

控制与决策

Control and Decision

一类状态/输入受限的不确定非仿射非线性系统 鲁棒自适应backstepping控制

张强, 王翠, 许德智

引用本文:

张强, 王翠, 许德智. 一类状态/输入受限的不确定非仿射非线性系统 鲁棒自适应backstepping控制[J]. 控制与决策, 2020, 35(4): 769–780.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0637>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

任意切换下高能随机系统的神经网络预设控制

Adaptive neural prescribed performance control for uncertain high-power stochastic nonlinear systems under arbitrary switchings
控制与决策. 2020, 35(4): 923–929 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0807>

一类非线性系统的全局快速有限时间鲁棒控制

Global fast finite-time robust control for a class of nonlinear systems
控制与决策. 2020, 35(4): 1004–1008 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0974>

高阶不确定非线性系统的线性自抗扰控制

Linear active disturbance rejection control for high-order nonlinear systems with uncertainty
控制与决策. 2020, 35(2): 483–491 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0550>

一类具有非三角结构的不确定非线性系统的自适应扰动抑制

Adaptive disturbance attenuation for a class of uncertain nonlinear systems with non-triangular structure
控制与决策. 2019, 34(10): 2268–2272 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0256>

基于神经网络的小型无人直升机非线性鲁棒控制设计

Nonlinear robust control for a small unmanned helicopter based on neural network
控制与决策. 2018, 33(4): 627–632 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0350>

具有未建模动态和输出约束的耦合系统的分散自适应控制

Decentralized adaptive control for interconnected systems with unmodeled dynamics and output constraints
控制与决策. 2018, 33(12): 2113–2121 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0933>

导弹姿态的自抗扰有限时间控制

Auto disturbance rejection of finite time controller for the control of missile's attitude
控制与决策. 2015, 30(8): 1405–1410 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.0712>

基于自适应神经网络的分数阶混沌系统滑模同步

Sliding mode synchronization of fractional-order chaotic systems based on adaptive neural network
控制与决策. 2015, 30(5): 882–886 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.0380>

一类状态/输入受限的不确定非仿射非线性系统 鲁棒自适应 backstepping 控制

张 强^{1†}, 王 翠¹, 许德智²

(1. 济南大学 自动化与电气工程学院, 济南 250022; 2. 江南大学
轻工过程先进控制教育部重点实验室, 江苏 无锡 214122)

摘 要: 针对一类状态/输入受限的不确定严格反馈非仿射非线性系统跟踪控制问题, 提出一种鲁棒自适应 backstepping 控制策略. 在保证系统精度的前提下, 对状态/输入受限的非仿射系统进行 Taylor 级数在线展开, 得到其仿射形式; 为保证系统复合扰动在线准确逼近, 提出基于投影算子的递归扰动模糊神经网络干扰观测器 (RPFNNDO); 在考虑不确定系统存在状态受限和输入饱和等因素下, 结合障碍 Lyapunov 函数、tanh 函数及 Nussbaum 函数, 利用 backstepping 方法设计控制器, 并采用 Lyapunov 稳定理论分析闭环系统稳定性. 应用于无人机航迹控制的仿真结果验证了所提方法的有效性.

关键词: 非仿射非线性系统; 输入饱和; 状态受限; 干扰观测器; 障碍 Lyapunov 函数

中图分类号: TP273 文献标志码: A

Robust adaptive backstepping control for a class of non-affine nonlinear system with full states constraints and input saturation

ZHANG Qiang^{1†}, WANG Cui¹, XU De-zhi²

(1. School of Electrical Engineering, University of Jinan, Jinan 250022, China; 2. Key Laboratory of Advanced Control for Light Industry Processes of Ministry of Education, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: A robust adaptive backstepping control scheme is proposed for a class of pure-strict non-affine nonlinear system with state constraint and input saturation. Taylor series expansion technique is applied to the non-affine system to convert it to affine-like expression with high accuracy. The recurrent perturbation fuzzy neural networks disturbance observer (RPFNNDO) based on the projection algorithm is designed to approximate the unknown compound disturbance online. Backstepping control is used with the barrier Lyapunov function, the tanh function and the Nussbaum function to design controllers, which handles states constraints, input saturation in the system. The stability of the closed loop system is analyzed by using the Lyapunov theory. Simulation results of the unmanned aerial vehicle track control show the effectiveness of the proposed method.

Keywords: non-affine nonlinear systems; input constraint; states constraints; disturbance observer; barrier Lyapunov function

0 引 言

非仿射系统广泛存在于现实生活中, 且具有复杂性和不确定性等特点. 非仿射系统中, 控制输入以非线性隐含的方式影响系统动态特性, 意味着无法以设计仿射系统控制输入的方法设计非仿射系统的控制器. 目前, 非仿射非线性系统的跟踪控制研究主要分为两大类: 模型未知和模型已知. 就基于模型的非仿射非线性系统控制器设计而言, 传统的处理手段有

反馈线性化^[1]、逆系统^[2]、中值定理^[3]、自抗扰^[4]等方法. 文献[2, 5]首先求解对象的逆系统方程, 然后通过补偿使得复合系统成为线性或接近线性的系统, 该方法要求系统有比较精确的数学模型. 文献[3, 6]采用隐函数定理和中值定理将非仿射系统转化成仿射系统, 并利用 backstepping 方法给出控制器结构; 文献[7]利用中值定理将非仿射系统转换为含有未知非线性以及控制增益未知的仿射系统, 然后利用自适应神

收稿日期: 2018-05-13; 修回日期: 2018-11-02.

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金项目 (61403161, 61503156); 山东省泰山学者工程项目; 山东省重点研发计划项目 (2017GGX30121); 山东省自然科学基金面上项目 (ZR2019MF015).

责任编辑: 吴立刚.

[†]通讯作者. E-mail: zhang_hongyu198023@163.com.

神经网络和Nussbaum函数设计了控制器. 相较于文献[3, 6-7]中非仿射系统的处理方法, 文献[8]松弛了对非仿射系统可微的要求, 使非仿射系统的研究更具普遍性. 同时, 文献[3, 6-7]均假设控制量足够大且存在难以实现高精度、大范围跟踪控制. 因此, 进一步研究非仿射非线性系统的控制问题具有重要的理论和实际意义.

由于物理故障、状态饱和、性能和安全规程等原因, 状态受限普遍存在于实际应用. 现有可处理约束的方法包括参考轨迹规划法^[9]、基于不变集或容许集的控制^[10-11]、超驰控制^[12]、模型预测控制^[13]等, 但文献[9-13]的核心思路为数值计算, 且计算较复杂. 文献[14-15]针对含状态约束的Brunovsky标准型系统, 以约束区间作为定义域, 在反正切型及障碍函数基础上构造控制Lyapunov函数, 并利用backstepping方法设计了系统控制器; 文献[16]对于非对称时变输出受限的严格反馈系统, 提出控制策略, 实现了输出渐近跟踪; 文献[17]利用RBF干扰观测器、障碍Lyapunov函数和Nussbaum函数相结合的方法, 实现了一类状态和输入受限严格反馈系统的控制器设计; 文献[18]在障碍Lyapunov函数理论成果基础上, 采用快速terminal滑模方法给出了攻角约束条件下的导弹导引律设计过程. 然而, 文献[14-18]均是针对仿射非线性系统, 目前开展状态/输入受限非仿射非线性系统控制研究仍然较少. 同时, 非仿射非线性系统在实际中广泛存在, 结合实际情况对系统本身性能及安全等的要求, 研究受限非仿射非线性系统的控制问题具有重要的意义.

此外, 因系统建模误差、参数不确定和外部扰动的存在, 使得基于神经网络或模糊系统的干扰观测器被广泛研究, 如文献[19-22]. 然而, 为保证未知扰动估计的准确性, 文献[19-22]需选择大量的基函数中心和宽度等参数, 这势必会引起在线计算的复杂度. 为此, 文献[23-25]分别利用小脑模型、Petri网、差分进化算法等研究模糊神经网络(fuzzy neural networks, FNN). 然而, 文献[23-25]存在设计过于复杂且均忽略了因隶属度函数选择不合理引起估计不准的问题. 因此, 在文献[23-25]基础上, 给出一种准确的干扰估计方法在工程应用方面是很有必要的.

基于上述分析, 针对一类状态受限的不确定非仿射非线性系统, 提出一种基于递归扰动模糊神经网络干扰观测器的backstepping控制策略. 本文主要的创新点如下:

1) 为便于干扰观测器和控制器的设计, 利用

Taylor级数展开, 给出一种适用于全局的非仿射非线性系统近似方法. 相较于中值定理、隐函数定理等方法, 本文所给近似方法不存在展开点未知的问题.

2) 受文献[26]的联想层数学习算法启发, 将FNN、回归网络(recurrent neural networks, RNN)和扰动函数各自的优势相结合, 并结合投影算子, 提出一种基于递归扰动模糊神经网络的干扰观测器设计方法(recurrent perturbation fuzzy neural networks disturbance observer, RPFNDO). 松弛了FNN对隶属函数选择的条件, 实现了系统复合扰动进行在线逼近, 并设计鲁棒项抑制神经网络逼近误差的影响.

3) 基于以上近似方法和RPFNDO, 借助障碍型函数及Nussbaum函数, 利用backstepping方法, 给出状态/输入受限的不确定严格反馈非仿射非线性系统控制器的设计过程.

1 问题描述及等价变换

考虑一类状态/输入受限的不确定非仿射非线性系统如下:

$$\dot{x}_i(t) = x_{i+1}(t), \quad 1 \leq i \leq n-1; \quad (1)$$

$$\dot{x}_n(t) = f(\mathbf{x}(t), u(v(t))) + \Delta f(\mathbf{x}(t), u(v(t))) + d(t); \quad (2)$$

$$y(t) = x_1(t). \quad (3)$$

其中: $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T \in \mathbf{R}^n$ 和 $y(t) \in \mathbf{R}$ 分别为可测的系统状态和系统输出, 所有状态有界, 即满足 $|x_i(t)| < k_{ci}, k_{ci} (i = 1, 2, \dots, n)$ 为正常数; $f(\mathbf{x}(t), u(v(t))) \in \mathbf{R}$ 为已知的光滑函数, $\Delta f(\mathbf{x}(t), u(v(t))) \in \mathbf{R}$ 为系统未知且有界的建模误差; $d(t) \in \mathbf{R}$ 为系统未知的外部干扰; $u(v(t)) \in \mathbf{R}$ 为受执行器饱和和特性影响的输出, $v(t) \in \mathbf{R}$ 为执行器输入, 饱和受限函数 $u(v(t))$ 可描述为

$$u(v(t)) = \text{sat}(v(t)) = \text{sign}(v(t)) \min\{U_{\max}, |v(t)|\}, \quad (4)$$

$\text{sat}(\cdot)$ 为标准的饱和函数, U_{\max} 为已知的系统输入饱和和度.

为了书写方便, 在不引起歧义的情况下, 省略相关变量的自变量, 如 $f(\mathbf{x}(t), u(v(t)))$ 简写为 f .

同时, 为保证控制器设计过程阐述清晰, 给出假设条件、定义和引理如下.

假设1^[16] 对于一组给定的状态受限参数 $k_{ci} > 0, i = 1, 2, \dots, n$, 存在一组正常数 $Y_i (i = 0, 1, \dots, n-1)$, 使得跟踪期望轨迹 $y_d(t)$ 及其 $y_d^{(n)}(t)$ 有界, 且当 $\forall t \geq 0$ 时, $|y_d(t)| \leq Y_0 < k_{c1}, |y_d^{(i-1)}(t)| < Y_{i-1} k_{ci}, i = 2, 3, \dots, n$.

假设2 $f(\mathbf{x}, u(v))$ 对 \mathbf{x} 和 $u(v)$ 的偏导数存在,且存在一组常数 $0 \leq a_{i \min} < a_{i \max}$ 和 $0 < b_{\min} < b_{\max}$,使得在 $|x_i| < k_{ci}(i = 1, 2, \dots, n)$ 的条件下,均有

$$a_i = |\partial f / \partial x_i| \in [a_{i \min}, a_{i \max}], \quad (5)$$

$$b = |\partial f / \partial u| \in [b_{\min}, b_{\max}]. \quad (6)$$

定义1^[27] 若连续函数 $N(s) : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ 满足

$$\begin{cases} \limsup_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s} \int_0^s N(t)dt = +\infty, \\ \liminf_{s \rightarrow \infty} \frac{1}{s} \int_0^s N(t)dt = -\infty, \end{cases} \quad (7)$$

则称 $N(s)$ 为Nussbaum函数.

引理1^[27] 设 $V(\cdot)$ 和 $\tau(\cdot)$ 是在 $[t_0, t_f]$ 上的光滑函数(其中 $\forall t \in [t, t_f], V(t) \geq 0$), $N(\tau)$ 为Nussbaum增益函数,若

$$V \leq V(0)\exp(-ct) + \frac{M}{c}(1 - \exp(-ct)) + \frac{\exp(-ct)}{\tau_c} \int_0^t (\iota N(\tau)\dot{\tau} - \dot{\tau}\exp(c\alpha))d\alpha \quad (8)$$

成立,则 $V(\cdot)$ 和 $\tau(\cdot)$ 在 $[t_0, t_f]$ 上有界.其中: c, τ_c 和 $M > 0$ 为常数, ι 为有界的时变参量.

引理2^[28] 对于 $\forall \rho > 0$ 和 $\eta \in \mathbf{R}$,均有

$$0 < |\eta| - \eta \tanh(\eta/\rho) \leq \bar{\kappa}\rho, \quad (9)$$

其中 $\bar{\kappa}$ 为满足 $\bar{\zeta}\exp(\bar{\zeta} + 1) = 1$ 的常数,即 $\bar{\zeta} = 0.2785$.

引理3^[29] 对于 $\forall k_b > 0$ 和 $x \in \mathbf{R}$,且满足 $|x| < k_b$,有

$$\ln \frac{k_b^2}{k_b^2 - x^2} < \frac{x^2}{k_b^2 - x^2}. \quad (10)$$

为显性表达 $u(v)$ 对系统的影响,在文献[30]的基础上,将式(2)中的 $f(\mathbf{x}, u(v))$ 在 $u(v) = u_\zeta(v_\zeta)$ 处进行Taylor展开,则有

$$\begin{aligned} \dot{x}_n = & f_1(\mathbf{x}, u_\zeta(v_\zeta)) + g(\mathbf{x}, u_\zeta(v_\zeta))u(v) + \\ & \Delta_1(\cdot) + \Delta f(\mathbf{x}, u(v)) + d(t). \end{aligned} \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} f_1(\mathbf{x}, u_\zeta(v_\zeta)) = & f(\mathbf{x}, u_\zeta(v_\zeta)) - g(\mathbf{x}, u_\zeta(v_\zeta))u_\zeta(v_\zeta); \\ g(\mathbf{x}, u_\zeta(v_\zeta)) = & \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{u=u_\zeta(v_\zeta)}; \end{aligned}$$

$\Delta_1(\cdot)$ 为Taylor展开的高阶项; $u_\zeta(v_\zeta)$ 为鲁棒滑模滤波器的状态,即

$$\dot{u}_\zeta(v_\zeta) = -\frac{u_\zeta(v_\zeta) - u(v)}{\rho_1} - \frac{\xi_1(u_\zeta(v_\zeta) - u(v))}{|u_\zeta(v_\zeta) - u(v)| + \zeta_1}, \quad (12)$$

ρ_1 为滤波器时间常数, $\xi_1 > 0$ 和 $\zeta_1 > 0$ 分别为设计的切换增益和调节滑模的切换率, $u_\zeta(v_\zeta)$ 为 $u(v)$ 的滤波值.

考虑到双曲正切函数对饱和函数(4)的近似作用,式(4)可等价

$$\begin{aligned} u(v) = \text{sat}(v) = & h(v) + \Delta_2(v), \\ h(v) = u_M \times \tanh(v/u_M) = & u_M \frac{\exp(v/u_M) - \exp(-v/u_M)}{\exp(v/u_M) + \exp(-v/u_M)}, \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $\Delta_2(v) = \text{sat}(v) - h(v)$ 为有界函数,即满足 $|\Delta_2(v)| \leq u_M(1 - \tanh(1))$.

在式(11)和(13)的基础上,式(1)~(3)可转换为

$$\dot{x}_i = x_{i+1}, \quad 1 \leq i \leq n-1; \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_n = & f_1(\mathbf{x}, u_\zeta(v_\zeta)) + g(\mathbf{x}, u_\zeta(v_\zeta))h(v) + D(\mathbf{x}, u, t); \quad (15) \\ y = & x_1. \quad (16) \end{aligned}$$

其中

$$D(\mathbf{x}, u, t) = \Delta_1(\cdot) + \Delta_2(v) + \Delta f(\mathbf{x}, u(v)) + d(t)$$

为由建模误差、外部干扰和近似变换误差组成的系统复合干扰.

控制器设计思路为在考虑复合干扰和输入输出受限的情况下,构造RPFNNDO估计复合干扰,并结合障碍Lyapunov和Nussbaum函数设计backstepping控制器,使得系统(1)~(3)的 $y(t)$ 跟踪 $y_d(t)$,控制结构如图1所示.

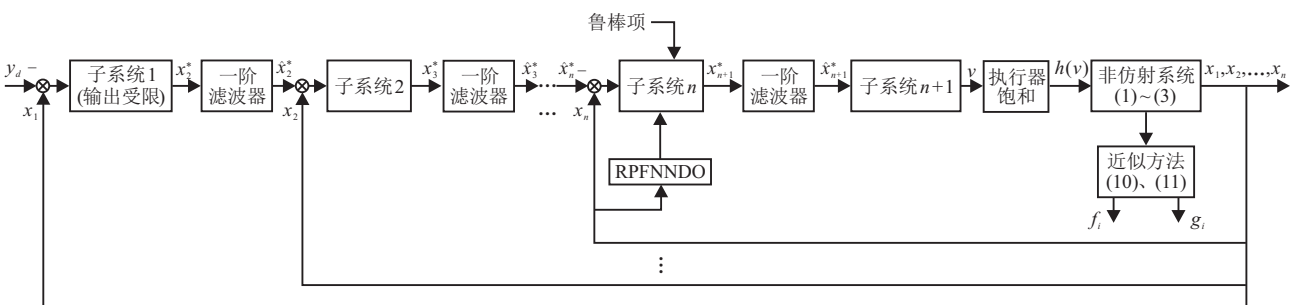


图1 基于RPFNNDO的状态/输入受限非仿射非线性系统backstepping控制结构

2 RPFNN结构及干扰观测器设计

2.1 RPFNN结构

借鉴文献[26]联想层数调整策略,将可变 sine-cosine 干扰函数引入到模糊神经网络的隶属函数层,同时结合具有记忆优势的RNN设计递归层,构造 n 维输入单输出且有 m 条模糊规则的RPFNN结构,如图2所示.

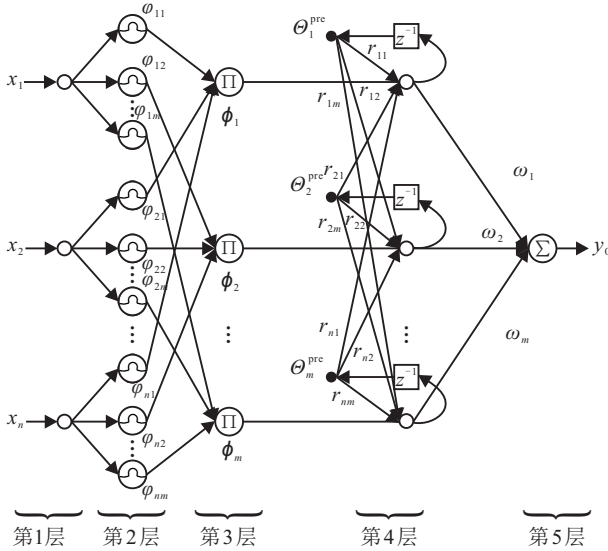


图2 递归扰动模糊神经网络结构

基于图2, RPFNN的第 i 条模糊规则可以表述为 R^i : if x_1 is A_1^i , and x_2 is A_2^i , ..., and x_n is A_n^i , and Θ_1^{pre} is r_{1i} , and Θ_2^{pre} is r_{2i} , ..., and Θ_m^{pre} is r_{mi} , then y is y^i , $i = 1, 2, \dots, m$.

其中: x_j ($j = 1, 2, \dots, n$) 和 y 分别为RPFNN的输入变量和输出变量, Θ_j^{pre} ($j = 1, 2, \dots, m$) 为第 j 个记忆单元上一时刻的激活强度, r_{ji} ($j = 1, 2, \dots, m$) 和 y^i 为模糊单点.

RPFNN的5层具体描述如下.

第1层为输入层,定义见文献[22]中FNN第1层.

第2层为隶属函数层,其意义与文献[22]FNN第2层相同.但为了避免因依据经验选取隶属函数带来的适应性不足问题,基于文献[26]联想层数自组织思路,本节将在 Gauss 函数中引入 sine-cosine 干扰函数.由此,RPFNN的隶属度函数描述为

$$\mu_{ij} = \begin{cases} \exp\left(\frac{(x_i - c_{ij})^2}{b_{ij}^2}\right) + h_{ij} \sin(\omega_{ij}(x_i - c_{ij})) \cos(\omega_{ij}(x_i - c_{ij})), & x_i \geq c_{ij}; \\ \exp\left(\frac{(x_i - c_{ij})^2}{b_{ij}^2}\right) - h_{ij} \sin(\omega_{ij}(x_i - c_{ij})) \cos(\omega_{ij}(x_i - c_{ij})), & x_i < c_{ij}; \end{cases} \quad (17)$$

$$\varphi_{ij} = \begin{cases} 0, & \mu_{ij} \leq 0; \\ 1, & \mu_{ij} \geq 1; \\ \mu_{ij}, & 0 < \mu_{ij} < 1; \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (18)$$

其中 c_{ij} 、 b_{ij} 、 h_{ij} 和 ω_{ij} 分别为第 j 条规则下,第 i 个输入变量对应隶属度函数的中心、宽度、幅值和频率.

第3层为规则层,其目的是基于匹配模糊规则前件构成模糊规则.定义第 k 条规则激活度如下:

$$\phi_k = \prod_{i=1}^n \varphi_{ik}, \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (19)$$

第4层为递归层,其定义见文献[31]中提出的RNN.定义第 k 个记忆元素的激活函数如下:

$$\Theta_k = \sum_{i=1}^m r_{ik} \Theta_i^{\text{pre}}, \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad (20)$$

其中 r_{ik} 为第 i 个和第 k 个记忆元素之间的权值.

第5层为输出层,其可描述为

$$y = \sum_{i=1}^m w_i \Theta_i = \mathbf{W}^T \Theta(\mathbf{c}, \mathbf{b}, \mathbf{h}, \boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}). \quad (21)$$

其中

$$\mathbf{W}^T = [w_1, w_2, \dots, w_m]^T,$$

$$\Theta = [\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_m]^T,$$

$$\mathbf{c} = [c_{11}, c_{21}, \dots, c_{n1}, \dots, c_{1m}, c_{2m}, \dots, c_{nm}]^T,$$

$$\mathbf{b} = [b_{11}, b_{21}, \dots, b_{n1}, \dots, b_{1m}, b_{2m}, \dots, b_{nm}]^T,$$

$$\mathbf{h} = [h_{11}, h_{21}, \dots, h_{n1}, \dots, h_{1m}, h_{2m}, \dots, h_{nm}]^T,$$

$$\boldsymbol{\omega} = [\omega_{11}, \omega_{21}, \dots, \omega_{n1}, \dots, \omega_{1m}, \omega_{2m}, \dots, \omega_{nm}]^T,$$

$$\mathbf{r} = [r_{11}, r_{12}, \dots, r_{1m}, \dots, r_{m1}, r_{m2}, \dots, r_{mm}]^T.$$

注1 所提出的递归扰动模糊神经网络具有两个优势:1)当式(17)中 $h_{ij} = \omega_{ij} = 0$ ($i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$) 时,其作用与文献[22]所述的隶属函数一致.值得注意的是,在文献[22]提出的FNN中,只能靠大量选取隶属函数以保证未知函数估计的准确性,这必然会带来参数选择具有重叠性以及计算复杂度增加等问题.为此,本文在 Gauss 函数中引入 sine-cosine 扰动函数,以增强隶属度函数适应性.2)利用具有便于实现和记忆功能的RNN构造递归层,使得RPFNN拥有RNN优势.综上,RPFNN兼顾了FNN和RNN优点.

2.2 RPFNNDO设计

为利用RPFNN估计式(15)中的复合干扰,需如下合理的假设.

假设3 令 $\mathbf{x} \in M_x$, 其中 M_x 是系统状态的一个紧集,存在最优输出层权值向量 \mathbf{W}^* 、隶属度层中心向量 \mathbf{c}^* 、宽度向量 \mathbf{b}^* 、幅值向量 \mathbf{h}^* 、频率向量 $\boldsymbol{\omega}^*$ 和

递归层权值向量 \mathbf{r}^* , 使得 $|\epsilon| \leq \epsilon^*$, ϵ 为 RPFNN 辨识误差, ϵ^* 为大于零的常数, 并且存在正实数 $\bar{W}, \bar{c}, \bar{b}, \bar{h}, \bar{\omega}$ 及 \bar{r} , 满足 $\|\mathbf{W}^*\| \leq \bar{W}, \|\mathbf{c}^*\| \leq \bar{c}, \|\mathbf{b}^*\| \leq \bar{b}, \|\mathbf{h}^*\| \leq \bar{h}, \|\boldsymbol{\omega}^*\| \leq \bar{\omega}$ 和 $\|\mathbf{r}^*\| \leq \bar{r}$.

记 $\hat{\mathbf{W}}, \hat{\boldsymbol{\Theta}}, \hat{\mathbf{c}}, \hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{h}}, \hat{\boldsymbol{\omega}}$ 和 $\hat{\mathbf{r}}$ 分别为 RPFNN 理想 $\mathbf{W}^*, \boldsymbol{\Theta}^*, \mathbf{c}^*, \mathbf{b}^*, \mathbf{h}^*, \boldsymbol{\omega}^*, \mathbf{r}^*$ 的估计值, 相应的估计误差为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{W}} &= \mathbf{W}^* - \hat{\mathbf{W}}, \quad \tilde{\boldsymbol{\Theta}} = \boldsymbol{\Theta}^* - \hat{\boldsymbol{\Theta}}, \quad \tilde{\mathbf{c}} = \mathbf{c}^* - \hat{\mathbf{c}}, \\ \tilde{\mathbf{b}} &= \mathbf{b}^* - \hat{\mathbf{b}}, \quad \tilde{\mathbf{h}} = \mathbf{h}^* - \hat{\mathbf{h}}, \quad \tilde{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\omega}^* - \hat{\boldsymbol{\omega}}, \quad \tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{r}^* - \hat{\mathbf{r}}. \end{aligned}$$

在假设2和假设3下, 因 $\mathbf{W}^*, \boldsymbol{\Theta}^*, \mathbf{c}^*, \mathbf{b}^*, \mathbf{h}^*, \boldsymbol{\omega}^*$ 和 \mathbf{r}^* 无法直接获得, 式(15)中的复合干扰 D 可用 RPFNN 式(17)~(21)表示为

$$\begin{aligned} D &= \mathbf{W}^{*\text{T}} \boldsymbol{\Theta}^*(\mathbf{x}, \mathbf{c}^*, \mathbf{b}^*, \mathbf{h}^*, \boldsymbol{\omega}^*, \mathbf{r}^*) = \hat{D} + \epsilon = \\ &\quad \hat{\mathbf{W}}^{\text{T}} \hat{\boldsymbol{\Theta}}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{c}}, \hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{h}}, \hat{\boldsymbol{\omega}}, \hat{\mathbf{r}}) + \epsilon. \end{aligned} \quad (22)$$

将 $\boldsymbol{\Theta}$ 在 $\mathbf{c} = \hat{\mathbf{c}}, \mathbf{b} = \hat{\mathbf{b}}, \mathbf{h} = \hat{\mathbf{h}}, \boldsymbol{\omega} = \hat{\boldsymbol{\omega}}, \mathbf{r} = \hat{\mathbf{r}}$ 处进行 Taylor 级数展开, 有

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Theta}^* &= \hat{\boldsymbol{\Theta}} + \boldsymbol{\Theta}_c(\mathbf{c}^* - \hat{\mathbf{c}}) + \boldsymbol{\Theta}_b(\mathbf{b}^* - \hat{\mathbf{b}}) + \\ &\quad \boldsymbol{\Theta}_h(\mathbf{h}^* - \hat{\mathbf{h}}) + \boldsymbol{\Theta}_\omega(\boldsymbol{\omega}^* - \hat{\boldsymbol{\omega}}) + \\ &\quad \boldsymbol{\Theta}_r(\mathbf{r}^* - \hat{\mathbf{r}}) + O(\tilde{\mathbf{c}}, \tilde{\mathbf{b}}, \tilde{\mathbf{h}}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}, \tilde{\mathbf{r}}). \end{aligned} \quad (23)$$

其中

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Theta}_c &= \left. \frac{\partial \boldsymbol{\Theta}}{\partial \mathbf{c}^{\text{T}}} \right|_{\mathbf{c}=\hat{\mathbf{c}}}, \\ \boldsymbol{\Theta}_b &= \left. \frac{\partial \boldsymbol{\Theta}}{\partial \mathbf{b}^{\text{T}}} \right|_{\mathbf{b}=\hat{\mathbf{b}}}, \\ \boldsymbol{\Theta}_h &= \left. \frac{\partial \boldsymbol{\Theta}}{\partial \mathbf{h}^{\text{T}}} \right|_{\mathbf{h}=\hat{\mathbf{h}}}, \\ \boldsymbol{\Theta}_\omega &= \left. \frac{\partial \boldsymbol{\Theta}}{\partial \boldsymbol{\omega}^{\text{T}}} \right|_{\boldsymbol{\omega}=\hat{\boldsymbol{\omega}}}, \\ \boldsymbol{\Theta}_r &= \left. \frac{\partial \boldsymbol{\Theta}}{\partial \mathbf{r}^{\text{T}}} \right|_{\mathbf{r}=\hat{\mathbf{r}}}, \end{aligned}$$

$O(\tilde{\mathbf{c}}, \tilde{\mathbf{b}}, \tilde{\mathbf{h}}, \tilde{\boldsymbol{\omega}}, \tilde{\mathbf{r}})$ 为展开高阶项.

定理1 针对不确定仿射非线性系统(14)~(16), 在假设2和假设3下, 考虑动态系统

$$\dot{z} = -k_d z + \Gamma(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{W}}, \hat{\mathbf{c}}, \hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{h}}, \hat{\boldsymbol{\omega}}, \hat{\mathbf{r}}). \quad (24)$$

其中: z 为 RPFNNDO 辅助状态, $k_d > 0$ 为设计常数, $\Gamma(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{W}}, \hat{\mathbf{c}}, \hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{h}}, \hat{\boldsymbol{\omega}}, \hat{\mathbf{r}}) = k_d x_n + f_1 + g u(v) + u_d$. 定义 RPFNNDO 误差为 $e_d = x_n - z$.

干扰观测器的干扰估计 u_d 为

$$u_d = \hat{D} + r_d; \quad (25)$$

鲁棒项及其参数自适应律为

$$r_d = \hat{\epsilon}_D \tanh(e_d / \delta_\epsilon), \quad (26)$$

$$\dot{\hat{\epsilon}}_D = \lambda_d (e_d \tanh(e_d / \delta_\epsilon) - k_\epsilon \hat{\epsilon}_D). \quad (27)$$

若选取 RPFNN 参数投影自适应律为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{W}}} = \text{Proj}[A_W \eta_W e_d] = \\ \quad A_W \left(\eta_W e_d - I_W \frac{\hat{\mathbf{W}}^{\text{T}} A_W \eta_W \hat{\mathbf{W}}}{\|\hat{\mathbf{W}}\|^2} \right); \\ \eta_W = \hat{\boldsymbol{\Theta}} - \boldsymbol{\Theta}_c \hat{\mathbf{c}} - \boldsymbol{\Theta}_b \hat{\mathbf{b}} - \boldsymbol{\Theta}_h \hat{\mathbf{h}} - \\ \quad \boldsymbol{\Theta}_\omega \hat{\boldsymbol{\omega}} - \boldsymbol{\Theta}_r \hat{\mathbf{r}}; \\ I_W = \begin{cases} 0, & \text{if } \|\hat{\mathbf{W}}\| \leq \bar{W} \text{ or} \\ & \|\hat{\mathbf{W}}\| > \bar{W} \text{ and } e_d \hat{\mathbf{W}}^{\text{T}} A_W \eta_W \leq 0; \\ 1, & \text{if } \|\hat{\mathbf{W}}\| > \bar{W} \text{ and } e_d \hat{\mathbf{W}}^{\text{T}} A_W \eta_W > 0; \end{cases} \end{cases} \quad (28)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{c}}} = \text{Proj}[A_c \boldsymbol{\Theta}_c^{\text{T}} \hat{\mathbf{W}} e_d] = \\ \quad A_c \left(\boldsymbol{\Theta}_c^{\text{T}} \hat{\mathbf{W}} e_d - I_c \frac{e_d \hat{\mathbf{W}}^{\text{T}} \boldsymbol{\Theta}_c A_c \hat{\mathbf{c}}}{\|\hat{\mathbf{c}}\|^2} \right); \\ I_c = \begin{cases} 0, & \text{if } \|\hat{\mathbf{c}}\| \leq \bar{c} \text{ or } \|\hat{\mathbf{c}}\| > \bar{c} \text{ and} \\ & e_d \hat{\mathbf{W}}^{\text{T}} \boldsymbol{\Theta}_c A_c \hat{\mathbf{c}} \leq 0; \\ 1, & \text{if } \|\hat{\mathbf{c}}\| > \bar{c} \text{ and } e_d \hat{\mathbf{W}}^{\text{T}} \boldsymbol{\Theta}_c A_c \hat{\mathbf{c}} > 0; \end{cases} \end{cases} \quad (29)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{b}}} = \text{Proj}[A_b \boldsymbol{\Theta}_b^{\text{T}} \hat{\mathbf{W}} e_d] = \\ \quad A_b \left(\boldsymbol{\Theta}_b^{\text{T}} \hat{\mathbf{W}} e_d - I_b \frac{e_d \hat{\mathbf{W}}^{\text{T}} \boldsymbol{\Theta}_b A_b \hat{\mathbf{b}}}{\|\hat{\mathbf{b}}\|^2} \right); \\ I_b = \begin{cases} 0, & \text{if } \|\hat{\mathbf{b}}\| \leq \bar{b} \text{ or } \|\hat{\mathbf{b}}\| > \bar{b} \text{ and} \\ & e_d \hat{\mathbf{W}}^{\text{T}} \boldsymbol{\Theta}_b A_b \hat{\mathbf{b}} \leq 0; \\ 1, & \text{if } \|\hat{\mathbf{b}}\| > \bar{b} \text{ and } e_d \hat{\mathbf{W}}^{\text{T}} \boldsymbol{\Theta}_b A_b \hat{\mathbf{b}} > 0; \end{cases} \end{cases} \quad (30)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{h}}} = \text{Proj}[A_h \boldsymbol{\Theta}_h^{\text{T}} \hat{\mathbf{W}} e_d] = \\ \quad A_h \left(\boldsymbol{\Theta}_h^{\text{T}} \hat{\mathbf{W}} e_d - I_h \frac{e_d \hat{\mathbf{W}}^{\text{T}} \boldsymbol{\Theta}_h A_h \hat{\mathbf{h}}}{\|\hat{\mathbf{h}}\|^2} \right); \\ I_h = \begin{cases} 0, & \text{if } \|\hat{\mathbf{h}}\| \leq \bar{h} \text{ or } \|\hat{\mathbf{h}}\| > \bar{h} \text{ and} \\ & e_d \hat{\mathbf{W}}^{\text{T}} \boldsymbol{\Theta}_h A_h \hat{\mathbf{h}} \leq 0; \\ 1, & \text{if } \|\hat{\mathbf{h}}\| > \bar{h} \text{ and } e_d \hat{\mathbf{W}}^{\text{T}} \boldsymbol{\Theta}_h A_h \hat{\mathbf{h}} > 0; \end{cases} \end{cases} \quad (31)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{\boldsymbol{\omega}}} = \text{Proj}[A_\omega \boldsymbol{\Theta}_\omega^{\text{T}} \hat{\mathbf{W}} e_d] = \\ \quad A_\omega \left(\boldsymbol{\Theta}_\omega^{\text{T}} \hat{\mathbf{W}} e_d - I_\omega \frac{e_d \hat{\mathbf{W}}^{\text{T}} \boldsymbol{\Theta}_\omega A_\omega \hat{\boldsymbol{\omega}}}{\|\hat{\boldsymbol{\omega}}\|^2} \right); \\ I_\omega = \begin{cases} 0, & \text{if } \|\hat{\boldsymbol{\omega}}\| \leq \bar{\omega} \text{ or } \|\hat{\boldsymbol{\omega}}\| > \bar{\omega} \text{ and} \\ & e_d \hat{\mathbf{W}}^{\text{T}} \boldsymbol{\Theta}_\omega A_\omega \hat{\boldsymbol{\omega}} \leq 0; \\ 1, & \text{if } \|\hat{\boldsymbol{\omega}}\| > \bar{\omega} \text{ and } e_d \hat{\mathbf{W}}^{\text{T}} \boldsymbol{\Theta}_\omega A_\omega \hat{\boldsymbol{\omega}} > 0; \end{cases} \end{cases} \quad (32)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{r}} = \text{Proj}[\Lambda_r \Theta_r^T \hat{W} e_d] = \\ \Lambda_r \left(\Theta_r^T \hat{W} e_d - I_r \frac{e_d \hat{W}^T \Theta_r \Lambda_r \hat{r}}{\|\hat{r}\|^2} \hat{r} \right); \\ I_r = \begin{cases} 0, & \text{if } \|\hat{r}\| \leq \bar{r} \text{ or } \|\hat{r}\| > \bar{r} \text{ and} \\ & e_d \hat{W}^T \Theta_r \Lambda_r \hat{r} \leq 0; \\ 1, & \text{if } \|\hat{r}\| > \bar{r} \text{ and } e_d \hat{W}^T \Theta_r \Lambda_r \hat{r} > 0. \end{cases} \end{array} \right. \quad (33)$$

则干扰估计误差 e_d 、 \tilde{W} 、 $\tilde{\Theta}$ 、 \tilde{c} 、 \tilde{b} 、 \tilde{h} 、 $\tilde{\omega}$ 、 \tilde{r} 和 $\tilde{\epsilon}_D$ 是一致最终有界的. 其中: Λ_W 、 Λ_c 、 Λ_b 、 Λ_h 、 Λ_ω 、 Λ_r 为设计的正定矩阵; \hat{D} 为 RPFNN 的实时输出, 即式(21); r_d 为干扰观测器的鲁棒项; λ_d 、 k_ϵ 、 $\delta_\epsilon > 0$ 为设计常数; $\hat{\epsilon}_D > 0$ 为 $\bar{\epsilon}_D$ 的估计值, $\bar{\epsilon}_D$ 为 ϵ_D 的未知上确界, ϵ_D 的定义见式(35), 且记 $\tilde{\epsilon}_D = \bar{\epsilon}_D - \hat{\epsilon}_D$.

证明 基于式(15)、(24)和(25), 并代入式(22)和(23), 则 e_d 动态过程为

$$\begin{aligned} \dot{e}_d &= \dot{x}_n - \dot{z} = \\ &-k_d e_d + D - \hat{D} - r_d = \\ &-k_d e_d + \mathbf{W}^{*T} \Theta^*(x, c^*, b^*, h^*, \omega^*, r^*) - \\ &\epsilon - \hat{W}^T \hat{\Theta}(x, \hat{c}, \hat{b}, \hat{h}, \hat{\omega}, \hat{r}) - r_d = \\ &-k_d e_d + (\hat{W}^T + \tilde{W}^T)(\hat{\Theta} + \Theta_c \tilde{c} + \\ &\Theta_b \tilde{b} + \Theta_h \tilde{h} + \Theta_\omega \tilde{\omega} + \Theta_r \tilde{r}) + \\ &\mathbf{W}^{*T} O(\cdot) - \hat{W}^T \hat{\Theta} - \epsilon - r_d = \\ &-k_d e_d + \hat{W}^T (\Theta_c \tilde{c} + \Theta_b \tilde{b} + \Theta_h \tilde{h} + \Theta_\omega \tilde{\omega} + \\ &\Theta_r \tilde{r}) + \tilde{W}^T (\hat{\Theta} - \Theta_c \hat{c} - \Theta_b \hat{b} - \\ &\Theta_h \hat{h} - \Theta_\omega \hat{\omega} - \Theta_r \hat{r}) + \epsilon_D - r_d. \end{aligned} \quad (34)$$

其中

$$\begin{aligned} \epsilon_D &= \tilde{W}^T (\Theta_c c^* + \Theta_b b^* + \Theta_h h^* + \\ &\Theta_\omega \omega^* + \Theta_r r^*) + \mathbf{W}^{*T} O(\cdot) - \epsilon. \end{aligned} \quad (35)$$

因参数自适应律采用了投影算子运算, 故 \hat{W} 、 $\hat{\Theta}$ 、 \hat{c} 、 \hat{b} 、 \hat{h} 、 $\hat{\omega}$ 、 \hat{r} 均为有界的. 由此, 在假设3下, \tilde{W} 、 $\tilde{\Theta}$ 、 \tilde{c} 、 \tilde{b} 、 \tilde{h} 、 $\tilde{\omega}$ 、 \tilde{r} 也为有界.

选取 Lyapunov 函数为

$$\begin{aligned} V_d &= \frac{1}{2} e_d^2 + \frac{1}{2} \tilde{W}^T \Lambda_W^{-1} \tilde{W} + \frac{1}{2} \tilde{c}^T \Lambda_c^{-1} \tilde{c} + \\ &\frac{1}{2} \tilde{b}^T \Lambda_b^{-1} \tilde{b} + \frac{1}{2} \tilde{h}^T \Lambda_h^{-1} \tilde{h} + \frac{1}{2} \tilde{\omega}^T \Lambda_\omega^{-1} \tilde{\omega} + \\ &\frac{1}{2} \tilde{r}^T \Lambda_r^{-1} \tilde{r} + \frac{1}{2\lambda_d} \tilde{\epsilon}_D^2. \end{aligned} \quad (36)$$

基于 $\dot{\hat{W}} = -\dot{\tilde{W}}$ 、 $\dot{\hat{c}} = -\dot{\tilde{c}}$ 、 $\dot{\hat{b}} = -\dot{\tilde{b}}$ 、 $\dot{\hat{h}} = -\dot{\tilde{h}}$ 、 $\dot{\hat{\omega}} = -\dot{\tilde{\omega}}$ 、 $\dot{\hat{r}} = -\dot{\tilde{r}}$ 和 $\dot{\tilde{\epsilon}}_D = -\dot{\hat{\epsilon}}_D$, 沿着式(27)~(34), 对式(36)求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_d &= -k_d e_d^2 + e_d \hat{W}^T \Theta_c \tilde{c} + e_d \hat{W}^T \Theta_b \tilde{b} + \\ &e_d \hat{W}^T \Theta_h \tilde{h} + e_d \hat{W}^T \Theta_\omega \tilde{\omega} + e_d \hat{W}^T \Theta_r \tilde{r} + \\ &e_d \tilde{W}^T (\hat{\Theta} - \Theta_c \hat{c} - \Theta_b \hat{b} - \Theta_h \hat{h} - \Theta_\omega \hat{\omega} - \\ &\Theta_r \hat{r}) + e_d \epsilon_D - e_d r_d - \tilde{W}^T \Lambda_W^{-1} \dot{\tilde{W}} - \\ &\tilde{c}^T \Lambda_c^{-1} \dot{\tilde{c}} - \tilde{b}^T \Lambda_b^{-1} \dot{\tilde{b}} - \tilde{h}^T \Lambda_h^{-1} \dot{\tilde{h}} - \\ &\tilde{\omega}^T \Lambda_\omega^{-1} \dot{\tilde{\omega}} - \tilde{r}^T \Lambda_r^{-1} \dot{\tilde{r}} - \frac{1}{\lambda_d} \tilde{\epsilon}_D \dot{\hat{\epsilon}}_D. \end{aligned} \quad (37)$$

代入式(28)~(33), 式(37)可改写为

$$\begin{aligned} \dot{V}_d &= \\ &-k_d e_d^2 + e_d \epsilon_D - \hat{\epsilon}_D e_d \tanh(e_d / \delta_\epsilon) - \\ &\tilde{\epsilon}_D (e_d \tanh(e_d / \delta_\epsilon) - k_\epsilon \hat{\epsilon}_D) + \\ &I_W \frac{\hat{W}^T \Lambda_W \eta_W}{\|\hat{W}\|^2} \tilde{W}^T \hat{W} + I_c \frac{e_d \hat{W}^T \Theta_c \Lambda_c \hat{c}}{\|\hat{c}\|^2} \tilde{c}^T \hat{c} + \\ &I_b \frac{e_d \hat{W}^T \Theta_b \Lambda_b \hat{b}}{\|\hat{b}\|^2} \tilde{b}^T \hat{b} + I_h \frac{e_d \hat{W}^T \Theta_h \Lambda_h \hat{h}}{\|\hat{h}\|^2} \tilde{h}^T \hat{h} + \\ &I_\omega \frac{e_d \hat{W}^T \Theta_\omega \Lambda_\omega \hat{\omega}}{\|\hat{\omega}\|^2} \tilde{\omega}^T \hat{\omega} + I_r \frac{e_d \hat{W}^T \Theta_r \Lambda_r \hat{r}}{\|\hat{r}\|^2} \tilde{r}^T \hat{r}. \end{aligned} \quad (38)$$

若 $I_W = 0$, 则

$$I_W \frac{\hat{W}^T \Lambda_W \eta_W}{\|\hat{W}\|^2} \tilde{W}^T \hat{W} = 0. \quad (39)$$

若 $I_W = 1$, 考虑不等式

$$\begin{aligned} \tilde{W}^T \hat{W} &= \mathbf{W}^{*T} \hat{W} - \hat{W}^T \hat{W} \leq \\ &\frac{1}{2} (\|\mathbf{W}^*\|^2 + \|\hat{W}\|^2) - \|\hat{W}\|^2 \leq \\ &\frac{1}{2} (\bar{W}^2 - \|\hat{W}\|^2) < 0, \end{aligned} \quad (40)$$

则基于式(28)、(39)和(40)可得

$$\begin{aligned} I_W \hat{W}^T \Lambda_W (\hat{\Theta} - \Theta_c \hat{c} - \Theta_b \hat{b} - \Theta_h \hat{h} - \\ \Theta_\omega \hat{\omega} - \Theta_r \hat{r}) / \|\hat{W}\|^2 \tilde{W}^T \hat{W} \leq 0. \end{aligned} \quad (41)$$

同理可得

$$\begin{aligned} I_c \frac{e_d \hat{W}^T \Theta_c \Lambda_c \hat{c}}{\|\hat{c}\|^2} \tilde{c}^T \hat{c} &\leq 0, \\ I_b \frac{e_d \hat{W}^T \Theta_b \Lambda_b \hat{b}}{\|\hat{b}\|^2} \tilde{b}^T \hat{b} &\leq 0, \\ I_h \frac{e_d \hat{W}^T \Theta_h \Lambda_h \hat{h}}{\|\hat{h}\|^2} \tilde{h}^T \hat{h} &\leq 0, \\ I_\omega \frac{e_d \hat{W}^T \Theta_\omega \Lambda_\omega \hat{\omega}}{\|\hat{\omega}\|^2} \tilde{\omega}^T \hat{\omega} &\leq 0, \\ I_r \frac{e_d \hat{W}^T \Theta_r \Lambda_r \hat{r}}{\|\hat{r}\|^2} \tilde{r}^T \hat{r} &\leq 0. \end{aligned}$$

由此, 基于引理2, 在式(41)下, 式(38)可简化为

$$\begin{aligned} \dot{V}_d &= \\ &-k_d e_d^2 + e_d \epsilon_D - \hat{\epsilon}_D e_d \tanh(e_d / \delta_\epsilon) - \\ &\tilde{\epsilon}_D (e_d \tanh(e_d / \delta_\epsilon) - k_\epsilon \hat{\epsilon}_D) \leq \end{aligned}$$

$$-k_d e_d^2 + \bar{\epsilon}_D (|e_d| - e_d \tanh(e_d/\delta_\epsilon)) + k_\epsilon \bar{\epsilon}_D \dot{e}_D \leq k_d e_d^2 - 0.5k_\epsilon \bar{\epsilon}_D^2 + \bar{\zeta} \delta_\epsilon \bar{\epsilon}_D + 0.5k_\epsilon \bar{\epsilon}_D^2, \quad (42)$$

其中 $\bar{\zeta}$ 满足 $\bar{\zeta} \exp(\bar{\zeta} + 1) = 1$, 即 $\bar{\zeta} = 0.2785$.

基于式(42), 当 $|e_d| > \sqrt{(\bar{\zeta} \delta_\epsilon \bar{\epsilon}_D + 0.5k_\epsilon \bar{\epsilon}_D^2)/k_d}$ 或 $|\bar{\epsilon}_D| > \sqrt{2(\bar{\zeta} \delta_\epsilon \bar{\epsilon}_D + 0.5k_\epsilon \bar{\epsilon}_D^2)/k_\epsilon}$ 时, $\dot{V}_d < 0$. 因此, 由文献[32]中的定理4.18可得 e_d 和 $\bar{\epsilon}_D$ 是一致最终有界的. □

注2 由式(42)可得, 设计参数 k_d 和 λ_d 可以调节 RPFNDO 的性能. 此外, RPFNDO 的输出值式(25)为 RPFNN 输出和鲁棒项之和. 与单纯的 RPFNN 估计相比, 通过引入鲁棒项可以减少 RPFNN 固有的未知逼近误差对估计产生的不利影响.

3 控制器设计及闭环系统稳定性分析

3.1 基于backstepping的控制器设计

在上述给出的全局时变近似方法和 RPFNDO 基础上, 借鉴障碍 Lyapunov 函数, 利用 backstepping 方法和 Nussbaum 函数给出复合控制器结构, 并采用 tanh 函数构造鲁棒项抑制干扰估计误差对系统的影响.

第1步: 当系统(1)中的 $i = 1$ 时, 定义第1个跟踪误差 $e_1 = y - y_d$, 则 \dot{e}_1 可表示为

$$\dot{e}_1 = x_2 - \dot{y}_d, \quad (43)$$

在假设1下, 设计虚拟控制量 x_2^* 为

$$x_2^* = -k_1 e_1 + \dot{y}_d, \quad (44)$$

其中 $k_1 > 1$ 为设计常数.

为避免 backstepping 设计中出现的“微分膨胀”问题, 采用的一阶低通滤波器获取 x_2^* 的估计值, 即

$$\mu_2 \dot{\hat{x}}_2^* + \hat{x}_2^* = x_2^*, \quad \mu_2(0) = x_2^*(0). \quad (45)$$

其中: \hat{x}_2^* 为 x_2^* 经过滤波器后的输出值, $\mu_2 > 0$ 为设计的时间常数. 由文献[33]可知, 存在某一区间的连续函数使得 $\dot{\hat{x}}_2^* \leq N_1(\cdot)$. 由此, 定义滤波前后虚拟控制律的误差为 $\epsilon_{f1} = \hat{x}_2^* - x_2^*$, 对 ϵ_{f1} 求导, 有

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{f1} = \dot{\hat{x}}_2^* - \dot{x}_2^* &= -\frac{1}{\mu_2} \epsilon_{f1} - \dot{x}_2^* \leq \\ &-\frac{1}{\mu_2} \epsilon_{f1} + N_1(\cdot) \leq -\frac{1}{\mu_2} \epsilon_{f1} + \bar{N}_1, \end{aligned} \quad (46)$$

其中 \bar{N}_1 为 $N_1(\cdot)$ 的最大值.

选取 Lyapunov 函数为

$$V_1 = \frac{1}{2} \ln \frac{k_{b1}^2}{k_{b1}^2 - e_1^2} + \frac{1}{2} \epsilon_{f1}^2, \quad k_{b1} = k_{c1} - Y_0.$$

沿式(43)和(46)对 V_1 求导, 代入式(44), 并利用 Young 不等式, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{e_1 \dot{e}_1}{k_{b1}^2 - e_1^2} + \epsilon_{f1} \dot{\epsilon}_{f1} \leq \\ &\frac{e_1(e_2 + x_2^* + \epsilon_{f1} - \dot{y}_d)}{k_{b1}^2 - e_1^2} - \frac{1}{\mu_2} \epsilon_{f1}^2 + \epsilon_{f1} \bar{N}_1 \leq \\ &-\frac{k_1 e_1^2}{k_{b1}^2 - e_1^2} + \frac{e_1 e_2}{k_{b1}^2 - e_1^2} + \frac{\epsilon_{f1}^2}{4(k_{b1}^2 - e_1^2)} + \\ &\frac{e_1^2}{k_{b1}^2 - e_1^2} - \frac{1}{2\mu_2} \epsilon_{f1}^2 + \frac{\mu_2 \bar{N}_1^2}{2} \leq \\ &-\frac{(k_1 - 1)e_1^2}{k_{b1}^2 - e_1^2} - \frac{2(k_{b1}^2 - e_1^2) - \mu_2}{4\mu_2(k_{b1}^2 - e_1^2)} \epsilon_{f1}^2 + \\ &\frac{e_1 e_2}{k_{b1}^2 - e_1^2} + \frac{\mu_2}{2} \cdot \frac{\bar{N}_1^2}{2}, \end{aligned} \quad (47)$$

其中 $e_2 = x_2 - \hat{x}_2^*$.

第 i 步 ($2 \leq i \leq n - 1$): 定义第 i 步跟踪误差 $e_i = x_i - \hat{x}_i^*$, 根据式(1), \dot{e}_i 可表示为

$$\dot{e}_i = x_{i+1} - \dot{\hat{x}}_i^*. \quad (48)$$

选取虚拟控制量 x_{i+1}^* 为

$$x_{i+1}^* = -k_i e_i - \frac{(k_{bi}^2 - e_i^2)e_{i-1}}{k_{b(i-1)}^2 - e_{i-1}^2} + \dot{\hat{x}}_i^*. \quad (49)$$

其中: $k_i > 1$ 为设计常数; $\dot{\hat{x}}_i^*$ 为由 x_i^* 作为一阶滤波器输入得到的估计值.

类似第1步, 利用一阶低通滤波器对 x_{i+1}^* 进行处理以减少设计的复杂度和计算量, 即

$$\mu_{i+1} \dot{\hat{x}}_{i+1}^* + \hat{x}_{i+1}^* = x_{i+1}^*, \quad \mu_{i+1}(0) = x_{i+1}^*(0). \quad (50)$$

其中: \hat{x}_{i+1}^* 为 x_{i+1}^* 经过滤波器后的输出值, $\mu_{i+1} > 0$ 为设计的时间常数. 定义滤波前后虚拟控制律的误差为 $\epsilon_{fi} = \hat{x}_{i+1}^* - x_{i+1}^*$, 对 ϵ_{fi} 求导, 有

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{fi} = \dot{\hat{x}}_{i+1}^* - \dot{x}_{i+1}^* &= -\frac{1}{\mu_{i+1}} \epsilon_{fi} - \dot{x}_{i+1}^* \leq \\ &-\frac{1}{\mu_{i+1}} \epsilon_{fi} + N_i(\cdot) \leq -\frac{1}{\mu_{i+1}} \epsilon_{fi} + \bar{N}_i, \end{aligned} \quad (51)$$

其中 \bar{N}_i 为 $N_i(\cdot)$ 的最大值.

选取扩充 Lyapunov 函数为

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} \ln \frac{k_{bi}^2}{k_{bi}^2 - e_i^2} + \frac{1}{2} \epsilon_{fi}^2,$$

$k_{bi} > 0$ 为设计参数. 沿式(48)和(51)对 V_i 求导, 并代入式(47)和(49), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &\leq \dot{V}_{i-1} + \frac{e_i(e_{i+1} + x_{i+1}^* + \epsilon_{fi} - \dot{\hat{x}}_i^*)}{k_{bi}^2 - e_i^2} - \\ &\frac{1}{\mu_{i+1}} \epsilon_{fi}^2 + \epsilon_{fi} \bar{N}_i \leq \\ &\sum_{j=1}^i \left[\frac{(k_j - 1)e_j^2}{k_{bj}^2 - e_j^2} + \frac{2(k_{bj}^2 - e_j^2) - \mu_{j+1}}{4\mu_{j+1}(k_{bj}^2 - e_j^2)} \epsilon_{fj}^2 + \right. \\ &\left. \frac{\mu_{j+1} \bar{N}_j^2}{2} \right] + \frac{e_i e_{i+1}}{k_{bi}^2 - e_i^2}, \end{aligned} \quad (52)$$

其中 $e_{i+1} = x_{i+1} - \hat{x}_{i+1}^*$.

第 n 步: 依据式 (2) 可近似为式 (15), 定义式 (15) 的跟踪误差 $e_n = x_n - \hat{x}_n^*$, 则有

$$\dot{e}_n = f_1 + gh(\nu) + D - \dot{\hat{x}}_n^*. \quad (53)$$

设计虚拟控制量 x_{n+1}^* 为

$$x_{n+1}^* = \frac{1}{g} \left(-k_n e_n - \frac{(k_{bn}^2 - e_n^2)e_{n-1}}{k_{b(n-1)}^2 - e_{n-1}^2} - f_1 - u_d + \dot{\hat{x}}_n^* + r_n \right). \quad (54)$$

其中: $k_n > 1$ 为设计常数; u_d 为经式 (25) 得到的 D 的估计值, 且记估计误差 $\tilde{u}_d = D - u_d$; $\dot{\hat{x}}_{n-1}^*$ 为式 (54) 中 $\dot{\hat{x}}_n^*$ 的估计值; $r_n = \psi e_n \tanh(\psi e_n / \delta_r)$ 为鲁棒项, $\psi > 0$ 为设计常数, 且满足 $|\tilde{u}_d| \leq \psi$, $\delta_r > 0$ 为设计常数. 设计第 n 步滤波器如下:

$$\mu_{n+1} \dot{\hat{x}}_{n+1}^* + \hat{x}_{n+1}^* = x_{n+1}^*, \quad \mu_{n+1}(0) = x_{n+1}^*(0). \quad (55)$$

其中: \hat{x}_{n+1}^* 为 x_{n+1}^* 经过滤波器后的输出值, $\mu_{n+1} > 0$ 为设计的时间常数. 定义滤波前后虚拟控制律的误差为 $\epsilon_{fn} = \hat{x}_{n+1}^* - x_{n+1}^*$, 对 ϵ_{fn} 求导, 有

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{fn} &= \dot{\hat{x}}_{n+1}^* - \dot{x}_{n+1}^* = -\frac{1}{\mu_{n+1}} \epsilon_{fn} - \dot{x}_{n+1}^* \leq \\ &-\frac{1}{\mu_{n+1}} \epsilon_{fn} + N_n(\cdot) \leq -\frac{1}{\mu_{n+1}} \epsilon_{fn} + \bar{N}_n. \end{aligned} \quad (56)$$

构造扩充的 Lyapunov 函数为

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2} \ln \frac{k_{bn}^2}{k_{bn}^2 - e_n^2} + \frac{1}{2} \epsilon_{fn}^2, \quad k_{bn} > 0$$

为设计参数. 对 V_n 求导, 并代入式 (52) ~ (54) 及引理 2 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &\leq \\ &-\sum_{i=1}^{n-1} \left[\frac{(k_i - 1)e_j^2}{k_{bi}^2 - e_i^2} + \frac{2(k_{bi}^2 - e_i^2) - \mu_{i+1}}{4\mu_{i+1}(k_{bi}^2 - e_i^2)} \epsilon_{fi}^2 + \right. \\ &\left. \frac{\mu_{i+1} \bar{N}_i^2}{2} \right] + \frac{e_n e_{n-1}}{k_{b(n-1)}^2 - e_{n-1}^2} + \frac{e_n}{k_{bn}^2 - e_n^2} \times \\ &\left(\tilde{u}_d - k_n e_n - r_n + e_{n+1} + \epsilon_{fn} - \right. \\ &\left. \frac{(k_{bn}^2 - e_n^2)e_{n-1}}{k_{b(n-1)}^2 - e_{n-1}^2} \right) - \frac{\epsilon_{fn}^2}{\mu_{n+1}} + \epsilon_{fn} \bar{N}_n \leq \\ &\sum_{i=1}^n - \left[\frac{(k_i - 1)e_j^2}{k_{bi}^2 - e_i^2} + \frac{2(k_{bi}^2 - e_i^2) - \mu_{i+1}}{4\mu_{i+1}(k_{bi}^2 - e_i^2)} + \right. \\ &\left. \frac{\mu_{i+1} \bar{N}_i^2}{2} \right] + \frac{|e_n \psi| - e_n \psi \tanh\left(\frac{\psi e_n}{\delta_r}\right)}{k_{bn}^2 - e_n^2} + \frac{e_n g e_{n+1}}{k_{bn}^2 - e_n^2} \leq \\ &\sum_{i=1}^n - \left[\frac{(k_i - 1)e_j^2}{k_{bi}^2 - e_i^2} - \frac{2(k_{bi}^2 - e_i^2) - \mu_{i+1}}{4\mu_{i+1}(k_{bi}^2 - e_i^2)} \epsilon_{fi}^2 + \right. \end{aligned}$$

$$\left. \frac{\mu_{i+1} \bar{N}_i^2}{2} \right] + \frac{\bar{\kappa} \delta_r}{k_{bn}^2 - e_n^2} + \frac{e_n g e_{n+1}}{k_{bn}^2 - e_n^2}, \quad (57)$$

其中 $e_{n+1} = h(\nu) - \hat{x}_{n+1}^*$.

第 $n+1$ 步: 为有效处理式 (15) 中出现的输入饱和问题, 设计控制律如下:

$$\dot{v} = -k_0 v + \omega, \quad (58)$$

$$\omega = N(\chi) \bar{\omega}, \quad (59)$$

$$\bar{\omega} = -k_{n+1} e_{n+1} - \frac{g e_n}{k_{bn}^2 - e_n^2} + \varsigma k_0 \nu + \dot{\hat{x}}_{n+1}^*, \quad (60)$$

$$\dot{\chi} = \gamma_\chi \bar{\omega} e_{n+1}. \quad (61)$$

其中

$$\varsigma = \frac{\partial h(\nu)}{\partial \nu} = \frac{4}{(\exp(\nu/u_M) + \exp(-\nu/u_M))^2},$$

$k_0, \gamma_\chi, k_{n+1} > 0$ 为设计常数, $N(\chi) = \chi^2 \cos(\chi)$.

沿着式 (59) 和 (60) 对 e_{n+1} 求导, 有

$$\begin{aligned} \dot{e}_{n+1} &= \\ &\frac{\partial h(\nu)}{\partial \nu} \dot{\nu} - \dot{\hat{x}}_{n+1}^* = \\ &\varsigma(-k_0 \nu + \omega) - \dot{\hat{x}}_{n+1}^* = \\ &-\varsigma k_0 \nu + (\varsigma N(\chi) - 1) \bar{\omega} - \dot{\hat{x}}_{n+1}^* + \bar{\omega} = \\ &-k_{n+1} e_{n+1} + (\varsigma N(\chi) - 1) \bar{\omega} - \frac{g e_n}{k_{bn}^2 - e_n^2}. \end{aligned} \quad (62)$$

选择第 $n+1$ 步的 Lyapunov 函数为 $V = V_n + \frac{1}{2} e_{n+1}^2$, 对其求导, 并代入式 (61)、(62) 和引理 3, 有

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_n + e_{n+1} \dot{e}_{n+1} = \\ &\sum_{i=1}^n - \frac{(k_i - 1)e_j^2}{k_{bi}^2 - e_i^2} - \frac{2(k_{bi}^2 - e_i^2) - \mu_{i+1}}{4\mu_{i+1}(k_{bi}^2 - e_i^2)} \epsilon_{fi}^2 - \\ &k_{n+1} e_{n+1}^2 + \frac{\bar{\kappa} \delta_r}{k_{bn}^2 - e_n^2} + \sum_{i=1}^n \frac{\mu_{i+1} \bar{N}_i}{2} + \\ &(\varsigma N(\chi) - 1) \bar{\omega} e_{n+1} \leq \\ &-KV + C + (\varsigma N(\chi) - 1) \bar{\omega} e_{n+1}. \end{aligned} \quad (63)$$

其中

$$K = 2 \min \left\{ \frac{k_i - 1}{k_{bi}^2 - e_i^2}, k_{n+1}, \frac{2(k_{bi}^2 - e_i^2) - \mu_{i+1}}{4\mu_{i+1}(k_{bi}^2 - e_i^2)} \right\},$$

$$i = 1, 2, \dots, n;$$

$$C = \frac{\bar{\kappa} \delta_r}{k_{bn}^2 - e_n^2} + \sum_{i=1}^n \frac{\mu_{i+1} \bar{N}_i}{2}.$$

对式 (63) 两端求积分, 可得

$$V \leq V(0) \exp(-Kt) + \frac{C}{K} (1 - \exp(-Kt)) + \beta, \quad (64)$$

其中

$$\beta = \frac{e^{-Kt}}{\gamma_\chi} \int_0^t (\varsigma N(\chi) \dot{\chi} - \dot{\chi}) e^{K\tau} d\tau.$$

3.2 闭环系统的稳定性分析

定理2 在假设1~假设3下,考虑不确定非仿射非线性系统(1)和(3),若采用非仿射非线性近似方法(11)和(12),干扰估计算法(25)和(26),控制器(44)、(49)、(54)、(58),且 $e_i(0) \in \Omega_{e_i} = \{e_i : |e_i(0)| < k_{bi}, i = 1, 2, \dots, n\}$ 时,则有:

1) 系统跟踪误差 $e_i(i = 1, 2, \dots, n + 1)$ 有界,且满足 $|e_i| \leq E_i, i = 1, 2, \dots, n, |e_{n+1}| \leq E_{n+1}$,其中

$$E_i = k_{bi} \sqrt{1 - \exp\left(-2\left(V(0)e^{-Kt} + \frac{C}{K}(1 - e^{-Kt}) + \bar{\beta}\right)\right)},$$

$$E_{n+1} = \sqrt{2\left(V(0) \exp(-Kt) + \frac{C}{K}(1 - \exp(-Kt)) + \bar{\beta}\right)};$$

- 2) 系统状态始终满足约束区间;
- 3) 闭环系统所有信号有界.

证明 1) 根据引理1,式(63)中 β 有上界,记其上界为 $\bar{\beta}$,则式(63)可改写为

$$V \leq V(0) \exp(-Kt) + \frac{C}{K}(1 - \exp(-Kt)) + \bar{\beta}. \tag{65}$$

由Lyapunov函数构成可得

$$\frac{k_{bi}^2}{k_{bi}^2 - e_i^2} \leq \exp\left(2\left(V(0) \exp(-Kt) + \frac{C}{K}(1 - \exp(-Kt)) + \bar{\beta}\right)\right),$$

即 $|e_i| \leq E_i$ 成立. 同理可得, $|e_{n+1}| \leq E_{n+1}$ 成立.

2) 分 x_1 和 $x_i(i = 2, \dots, n)$ 两部分证明系统所有状态满足约束区间. 具体如下:

① 由假设1、 $y = x_1$ 及 e_1 有界可得, $|y| = |y_d + e_1| \leq |y_d| + |e_1| < Y_0 + k_{b1} = k_{c1}$,即 x_1 始终满足约束区间.

② 因证明 $x_i(i = 2, \dots, n)$ 始终满足约束区间的过程类似,在此以证明 x_2 始终满足约束区间为例进行阐述.

基于式(44)可知, x_2^* 是关于 e_1 和 \dot{y}_d 的连续函数,因此 x_2^* 有界,记 $\bar{x}_2^* = \sup(x_2^*)$. 由式(45)可知,当选取适当参数 μ_2 时,可使 ϵ_{f1} 任意小,记 $|\epsilon_{f1}| \leq \bar{\epsilon}_{f1}$. 因此,有

$$\begin{aligned} |x_2| &= |e_2 + x_2^* + \epsilon_{f1}| \leq \\ &|e_2| + |x_2^*| + |\epsilon_{f1}| < \\ &k_{b2} + \bar{x}_2^* + \bar{\epsilon}_{f1} \leq k_{c2}. \end{aligned}$$

同理可证, $x_i(i = 3, \dots, n)$ 始终满足约束区间.

3) 基于式(58)~(61)可知, v 是关于 e_n 、 e_{n+1} 、 x_{n+1} 、 x_{n+1}^* 的连续函数,由此 v 有界. 此外,由定理1及

上述1)和2)的结论可得,闭环系统所有信号有界. \square

注3 从定理2的证明过程可知,在假设1下,控制器参数 $k_{bi}(i = 1, 2, \dots, n)$ 的选取应满足 $|e_i(0)| \leq k_{bi}$,且满足 $k_{b1} = k_{c1} - Y_0$ 和 $k_{bi} + \bar{x}_i^* + \bar{\epsilon}_{f_{i-1}} \leq k_{ci}, i = 2, \dots, n$. 有关选取 $k_{bi}(i = 2, 3, \dots, n)$ 的计算过程可参见文献[34].

注4 由式(44)、(49)、(54)以及(58)~(61),并结合式(63)可知,当控制参数 $k_i(i = 1, 2, \dots, n + 1)$ 取值越大,系统的收敛速度越快. 由式(45)、(50)、(55)和(63)可得, $\mu_i(i = 2, \dots, n + 1)$ 越小,动态面误差越小,且系统收敛速度越快.

注5 为分析清晰化,本文仅研究单输入单输出系统. 对于一类严格块反馈的不确定非仿射非线性系统,有类似的结论成立.

4 仿真实验

为验证所提方法的有效性,考虑无人机(unmanned aerial vehicle, UAV)航向运动过程如下^[35]:

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = r, \\ \dot{r} = l_1\varphi + l_2r + l_3\theta_{tr} + l_4\theta_{tr}^2 + l_5\Omega\theta_{tr} + d. \end{cases}$$

其中: φ 为偏航角, r 为角速度, θ_{tr} 为俯仰角,其同时为UAV航向运动的控制输入; $l_1 = -3.33, l_2 = -1.38, l_3 = 63.09, l_4 = 11.65, l_5 = -0.14, \Omega = 1200$,具体意义参见文献[35]; d 为UAV运动中受到的外部干扰.

令 $[x_1, x_2]^T = [\varphi, r]^T, u(v) = \theta_{tr}$. 设UAV初始条件为 $x_1(0) = -0.2 \text{ rad}, x_2(0) = 0 \text{ rad/s}$;偏航角、角速度和俯仰角受限范围分别为 $|x_1| \leq 1.1 \text{ rad}, |x_2| \leq 1.8 \text{ rad/s}, |u(v)| \leq 0.16 \text{ rad}$;跟踪指令 $y_d = \sin t \text{ rad}$. 同时,假设UAV在飞行过程中系统参数存在10%的摄动,且外部受到持续扰动 $d = 3 \sin t + 0.1 \cos t (\text{rad/s}^2)$.

利用本文近似方法式(11)和(12)可得系统(66)的仿射形式为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= f_1 + gu(v) + D. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} f_1 &= l_1x_1 + l_2x_2 + l_3u + l_4u_\zeta^2 + \\ &l_5\Omega u_\zeta - (l_3 + 2l_4u_\zeta + l_5\Omega)u_\zeta, \\ g &= l_3 + 2l_4u_\zeta + l_5\Omega, \end{aligned}$$

D 是由参数摄动、外部扰动和近似误差构成的UAV系统复合干扰.

选取滤波器(12)的参数 $\xi_1 = \zeta_1 = 0.01$, RPFNN(21)的初始参数

$$c(0) = [-0.03, -0.02, -0.01, 0, 0.01, 0.02, 0.03]^T,$$

$$b(0) = 1, h(0) = 0, \omega(0) = 0.15, r(0) = I_{6 \times 6},$$

$$W(0) = [0.1, 0.1, 0.1, 0.2, 0.1, 0.2, 0.1]^T.$$

RPFNDO(25)~(27)的参数为

$$\Lambda_W = \text{diag}\{20\}_{7 \times 7}, \Lambda_c = \text{diag}\{10\}_{7 \times 7},$$

$$\Lambda_b = \text{diag}\{10\}_{7 \times 7}, \Lambda_h = \text{diag}\{10\}_{7 \times 7},$$

$$\Lambda_\omega = \text{diag}\{10\}_{7 \times 7}, \Lambda_r = \text{diag}\{10\}_{7 \times 7},$$

$$\lambda_d = 15.$$

控制器(44)、(49)、(54)和(58)的参数为 $k_1 = 4, k_2 = 5, k_3 = 5, k_0 = 5, \gamma_\chi = 5, \psi = 0.1, \delta_r = 2$.此外,根据文献[34]中的方法,选取 $k_{b1} = 0.4, k_{b2} = 1.06$.

在上述仿真条件下,利用基于Taylor级数展开和鲁棒滑模滤波器(12)的近似非仿射非线性系统,得到仿真曲线如图3所示.

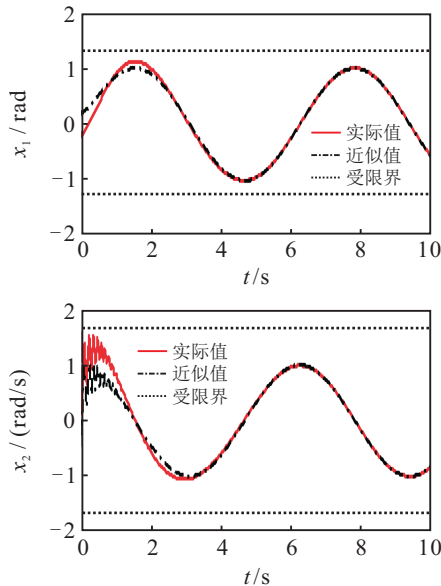


图3 UAV近似方法与状态真值曲线对比

由图3可知,本文所提出的近似方法可以实现非仿射非线性系统在线近似为仿射非线性系统,完成了显现表达控制量 u 的工作,为后续基于仿射方法进行控制器设计提供了基础.

为准确在线估计系统复合干扰,本文提出RPFNN及相应的干扰观测器,得到复合干扰估计曲线如图4所示.

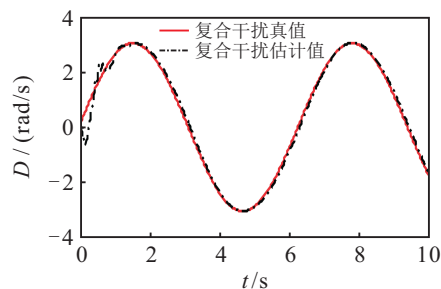


图4 UAV复合干扰在线估计曲线

由图4可知,利用RPFNDO可以实时估计未知复合干扰,以此可以实现控制器中对复合干扰进行补偿.

在状态受限以及输入饱和情况下,依据本文所设计的鲁棒自适应backstepping跟踪控制器,得到仿真结果如图5~图7所示.

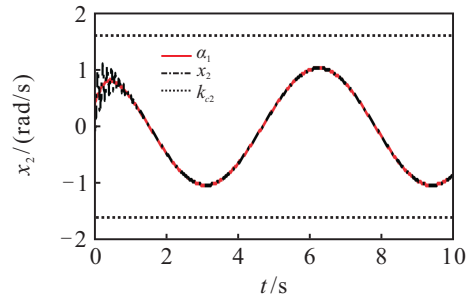
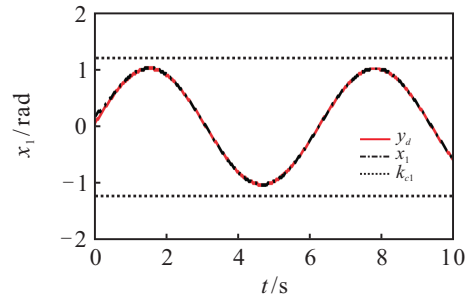


图5 UAV偏航角和角速度跟踪响应曲线

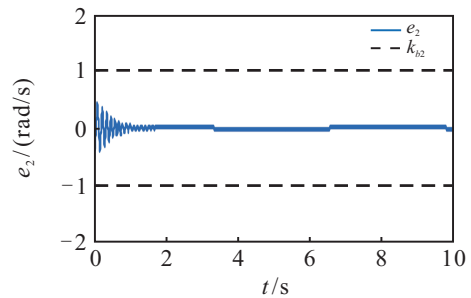
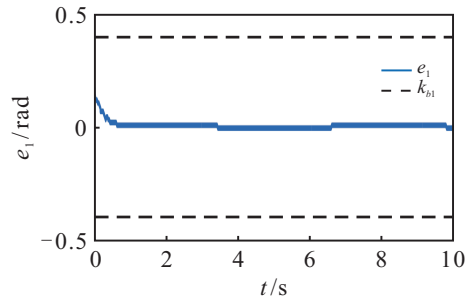


图6 UAV偏航角和角速度跟踪误差响应曲线

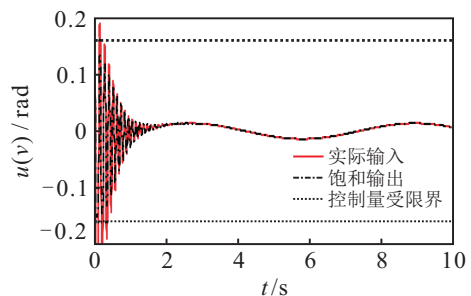


图7 UAV俯仰角响应曲线

图5和图6说明了系统在状态受限的情况下,仍然能实现状态跟踪控制.由图5可知,本文针对一类在非仿射系统提出的鲁棒自适应backstepping控制方法在存在复合干扰、状态受限以及输入饱和的情况下依然可以保证系统具有良好的跟踪性能,且满足直升机对偏航角和角速度的约束条件.由图6可知,系统状态跟踪误差均收敛于0,且始终处于预设范围内.由图7可知,控制输入饱和和受限在 $[-0.16, 0.16]$ rad范围内,实现了俯仰角受限约束.

5 结论

本文研究了一类状态/输入受限的不确定严格反馈非仿射非线性系统的跟踪控制问题.设计的基于投影算子的递归模糊神经网络干扰观测器不仅保证了误差变量有界,且同时能够快速准确地估计系统未知复合干扰.基于给出的近似方法和干扰观测器,提出了基于障碍型函数和Nussbaum函数相结合的backstepping控制方法,为解决一类不确定严格反馈非仿射非线性系统的状态/输入受限控制器设计提供新思路.仿真结果验证了本文方法的有效性.

本文所提控制方法也可用于故障系统跟踪控制问题的研究.然而,针对非仿射系统的近似方法存在要求系统可微的局限,如何提高近似方法的普遍性是后续的研究重点.

参考文献(References)

- [1] Bidram A, Lewis F L, Davoudi A. Synchronization of nonlinear heterogeneous cooperative systems using input-output feedback linearization[J]. *Automatica*, 2014, 50(11): 1159-1664.
- [2] Teo J, How J P. Proportional-integral controllers for minimum-phase nonaffine-in-control systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(6): 1477-1483.
- [3] Yoo S J. Approximation-based decentralized adaptive tracking for a class of arbitrarily switched interconnected non-affine nonlinear systems[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2017, 354(2): 834-851.
- [4] 胡云安,程春华,邹强,等.非仿射纯反馈系统的间接自适应神经网络控制[J].*控制理论与应用*, 2014, 31(4): 467-478.
(Hu Y A, Cheng C H, Zou Q, et al. Indirect adaptive neural networks controller for non-affine pure-feedback systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(4): 467-478.)
- [5] Cabrera J B D, Narendra K S. Issues in the application of neural networks for tracking based on inverse control[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(11): 2007-2027.
- [6] Bechlioulisa C P, Rovithakis G A. A low-complexity global approximation-free control scheme with prescribed performance for unknown pure feedback systems[J]. *Automatica*, 2014, 50(4): 1217-1226.
- [7] Chen L S, Wang Q. Adaptive robust control for a class of uncertain MIMO non-affine nonlinear systems[J]. *Journal of Automatica Sinica*, 2016, 3(1): 105-112.
- [8] Shi C, Dong X M, Xue J P, et al. Robust adaptive neural control for a class of non-affine nonlinear systems[J]. *Neurocomputing*, 2017, 223(5): 118-128.
- [9] Garone E, Marco M, Nicotra M M. Explicit reference governor for constrained nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 56(5): 1379-1384.
- [10] Bravo J M, Limón D, Alamo T, et al. On the computation of invariant sets for constrained nonlinear systems: An interval arithmetic approach[J]. *Automatica*, 2005, 41(9): 1583-1589.
- [11] Hatanaka T, Takaba K. Computations of probabilistic output admissible set for uncertain constrained systems[J]. *Automatica*, 2008, 44(2): 479-487.
- [12] Herrmann G, Turner M C, Postlethwaite I. A robust override scheme enforcing strict output constraints for a class of strictly proper systems[J]. *Automatica*, 2008, 44(3): 753-760.
- [13] Preindl M. Robust control invariant sets and Lyapunov-based MPC for IPM synchronous motor drives[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(6): 3925-3933.
- [14] Ngo K B, Mahony R, Jiang Z P. Integrator backstepping using barrier functions for systems with multiple state constraints[C]. *Proceedings of the 44th IEEE Conference Decision and Control*. Seville: IEEE, 2005: 8306-8312.
- [15] Tee K P, Ge S S, Tay E H. Barrier Lyapunov Functions for the control of output-constrained nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2009, 45(4): 918-927.
- [16] Tee K P, Ren B, Ge S S. Control of nonlinear systems with time-varying output constraints[J]. *Automatica*, 2011, 47(11): 2511-2516.
- [17] Li R, Chen M, Wu Q X. Adaptive neural tracking control for uncertain nonlinear systems with input and output constraints using disturbance observer[J]. *Neurocomputing*, 2017, 235(4): 27-37.
- [18] Sun L H, Wang W H, Yi R. A novel guidance law using fast terminal sliding mode control with impact angle constraints[J]. *ISA Transactions*, 2016, 64(2): 12-23.
- [19] Jiang B, Xu D Z, Shi P, et al. Adaptive neural observer-based backstepping fault tolerant control for

- near space vehicle under control effector damage[J]. IET Control Theory & Applications, 2014, 8(9): 658-666.
- [20] Chen P C, Chen C W, Chiang W L. GA-based modified adaptive fuzzy sliding mode controller for nonlinear systems[J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(3): 5872-5879.
- [21] 蒲明, 吴庆宪, 姜长生, 等. 基于模糊干扰观测器的自适应二阶动态滑模控制[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(6): 805-812.
(Pu M, Wu Q X, Jiang C S, et al. Adaptive second-order dynamic sliding-mode control based on fuzzy disturbance-observer[J]. Control Theory & Applications, 2011, 28(6): 805-812.)
- [22] Lin F J, Hwang W J, Wai R J. A supervisory fuzzy neural network control system for tracking periodic inputs[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1999, 7(1): 41-52.
- [23] Lin C M, Li H Y. Adaptive dynamic sliding-mode fuzzy CMAC for voice coil motor using asymmetric Gaussian membership function[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(10): 5662-5671.
- [24] Lin C M, Li H Y. Dynamic Petri fuzzy cerebellar model articulation controller design for a magnetic levitation system and a two-axis linear piezoelectric ceramic motor drive system[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2015, 23(2): 693-699.
- [25] Lu H C, Chang M H, Tsai C H. Parameter estimation of fuzzy neural network controller based on a modified differential evolution[J]. Neurocomputing, 2012, 89(7): 178-192.
- [26] 张强, 于宏亮, 许德智, 等. 基于自组织小波小脑模型关节控制器的不确定非线性系统鲁棒自适应终端滑模控制[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(3): 387-397.
(Zhang Q, Yu H L, Xu D Z, et al. A robust adaptive integral terminal sliding mode control for uncertain nonlinear systems using self-organizing wavelet cerebella model articulation controller[J]. Control Theory & Applications, 2016, 33(3): 387-397.)
- [27] Wen C Y, Zhou J, Liu Z T, et al. Robust adaptive control of uncertain nonlinear systems in the presence of input saturation and external disturbance[J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 2011, 56(7): 1672-1678.
- [28] Polycarpou M M. Stable adaptive neural control scheme for nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1996, 41(3): 447-451.
- [29] Ren B, Ge S S, Tee K P, et al. Adaptive neural control for output feedback nonlinear systems using barrier Lyapunov function[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2010, 21(8): 1339-1345.
- [30] 张强, 袁铸钢, 许德智. 一类输入受限的不确定非仿射非线性系统二阶动态终端滑模控制[J]. 控制与决策, 2016, 31(9): 1537-1545.
(Zhang Q, Yuan Z G, Xu D Z. Second order dynamic terminal sliding mode control for a class of nonaffine non-linear systems with input constraint[J]. Control and Decision, 2016, 31(9): 1537-1545.)
- [31] Kim Y H, Lewis F L, Abdallah C T. A dynamic recurrent neural-network-based adaptive observer for a class of nonlinear systems[J]. Automatica, 1997, 33(8): 1539-1543.
- [32] Khalil H K. Nonlinear systems[M]. New Jersey: Prentice Hall, 2002: 168-173.
- [33] Swaroop D, Hedrick J K, Yip P P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(10): 1893-1899.
- [34] Tee K P, Ge S S. Control of nonlinear systems with partial state constraints using a barrier Lyapunov function[J]. International Journal of Control, 2011, 84(12): 2008-2023.
- [35] Xu D Z, Jiang B, Shi P. Global robust tracking control of non-affine nonlinear systems with application to yaw control of UAV helicopter[J]. International Journal of Control Automation and Systems, 2013, 11(5): 957-965.

作者简介

张强(1980—), 男, 副教授, 博士, 从事非线性系统控制器设计等研究, E-mail: zhang_hongyu198023@163.com;

王翠(1994—), 女, 硕士生, 从事线性系统鲁棒自适应控制的研究, E-mail: wangcui0323@163.com;

许德智(1985—), 男, 副教授, 博士, 从事复杂系统建模与容错控制等研究, E-mail: xudezhi@jiangnan.edu.cn.

(责任编辑: 齐 霖)