

# 控制与决策

Control and Decision

## 基于正多胞体线性规划的滤波故障诊断方法

王子赟, 徐桂香, 刘子幸, 王艳, 纪志成

引用本文:

王子, 徐桂香, 刘子幸, 等. 基于正多胞体线性规划的滤波故障诊断方法[J]. 控制与决策, 2020, 35(4): 807–815.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0857>

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

### 基于时变模型辨识的高速列车复合故障诊断

Time-varying model identified based coupled fault diagnosis for high speed trains

控制与决策. 2019, 34(2): 274–278 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0173>

### 基于性能退化和材料损伤表征的高铁齿轮箱体故障诊断

Fault diagnosis of high speed gear-box shell based on performance degradation and material damage characterization

控制与决策. 2018, 33(7): 1264–1270 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0683>

### 深度学习在故障诊断领域中的研究现状与挑战

Deep learning for fault diagnosis: The state of the art and challenge

控制与决策. 2017, 32(8): 1345–1358 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.1625>

### 切换系统 $H_2/H_\infty$ 异步切换故障检测滤波器设计

$H_2/H_\infty$  asynchronous fault detection filter design for switched systems

控制与决策. 2017, 32(2): 223–231 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0074>

### 网络化切换控制系统故障检测与优化设计

Fault detection and optimal design for networked switched control systems

控制与决策. 2016(2): 233–241 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.1838>

### 基于PI观测器的奇异摄动系统故障诊断和最优容错控制

Fault diagnosis and optimal fault-tolerance control of singularly perturbed system based on PI observer

控制与决策. 2016, 31(10): 1867–1872 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.1116>

### 基于Volterra核二次型分布的非线性模拟电路软故障诊断

Diagnosis of soft fault in nonlinear analog circuits based on 2nd-order distribution of Volterra kernel

控制与决策. 2015(7): 1340–1344 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.0671>

### 基于Rollout算法的序贯多故障诊断策略

Sequential multiple fault diagnosis strategy based on Rollout algorithm

控制与决策. 2015(3): 572–576 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2013.1754>

## 基于正多胞体线性规划的滤波故障诊断方法

王子贇<sup>1,2†</sup>, 徐桂香<sup>1</sup>, 刘子幸<sup>1</sup>, 王艳<sup>1,2</sup>, 纪志成<sup>2</sup>

(1. 江南大学 轻工过程先进控制教育部重点实验室, 江苏 无锡 214122;

2. 江南大学 物联网技术与应用教育部工程中心, 江苏 无锡 214122)

**摘要:** 针对含有未知但有界噪声的线性系统故障诊断问题, 提出一种基于正多胞体的滤波故障诊断方法, 利用线性规划方程表示递归运算过程中的约束条件, 同时在递归过程中更新正多胞体的空间表达式, 求取每个参数的不确定区间, 并以正多胞体的空间形态描述参数可行集, 通过检测滤波器参数正多胞体可行集是否为空, 判断系统有无故障. 针对不同故障类型设计集员滤波器, 当参数正多胞体可行集为空, 即系统发生故障时, 采用模型匹配的方式实现故障诊断, 如果出现故障样本中未包含的故障类型, 则将该故障类型添加到故障样本库中. 分别给出低维和高维空间的仿真实例, 描述正多胞体空间的结构变化情况, 给出不同故障状态下的正多胞体空间分析结果. 最后通过仿真结果和分析验证了所提出的故障诊断方法的有效性和实用性.

**关键词:** 故障诊断; 故障检测; 线性规划; 滤波估计; 正多胞体; 递归运算

中图分类号: TP273

文献标志码: A

## Orthotopic linear programming filtering based fault diagnosis method

WANG Zi-yun<sup>1,2†</sup>, XU Gui-xiang<sup>1</sup>, LIU Zi-xing<sup>1</sup>, WANG Yan<sup>1,2</sup>, JI Zhi-cheng<sup>2</sup>

(1. Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry of Ministry of Education, Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. Engineering Research Center of Internet of Things Technology and Applications of Ministry of Education, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

**Abstract:** An orthotopic linear programming filtering based fault diagnosis method is proposed for the linear systems with unknown but bounded noises. The linear programming equation is used to show the constraints in the recursive operation process and the space expression of the orthotopic is updated during the recursive computation. Each parameter has its own uncertainty interval and the feasible parameter set is described by the orthotopic, with checking whether the filter of orthotopic feasible parameter set is empty or not to finish fault detection. Set membership filters are designed according to different faults, when the orthotopic feasible parameter set is empty, which means as the fault occurred, the model is matched to achieve fault identification. If a fault type is not included in the fault sample, the type of fault is added to the fault sample base. The low dimension and high dimension examples are given to illustrate the performance of the orthotopics and to analysis the space expressions under different fault situations. The simulation results and analysis verify the effectiveness and practicability of the proposed fault diagnosis method.

**Keywords:** fault diagnosis; fault detection; linear programming; filtering estimation; orthotopic; recursive computation

## 0 引言

随着科学技术的发展, 一些工程系统结构越来越复杂, 保证系统的安全性和可靠性愈发重要. 系统一旦发生故障, 将造成严重的经济损失或人员伤亡, 因此及时准确地对系统进行故障诊断尤为关键<sup>[1-3]</sup>. 当前, 故障诊断的方法可以分为 3 种: 基于解析模型的方法、基于信号处理的方法和基于知识的方法. 其中, 基于解析模型的故障诊断方法包括基于滤波器的故

障诊断、基于状态估计的故障诊断、基于参数估计的故障诊断和基于等价空间的故障诊断<sup>[4]</sup>等多种方法. 然而, 传统的故障诊断方法要求未知输入噪声必须满足一定的分布规律. 众所周知, 实际系统中的噪声分布情况很难用典型的概率分布函数进行精确描述, 这使得传统的故障诊断方法的应用具有很大的局限性<sup>[5]</sup>. 为解决这一问题, 集员滤波方法应运而生, 只要求系统噪声未知但有界, 而不需要假定噪声分布

收稿日期: 2018-06-22; 修回日期: 2018-11-13.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61802150, 61973138); 江苏省自然科学基金项目(BK20170196); 中国博士后科学基金面上项目(2018M642161); 江苏省食品先进制造装备技术重点实验室开放课题项目(FM-2019-07); 2019年江苏省研究生科研创新计划项目(KYCX19\_1890).

责任编辑: 方华京.

†通讯作者. E-mail: wangzy0601@163.com.

规律等先验知识. 由于在实际系统中, 噪声大都可以满足噪声有界<sup>[6]</sup>, 集员滤波方法更具有实用性和可行性, 在故障诊断、鲁棒控制和模式识别等领域中得到了广泛的应用<sup>[7-9]</sup>.

集员滤波算法的目的就是应用系统模型、测量输出数据和噪声边界得到一个可以近似描述系统真实状态的可行集, 该可行集内的所有参数都可以作为系统参数估计的可行解. 基于集员估计的故障诊断方法就是通过检测可行集是否为空来判断故障是否发生, 即当系统无故障时, 可行集一定不为空, 若可行集为空, 则可断定系统一定发生故障. 如何描述可行集的复杂形状是集员估计的关键问题, 不同的描述方法不仅会影响估计复杂度, 而且会影响系统估计的准确性. 可行集的形状和复杂性取决于噪声和系统模型结构, 集员滤波方法要求噪声有界, 这使得该可行集在空间中可表述为一个凸多面体, 根据空间包络方法的不同, 常用来描述可行集的方法有椭球<sup>[10-12]</sup>、全对称多胞体<sup>[13-15]</sup>、多面体<sup>[16-17]</sup>和正多胞体<sup>[18-19]</sup>等. 椭球虽然计算量简单, 但估计精度不高, 保守性较强; 全对称多胞体较椭球保守性降低且计算复杂度有限增加; 多面体可以近似描述任何凸集, 但计算复杂度随着维度的增加而增加. Hamdi等<sup>[18]</sup>针对含有未知但有界噪声且差分阶数已知的系统, 递归地构造一个包含所有可行参数的正多面体, 判断可行集递归演化的收敛条件是判断多胞体顶点的位置, 分类讨论各顶点与可行集的相容性, 完成了对线性分数阶系统的辨识.

目前, 大部分基于集员滤波方法的故障诊断的研究都集中在故障检测方面<sup>[13, 20-21]</sup>, 而对于故障分离和识别的研究相对较少. 本文针对含有未知但有界噪声的线性系统故障诊断问题, 提出一种基于正多胞体的滤波故障诊断方法. 在系统无故障条件下的集员滤波估计基础上, 对含有未知但有界噪声的系统的故障诊断进行研究, 采用全局诊断和模型匹配的方式, 通过判断检测状态可行集是否为空来完成故障检测. 最后, 通过3个故障案例仿真验证本文所提出的故障诊断方法的可行性. 本文提出的递归正多胞体算法与前述已有的算法相比, 利用正多胞体的规则几何空间, 降低凸多面体带来的运算复杂度, 且更贴合实际系统参数可行集, 从而提高系统故障诊断的灵敏度, 同时引入线性规划作为判断可行集递归演化的收敛条件, 通过求解 $2n$ 个线性规划方程实现集员估计, 并能够为每个参数提供确切的可行区间, 通过判断 $k$ 时刻的各参数区间是否在 $k+1$ 时刻的参数可行集

内来确定是否更新. 相较于文献[18]的算法, 本文提出的线性规划作为判断可行集递归演化的收敛条件, 其优点在于将正多胞体顶点的位置判定采用线性规划的方式处理, 且每步递归的过程都只需要最多求解一组两个线性规划问题, 可减小计算量. 同时, 正多胞体因其空间形状规则, 相较于全对称多胞体和多面体而言计算复杂度更低, 且不失空间多面体逼近下的精度, 因此其相较于前面3种描述方法, 估计精度更高且计算量小<sup>[22-24]</sup>.

## 1 问题描述

考虑如下线性递归模型:

$$y(k) = \Phi^T(k)\theta + e(k), \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

其中:  $\Phi(k) \in \mathbf{R}^n$  为可观测的数据向量,  $y(k)$  为系统的输出数据,  $\theta \in \mathbf{R}^n$  为待估计参数向量,  $e(k)$  定义为未知但有界的噪声向量, 噪声信号幅值为 $\delta$ , 即

$$\begin{aligned} \Phi(k) &= [-y_{k-1}, \dots, -y_{k-n_a}, u_{k-1}, \dots, u_{k-n_b}]^T, \\ \theta &= [a_1, \dots, a_{n_a}, b_1, \dots, b_{n_b}]^T, \quad |e(k)| \leq \delta, \quad \delta \geq 0, \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $n = n_a + n_b$ ,  $k$  时刻的测量集合  $S(k)$  可表示为

$$S(k) = \{\theta : |y(k) - \Phi^T(k)\theta| \leq \delta\}. \quad (3)$$

由式(3)可以看出,  $k$  时刻系统所有可能的参数均在两条相互平行的超平面之间. 因此, 随着采样时间的增加, 在给定的时间内, 所有可能的参数最终被包含在凸多面体  $\Theta(k)$  内, 即

$$\begin{aligned} \Theta(k) = \\ \{\theta \in \Theta(0) : |y(k) - \Phi^T(k)\theta| \leq \delta, \quad k = 1, 2, \dots, N\} = \\ \bigcap_{t=1}^k S(t), \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $\Theta(0)$  为正多胞体线性规划滤波方法在初始化时刻的参数可行集. 由于凸多面体空间结构复杂且难以用规范模型准确描述几何结构, 本文用正多胞体<sup>[25]</sup>  $O(k)$  来近似包含参数可行集  $\Theta(k)$ , 用线性规划方法求解包含真实参数的最小盒子, 通过求解满足  $2k$  个约束条件的  $2n$  个线性规划方程 (LP<sub>s</sub>) 判断多胞体  $O(k)$  是否为空, 完成故障检测与识别.

## 2 基于正多胞体线性规划的集员滤波算法

本节介绍用递归的方法近似得到包含  $\Theta(k)$  的正多胞体  $O$ , 该方法通过求解  $2n$  个线性规划方程来实现, 下面介绍一些有关定理. 考虑如下线性规划方程:

$$y = \max c^T x; \quad \text{s.t. } Ax \leq b. \quad (5)$$

定义  $\chi = \{x | Ax \leq b\}$  为约束集合,  $\Xi = \{x \in \chi | x = \arg \max c^T x\}$  为线性规划方程(5)的解集,  $\mathcal{A} : \{a_i^T x \leq b_i, i \in \mathcal{I}\}$  为式(5)的绑定约束集合, 其中  $a_i^T$  为矩阵  $A$  的第  $i$  行. 基于以上定义有如下定理<sup>[19]</sup>.

**定理1** 对于线性规划方程(5)有

$$y = \max c^T x; \text{ s.t. } x \in \mathcal{A}. \quad (6)$$

式(5)和(6)具有相同的解和解集  $\Xi$ .

**定理2** 如果增加一个新的约束条件  $\mathcal{H} = \{x | a^T x \leq b\}$ , 则有

$$\begin{aligned} y_1 &: \max c^T x; \text{ s.t. } x \in \mathcal{A} \cap \mathcal{H}. \\ y_2 &: \max c^T x; \text{ s.t. } x \in \chi \cap \mathcal{H}. \\ y_1 &\geq y_2. \end{aligned} \quad (7)$$

定理1和定理2表明, 绑定约束集合可以替换约束集合, 且不会影响优化的结果, 但是如果增加新的约束  $\mathcal{H}$ , 则保守性增加.

**定义1** 包含参数可行集的正多胞体  $O$  为

$$O(\bar{\theta}, d) = \{\theta : \theta = \bar{\theta} + \text{diag}(d)\omega, \|\omega\|_\infty \leq 1\}. \quad (8)$$

其中:  $\bar{\theta}, d, \omega \in \mathbf{R}^n$ ,  $\text{diag}(d)$  为对角值等于  $d$  的对角阵. 集合  $\mathcal{F}_i = \{\theta \in O : \theta_i = \bar{\theta}_i + d_i\}$  和  $\mathcal{F}_{i+n} = \{\theta \in O : \theta_i = \bar{\theta}_i - d_i\}$  为多胞体  $O$  的面,  $i = 1, 2, \dots, n$  且  $d_i \geq 0$ .

考虑到  $\Theta(k)$  由  $2k$  个线性不等式约束确定, 因此, 要得到紧致正多胞体  $O(\bar{\theta}, d)$ , 需要解  $2n$  个线性规划方程, 为每个参数提供确切的可行区间, 即

$$v^{(i)}(k) = \max e_i^T \theta; \text{ s.t. } \theta \in \mathcal{A}(k). \quad (9)$$

$$v^{(i+n)}(k) = \min e_i^T \theta; \text{ s.t. } \theta \in \mathcal{A}(k). \quad (10)$$

$$\mathcal{A}(k) = \bigcap_{i=1}^{2n} \mathcal{A}_i(k). \quad (11)$$

其中:  $\mathcal{A}(k)$  为  $2n$  个线性规划方程的绑定约束集合,  $v^{(i)}(k)$  为属于解集  $\Xi$  的  $2n$  个元素.  $e_i$  表示  $n$  维单位矩阵的第  $i$  列,  $i = 1, 2, \dots, n$ , 则多胞体  $O(\Theta) = O(\bar{\theta}, d)$ ,  $\bar{\theta}$  和  $d$  可由下式计算得到:

$$\bar{\theta}_i(k) = \frac{v_i^{(i)}(k) + v_i^{(i+n)}(k)}{2}, \quad (12)$$

$$d_i(k) = \frac{v_i^{(i)}(k) - v_i^{(i+n)}(k)}{2}. \quad (13)$$

基于定理1和定理2, 在递归地计算正多胞体时, 有如下关于正多胞体的一些性质:

- 1)  $O(\Theta(k)) = O(\mathcal{A}(k));$
- 2)  $O(\Theta(k) \cap S(k+1)) \subseteq O(\mathcal{A}(k)) \cap S(k+1);$
- 3) 如果存在  $v^{(i)}(k) \in S(k+1), i = 1, 2, \dots, 2n$ , 则  $v^{(i)}(k+1) = v^{(i)}(k);$

4) 如果任意  $v^{(i)}(k) \in S(k+1), i = 1, 2, \dots, 2n$ , 则  $O(\Theta(k+1)) = O(\Theta(k)).$

假设在  $k$  时刻下列条件已知:

- 1) 集合  $C(k)$  是由  $\Theta(k)$  的约束子集构成, 即  $\Theta(k) \subseteq C(k);$
- 2) 最小的正多胞体  $O(\bar{\theta}(k), d(k)) \supseteq C(k);$
- 3) 元素  $v^{(i)}(k) \in C(k) \cap \mathcal{F}_i(k), i = 1, 2, \dots, 2n$ , 其中  $\mathcal{F}_i(k)$  为  $O(k)$  的面.

此时,  $v^{(i)}(k) = \bar{\theta}_i(k) + d_i(k), v^{(i+n)}(k) = \bar{\theta}_i(k) - d_i(k)$ . 在  $k+1$  时刻, 利用线性规划实现正多胞体的更新过程可以分为3个步骤.

**step 1:** 判断  $v^{(i)}(k)$  是否属于  $S(k+1), i = 1, 2, \dots, 2n$ . 当  $v^{(i)}(k) \in S(k+1)$  时,  $v^{(i)}(k+1) = v^{(i)}(k), C_i(k+1) = C_i(k)$ . 当  $v^{(i)}(k) \notin S(k+1)$  时, 有:

- 1) 当  $i = 1, 2, \dots, n$  时, 有

$$\begin{aligned} v^{(i)}(k+1) &= \arg \max e_i^T \theta; \\ \text{s.t. } \theta &\in C(k) \cap S(k+1). \end{aligned} \quad (14)$$

- 2) 当  $i = n+1, \dots, 2n$  时, 有

$$\begin{aligned} v^{(i)}(k+1) &= \arg \min e_i^T \theta; \\ \text{s.t. } \theta &\in C(k) \cap S(k+1). \end{aligned} \quad (15)$$

这里  $C_i(k+1) = \mathcal{A}_i(k+1)$ , 其中  $\mathcal{A}_i(k+1)$  为LP(14)或LP(15)的绑定集合.

**step 2:** 正多胞体  $O(k+1) = O(\bar{\theta}(k+1), d(k+1)), i = 1, 2, \dots, n$ . 其中

$$\bar{\theta}_i(k+1) = \frac{v_i^{(i)}(k+1) + v_i^{(i+n)}(k+1)}{2}, \quad (16)$$

$$d_i(k+1) = \frac{v_i^{(i)}(k+1) - v_i^{(i+n)}(k+1)}{2}. \quad (17)$$

**step 3:** 集合  $C(k+1)$  更新, 即

$$C(k+1) = \bigcap_{i=1}^{2n} C_i(k+1), \quad (18)$$

$k = k+1$ , 重复step 1, 直到  $k > N$  时, 算法结束.

### 3 基于正多胞体线性规划的滤波故障检测与识别

基于正多胞体线性规划的滤波故障诊断方法是通过线性规划方法构造递归过程的约束条件, 在求解线性规划可行解的过程中, 判断参数可行集是否为空来完成故障检测. 当系统无故障时, 可行集一定不为空, 若可行集为空, 则可断定系统一定发生故障. 在确定系统发生故障后, 采用模型匹配的方式识别故障类型, 同时对应的故障诊断器作出状态跳变.

### 3.1 故障检测

对于无故障系统(1),在第2节的step 1判断一致性中:若任意的点  $v^{(i)}(k) \notin S(k+1)$ ,  $i = 1, 2, \dots, 2n$ , 即可行集  $\Theta(k+1) = \emptyset$  时,则可以判断系统在  $k_0$  时刻已经发生故障,其中  $k_0 \leq k+1$ ; 否则可判定系统无故障。

### 3.2 故障识别

当检测到系统发生故障后,因为本文提出的基于正多胞体线性规划的集员滤波方法可以准确地对系统实现参数估计,并且当系统参数发生故障后依然可以跟踪估计不同故障状态下的系统参数,所以可以通过对参数估计值的分析,对应不同的故障类型,进而实现故障识别。

应用正多胞体线性规划集员滤波算法得到参数估计序列  $\{\hat{\theta}(1), \hat{\theta}(2), \dots, \hat{\theta}(k)\}$ , 定义偏差  $\|\hat{\theta}(k-l) - \hat{\theta}_0\|/\|\hat{\theta}_0\|$  满足在一定的时间长度  $L$  内都小于一定的阈值来分离故障,即  $\|\hat{\theta}(k-l) - \hat{\theta}_0\|/\|\hat{\theta}_0\| \leq \varepsilon$  ( $l = 1, 2, \dots, L$ ) 恒成立。其中:  $\hat{\theta}_0$  为最终估计故障参数;  $L$  为所选择的序列长度;  $\varepsilon$  为选择的阈值,其值的选取影响故障识别滤波器的灵敏度。

### 3.3 故障诊断步骤

对于系统(1),要完成故障诊断,首先要判断系统是否发生故障,假设经过  $k$  次判断计算  $v^{(i)}(k)$  已知,  $i = 1, 2, \dots, 2n$ , 在  $k+1$  时刻要判断  $v^{(i)}(k)$  是否在  $S(k+1)$  内,只需要判断  $v^{(i)}(k)$  是否在两条超平面  $H_{1,k+1}$  与  $H_{2,k+1}$  之间,其中

$$\begin{aligned} H_{1,k+1} &= \{\theta \in \mathbf{R}^n : \Phi^T(k+1)\theta = y(k+1) + \delta\}, \\ H_{2,k+1} &= \{\theta \in \mathbf{R}^n : \Phi^T(k+1)\theta = y(k+1) - \delta\}. \end{aligned} \quad (19)$$

令

$$\begin{aligned} B_{i,1} &= y(k+1) - \Phi^T(k+1)v^{(i)}(k) + \delta, \\ B_{i,2} &= -y(k+1) + \Phi^T(k+1)v^{(i)}(k) + \delta. \end{aligned} \quad (20)$$

1) 如果存在  $v^{(i)}(k)$ , 使得  $B_{i,1} \geq 0$  或  $B_{i,2} \geq 0$  成立,此时集员检测滤波器的输出状态  $\Theta(k+1) \neq \emptyset$ , 则系统处于无故障阶段,按第2节提出的算法进行更新;特别地,如果对于任意的  $v^{(i)}(k)$ , 使得  $B_{i,1} \geq 0$  和  $B_{i,2} \geq 0$  恒成立,则无需更新。

2) 如果对于任意的  $v^{(i)}(k)$ , 使得  $B_{i,1} < 0$  和  $B_{i,2} < 0$  恒成立,则可判断系统发生故障,即可行集  $\Theta(k+1) = \emptyset$ , 此时全局滤波器对故障系统重新进行初始化。

3) 系统发生故障后,对应故障类型  $m_1, m_2, \dots$ ,

$m_n$  的故障识别滤波器  $f_1, f_2, \dots, f_n$  发生作用,当且仅当第  $i$  个滤波器不为空时,可判断故障类型为  $m_i$ , 其中  $i = 1, 2, \dots, n$ . 若对应的故障类型均不匹配当前系统状态,则可判断出现新的故障类型并作为第  $m_{n+1}$  种故障,扩充入故障库。

## 4 仿真分析

为了验证本文提出的故障诊断方法的可行性,本节利用3个仿真示例进行仿真实验。

**仿真1** 对于下列线性动态系统模型,其系统方程表示为

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + e(t). \quad (21)$$

其中:  $A(q) = 1 + 0.254q^{-1}$ ;  $B(q) = -3.672q^{-1}$ ;  $e(t)$  为未知但有界噪声,取输入信号  $u(t) \in U[-1, 1]$ , 系统噪声  $e(t) \in U[-\delta, \delta]$ ,  $\delta = 0.2$ . 可以看出,系统被估计参数  $n = 2$ . 为了更直观地体现出参数估计过程中的变化情况,取相对误差

$$\Delta\theta = \|\theta - \hat{\theta}\|/\|\theta\| \times 100\%.$$

其中:  $\theta$  为系统参数真实值,  $\hat{\theta}$  为参数估计值。

1) 当系统参数无故障时,采用本文提出的正多胞体线性规划集员滤波算法的仿真结果如图1和图2所示。

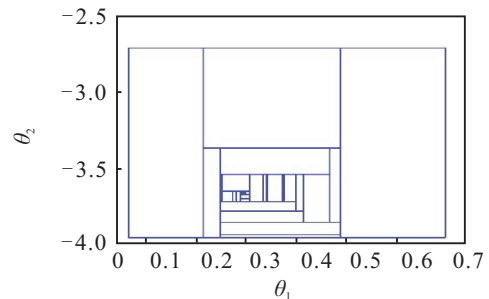


图1 无故障时正多胞体  $O$  的递归演化 ( $\delta = 0.2$ )

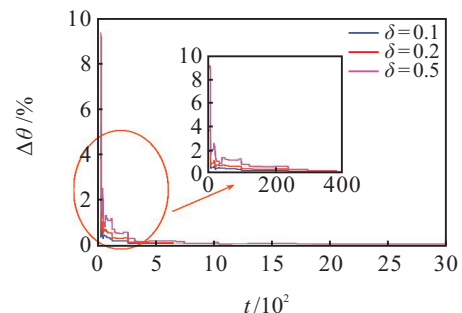


图2 无故障参数估计误差

由图1可以看出,由于二维参数估计过程具有可视化的性质,此时正多胞体  $O$  近似于一个二维盒子,即平面上的正方形,其顶点为各参数估计的最值点,方形内的区域为参数估计范围,范围内的任何值都可以作为当前递归步骤的参数有效估计。在参数估计

过程中,随着判断次数的增加,正多胞体 $O$ 逐渐缩小,并最终收敛于一个极小的盒子,其中心值可以作为系统的最终参数估计结果. 参数估计值 $\hat{\theta}$ 随递推次数 $t$ 趋近真实值的过程如表1所示.

表1 系统参数估计收敛情况

$t$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\Delta\theta/\%$
100	0.23706	-3.68952	0.66210
500	0.25192	-3.66782	0.12694
1000	0.25381	-3.67476	0.07518
2000	0.25386	-3.67203	0.00396
3000	0.25386	-3.67203	0.00396
真实值	0.25400	-3.67200	0

由表1可以看出,实际上在 $t = 2000$ 时,参数估计已经不再更新,意味着在 $t > 2000$ 时,后续的线性规划方程的求解不再影响到系统参数的滤波估计,系统参数的最终估计值为 $\hat{\theta} = [0.25386, -3.67203]$ ,估计误差为 $\Delta\theta = 0.00396\%$ ,最终估计值极为接近系统真实参数,表明该方法可以对系统参数进行有效估计. 在无故障状态下的系统滤波估计误差变化情况如图2所示. 由图2可以看出,估计误差快速减小,表明估计参数迅速收敛,但是在 $t \in [200, 500]$ 和 $t \in [1500, 2000]$ 等范围内,估计误差近似不变,说明这段时间内, $t$ 时刻的估计参数始终属于 $t + 1$ 时刻的参数可行集 $S(t + 1)$ 内,正多胞体 $O$ 无需更新,估计参数最值保持不变. 由此可见,该算法可以对系统参数进行快速有效的估计,并且估计误差很小,参数估计值接近真实值.

2) 在 $t \in [1000, 2000]$ 和 $t \in [3000, 4000]$ 时间段内分别对系统加入故障1和故障2,即在 $t = 1000$ 和 $t = 3000$ 时,系统参数由 $A(q) = 1 + 0.254q^{-1}, B(q) = -3.672q^{-1}$ 分别突变为 $A_1(q) = 1 - 0.864q^{-1}, B_1(q) = 1.572q^{-1}$ 和 $A_2(q) = 1 + 0.364q^{-1}, B_2(q) = 0.672q^{-1}$ ,取参数序列长度为 $L = 10$ ,阈值 $\varepsilon = 3 \times 10^{-3}$ 对系统进行故障诊断,系统参数跟踪估计和故障诊断结果如图3和图4所示.

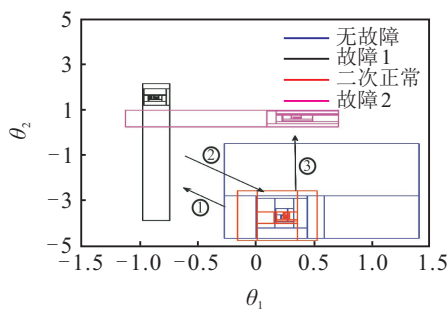


图3 有故障时正多胞体 $O$ 的递归演化

如图3所示:当系统无故障时,正多胞体 $O$ 逐渐

缩小,当系统发生故障时( $t = 1000$ ),全局滤波器对故障系统模型参数重新进行初始化,无故障系统参数的估计状态立刻跳变为一个新的参数估计状态,如图3所示,集员滤波器继续跟踪估计故障系统参数,并逐渐收敛为一个极小的盒子,完成参数估计;在系统参数恢复正常时( $t = 2000$ ),故障参数估计状态跳变为无故障状态,如图3所示,两次无故障状态的参数估计盒子逐渐缩小于同一状态;当系统在 $t = 3000$ 时刻再次发生故障,如图3所示,估计状态再次发生跳变,并实现参数估计.

如图4所示,在无故障加入时,故障检测滤波器为空,当系统发生故障后,故障检测信号在 $t = 1000$ 和 $t = 3000$ 时刻立即发生跳变,显示系统发生故障,能够及时对系统进行故障检测. 同时在检测到故障信号后,故障识别滤波器发生作用,在 $t = 1159$ 时只有唯一的故障识别滤波器 $f_1$ 不为空,说明此时发生的故障类型为故障1,在 $t = 3453$ 时只有唯一的故障识别滤波器 $f_2$ 不为空,说明此时发生的故障类型为故障2.

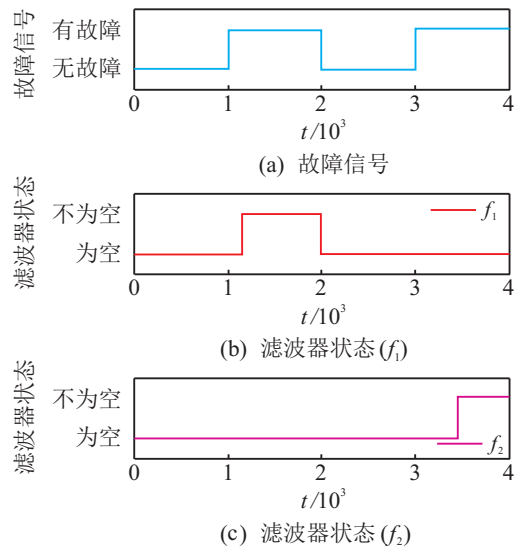


图4 故障诊断结果

仿真2 为了进一步检验文中提出的故障诊断方法,对风力发电机的桨距子系统进行故障诊断仿真. 桨距子系统是风力发电机控制桨叶和桨距角变换的重要组成部分,如图5所示.

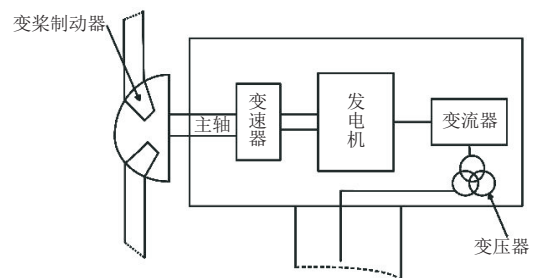


图5 风力发电机系统

桨距子系统的数学模型<sup>[26]</sup>可表示为

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\beta}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \beta_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_n^2 \end{bmatrix} \beta_r \quad (22)$$

其中:  $\beta$  和  $\beta_a$  分别为桨距角和角速度大小;  $\beta_r$  为桨距参考值;  $\omega_n$  和  $\zeta$  为系统参数, 取  $\omega_n = 11.11 \text{ rad/s}$ ,  $\zeta = 0.6$  分别为系统自然频率和阻尼系数, 系统的闭环动态可以近似为如下二阶系统<sup>[27]</sup>:

$$\frac{y}{u} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (23)$$

其中:  $y = \beta, u = \beta_r$ . 根据文献[26]取采样时间为  $T_s = 0.01 \text{ s}$ , 将该闭环系统离散化为  $A(z)y(t) = B(z)u(t) + e(t)$ , 其中  $A(z) = 1 - 1.864z^{-1} + 0.8752z^{-2}$ ,  $B(z) = 0.0059z^{-1} + 0.0056z^{-2}$ ,  $\|e(t)\| \leq \delta$  为未知但有界的系统噪声, 待估计参数向量为  $\theta = [-1.864, 0.8752, 0.0059, 0.0056]^T, n = 4$ . 取  $e(t) \in U[-0.01, 0.01]$ , 输入信号  $u(t) \in U[-35, 35]$  为外加激励信号, 以避免模型不可区分的问题.

当系统无故障时, 对于  $A(z)$  多项式对应的待估计参数向量  $[\theta_1, \theta_2] = [-1.864, 0.8752]$ , 其正多胞体的递归演化过程如图6所示.

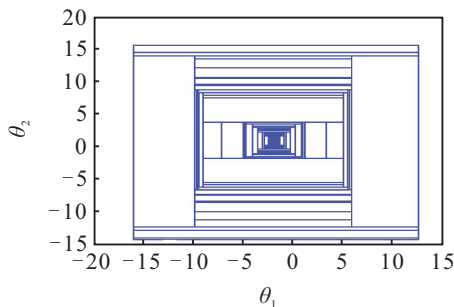


图6 无故障时正多胞体O的递归演化

根据文献[27]对系统加入3个故障, 其故障参数值如表2所示.

表2 正常和故障条件下的参数说明

序号	故障名称	参数
1	无故障	$\omega_{n_0} = 11.11 \text{ rad/s}, \zeta_0 = 0.60$
2	液压泄漏	$\omega_{n_1} = 5.73 \text{ rad/s}, \zeta_1 = 0.45$
3	泵磨损	$\omega_{n_2} = 7.27 \text{ rad/s}, \zeta_2 = 0.75$
4	空气含量增加	$\omega_{n_3} = 3.42 \text{ rad/s}, \zeta_3 = 0.90$

由表2可以看出: 第1种故障是执行器中的压降作用导致压力降为原来的50%, 由于这种故障的发生,  $\omega_{n_0} = 11.11 \text{ rad/s}, \zeta_0 = 0.6$  变为  $\omega_{n_1} = 5.73 \text{ rad/s}, \zeta_1 = 0.45$ ; 第2种故障是泵磨损, 泵磨损是一个潜在的故障, 具有非常缓慢的引入速度, 发生故障时将导致桨距闭环系统发生参数变化, 系统参数由正常值变为  $\omega_{n_2} = 7.27 \text{ rad/s}, \zeta_2 = 0.45$ ; 第3种故

障是执行机构内的空气含量增加, 在正常情况下, 液压油中的空气为7%, 由于这种故障的发生, 空气常数增加到15%, 这将  $\omega_{n_0} = 11.11 \text{ rad/s}, \zeta_0 = 0.6$  变为  $\omega_{n_3} = 3.42 \text{ rad/s}, \zeta_3 = 0.9$ .

在  $t = 3000, t = 6000$  和  $t = 9000$  时刻分别对系统加入故障1、故障2和故障3, 并假设在同一时刻只有一种故障发生, 当只有唯一的故障识别滤波器的输出值不为空时, 故障诊断完成. 当故障发生后, 取参数序列长度为  $L = 10$ , 阈值  $\|\hat{\theta}(k-l) - \hat{\theta}_0\| / \|\hat{\theta}_0\| \leq 3 \times 10^{-3}$  进行故障诊断, 诊断结果如图7~图10所示.

当系统发生故障时, 取接近真实参数的前500个时刻的递归过程, 待估计参数向量  $[\theta_1, \theta_2]$  的正多胞体递归演化过程如图7所示.

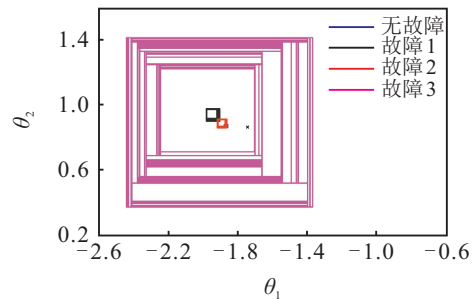


图7 有故障时正多胞体O的递归演化

如图8所示, 以  $t = 3000$  时刻的故障为例, 当故障发生时, 桨距角的输出估计值产生波动, 与真实输出值有较大的偏差, 但随后又逐渐接近真实输出值, 说明基于正多胞体线性规划的集员滤波方法可以在故障发生后即刻识别系统参数的变化.

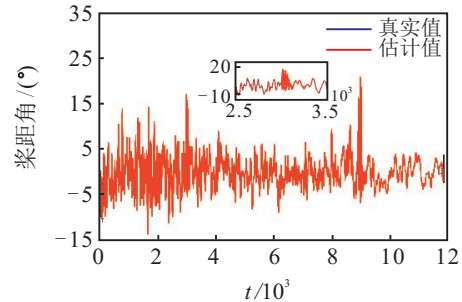


图8 故障模型输出状态估计结果

为了更加明显地表示故障模型输出状态估计结果, 给出了以  $t = 3000$  时刻的故障为例的参数估计残差, 如图9所示.  $t < 3000$  时为无故障状态, 但故障1发生后, 全局滤波器对故障下的系统重新进行初始化, 随后故障识别滤波器作用, 进入故障诊断阶段, 并在  $t = 3531$  时刻识别出故障类型, 故障诊断结束. 如图10所示, 在无故障加入时 ( $t < 3000$ ), 故障检测滤波器和故障识别滤波器都为空, 在  $t = 3000$  时刻发生故障1, 此时故障检测滤波器检测到并显示故障信

号,同时,故障识别滤波器  $f_1 \sim f_3$  开始进行故障分离,最终只有其中唯一一个滤波器  $f_1$  不为空,说明此处系统故障类型为滤波器  $f_1$  代表的故障,故障类型为故障1,液压泄漏. 对于故障2和故障3的故障检测及识别过程与故障1类似,不再赘述.

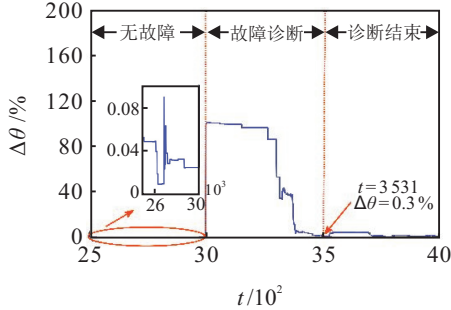


图9 参数估计残差

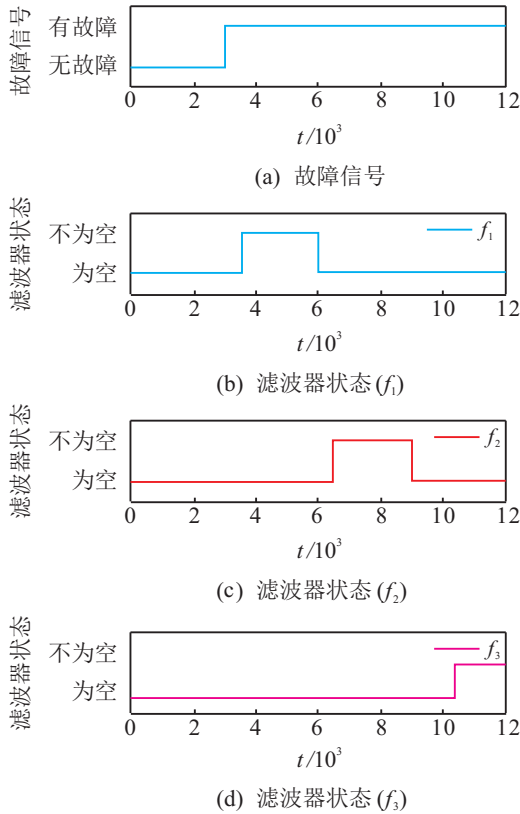


图10 故障诊断结果

**仿真3** 图11为工业控制系统执行器故障诊断 (development and application of methods for actuator diagnosis in industrial control systems, DAMADICS) 结构,其中气动伺服电机的非线性二阶动力学模型<sup>[28]</sup>为

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} = -k_v \frac{dX}{dt} - k_x(k + X) + A_e P_s + mg. \quad (24)$$

这里:  $X$  为伺服电机杆位移,  $P_s$  为伺服电机室内的压力,  $A_e$  为隔膜面积,  $m$  为质量棒,  $k_x$  为弹簧和膜片常数,  $k$  为常数(0.009 25),  $k_v$  为阀门常数.

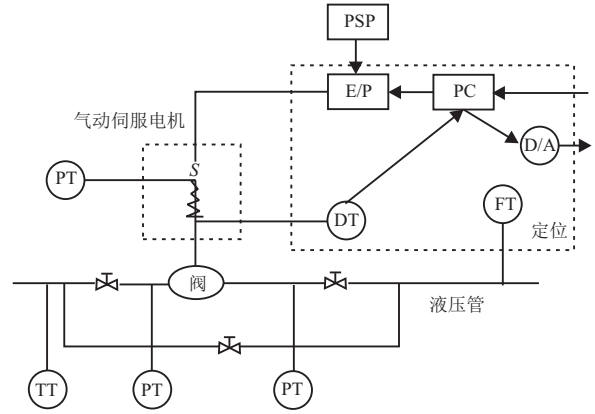


图11 DAMADICS执行器故障诊断结构框图

由文献[28]可知,经过整理和化简后可得线性化模型

$$X(t) = \frac{b_{x_2} q^{-2} + b_{x_3} q^{-3}}{1 + a_{x_1} q^{-1} + a_{x_2} q^{-2} + a_{x_3} q^{-3}} CVP(t), \quad (25)$$

其中  $CVP(t)$  为控制压力量. 分别用  $y(t)$  和  $u(t)$  代替  $X(t)$  和  $CVP(t)$ ,并考虑系统噪声  $e(t)$ ,可得

$$y(t) = \frac{b_{x_2} q^{-2} + b_{x_3} q^{-3}}{1 + a_{x_1} q^{-1} + a_{x_2} q^{-2} + a_{x_3} q^{-3}} u(t) + e(t). \quad (26)$$

其中: 参数  $\theta = [a_{x_1}, a_{x_2}, a_{x_3}, b_{x_2}, b_{x_3}]^T$ ,  $e(t)$  为未知但有界噪声. 取  $e(t) \in U[-0.01, 0.01]$ , 给定输入信号  $u(t) \in N(0, 1)$  为外加激励信号.

如表3所示,在  $t = 3000$  和  $t = 6000$  时刻分别对系统加入故障1和故障2. 采用本文方法进行故障诊断,诊断结果如图12和图13所示.

表3 正常和故障条件下的系统参数

故障名称	参数
无故障	$\theta_0 = [0.050\ 1, -0.003\ 2, -0.854\ 5, -0.663\ 1, 0.543\ 4]^T$
故障1	$\theta_1 = [0.045\ 5, -0.002\ 5, -0.969\ 5, -0.258\ 1, 0.298\ 4]^T$
故障2	$\theta_2 = [0.098\ 7, -0.014\ 5, -0.723\ 1, -0.921\ 1, 0.895\ 3]^T$

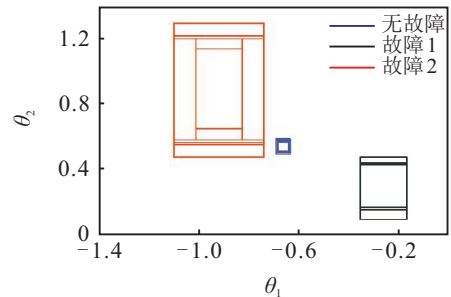


图12 有故障时正多胞体  $O$  的递归演化过程 ( $[\theta_1, \theta_2] = [b_{x_2}, b_{x_3}]$ )

对于参数  $[b_{x_2}, b_{x_3}]$  的递归演化过程,为了更加清晰地观察参数最后的收敛情况,同样取接近真实

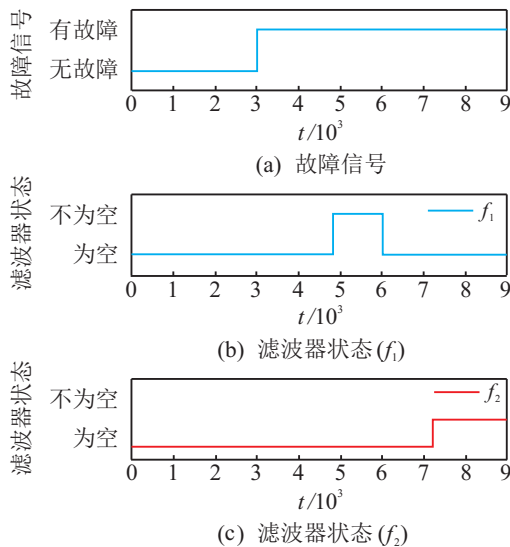


图 13 DAMADICS 故障诊断结果

值的前 500 个时刻的递归过程, 则参数  $[b_{x_2}, b_{x_3}]$  的正多胞体递归演化过程如图 12 所示. 在无故障加入时 ( $t < 3000$ ), 如图 13 所示, 故障检测滤波器和故障识别滤波器都为空. 当故障 1 发生后 ( $t = 3000$ ), 故障检测滤波器作用并在  $t = 3001$  时刻检测到故障, 同时故障识别滤波器作用, 最终只有唯一的滤波器  $f_1$  不为空, 表明在  $t = 3000$  时刻发生的故障类型为滤波器  $f_1$  代表的故障, 为故障 1. 对于故障 2 的检测和识别过程与故障 1 相似, 此处不再赘述.

## 5 结论

本文结合空间几何图形变换和线性规划, 在滤波估计理论的基础上研究了含有未知但有界噪声线性系统的故障诊断方法, 所提出的正多胞体线性规划滤波故障诊断算法与批处理空间模型外界算法相比, 计算量小且思路简单. 本文提出的正多胞体的递归求解过程采用求解有限个线性规划问题进行描述, 将原本复杂的多胞体空间拓扑分析过程转变为代数分析过程, 通过判断故障检测滤波器的输出可行集是否为空完成故障检测, 并利用分析估计得到的参数序列结合模型匹配进行故障分离. 本文通过以二维可视化的线性模型、风力发电机的桨距子系统和 DAMADICS 执行器故障诊断系统的多维参数为例进行仿真验证, 取得了较好的故障诊断结果, 在判定系统是否有故障的过程中, 随着输入系统数据量的增多, 可以直观看出故障诊断方法的参数估计逼近趋势, 验证了该方法的可行性. 本文提出的故障诊断方法适用于其他噪声有界但未知概率分布环境下的工业过程故障诊断问题, 同时可以演化超平面体等多维空间拓扑结构, 推广至其他滤波故障诊断研究领域.

## 参考文献 (References)

- [1] 周东华, 刘洋, 何潇. 闭环系统故障诊断技术综述[J]. 自动化学报, 2013, 39(11): 1933-1943. (Zhou D H, Liu Y, He X. Review on fault diagnosis techniques for closed-loop systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(11): 1933-1943.)
- [2] 胡正高, 赵国荣, 李飞, 等. 基于自适应未知输入观测器的非线性动态系统故障诊断[J]. 控制与决策, 2016, 31(5): 901-906. (Hu Z G, Zhao G R, Li F, et al. Fault diagnosis for nonlinear dynamical system based on adaptive unknown input observer[J]. Control and Decision, 2016, 31(5): 901-906.)
- [3] 郭胜辉, 朱芳来. 基于区间观测器的执行器故障检测[J]. 控制与决策, 2016, 31(6): 1118-1122. (Guo S H, Zhu F L. Actuator fault detection based on interval observers[J]. Control and Decision, 2016, 31(6): 1118-1122.)
- [4] Gao Z, Cecati C, Ding S X. A survey of fault diagnosis and fault-tolerant techniques — Part I: Fault diagnosis with model-based and signal-based approaches[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(6): 3757-3767.
- [5] 柴伟. 集员估计理论、方法及其应用[D]. 北京: 北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院, 2008: 1-9. (Chai W. Set membership estimation theory, methods and their applications[D]. Beijing: School of Automation Science & Electrical Engineering, Beihang University, 2008: 1-9.)
- [6] Cerone V, Razza V, Regruto D. Set-membership errors-in-variables identification of MIMO linear systems[J]. Automatica A Journal of Ifac the International Federation of Automatic Control, 2018, 90: 25-37.
- [7] Chatti N, Guyonneau R, Hardouin L, et al. Model-based approach for fault diagnosis using set-membership formulation[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2016, 55: 307-319.
- [8] Mao W L. Robust set-membership filtering techniques on GPS sensor jamming mitigation[J]. IEEE Sensors Journal, 2017, 17(6): 1810-1818.
- [9] Cerone V, Piga D, Regruto D. Set-membership LPV model identification of vehicle lateral dynamics[J]. Automatica, 2011, 47(8): 1794-1799.
- [10] 宋莎莎, 赵忠盖, 刘飞. 模型参数失配有界下的扩展集员估计方法[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(5): 648-654. (Song S S, Zhao Z G, Liu F. Extended set membership filtering method for process with bounded-mismatch parameters[J]. Control Theory & Applications, 2017, 34(5): 648-654.)

- [11] Loukkas N, Martinez J J, Meslem N. Set-membership observer design based on ellipsoidal invariant sets[J]. IFAC-PapersOnLine, 2017, 50(1): 6471-6476.
- [12] 周波, 钱堃, 马旭东, 等. 一种新的基于保证定界椭圆算法的非线性集员滤波器[J]. 自动化学报, 2013, 39(2): 150-158.  
(Zhou B, Qian K, Ma X D, et al. A new nonlinear set membership filter based on guaranteed bounding ellipsoid algorithm[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(2): 150-158.)
- [13] Scott J K, Raimondo D M, Marseglia G R, et al. Constrained zonotopes: A new tool for set-based estimation and fault detection[J]. Automatica, 2016, 69: 126-136.
- [14] Alamo T, Bravo J M, Camacho E F. Guaranteed state estimation by zonotopes[J]. Automatica, 2005, 41(6): 1035-1043.
- [15] 柴伟, 孙先仿. 改进的全对称多胞形集员状态估计算法[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(2): 273-277.  
(Chai W, Sun X F. An improved estimation algorithm for set membership states by zonotopes[J]. Control Theory & Applications, 2008, 25(2): 273-277.)
- [16] 沈艳霞, 尹天娇. 一种基于凸多面体的集员滤波故障诊断方法[J]. 控制与决策, 2018(1): 150-156.  
(Shen Y X, Yin T J. A fault diagnosis method of set membership filter based on convex ploytope[J]. Control and Decision, 2018(1): 150-156.)
- [17] Janati H. Fault detection of uncertain models using polytope projection[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2002, 35(1): 179-184.
- [18] Hamdi S E, Amairi M, Aoun M. Orthotopic set-membership parameter estimation of fractional order model[C]. Proceedings of the IEEE Control and Automation. Athens: IEEE, 2016: 634-639.
- [19] Casini M, Garulli A, Vicino A. A constraint selection technique for recursive set membership identification[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2014, 47(3): 1790-1795.
- [20] Tabatabaeipour S M, Odgaard P F, Bak T, et al. Fault detection of wind turbines with uncertain parameters: A set-membership approach[J]. Energies, 2012, 5(7): 2224-2248.
- [21] Ashari A E, Nikoukhah R, Campbell S L. Effects of feedback on active fault detection[J]. Automatica, 2012, 48(5): 866-872.
- [22] Saif E H, Messaoud A, Mohamed A. Recursive set-membership parameter estimation of fractional systems using orthotopic approach[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2018, 40(15): 4185-4197.
- [23] Vasso R, Anthony T. Fault detection based on orthotopic set membership identification for robot manipulators[C]. Proceedings of the 17th World Congress on the International Federation of Automatic Control. Seoul: IFAC, 2008: 7344-7349.
- [24] Saif E H, Messaoud A, Mohamed A. Orthotopic approach of set-membership parameters estimation for LPV system using fractional models[C]. Proceedings of the 18th International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (STA). Monastir: IEEE, 2017: 261-266.
- [25] Casini M, Garulli A, Vicino A. A linear programming approach to online set membership parameter estimation for linear regression models[J]. International Journal of Adaptive Control & Signal Processing, 2017, 31(3): 360-378.
- [26] Casau P, Rosa P, Tabatabaeipour S M, et al. A set-valued approach to FDI and FTC of wind turbines[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2014, 23(1): 245-263.
- [27] Tabatabaeipour S M. Active fault detection and isolation of discrete-time linear time-varying systems: A set-membership approach[J]. International Journal of Systems Science, 2015, 46(11): 1917-1933.
- [28] Puig V. Fault diagnosis and fault tolerant control using set-membership approaches: Application to real case studies[J]. International Journal of Applied Mathematics & Computer Science, 2010, 20(4): 619-635.

## 作者简介

王子赞(1989—), 男, 副教授, 博士, 从事非线性滤波及故障诊断方法等研究, E-mail: wangzy0601@163.com;

徐桂香(1994—), 女, 硕士生, 从事非线性系统故障诊断方法的研究, E-mail: xgxslong@163.com;

刘子幸(1996—), 女, 硕士生, 从事复杂系统分析与电力系统故障诊断方法的研究, E-mail: hsjnlzx@163.com;

王艳(1978—), 女, 教授, 博士, 从事非线性系统优化控制方法等研究, E-mail: yanwangjn@163.com;

纪志成(1959—), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统建模及控制方法等研究, E-mail: zcji@jiangnan.edu.cn.

(责任编辑: 闫妍)