

控制与决策

Control and Decision

非对称输入饱和下的非仿射不确定系统自抗扰反演控制

高阳, 吴文海, 张杨

引用本文:

高阳, 吴文海, 张杨. 非对称输入饱和下的非仿射不确定系统自抗扰反演控制[J]. *控制与决策*, 2020, 35(4): 885–892.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0778>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

立方体机器人自抗扰平衡控制方法

Dynamic modeling of a cubical robot balancing on its corner

控制与决策. 2019, 34(6): 1203–1210 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.1559>

基于神经网络的小型无人直升机非线性鲁棒控制设计

Nonlinear robust control for a small unmanned helicopter based on neural network

控制与决策. 2018, 33(4): 627–632 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0350>

考虑输入约束的半主动悬架非线性自适应控制

Nonlinear adaptive control for semi-active suspension with input constraints

控制与决策. 2018, 33(11): 2099–2103 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0787>

基于重置状态观测器的加热炉随机扰动自抗扰控制方法

Methodology of active disturbance rejection control for stochastic disturbance suppression in heating furnace based on reset state observer

控制与决策. 2017, 32(9): 1659–1663 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0531>

随机时滞系统的神经网络输出反馈动态面控制

Output-feedback neural DSC control for stochastic nonlinear time-delay systems

控制与决策. 2017, 32(8): 1377–1385 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0758>

状态观测的未知死区非线性系统的自适应神经网络跟踪控制

Observed-based adaptive neural tracking control for nonlinear systems with unknown dead-zone

控制与决策. 2017, 32(5): 780–788 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0445>

基于ELM的一类MIMO仿射非线性系统的鲁棒自适应控制

Robust adaptive control for a class of MIMO affine nonlinear systems using extreme learning machine

控制与决策. 2015(9): 1559–1566 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.0999>

迭代扩张状态观测器及其在迭代学习控制中的应用

Iterative extended state observer and its application in iterative learning control

控制与决策. 2015(3): 473–478 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2013.1765>

非对称输入饱和下的非仿射不确定系统自抗扰反演控制

高 阳[†], 吴文海, 张 杨

(海军航空大学 青岛校区, 山东 青岛 266041)

摘要: 针对一类具有内部动态和外部扰动未知以及非对称输入饱和约束的非仿射系统, 提出一种自抗扰反演控制方法. 首先基于自抗扰控制思想, 通过直接从非仿射项中提取线性控制项, 将非仿射系统转化为仿射非线性形式. 在此基础上, 在每一步反演控制器设计中, 引入扩张状态观测器对系统总的不确定项进行估计, 引入跟踪微分器解决虚拟导数的“计算膨胀”问题. 在设计真实控制律时, 利用双曲正切函数设计一种辅助补偿系统, 用来处理输入饱和引起的控制量偏差. 基于 Lyapunov 稳定性定理证明了闭环系统的所有信号有界且跟踪误差可渐近收敛到原点的任意小邻域内. 仿真比较结果验证了所提出方法的有效性, 体现了一定的工程应用价值.

关键词: 非仿射系统; 非对称输入饱和; 不确定性; 反演控制; 扩张状态观测器; 跟踪微分器

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Active disturbance rejection backstepping control for uncertain nonaffine systems with asymmetrical input saturation

GAO Yang[†], WU Wen-hai, ZHANG Yang

(Qingdao Campus, Naval Aeronautical University, Qingdao 266041, China)

Abstract: An active disturbance rejection backstepping control (ADRBC) approach is proposed for a class of nonaffine systems with dynamical and external uncertainties subject to asymmetrical input saturation. Firstly, by extracting linear control items directly from the nonaffine terms, the nonaffine system is transformed into an affine nonlinear form based on the ADRC ideal. Then during every step of backstepping controller design, an extended state observer is introduced to estimate the total uncertainty of the system, and a tracking differentiator is used to solve the ‘computer explosion’ problem of virtual derivatives. Finally, a novel auxiliary system is designed utilizing hyperbolic tangent function to compensate the control variable deviation caused by input saturation when designing the real control law. According to the Lyapunov stability theorem, it is proved that all signals in the closed-loop system are bounded, and the tracking error can asymptotically converge to an arbitrarily small region of the origin. Numerical simulation results show the effectiveness and a certain engineering application value of the proposed approach.

Keywords: nonaffine system; asymmetrical input saturation; uncertainty; backstepping control; extended state observer; tracking differentiator

0 引言

许多实际工程对象本质上都是非仿射系统, 如高超声速飞行器系统^[1]、交直流输电系统^[2]等. 对于非仿射系统, 由于控制输入项的非线性形式, 使其控制问题更复杂和更具挑战性, 成为近年来非线性控制领域研究的热点. 目前可行的控制方法主要有两种.

一种方法是利用 Taylor 级数^[3-4]、微分中值定理^[5-7]等进行仿射线性化, 再针对该仿射系统设计控制器. 文献[4]研究了一类内部特性未知的串联积分输入型非仿射系统, 利用 Taylor 展开将其变换为仿射

形式, 然后设计了间接自适应模糊控制器来估计系统不确定项, 同时增加了鲁棒控制项以补偿估计误差. 针对同一系统, 文献[5]则是利用中值定理和神经网络设计了鲁棒控制器, 仿真显示了同样良好的控制效果. 文献[6]将研究对象扩展为纯反馈非仿射系统, 利用中值定理将其变换成严反馈仿射形式, 继而利用反演技术设计了间接自适应神经网络控制器, 但控制器的构建要用到虚拟控制量的导数, 从而存在导数“计算膨胀”的问题. 文献[7]则进一步通过引入动态面技术解决了这一问题.

收稿日期: 2018-06-06; 修回日期: 2018-11-15.

基金项目: 国家自然科学基金项目(51505491).

责任编辑: 关新平.

[†]通讯作者. E-mail: 547645462@qq.com.

另一种方法是直接从非仿射项中分离出线性控制项,然后利用模糊逻辑或神经网络逼近系统新的未知非线性项来构造控制器^[8-9].该方法类似于韩京清先生提出的自抗扰控制(active disturbance rejection control, ADRC)技术^[10].ADRC的核心是利用扩张状态观测器(extended state observer, ESO)对系统不确定性进行估计,然后在反馈控制器中予以补偿,从这点来讲类似于基于干扰观测器控制(disturbance observer based control, DOBC)^[11].但大部分DOBC需要比较精确的系统模型,它能够较好地处理外部干扰,但当系统存在内部非线性动态时,将使DO的构造变得复杂.与包含DOBC在内的其他处理不确定性的控制方法如鲁棒控制^[12]、自适应控制^[13]、滑模控制^[14]和智能控制^[4-9]等相比,ADRC不依赖被控对象的具体数学模型,对系统存在的未建模动态、参数摄动和外界干扰均能实施有效控制,具有“天生”的鲁棒性和抗干扰性,且控制器结构简单,运算速度快,没有高频震颤^[15].文献[16]即是利用ADRC思想将非仿射纯反馈系统转化成含有未知控制系数的仿射不确定系统,利用反演和RBF神经网络设计了自适应控制器,同时引入跟踪微分器(tracking differentiator, TD)避免了反复求导的计算复杂性.文献[17]在文献[16]的基础上,利用ESO估计仿射系统的不确定性,极大地简化了控制器的设计.但是,上述控制方法均没有涉及系统存在输入饱和的问题.

在实际系统中,由于物理和结构等因素的限制,执行机构普遍存在输入受限现象,其中输入饱和最为常见.如果不及时采取措施加以抑制,可能会导致系统动态性能变差,甚至造成闭环系统不稳定.然而,由于输入饱和的不光滑特性,使得控制系统的分析与设计十分困难,尤其是对于输入饱和和非线性系统.目前,主要有两种处理策略:1)利用光滑函数近似饱和函数,将逼近误差作为系统扰动,对新系统设计鲁棒自适应控制器^[18-20];2)不直接针对饱和函数,而是通过引入辅助信号对输入饱和进行拟制^[21-23].相比较而言,策略2)的设计过程较为简单,特别是当输入饱和为非对称形式时,能够极大简化控制器的设计,对不受输入饱和约束的原系统影响很小,适用于控制量不大、不容易陷入饱和的输入受限系统.

事实上,对于 n 阶非仿射不确定系统,利用ADRC思想将其转化为仿射形式后,可以设计 n 个自抗扰控制器对系统进行串联控制.但当考虑输入饱和时,由于ADRC采用非线性、非光滑的反馈结构,使输入受限自抗扰系统的理论分析变得十分困难.为此,本文

将ADRC良好的抗扰能力与反演控制严格的理论分析相结合,针对一类具有非对称输入饱和约束的非仿射不确定系统,提出一种基于辅助补偿策略的自抗扰反演控制方法.稳定性分析证明了受限系统的所有信号有界且跟踪误差可达到任意小,仿真结果验证了该方法能够有效减少控制量使之保持在约束范围内,进而使闭环系统稳定并具有良好的跟踪性能.

1 问题描述及预备知识

1.1 系统描述

考虑如下的非仿射不确定系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(\mathbf{x}_{i+1}), i = 1, 2, \dots, n-1; \\ \dot{x}_n = f_n(\mathbf{x}, u(v)) + w(t); \\ y = x_1. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbf{R}^n$ 为状态向量, $\mathbf{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T$; $y \in \mathbf{R}$ 为系统输出; $f_j(\cdot)$ ($j = 1, 2, \dots, n$) 为未知的光滑函数,代表系统内部不确定性; $w(t)$ 为未知的外界干扰; $v \in \mathbf{R}$ 为执行器输入, $u(v)$ 为受饱和特性影响的执行器输出.

非对称输入饱和和受限模型 $u(v)$ 如下:

$$u(v) = \text{sat}(v) = \begin{cases} u_{\max}, & v > u_{\max}; \\ v, & u_{\min} \leq v \leq u_{\max}; \\ u_{\min}, & v < u_{\min}. \end{cases} \quad (2)$$

其中 $u_{\max} > 0$, $u_{\min} < 0$ 且 $|u_{\max}| \neq |u_{\min}|$ 是已知的饱和界限值.

本文的控制目标是,针对具有非对称饱和输入约束的非仿射不确定系统(1),设计一种自抗扰跟踪控制律,使系统输出 y 能够跟踪设定轨迹 v_0 ,并且保证跟踪误差收敛到一个以原点为中心的小邻域内.

为实现控制目标,作如下假设.

假设1 系统所有状态有界且可测.

假设2 存在未知有界函数并满足 $g_i(\mathbf{x}_{i+1}) = \partial f_i(\mathbf{x}_{i+1})/\partial x_{i+1}$, $i = 1, 2, \dots, n-1$, 以及 $g_n(\mathbf{x}, u) = \partial f_n(\mathbf{x}, u)/\partial u$. 不失一般性,存在未知常数 $0 < b_{j1} < b_{j2}$, 使得 $g_j(\cdot) \in (b_{j1}, b_{j2})$, $j = 1, 2, \dots, n$.

1.2 自抗扰控制

在进行控制律设计前,先引入ADRC思想.考虑如下的非线性时变系统:

$$\dot{y} = f(y, w(t)) + b(t)u. \quad (3)$$

其中: $f(\cdot)$ 为未知总扰动; $b(t)$ 为不确定控制量系数,满足 $0 < b_1 < b(t) < b_2$. 对于系统(3),设计自抗扰控制器使系统输出 y 稳定跟踪参考信号 v_0 .

为此,取常数 $b_0 \in (b_1, b_2)$, 则系统(3)可改写为

$$\dot{y} = F(y, u, t) + b_0 u, \quad (4)$$

其中 $F(y, u, t) = f(y, w(t)) + (b(t) - b_0)u$ 为新的总扰动. 对于系统(4), 设计自抗扰控制器主要包含以下3部分.

1.2.1 跟踪微分器

TD 是基于由不连续或带随机噪声的量测信号合理地提取连续及微分信号的问题而提出的. 由于 TD 在获取微分信号时可有效地抑制噪声并避免高频震颤, 使其相比经典微分器/滤波器(噪声放大效应)和滑模微分器(高频震颤)更具实用价值. 因此, 本文将在每一步反演控制时, 引入 TD 来解决虚拟导数的“计算膨胀”问题. 对于 TD, 有如下引理^[24].

引理 1 对于任意有界的可测函数 $v_0(t)$ 和任意常数 $T > 0$, 若如下系统:

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = v_2, \\ \dot{v}_2 = R^2 f\left(v_1 - v_0, \frac{v_2}{R}\right) \end{cases} \quad (5)$$

的原系统 ($R = 1, v_0 = 0$) 的所有解均满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (v_1(t), v_2(t)) = 0,$$

则系统(5)的第一个解 $v_1(t)$ 满足

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^T |v_1(t) - v_0(t)| dt = 0.$$

注 1 若参考输入 $v_0(t)$ 不连续或不可微, 则将其看成广义函数, 可得出 $v_2(t)$ 弱收敛于 $v_0(t)$ 的广义导数.

根据引理 1, 本文采用如下一种有限时间稳定 TD^[25]:

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = v_2, \\ \dot{v}_2 = -R^2 |v_1 - v_0|^\alpha \operatorname{sgn}(v_1 - v_0) - R^2 \left| \frac{v_2}{R} \right|^\beta \operatorname{sgn}(v_2). \end{cases} \quad (6)$$

其中: $\alpha = \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1}, \beta = \frac{\lambda - 1}{\lambda}, \lambda > 1$. 不难验证, 系统(6)的原系统是全局渐近稳定的.

1.2.2 扩张状态观测器

ADRC 的核心就在于对系统未知总扰动的动态估计补偿, ESO 正是为此而设计的. 对于系统(4), 利用实时输入 u 、输出 y 信息可构造如下 ESO:

$$\begin{cases} \varepsilon = z_1 - y, \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01} f_{c1}(\varepsilon) + b_0 u, \\ \dot{z}_2 = -\beta_{02} f_{c2}(\varepsilon). \end{cases} \quad (7)$$

引理 2 对于一阶不确定系统(3), 设计二阶 ESO(7), 选取观测器增益 $\beta_{0i} > 0$, 并构造适当的非线性连续函数 $f_{ci}(\cdot)$, 满足 $\varepsilon f_{ci}(\varepsilon) > 0, \forall \varepsilon \neq 0, f_{ci}(0) = 0, i = 1, 2$, 定义观测误差 $\varepsilon = z_1 - y, \bar{\varepsilon} = z_2 - F(\cdot)$, 则

轨线 $(\varepsilon(t), \bar{\varepsilon}(t))$ 收敛到原点的某一紧集内^[26].

本文选取误差反馈函数 $f_{ci}(\cdot)$ 如下:

$$f_{c1}(\varepsilon) = \varepsilon; \\ f_{c2}(\varepsilon) = \begin{cases} |\varepsilon|^\gamma \operatorname{sgn}(\varepsilon), & |\varepsilon| > \delta; \\ \frac{\varepsilon}{\delta^{(1-\gamma)}}, & |\varepsilon| \leq \delta. \end{cases}$$

其中: $0 < \gamma < 1; \delta$ 为线性区间的长度, 目的是避免零点附近高增益引起的颤振.

注 2 若系统的总扰动有界, 即 $|F(\cdot)| < M$, 则由文献[26]的证明过程可知, 当满足 $\beta_{02} > M$ 时, γ 越小, 观测误差 $\varepsilon, \bar{\varepsilon}$ 越小, 且与 $(M/\beta_{02})^{1/\gamma}$ 处于同一量级.

1.2.3 动态补偿反馈控制律

基于 ESO 对系统总扰动的估计 $z_2 \rightarrow F(\cdot)$, 可设计如下的动态补偿反馈控制律来实现对系统(3)期望的跟踪性能:

$$\begin{cases} e = y - v_1, \\ u = -\frac{ke + z_2 - v_2}{b_0}, \end{cases}$$

其中 $k > 0$ 为待设计参数.

2 自抗扰反演控制器设计

对于系统(3), 令 $G(y, w, u) = f(y, w(t)) + b(t)u$, 则可化为如下典型的非仿射形式 $\dot{y} = G(y, w, u)$, 且有 $b(t) = \partial G / \partial u$.

由此, 非仿射系统(1)可变换为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = F_1(x_2) + b_1 x_2, \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = F_{n-1}(x_n) + b_{n-1} x_n, \\ \dot{x}_n = F_n(x, u(v)) + b_n u(v), \\ y = x_1. \end{cases} \quad (8)$$

其中: $b_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 为待选定参数, 且与假设 2 中的 $g_j(\cdot)$ 同号, 一般选取 $b_j \in (b_{j1}, b_{j2})$, 以提高 ESO 估计精度; $F_j(\cdot)$ 为新的不确定项, 定义为

$$\begin{cases} F_1(x_2) = f_1(x_2) - b_1 x_2, \\ \vdots \\ F_{n-1}(x_n) = f_{n-1}(x_n) - b_{n-1} x_n, \\ F_n(x, u(v)) = f_n(x, u(v)) + w(t) - b_n u(v). \end{cases}$$

下面结合反演控制法和自抗扰控制法设计控制器, 提出如下具体设计过程.

step 1: 考虑第 1 阶子系统, 利用 TD(6) 跟踪参考信号 v_0 并获取其微分 \dot{v}_0 , 即

$$\begin{cases} \dot{v}_{11} = v_{12}, \\ \dot{v}_{12} = -R^2|v_{11} - v_0|^\alpha \operatorname{sgn}(v_{11} - v_0) - \\ R^2 \left| \frac{v_{12}}{R} \right|^\beta \operatorname{sgn}(v_{12}). \end{cases}$$

定义状态跟踪误差 $e_1 = x_1 - v_{11}$, 求导可得

$$\dot{e}_1 = F_1(\mathbf{x}_2) + b_1 x_2 - v_{12}. \quad (9)$$

对式(9)设计ESO估计 $F_1(\cdot)$, 有

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = z_{11} - e_1, \\ \dot{z}_{11} = z_{12} - \beta_{01} f_{c1}(\varepsilon_1) + b_1 x_2 - v_{12}, \\ \dot{z}_{12} = -\beta_{02} f_{c2}(\varepsilon_1). \end{cases}$$

设计虚拟控制律

$$a_1 = -\frac{k_1 e_1 + z_{12} - v_{12}}{b_1}. \quad (10)$$

其中: $k_1 > 0$ 为待设计参数, 同时利用TD(6)跟踪 a_1 并获取 \dot{a}_1 , 有 $v_{21} \rightarrow a_1, v_{22} \rightarrow \dot{a}_1$.

取Lyapunov函数为

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2, \quad (11)$$

定义 $e_2 = x_2 - v_{21}, \zeta_2 = v_{21} - a_1, \xi_1 = F_1(\cdot) - z_{12}$, 则有 $x_2 = a_1 + \zeta_2 + e_2$, 结合式(9)、(10), 对式(11)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & -k_1 e_1^2 + b_1 e_1 e_2 + e_1 (b_1 \zeta_2 + \xi_1) \leq \\ & -\left(k_1 - \frac{3}{2}\right) e_1^2 + \frac{1}{2} b_1^2 e_2^2 + \frac{1}{2} \varpi_1, \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $\varpi_1 = b_1^2 \zeta_2^2 + \xi_1^2$. 进一步地, 当 $e_2 = 0$ 时, 将 ϖ_1 视为系统的干扰输入, 令 $K_1 = k_1 - 3/2$, 则式(12)可写为

$$\dot{V}_1 \leq -K_1 e_1^2 + \frac{1}{2} \varpi_1,$$

表明只要 ϖ_1 有界, e_1 就有界, 即系统(9)是输入到状态稳定的.

step i : 考虑第 $i(2 \leq i \leq n-1)$ 阶子系统, 利用TD(6)跟踪第 $i-1$ 阶子系统的虚拟控制量 a_{i-1} 并获取其微分 \dot{a}_{i-1} , 即

$$\begin{cases} \dot{v}_{i1} = v_{i2}, \\ \dot{v}_{i2} = -R^2|v_{i1} - a_{i-1}|^\alpha \operatorname{sgn}(v_{i1} - a_{i-1}) - \\ R^2 \left| \frac{v_{i2}}{R} \right|^\beta \operatorname{sgn}(v_{i2}). \end{cases}$$

对状态跟踪误差 $e_i = x_i - v_{i1}$ 求导, 可得

$$\dot{e}_i = F_i(\mathbf{x}_{i+1}) + b_i x_{i+1} - v_{i2}. \quad (13)$$

对式(13)设计ESO估计 $F_i(\cdot)$, 有

$$\begin{cases} \varepsilon_i = z_{i1} - e_i, \\ \dot{z}_{i1} = z_{i2} - \beta_{01} f_{c1}(\varepsilon_i) + b_i x_{i+1} - v_{i2}, \\ \dot{z}_{i2} = -\beta_{02} f_{c2}(\varepsilon_i). \end{cases}$$

设计虚拟控制律

$$a_i = -\frac{k_i e_i + b_{i-1} e_{i-1} + z_{i2} - v_{i2}}{b_i}. \quad (14)$$

其中: $k_i > 0$ 为待设计参数, 同时利用TD(6)跟踪 a_i 并获取 \dot{a}_i , 有 $v_{i+1,1} \rightarrow a_i, v_{i+1,2} \rightarrow \dot{a}_i$.

取Lyapunov函数为

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} e_i^2, \quad (15)$$

定义 $e_{i+1} = x_{i+1} - v_{i+1,1}, \zeta_{i+1} = v_{i+1,1} - a_i, \xi_i = F_i(\cdot) - z_{i2}$, 结合式(13)、(14), 对式(15)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & e_i \dot{e}_i - \sum_{j=1}^{i-1} k_j e_j^2 + b_{i-1} e_{i-1} e_i + \sum_{j=1}^{i-1} e_j (b_j \zeta_{j+1} + \xi_j) = \\ & - \sum_{j=1}^i k_j e_j^2 + b_i e_i e_{i+1} + \sum_{j=1}^i e_j (b_j \zeta_{j+1} + \xi_j) \leq \\ & - \sum_{j=1}^i \left(k_j - \frac{3}{2}\right) e_j^2 + \frac{1}{2} b_i^2 e_{i+1}^2 + \frac{1}{2} \varpi_i, \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $\varpi_i = \sum_{j=1}^i (b_j^2 \zeta_{j+1}^2 + \xi_j^2)$. 同样, 当 $e_{i+1} = 0$ 时, 将 ϖ_i 视为系统的干扰输入, 令 $\mathbf{e}_i = [e_1, \dots, e_i]^T, K_i = \operatorname{diag}(k_1 - 3/2, \dots, k_i - 3/2)$, 则式(16)可写为

$$\dot{V}_i \leq -\mathbf{e}_i^T K_i \mathbf{e}_i + \frac{1}{2} \varpi_i,$$

表明只要 ϖ_i 有界, \mathbf{e}_i 就有界, 即系统(13)是输入到状态稳定的.

step n : 考虑第 n 阶子系统, 利用TD(6)跟踪第 $n-1$ 阶子系统的虚拟控制量 a_{n-1} 并获取其微分 \dot{a}_{n-1} , 即

$$\begin{cases} \dot{v}_{n1} = v_{n2}, \\ \dot{v}_{n2} = -R^2|v_{n1} - a_{n-1}|^\alpha \operatorname{sgn}(v_{n1} - a_{n-1}) - \\ R^2 \left| \frac{v_{n2}}{R} \right|^\beta \operatorname{sgn}(v_{n2}). \end{cases}$$

对状态跟踪误差 $e_n = x_n - v_{n1}$ 求导, 可得

$$\dot{e}_n = F_n(\mathbf{x}, u(v)) + b_n u(v) - v_{n2}. \quad (17)$$

对式(17)设计ESO估计 $F_n(\cdot)$, 有

$$\begin{cases} \varepsilon_n = z_{n1} - e_n, \\ \dot{z}_{n1} = z_{n2} - \beta_{01} f_{c1}(\varepsilon_n) + b_n u - v_{n2}, \\ \dot{z}_{n2} = -\beta_{02} f_{c2}(\varepsilon_n). \end{cases}$$

由于输入饱和的限制, 导致设计控制量 v 与实际控制量 u 之间存在偏差. 为此, 引入如下辅助系统对偏差进行补偿:

$$\dot{\chi} = -k_\chi \tanh \chi + b_n (u - v). \quad (18)$$

其中: χ 为抗饱和补偿参数, $\tanh(\cdot) \in (-1, 1)$ 为双曲正切函数, $k_\chi > 0$ 为待设计参数.

定义修正状态跟踪误差 $\tilde{e}_n = e_n - \chi$, 求导可得

$$\dot{\tilde{e}}_n = F_n(\mathbf{x}, u) - v_{n2} + k_\chi \tanh \chi + b_n v, \quad (19)$$

设计控制输入

$$v = -\frac{k_n \tilde{e}_n + b_{n-1} e_{n-1} + z_{n2} - v_{n2} + k_\chi \tanh \chi}{b_n}, \quad (20)$$

其中 $k_n > 0$ 为待设计参数.

取 Lyapunov 函数为

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2} \tilde{e}_n^2, \quad (21)$$

定义 $\xi_n = F_n(\cdot) - z_{n2}$, 结合式(19)、(20)对式(21)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_n = & \tilde{e}_n \dot{\tilde{e}}_n - \sum_{j=1}^{n-1} k_j e_j^2 + \\ & b_{n-1} e_{n-1} e_n + \sum_{j=1}^{n-1} e_j (b_j \zeta_{j+1} + \xi_j) = \\ & -k_n \tilde{e}_n^2 + \tilde{e}_n \xi_n - \sum_{j=1}^{n-1} k_j e_j^2 + \\ & b_{n-1} e_{n-1} \chi + \sum_{j=1}^{n-1} e_j (b_j \zeta_{j+1} + \xi_j) \leq \\ & -\sum_{j=1}^{n-1} \left(k_j - \frac{3}{2}\right) e_j^2 - \left(k_n - \frac{1}{2}\right) \tilde{e}_n^2 + \frac{1}{2} \varpi_n, \quad (22) \end{aligned}$$

其中 $\varpi_n = \sum_{j=1}^{n-1} b_j^2 \zeta_{j+1}^2 + \sum_{j=1}^n \xi_j^2 + b_{n-1}^2 \chi^2$. 将 ϖ_n 视为系统的干扰输入, 令 $\mathbf{e}_n = [e_1, \dots, e_{n-1}, \tilde{e}_n]^T$, $K_n = \text{diag}(k_1 - 3/2, \dots, k_{n-1} - 3/2, k_n - 1/2)$, 则式(22)可写为

$$\dot{V}_n \leq -\mathbf{e}_n^T K_n \mathbf{e}_n + \frac{1}{2} \varpi_n,$$

表明只要 ϖ_n 有界, \mathbf{e}_n 就有界, 即系统(19)是输入到状态稳定的.

根据上述设计过程可得定理1.

定理1 对于受非对称输入饱和约束的非仿射不确定系统(1), 在满足假设1和假设2的条件下, 设计如式(10)、(14)的虚拟控制律和如式(18)、(20)的真实控制律, 则存在常数 $k_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 和 k_χ , 使闭环系统的所有信号有界, 且跟踪误差 $\tilde{e}_1 = y - v_0$ 渐近收敛到原点的某个紧集内, 该紧集的界可随 k_i 和 R 的增大而达到任意小.

证明 1) 取辅助系统的 Lyapunov 函数为

$$V_\chi = \frac{1}{2} \chi^2. \quad (23)$$

令 $|u - v| \leq \tilde{u}_M$, 其中 \tilde{u}_M 为正常数, 结合 $\chi \tanh \chi \geq$

0和式(18), 对式(23)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_\chi = & -k_\chi \chi \tanh \chi + b_n \chi (u - v) \leq \\ & (-k_\chi |\tanh \chi| + b_n \tilde{u}_M) |\chi|. \end{aligned}$$

令 $k_\chi \geq k_\chi |\tanh \chi| \geq b_n \tilde{u}_M$, 则有 $\dot{V}_\chi \leq 0$, 从而 χ 有界. 在此基础上, 结合引理1和引理2可得, $\varpi_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 有界.

2) 取闭环系统的 Lyapunov 函数为

$$V = V_n = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n-1} e_j^2 + \frac{1}{2} \tilde{e}_n^2. \quad (24)$$

对式(24)求导可得式(22). 令 $k_j > 3/2, k_n > 1/2, j = 1, 2, \dots, n - 1$, 定义如下紧集:

$$\begin{aligned} \Omega_j = & \left\{ e_j \mid |e_j| \leq \sqrt{\frac{\varpi_n}{2k_j - 3}} \right\}, \\ \Omega_n = & \left\{ \tilde{e}_n \mid |\tilde{e}_n| \leq \sqrt{\frac{\varpi_n}{2k_n - 1}} \right\}, \end{aligned}$$

若 e_j, \tilde{e}_n 分别处于紧集 Ω_j, Ω_n 之外, 则 $\dot{V} < 0$, 因此 e_j 和 \tilde{e}_n 有界. 进一步地, 若令

$$V = 2 \min_{1 \leq j \leq n-1} \left\{ k_j - \frac{3}{2}, k_n - \frac{1}{2} \right\}, \quad \bar{\omega} = \frac{1}{2} \varpi_n, \quad (25)$$

则有 $\dot{V} \leq -\mu V + \bar{\omega}$, 从而可得

$$V \leq \frac{\bar{\omega}}{\mu} + \left(V(0) - \frac{\bar{\omega}}{\mu} \right) e^{-\mu t},$$

定义系统的跟踪误差 $\tilde{e}_1 = y - v_0$, 则有

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} |\tilde{e}_1(t)| = \lim_{t \rightarrow \infty} |e_1(t) + \zeta_1(t)| & \leq \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \sqrt{2V(t)} + \lim_{t \rightarrow \infty} |\zeta_1(t)| & \leq \rho + \lim_{t \rightarrow \infty} |\zeta_1(t)|. \end{aligned}$$

其中: $\rho = \sqrt{2\bar{\omega}/\mu}, \zeta_1 = v_{11} - v_0$. 由式(25)可知, ρ 随 $k_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 的增大而减小, 且有 $\lim_{k_i \rightarrow \infty} \rho = 0$; 又由引理1可知, $|\zeta_1|$ 随 R 的增大而减小, 且有 $\lim_{R \rightarrow \infty} |\zeta_1| = 0$; 取足够大的 k_i 和 R , 可以使 \tilde{e}_1 收敛半径任意小.

3) 由 $\tilde{e}_n = e_n - \chi$ 以及 χ 和 \tilde{e}_n 有界可知, e_n 也是有界的. \square

3 算例仿真

本节通过两个算例仿真来验证本文方法的有效性. 为增加说服力, 两个算例均采用3种不同的控制策略进行对比验证, 其中: 策略1为无输入饱和约束的自抗扰反演控制, 其控制律为

$$u_1 = -\frac{k_n e_n + b_{n-1} e_{n-1} + z_{n2} - v_{n2}}{b_n};$$

策略2为受输入饱和约束但不对饱和进行处理的自抗扰反演控制, 其控制律为

$$\begin{cases} v_2 = -\frac{k_n e_n + b_{n-1} e_{n-1} + z_{n2} - v_{n2}}{b_n}, \\ u_2 = \text{sat}(v_2); \end{cases}$$

策略3为受输入饱和约束并采用本文辅助补偿策略的自抗扰反演控制,其控制律为

$$\begin{cases} \dot{\chi} = -k_{\chi} \tanh \chi + b_n(u_3 - v_3), \\ v_3 = \\ \frac{-(k_n \tilde{e}_n + b_{n-1} e_{n-1} + z_{n2} - v_{n2} + k_{\chi} \tanh \chi)}{b_n}, \\ u_3 = \text{sat}(v_3). \end{cases}$$

仿真1 考虑如下二阶非仿射不确定系统^[17]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2), \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, u) + w(t), \\ y = x_1. \end{cases}$$

其中:系统未知内部动态

$$\begin{aligned} f_1(\cdot) &= x_1 e^{-0.5x_1} + (1 + e^{-0.1x_1^2})x_2 + \\ &\quad 0.5 \sin x_2 \cos t, \\ f_2(\cdot) &= x_1^2 + 0.15u^3 + (0.1 + 0.1x_2^2)u + \\ &\quad \sin(0.1u), \end{aligned}$$

外界干扰 $w(t) = 0.5 \sin(10t)$,控制输入的饱和界限值为 $u_{\max} = 5, u_{\min} = -3$.

在仿真过程中,取 $b_1 = 1, b_2 = 1$,令初始值 $x_1(0) = -1, x_2(0) = 2$,TD参数设置为 $R = 20, \lambda = 3$,ESO参数设置为 $\beta_{01} = 100, \beta_{02} = 1000, \gamma = 0.5, \delta = 0.005$,控制器参数设置为 $k_1 = 3, k_2 = 15, k_{\chi} = 17$,设定跟踪参考信号 $v_0(t) = 0.5(\sin t + \sin(0.5t))$,积分步长 $h = 0.001$.实时仿真结果如图1~图3所示.

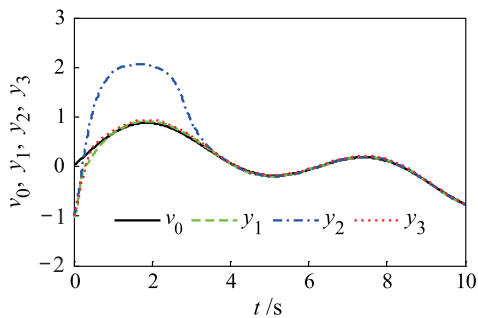


图1 轨迹跟踪效果

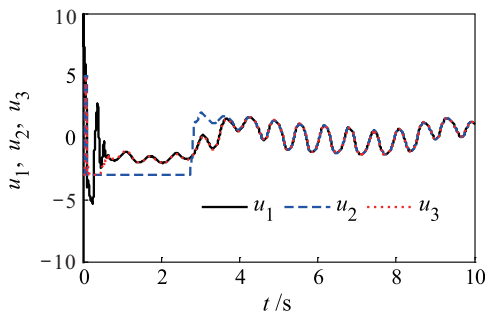


图2 实际控制输入

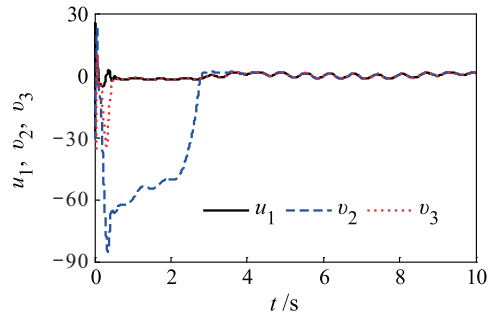


图3 设计控制输入

图1为闭环系统在3种控制策略下的轨迹跟踪效果,其对应的输出轨迹分别为 $y_1、y_2$ 和 y_3 .由图1可以看出:1) y_1 与文献[17]的控制策略具有同样良好的跟踪效果,但控制量 u_1 无高频颤振,因而表现得更为平滑;2) y_3 同于 y_1 且明显优于 y_2 ,表明在受到输入饱和和限制的情况下,本文所提出的控制策略仍能保持系统原有的动态跟踪性能.

图2和图3分别对应3种控制策略下的实际控制量和设计控制量.可以看出:1)由于自抗扰控制的主动补偿机制,使无约束系统的控制量 u_1 并不大,这在文献[27]中已得到证实;2)在输入饱和的影响下,由于误差增大,导致控制量 $v_2、v_3$ 增大;3)策略2下的控制量较长时间地进入饱和而难以脱离,使 v_2 持续增大,导致系统输出偏离设定轨迹;4)策略3能通过补偿使 v_3 快速脱离饱和并保持在约束范围内,对系统跟踪性能的影响较小.

进一步研究发现,当饱和受限范围压缩为原来的50%至 $[-2.5, 1.5]$ 时,不改变控制器参数,系统仍能较好地保持原有的跟踪性能,如图4所示.其中 $y_3、y_4、y_5$ 分别对应的饱和范围为 $[-3, 5]、[-2.8, 3.2]、[-2.5, 1.5]$,而策略2则会导致系统发散,表明本文方法对输入饱和的界限具有一定的鲁棒性.

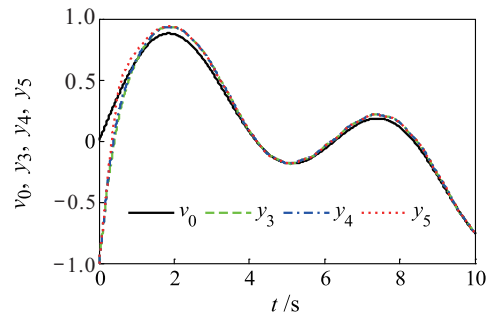


图4 不同受限范围的轨迹跟踪效果

仿真2 将本文方法应用于高超声速飞行器系统以验证其有效性和工程实用性.为此,采用NASA Langley研究中心提供的仿真模型^[28],假设飞行器作高超声速巡航飞行,飞行高度 $h = 33528$ m,飞行马赫数 $Ma = 15$,其纵向运动特性为

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = q - \frac{1}{mV}(L + T \sin \alpha - mg), \\ \dot{q} = \frac{1}{I_{yy}} M_{yy} + w(t). \end{cases} \quad (26)$$

其中: L 、 M_{yy} 分别为升力和俯仰力矩,其表达式为

$$L = 0.5\rho V^2 S C_L,$$

$$C_L = \left(0.493 + \frac{1.91}{\text{Ma}}\right)\alpha;$$

$$M_{yy} = 0.5\rho V^2 S \bar{c}(C_{Ma}(\alpha) + C_{Ma}(q) + C_{Ma}(\delta)),$$

$$C_{Ma}(\alpha) =$$

$$10^{-4}(0.06 - e^{-\text{Ma}/3})(-6.565\alpha^2 + 6.875\alpha - 1),$$

$$C_{Ma}(q) =$$

$$\left(\frac{q\bar{c}}{2V}\right)(1.37 - 0.025 \text{Ma})(-6.83\alpha^2 + 0.303\alpha - 0.23),$$

$$C_{Ma}(\delta) = 0.0292(\delta - \alpha);$$

外部复合干扰 $w(t) = 0.3 \sin(2t)$; α 、 q 和 δ 分别为迎角、俯仰角速度和升降舵偏转角,且有 $\delta_{\max} = 15^\circ$, $\delta_{\min} = -30^\circ$;其他参数详见文献[28].

令 $x_1 = \alpha, x_2 = q, u = \delta$, 取 $b_1 = 1, b_2 = 0.0146\rho V^2 S \bar{c}/I_{yy}$, 即可将式(26)变换为式(8)的形式并设计相应的控制器. 其中, TD 参数设置为 $R = 10, \lambda = 3$, ESO 参数设置与上例相同, 控制器参数设置为 $k_1 = 12, k_2 = 25, k_\chi = 15$. 令初始值 $x_1(0) = 2, x_2(0) = 0$, 设定迎角跟踪信号 $v_0(t) = -20^\circ \cos(\pi t/5) + 22^\circ$. 3种控制策略下的对应输出分别为 y_1 、 y_2 和 y_3 , 实际控制输入分别为 u_1 、 u_2 和 u_3 , 实时仿真结果如图5和图6所示. 可以看出: 自抗扰反演控制方法可使高超声速飞行器系统具有良好的迎角

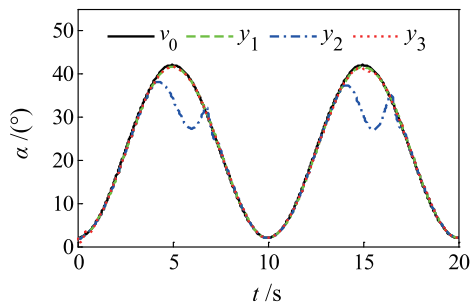


图5 迎角跟踪曲线

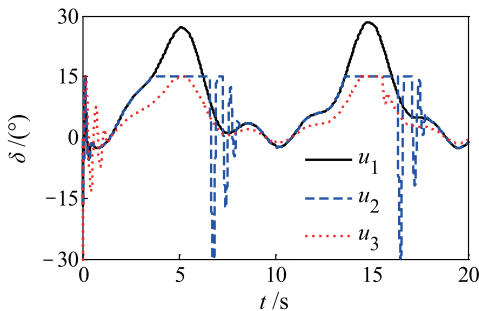


图6 升降舵偏转角变化曲线

跟踪性能(策略1);但在输入饱和的影响下,系统输出会较大地偏离设定的轨迹(策略2, $\Delta\alpha > 10^\circ$);而采用本文的控制策略可有效地减少系统控制量,使升降舵偏转角只在短时间内进入饱和并迅速脱离,进而确保迎角仍具有满意的跟踪效果(策略3).

4 结 论

本文针对一类具有非对称输入饱和约束的非仿射不确定系统,结合自抗扰和反演技术,提出了一种新的控制设计方案. 首先基于自抗扰控制思想,将非仿射系统转化成仿射非线性形式;在此基础上进行了反演控制器设计,系统的不确定性由扩张状态观测器予以估计,引入了一种新型辅助系统对输入饱和引起的控制量偏差进行补偿,保证了闭环系统在输入受限下的稳定跟踪. 该方法设计的控制器结构简单,适用范围广,易于工程实现. 算例仿真验证了该方法的有效性,显示了该方法具有良好的鲁棒性和抗干扰性,具有一定的工程应用价值.

参考文献(References)

- [1] Bu X W, Wu X Y, Zhang R, et al. Tracking differentiator design for the robust backstepping control of a flexible air-breathing hypersonic vehicle[J]. Journal of the Franklin Institute, 2015, 352(4): 1739-1765.
- [2] 汤洪海, 李春文. 基于非仿射非线性模型的AC/DC系统 H_∞ 鲁棒控制器设计[J]. 自动化学报, 2007, 33(7): 709-713.
(Tang H H, Li C W. H_∞ robust control of AC/DC systems with non-affine nonlinear model[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(7): 709-713.)
- [3] Ge S S, Lee T H, Wang J. Adaptive control of nonaffine nonlinear systems using neural networks[C]. Proceedings of the 15th IEEE International Symposium on Intelligent Control. Rio Patras: IEEE, 2000: 13-18.
- [4] Labiod S, Guerra T M. Indirect adaptive fuzzy control for a class of nonaffine nonlinear systems with unknown control directions[J]. International Journal of Control, Automation, and Systems, 2010, 8(4): 903-907.
- [5] Arefi M M, Zarei J, Karimi H R. Adaptive output feedback neural network control of uncertain non-affine systems with unknown control direction[J]. Journal of the Franklin Institute, 2014, 351(8): 4302-4316.
- [6] Ren B B, Ge S S, Su C Y, et al. Adaptive neural control for a class of uncertain nonlinear systems in pure-feedback form with hysteresis input[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 2009, 39(2): 431-443.
- [7] Sun G, Wang D, Li X Q, et al. A DSC approach to adaptive neural network tracking control for pure-feedback nonlinear systems[J]. Applied Mathematics and Computation, 2013, 219(11): 6224-6235.
- [8] Park J H, Park G T, Kim S H, et al. Direct adaptive self-structuring fuzzy controller for nonaffine nonlinear

- system[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2005, 153(3): 429-445.
- [9] Wang Y H, Wu Q X, Liu X Y. Adaptive fuzzy sliding mode control for MIMO nonaffine Dutch-Roll system[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2017, 139(10): 1-9.
- [10] 韩京清. 自抗扰控制器及其应用[J]. *控制与决策*, 1998, 13(1): 19-23.
(Han J Q. Active disturbance rejection controller and applications[J]. *Control and Decision*, 1998, 13(1): 19-23.)
- [11] 王首斌, 王新民, 谢蓉, 等. 基于干扰观测器的高超音速飞行器鲁棒反步控制[J]. *控制与决策*, 2013, 28(10): 1507-1512.
(Wang S B, Wang X M, Xie R, et al. Robust backstepping control based on disturbance observer for hypersonic vehicle[J]. *Control and Decision*, 2013, 28(10): 1507-1512.)
- [12] Safonov M U. Origins of robust control: Early history and future speculations[J]. *Annual Reviews in Control*, 2012, 36(2): 173-181.
- [13] 韩正之, 陈彭年, 陈述中. 自适应控制[M]. 2版. 北京: 清华大学出版社, 2014: 64-120.
(Han Z Z, Chen P N, Chen S Z. A textbook for adaptive control[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2014: 64-120.)
- [14] Utkin V I. Variable structure systems with sliding modes[J]. *IEEE Transactions Automatic Control*, 1977, 22(2): 212-222.
- [15] Huang Y, Xue W C. Active disturbance rejection control: methodology and theoretical analysis[J]. *ISA Transactions*, 2014, 53(4): 963-976.
- [16] 胡云安, 程春华, 邹强, 等. 非仿射纯反馈系统的间接自适应神经网络控制[J]. *控制理论与应用*, 2014, 31(4): 467-478.
(Hu Y A, Cheng C H, Zou Q, et al. Indirect adaptive neural networks controller for non-affine pure-feedback systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(4): 467-478.)
- [17] 程春华, 胡云安, 吴进华. 非仿射纯反馈非线性系统的自抗扰控制[J]. *自动化学报*, 2014, 40(7): 1528-1536.
(Cheng C H, Hu Y A, Wu J H. Auto disturbance controller of non-affine nonlinear pure feedback systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(7): 1528-1536.)
- [18] Wen C Y, Zhou J, Liu Z T, et al. Robust adaptive control of uncertain nonlinear systems in the presence of input saturation and external disturbance[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(7): 1672-1678.
- [19] Li Y M, Tong S C, Li T S. Direct adaptive fuzzy backstepping control of uncertain nonlinear systems in the presence of input saturation[J]. *Neural Computing & Applications*, 2013, 23(5): 1207-1216.
- [20] Molavi A, Jalali A, Naraghi M G. Adaptive fuzzy control of a class of nonaffine nonlinear system with input saturation based on passivity theorem[J]. *ISA Transactions*, 2017, 69: 202-213.
- [21] Chen M, Ge S S, Ren B B. Adaptive tracking control of uncertain MIMO nonlinear systems with input constraints[J]. *Automatica*, 2011, 47(3): 452-465.
- [22] Xu B, Huang X Y, Wang D W, et al. Dynamic surface control of constrained hypersonic flight models with parameter estimation and actuator compensation[J]. *Asian Journal of Control*, 2014, 16(1): 162-174.
- [23] 彭秀艳, 贾书丽, 张彪. 一类具有执行器饱和的非线性系统抗饱和和方法研究[J]. *自动化学报*, 2016, 42(5): 798-804.
(Peng X Y, Jia S L, Zhang B. An anti-saturation method for a class of nonlinear systems with actuator saturation[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2016, 42(5): 798-804.)
- [24] 韩京清, 王伟. 非线性跟踪-微分器[J]. *系统科学与数学*, 1994, 14(2): 177-183.
(Han J Q, Wang W. Nonlinear tracking-differentiator[J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 1994, 14(2): 177-183.)
- [25] Guo B Z, Zhao Z L. On finite-time stable tracking differentiator without Lipchitz continuity of Lyapunov function[C]. *Proceedings of the 30th Chinese Control Conference*. Yantai: IEEE, 2011: 354-358.
- [26] 黄一, 韩京清. 非线性连续二阶扩张状态观测器的分析与设计[J]. *科学通报*, 2000, 45(13): 1373-1379.
(Huang Y, Han J Q. Analysis and design for the second order nonlinear continuous extended states observer[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2000, 45(13): 1373-1379.)
- [27] Zheng Q, Gao Z Q. An energy saving, factory-validated disturbance decoupling control design for extrusion processes[C]. *Proceedings of the 10th World Congress on Intelligent Control and Automation*. Beijing: IEEE, 2012: 2891-2896.
- [28] Wang Q, Stengel R F. Robust nonlinear control of a hypersonic aircraft[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2000, 23(4): 577-585.

作者简介

高阳(1989—), 男, 博士生, 从事非线性控制理论与应用的研究, E-mail: 547645462@qq.com;

吴文海(1962—), 男, 教授, 博士生导师, 从事舰载机着舰引导控制、战斗机攻击导引轨迹控制等研究, E-mail: hkdx_2017@126.com;

张杨(1989—), 男, 博士生, 从事非线性控制理论与应用的研究, E-mail: 2906517@163.com.

(责任编辑: 孙艺红)