量矩阵, V 为 $X^T X$ 的 $c \times c$ 正交特征向量矩阵, 矩阵 X 的 r 个奇异值 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r \geq 0$.

对式(9)的 X 矩阵进行SVD分解, 有

$$y = U \begin{bmatrix} \Sigma_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V^T \hat{y} + \varepsilon = \sum_{i=1}^r \sigma_i u_i v_i^T \hat{y} + \varepsilon. \tag{11}$$

当式(9)中的后件输出函数向量为参数向量时, 最小二乘估计为

$$\hat{y}_{LS} = X^+ y = V \begin{bmatrix} \Sigma_r^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} U^T y = \sum_{i=1}^r \frac{1}{\sigma_i} v_i u_i^T y, \tag{12}$$

其中 X^+ 为 X 的广义逆. 对式(9)的 X 矩阵进行奇异值分解, 可以得到相应的 U_X, Σ_X, V_x , 且矩阵 Σ 的秩 $\text{rank}(X) = \text{rank}(\Sigma_X)$. 当矩阵 X 的秩 $\text{rank}(X) = r = c$ 时, 表示模糊模型前提结构中的各输入空间是线性独立的; 当矩阵 X 的秩 $\text{rank}(X) = r < c$ 时, 表示模糊模型前提结构中的各输入空间是线性相关的, 规则中可能存在冗余规则. 由式(9)可见, 当某些奇异值非常小时, 表明其相应的模糊规则对模型的贡献较小, 导致秩亏损, 相应表现为规则中出现了重复和相似. 因此, 对模糊模型进行结构优化时, 可以忽略较小的 σ_i . 为此, 定义如下规则积累贡献率描述各规则对建模的贡献:

$$Q = \frac{\sum_{i=1}^r \sigma_i}{\sum_{j=1}^c \sigma_j}. \tag{13}$$

通过选择规则累积贡献率 Q 可以确定规则数 r , 当矩阵 X 被奇异值分解后, 各规则对模型的贡献大小可由 Σ_X 矩阵对角线元素 σ_i 的大小排序确定, 根据

排序情况提取重要规则,删除不重要的冗余规则。

3 基于奇异值分解的递推辨识参数

通过奇异值分解后,可以得到描述非均匀采样数据的非线性系统聚类数。根据式(8)采用递推最小二乘方法确定模糊模型的后件参数,算法如下:

$$\hat{\theta}(k+1) = \hat{\theta}(k) + K(k)[y(k+1) - \psi^T(k+1)\hat{\theta}(k)], \quad (14)$$

$$P(k+1) = P(k) - P(k)\psi(k+1)S^{-1}(k+1) \times \psi^T(k+1)P(k), \quad (15)$$

$$S(k+1) = \psi^T(k+1)P(k)\psi(k+1) + 1, \quad (16)$$

$$K(k) = P(k+1)\psi(k+1). \quad (17)$$

其中: $\hat{\theta}$ 为 $m(m = c \times n_0)$ 维列向量, $\theta_0 = 0$ (θ 中的各元素为0); P 为 $m \times m$ 维正定对称矩阵, $P(0) = \alpha I$, α 为一个很大的数。

上述算法关键是计算增益矩阵 $P(k)$ 。由于式(14)~(17)通常会出现误差积累、传递现象,为了克服这种现象,既改善 $P(k)$ 阵的数值计算性质,又不增加计算量,可用矩阵奇异值分解计算 $P(k)$ 阵。因为 $P(k)$ 是正定对称的,所以对其进行矩阵奇异值分解,有

$$P(k) = U(k)D^2(k)U^T(k). \quad (18)$$

其中: $U(k) = [U_1, U_2, \dots, U_m] \in R^{m \times m}$,满足 $U^T U = U U^T$;矩阵 $D^2 = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2)$, $\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2 \geq \dots \geq \sigma_m^2 \geq 0$ 为奇异值。

式(18)可以写为

$$\begin{aligned} & U(k)D^2(k)U^T(k) = \\ & U(k-1)D^2(k-1)U^T(k-1) - \\ & \frac{U(k-1)g(k)g^T(k)U^T(k-1)}{S(k)} = \\ & U(k-1)\left[D^2(k-1) - \frac{g(k)g^T(k)}{S(k)}\right] \times \\ & U^T(k-1). \end{aligned} \quad (19)$$

其中

$$\begin{aligned} g(k) &= [g_1(k), g_2(k), \dots, g_m(k)]^T = \\ & D^2(k-1)\varsigma(k) = \\ & [\sigma_1^2(k-1)\varsigma_1(k), \sigma_2^2(k-1)\varsigma_2(k), \\ & \dots, \sigma_m^2(k-1)\varsigma_m(k)]^T, \\ \varsigma(k) &= [\varsigma_1(k), \varsigma_2(k), \dots, \varsigma_m(k)]^T = \\ & D^T(k-1)\psi(k). \end{aligned} \quad (20)$$

对 $\left[D^2(k-1) - \frac{g(k)g^T(k)}{S(k)}\right]$ 再进行一次矩阵分

解,有

$$D^2(k-1) - \frac{g(k)g^T(k)}{S(k)} = \bar{U}(k)\bar{D}^2(k)\bar{U}^T(k). \quad (21)$$

其中: $\bar{U}(k) = [\bar{U}_1, \bar{U}_2, \dots, \bar{U}_m] \in R^{m \times m}$, $\bar{D}^2 = \text{diag}(\bar{\sigma}_1^2, \bar{\sigma}_2^2, \dots, \bar{\sigma}_m^2)$, $\bar{\sigma}_1^2 \geq \bar{\sigma}_2^2 \geq \dots \geq \bar{\sigma}_m^2 \geq 0$ 。

利用式(21),式(19)可以写为

$$\begin{aligned} & U(k)D^2(k)U^T(k) = \\ & U(k-1)\bar{U}(k)\bar{D}^2(k)\bar{U}^T(k)U^T(k-1). \end{aligned} \quad (22)$$

可得

$$\begin{cases} D^2(k) = \bar{D}^2(k), \\ U(k) = U(k-1)\bar{U}(k). \end{cases} \quad (23)$$

综上所述, $P(k)$ 矩阵的递推计算转化为 $U(k)$ 和 $D^2(k)$ 的递推计算,即由 U 和 D^2 的更新计算代替 $P(k)$ 的计算,那么增益阵 $K(k)$ 可表示为

$$K(k) = U(k)D^2(k)U^T(k)\psi(k+1). \quad (24)$$

对本文的递推辨识算法进行总结:在 $k=0$ 时刻,初始化 $U(0) = I$ 和 $D(0) = \sqrt{p_0}$ (p_0 为很大的数),在 k 时刻更新 $U(k)$ 和 $D(k)$,计算步骤如下。

step 1: 由式(21)构造并进行矩阵的奇异值分解,求得 $\bar{U}(k)$ 和 $\bar{D}^2(k)$;

step 2: 由式(23)计算 $U(k)$ 和 $D^2(k)$;

step 3: 由式(16)和(24)更新 $S(k)$ 、 $K(k)$;

step 4: 由式(14)进行参数估计。

为了表明算法的有效性,表1给出了本文算法和RLS算法每一步递推过程的计算量。由表1可见,本文算法的复杂度明显小于RLS算法。

表1 RLS和本文算法的比较($n_0 = 6$ 和 $c = 2$)

算法	乘法次数	加法次数
RLS	$2(cn_0)^2 + 4cn_0\{336\}$	$2(cn_0)^2 + 2cn_0\{312\}$
本文算法	$c(2n_0^2 + 4n_0)\{192\}$	$c(2n_0^2 + 2n_0)\{168\}$

4 仿真实例

以带有输入信号的Henon混沌系统为例进行研究,方程如下:

$$\begin{cases} x(kT+T) = 1 - a(x(kT))^2 + by(kT) + \\ \quad 0.05u(kT) + 0.283u(kT+t_1), \\ y(kT+T) = x(kT) + v(kT). \end{cases} \quad (25)$$

取 $p = 2$, $\tau_1 = \sqrt{2}s$, $\tau_2 = 2 - \sqrt{2}s$,此时有 $t_1 = \tau_1 = \sqrt{2}s$, $t_2 = \tau_1 + \tau_2 = T = 2s$ 。取 $a = 1.4$, $b = 0.3$,混沌系统(25)的吸引子在(0.6314, 0.6314)。输入信号 $\{u(kT), u(kT+t_1-T)\}$ 取幅值为0.1的伪随机

序列信号. $v(kT)$ 是均方差为0.01、均值为零的白噪声. 图1为混沌系统(25)的动态变化图.

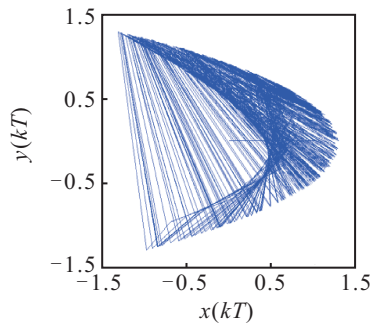


图1 Henon混沌系统动态变化图

噪声信号 $v(kT)$ 是均值为零、方差为 σ^2 的白噪声序列信号. 当噪声信号的方差为 $\sigma^2 = 0.01^2$ 时, 相应的信噪比为 $\delta_{ns} = 27.33\%$. 基于所测量的输出数据, 应用所提出的辨识算法估计非均匀采样非线性系统的模糊模型参数. 取 $y(kT-T), y(kT-2T), u(kT-T), u(kT-2T), u(kT+t_1-T)$ 和 $u(kT+t_1-2T)$ 作为模糊模型的输入变量.

对于系统(25), 采用200个样本点构建系统的模糊模型, 前150样本点作为训练数据建立系统(25)的模糊模型, 其余50个样本点作为测试数据验证模型的有效性. 首先, 根据聚类算法对输入样本进行聚类, 取30条模糊规则作为初始规则数. 为了验证模糊模型的冗余度, 针对上述已建立的含有30条模糊规则的系统, 采用SVD算法对结构进行优化. 通过计算可得, 模糊隶属度矩阵的最大奇异值 $\max(\sigma_i) = 3.6124$, 最小奇异值 $\min(\sigma_i) = 0.00464$, 奇异值之间相差较大, 忽略较小的奇异值. 表2给出了系统在不同积累贡献率条件下的性能指标, 当规则数 = 16时, $Q = 0.8461$, 与规则数17条的积累率相差不大, 与规则数15条相差很大, 表明从第17条规则到30条规则对模型的贡献率不大. 同时, 图2给出了不同规则数的均方误差曲线. 由图2可见, 当规则数大于16时, 均方误差反而增大, 表明当增加规则数时, 由于规则之间的冗余度增大, 使得误差增大, 这样在规则优

化后, 选择模糊规则数为16.

表2 在不同规则的性能指标比较

规则数	Q	均方误差
30	1.000 0	0.047 1
25	0.961 3	0.056 1
22	0.883 0	0.060 5
17	0.868 8	0.060 3
16	0.846 1	0.038 2
15	0.413 2	0.057 4

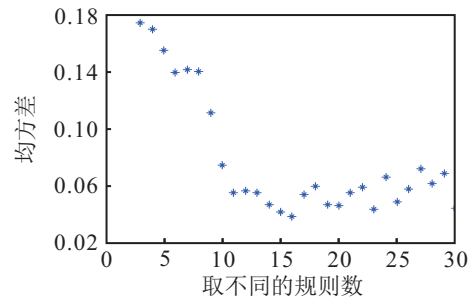


图2 取不同的规则数的均方误差曲线

在确定聚类数目后, 采用本文方法对系统(25)进行建模研究. 训练数据均方差为

$$\text{Error}_{\text{train}} = \frac{1}{150} \sum_{k=1}^{150} (y_{\text{train}}(kT) - \hat{y}_{\text{model}}(kT))^2 = 0.0382.$$

其中: $y_{\text{train}}(kT)$ 为训练的样本点, $\hat{y}_{\text{model}}(kT)$ 为模糊模型的输出. 测试数据的均方差为

$$\text{Error}_{\text{test}} = \frac{1}{50} \sum_{k=1}^{50} (y_{\text{test}}(kT) - \hat{y}_{\text{model}}(kT))^2 = 0.0412.$$

其中: $y_{\text{test}}(kT)$ 为测试样本点, $\hat{y}_{\text{model}}(kT)$ 为模糊模型的测试输出. 显然, 根据训练数据均方差和测试数据均方差, 所建立的模糊模型是可以描述非均匀采样非线性系统的. 为了验证所提出方法的有效性, 对所提出的辨识方法与其他辨识方法进行比较, 包括径向基神经网络、支持向量机等. 表3给出了比较结果, 由表3可见, 所提出方法能够提高系统的辨识精度.

表3 本文提出的模糊辨识方法与其他辨识方法比较

建模方法	输入变量	训练数据的均方差	测试数据的均方差
径向神经网络	$y(kT-T), y(kT-2T), u(kT-T), u(kT-2T), u(kT+t_1-T), u(kT+t_1-2T)$	0.059 1	0.063 4
支持向量机	$y(kT-T), y(kT-2T), u(kT-T), u(kT-2T), u(kT+t_1-T), u(kT+t_1-2T)$	0.049 8	0.051 2
文献[15]方法	$y(kT-T), y(kT-2T), u(kT-T), u(kT-2T), u(kT+t_1-T), u(kT+t_1-2T)$	0.044 2	0.046 7
本文方法	$y(kT-T), y(kT-2T), u(kT-T), u(kT-2T), u(kT+t_1-T), u(kT+t_1-2T)$	0.038 2	0.041 2

5 结论

针对非均匀采样非线性系统的辨识问题,提出了一种基于矩阵奇异值分解的模型结构和参数优化的模糊建模方法.首先,基于矩阵奇异值分解算法分析了模糊规则与奇异值、积累贡献率的关系,确定模糊模型的规则数,从而实现模型的结构优化.为了克服递推最小二乘出现的误差积累、传递现象,采用基于奇异值分解的递推最小二乘确定模型的结论参数,从而实现模型参数的优化.仿真结果表明,所提出方法能够高效率确定模糊模型及其冗余度,提高辨识精度.对于其他形式的非均匀采样非线性系统,如输入非均匀刷新-输出非均匀采样系统,是下一步的研究对象.

参考文献(References)

- [1] Li X L, Zhou L C, Ding R. Least-squares-based iterative identification algorithm for Hammerstein nonlinear systems with non-uniform sampling[J]. *International Journal of Computer Mathematics*, 2013, 90(7): 1524-1534.
- [2] Li X L, Zhou L C, Ding R F, et al. Recursive least squares estimation algorithm for Hammerstein nonlinear systems with non-uniform sampling[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013, 67(9): 1811-1818.
- [3] Liu Ranran, Li Haoran, Pan Tianhong, et al. Parameter estimation for non-uniformly sampled wiener systems with dead-zone nonlinearities[J]. *IFAC-Papers On-Line*, 2015, 28(8): 789-794.
- [4] Zheng Enxing, Liu Ranran, Jiang Yifeng, et al. Stochastic gradient identification for Hammerstein systems with non-uniformly sampling[J]. *Computer Systems Science and Engineering*, 2016, 31(6): 439-444.
- [5] Zhou Lincheng, Li Xiangli, Pan Feng. Gradient-based iterative identification for Wiener nonlinear systems with non-uniform sampling[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2014, 76(1): 627-634.
- [6] 刘冉冉, 潘天红, 李正明. 非均匀Hammerstein-Wiener系统的递阶随机梯度辨识算法[J]. *控制与决策*, 2015, 30(8): 1491-1496.
(Liu R R, Pan T H, Li Z M. Hierarchical stochastic gradient identification algorithm for non-uniformly sampled Hammerstein-Wiener systems[J]. *Control and Decision*, 2015, 30(8): 1491-1496.)
- [7] Xie Li, Yang Huizhong, Ding Feng. Identification of non-uniformly sampled-data systems with asynchronous input and output data[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2017, 354(5): 1974-1991.
- [8] Zhou Lincheng, Li Xiangli, Shan Lijie, et al. Hierarchical recursive least squares parameter estimation of non-uniformly sampled Hammerstein nonlinear systems based on Kalman filter[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2017, 354(10): 4231-4246.
- [9] Liu Ranran, Pan Tianhong, Li Zhengming. Multi-model recursive identification for nonlinear systems with non-uniformly sampling[J]. *Cluster Computer*, 2017, 13(1): 25-32.
- [10] 王宏伟, 夏浩. 非均匀多采样率非线性系统的模糊辨识[J]. *控制与决策*, 2015, 30(9): 1646-1652.
(Wang H W, Xia H. Fuzzy identification for non-uniformly multi-rate sampled nonlinear systems[J]. *Control and Decision*, 2015, 30(9): 1646-1652.)
- [11] 王宏伟, 夏浩. 基于竞争学习非均匀采样非线性系统的模糊辨识[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2016, 48(4): 109-113.
(Wang H W, Xia H. Fuzzy identification of non-uniformly multirate sampled nonlinear systems based on competitive learning[J]. *Journal of Harbin University of Technology*, 2016, 48(4): 109-113.)
- [12] 余晓东, 雷英杰, 宋亚飞, 等. 基于核距离的直觉模糊c均值聚类算法[J]. *电子学报*, 2016, 44(10): 2530-2534.
(Yu X D, Lei Y J, Song Y F, et al. Intuitionistic fuzzy c-means clustering algorithm based on kernel distance[J]. *Journal of Electronics*, 2016, 44(10): 2530-2534.)
- [13] Li W, Shah S L, Xiao D. Kalman filters in non-uniformly sampled multirate systems: For FDI and beyond[J]. *Automatica*, 2008, 44(1): 199-208.
- [14] 刘艳君, 丁锋. 非均匀周期采样系统的递阶最小二乘辨识方法[J]. *控制与决策*, 2011, 26(3): 453-456.
(Liu Y J, Ding F. Hierarchical least squared identification method for non-uniform periodic sampled system[J]. *Control and Decision*. 2011, 26(3): 453-456.)
- [15] Asein N Venkat, Vijaysai P, Ravindra D Gudi. Identification of complex nonlinear processes based on fuzzy decomposition of the steady state space[J]. *Journal of Process Control*, 2003, 13(2): 473-488.

作者简介

王宏伟(1969—),男,副教授,博士,从事多采样率系统辨识、控制,切换系统辨识与控制等研究,E-mail: wanghw@dlut.edu.cn;

谢丽蓉(1972—),女,教授,博士,从事电力系统及其自动化、PLC控制等研究,E-mail: 1195201627@qq.com.

(责任编辑: 郑晓蕾)