

控制与决策

Control and Decision

一类不确定中立时变时滞系统的自适应全局滑模控制

陈志梅, 田柳青, 王贞艳

引用本文:

陈志梅, 田柳青, 王贞艳. 一类不确定中立时变时滞系统的自适应全局滑模控制[J]. *控制与决策*, 2020, 35(4): 909–915.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0690>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

油浸式变压器内部检测球形机器人的深度悬停控制研究

Depth hover control of spherical robot for internal detection of oil-immersed transformer

控制与决策. 2020, 35(2): 375–381 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0953>

四旋翼无人机轨迹稳定跟踪控制

Trajectory stable tracking control of quadrotor UAV

控制与决策. 2020, 35(2): 349–356 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0639>

基于混合滑模控制器和反正切观测器的SPMSM直接转矩控制

Direct torque control of SPMSM based on hybrid sliding mode controller and arctangent observer

控制与决策. 2019, 34(9): 1831–1839 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1624>

基于Delta算子的时变时延网络系统鲁棒 H_∞ 滤波

Robust H_∞ filtering for networked control systems with time-varying delay via delta operator

控制与决策. 2017, 32(3): 487–492 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0147>

基于辅助函数积分不等式的不确定转移率的Markov跳变神经网络的稳定性分析

Stability analysis for Markov jump neural networks with uncertain transition rates based on auxiliary function-based integral inequalities

控制与决策. 2017, 32(12): 2279–2284 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0938>

一类输入受限的不确定非仿射非线性系统二阶动态terminal滑模控制

Second order dynamic terminal sliding mode control for a class of non-affine nonlinear systems with input constraint

控制与决策. 2016, 31(9): 1537–1545 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.1171>

基于Jensen不等式的2-D区间时变时滞系统的稳定与控制

Stability and control of 2-D interval time-varying delay systems based on Jensen inequality

控制与决策. 2016, 31(6): 997–1002 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.0129>

受动态约束的谐波传动式可重构模块机器人分散积分滑模控制

Decentralized integral sliding mode control for time varying constrained modular and reconfigurable robot based on harmonic drive transmission

一类不确定中立时变时滞系统的自适应全局滑模控制

陈志梅, 田柳青[†], 王贞艳

(太原科技大学 电子信息工程学院, 太原 030024)

摘要: 针对一类含有时变状态时滞和中立时滞的不确定性系统, 提出一种新型滑模变结构控制方法. 首先, 基于全程滑模的思想, 设计带有中立时滞项的积分型滑模面以消除趋近模态; 然后, 充分利用时滞下界的信息选取 Lyapunov 函数, 采用线性矩阵不等式 (linear matrix inequality-LMI) 方法给出并证明滑动模态稳定的充分条件, 降低时滞保守性; 再次, 与自适应结合设计滑模控制器, 采用饱和函数代替符号函数, 削弱系统抖振; 最后, 针对数值算例进行仿真研究, 结果表明所提出的控制方法有效可行.

关键词: 中立; 时变时滞; 不确定性; 滑模控制; 保守性; 自适应

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Adaptive global sliding mode control for a class of uncertain neutral systems with time-varying-delay

CHEN Zhi-mei, TIAN Liu-qing[†], WANG Zhen-yan

(College of Electronic Information Engineering, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China)

Abstract: This paper proposes a novel sliding mode control method for a class of uncertain systems with time-varying state delay and neutral delay. First of all, based on the global sliding mode control, a type of integral sliding surface with neutral time-delay is introduced to exhibits global robustness during the entire response. Then the Lyapunov function makes full use of the low bounds of time delay so that the conservative is lowered. In terms of the LMI, robust stable conclusions of sliding mode is proved. Fathemnore, an adaptive sliding mode controller is investigated and the system chattering is weaken by using the saturation function to replace the symbolic function. Finally, a numerical example is given to illustrate the applicability of the proposed method.

Keywords: neutral; time-vary-delay; uncertainty; sliding mode control; conservatism; adaptive

0 引言

在客观世界与工程技术中, 中立型泛函微分方程表达的中立型时滞系统是描述近代科学技术中许多事物发展变化规律的数学模型, 如分布式网络、人口动力学和机械工程系统等^[1-3]. 由于中立时滞系统的状态和状态导数中同时含有时滞因素, 使系统变得更加复杂和敏感, 这是引起系统振荡、性能下降甚至导致系统不稳定的重要因素, 其稳定性分析与控制已引起国内外许多学者的广泛关注. 文献[4]通过合理选取 Lyapunov 泛函并合理加入三重积分项降低所得稳定性判据的保守性. 文献[5-6]针对具有非线性扰动的中立时滞和时变时滞系统进行了稳定性分析. 文献[7]针对具有参数不确定性的线性中立型时变时滞系统, 利用 Jensen 不等式, 充分利用负定项的信息,

使稳定性结果的保守性更低. 文献[8]通过选取可微的 Lyapunov-Krasovskii 泛函讨论了非线性中立时滞系统的稳定性. 文献[9]仅针对时滞系统展开研究, 其形式较为简单, 而实际系统大多是参数变动的不确定系统, 且文中引入了太多的自由变量, 所得结果仍然较为保守.

滑模变结构控制方法 (sliding mode control-SMC) 是一类特殊的非线性鲁棒控制方法, 因其呈现出对匹配参数不确定性以及外界扰动具有完全鲁棒性的优点, 同时设计方法简单易于实现, 所以广泛地应用于不确定时滞系统的控制中. 文献[10]仅针对一类线性不确定变时滞系统利用 Lyapunov 方法和 Shur 补引理设计滑模变结构控制器, 而实际被控对象大多是非线性的. 文献[11]在传统的滑模面上针对非匹

收稿日期: 2018-05-22; 修回日期: 2018-09-27.

基金项目: 山西省青年科技研究基金项目 (201701D221108).

责任编辑: 刘德荣.

[†]通讯作者. E-mail: liu_qing_tian@163.com.

配不确定时滞系统设计积分型SMC的方法,给出了基于线性矩阵不等式(LMI)的滑模面存在的充分条件.文献[12]针对参数不确定的时滞系统设计了时滞相关的线性滑平面,实现控制要求.文献[13]对于一类时变时滞系统,基于新型非线性滑模面设计滑模控制器.文献[14]通过使用朗伯W函数(lambert W function),针对不确定系统设计滑模控制器.文献[15-17]考虑了马尔可夫跳跃系统的状态估计和滑模控制问题,在含有不确定因素的情况下构造一个滑模面,设计了滑模控制器,以确保相关的马尔可夫系统满足到达条件.而通常的滑模控制在趋近模态中,系统不具备滑动模态的优良品质,易受到参数摄动和外界干扰的影响.因此,有学者针对积分滑模面进行了深入研究,取消趋近模态,使系统状态从一开始便处于滑模面上,从而实现全局滑模控制,使系统对不确定性具有全局鲁棒性^[8].文献[19]针对时滞系统设计了积分型滑模面以研究保守性问题.文献[20]针对一类存在时变状态时滞的不确定性系统,引入一种带状态时滞项的积分型滑模面,以消除趋近模态,实现全程滑模控制,基于一种新颖的自由权矩阵时滞转换模型,降低了保守性.

目前,上述控制设计都是针对状态中带有时滞的系统而没有考虑在状态的导数中含有时滞的影响因素.而中立型系统与原来的系统相比较,更加贴近现实系统,因此有广泛的理论研究意义和实际的控制应用价值.文献[19-20]所研究的时滞系统只是本文研究的中立时滞系统的一种特例($D=0$ 的情况),即本文所研究的系统更具一般性.通过充分利用时滞下界信息构造Lyapunov函数,结合牛顿-莱布尼茨公式,利用LMI工具箱求解器feasp进行计算,与文献相比结果显示保守性降低.最后针对中立时变时滞系统设计带有中立时滞项的积分型全局滑模面,滑模控制器与自适应相结合并用饱和函数代替符号函数来减少抖振现象.仿真结果显示控制器方法行之有效.

1 系统描述及相关引理

考虑如下一类带有外部干扰和不确定性的时变时滞中立系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & D\dot{x}(t-d) + (A + \Delta A)x(t) + \\ & (A_\tau + \Delta A_\tau)x(t-\tau(t)) + Bu(t) + f(x,t), \end{aligned} \quad (1)$$

$$x(t) = \phi(t), t \in [-\tau(t), 0].$$

其中: $x(t) \in R^n$ 为系统的状态; $u(t) \in R^m$ 为系统的输入; $\Delta A, \Delta A_\tau$ 为系统参数摄动; $f(x,t)$ 为系统的

外部扰动; d 为中立时滞标量; $\tau(t) \in [\tau_1, \tau_2]$ 为不确定状态时变时滞,有确定的上下界,但其变化率未知, $\phi(t) \in R^n$ 为连续的初始函数向量; D, A, A_τ 和 B 为适当维数的常数矩阵.系统满足如下假设.

假设1 $(A + A_\tau, B)$ 完全可控, B 列满秩,且状态变量可观测.

假设2 不确定项满足匹配条件,即

$$\Delta A(t) = BE, \Delta A_\tau = BE_\tau, f = BF,$$

因此有

$$\xi(x,t) = B[Ex(t) + E_\tau x(t-\tau(t)) + F],$$

则系统(1)可转化为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) - D\dot{x}(t-d) = & \\ Ax(t) + A_\tau x(t-\tau(t)) + Bu(t) + \xi(x,t). \end{aligned} \quad (2)$$

假设3 存在未知正常数 q_1, q_2 满足

$$\|\xi(x,t)\| \leq q_1 + q_2 \|x(t)\|, \quad (3)$$

其中 $\|\cdot\|$ 表示范数.

引理1 (Schur补定理)^[21] 对于一个给定的矩阵

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}.$$

其中: $S_{11} = S_{11}^T, S_{22} = S_{22}^T$.下面两个条件是等价的:

- 1) $S < 0$;
- 2) $S_{22} < 0, S_{11} - S_{12}S_{22}^{-1}S_{21} < 0$.

引理2 (Jensen不等式)^[22] 给定实数 α, β 及正定矩阵 S ,如果 $\alpha > \beta$,则下列不等式成立:

$$\begin{aligned} \left[\int_\beta^\alpha \omega(\sigma) d\sigma \right]^T S \left[\int_\beta^\alpha \omega(\sigma) d\sigma \right] \leq \\ (\alpha - \beta) \int_\beta^\alpha \omega^T(\sigma) S \omega(\sigma) d\sigma. \end{aligned}$$

2 全局滑模变结构控制器设计

2.1 带有中立时滞项的积分型全局滑模面

对于系统(1),设计如下积分滑模面:

$$\begin{aligned} S(x,t) = & PH(t) + PDx(-d) - \\ & \int_0^t P(A - BK)x(\theta) d\theta - \\ & \int_0^t PA_\tau x(\sigma - \tau(\sigma)) d\sigma - Px(0). \end{aligned} \quad (4)$$

其中: $H(t) = x(t) - Dx(t-d)$; $P \in R^{m \times n}$ 满足 PB 非奇异(显然 P 的选择不是唯一的,只需要满足 PB 非奇异即可); $K \in R^{m \times n}$ 为常数矩阵.对于任意初始条件 $x(0)$,都能满足 $S(x(0), 0) = 0$,满足全局滑模变结构控制.对式(4)沿(1)求导,得到

$$\begin{aligned} \dot{S}(x,t) = & \\ PH(t) - P(A - BK)x(t) - PA_\tau x(\sigma - \tau(t)) = & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &P[\dot{x}(t) - D\dot{x}(t-d)] - P(A - BK)x(t) - \\
 &PA_\tau x(\sigma - \tau(t)) = \\
 &P[(A + \Delta A)x(t) + (A_\tau + \Delta A_\tau)x(t - \tau(t)) + \\
 &Bu(t) + f(x, t)] - P(A - BK)x(t) - \\
 &PA_\tau x(\sigma - \tau(t)).
 \end{aligned}$$

令 $S(x, t) = 0, \dot{S}(x, t) = 0$, 解得等效控制律为

$$\begin{aligned}
 u_{eq}(t) = & \\
 &-(PB)^{-1}P[BKx(t) + \Delta Ax(t) + \\
 &\Delta A_\tau x(t - \tau(t)) + f(x, t)]. \quad (5)
 \end{aligned}$$

将式(5)代入(1), 并由假设1可以得到理想滑动运动方程

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) - D\dot{x}(t-d) = & \\
 (A + \Delta A)x(t) + (A_\tau + \Delta A_\tau)x(t - \tau(t)) + & \\
 Bu_{eq}(t) + f(x, t) = & \\
 (A + \Delta A)x(t) + (A_\tau + \Delta A_\tau)x(t - \tau(t)) - & \\
 B(PB)^{-1}P[BKx(t) + \Delta Ax(t) + & \\
 \Delta A_\tau x(t - \tau(t)) + f(x, t)] + f(x, t), \quad (6)
 \end{aligned}$$

其中 $A_c = A - BK$. 由式(6)可知, 滑模运动对满足匹配的不确定性以及外部扰动均表现出全程鲁棒性.

2.2 滑模稳定性分析以及主要结论

定理1 对于给定的标量 $\tau_2 > \tau_1 \geq 0$, 如果存在如下矩阵:

$$\begin{aligned}
 W = W^T > 0, Q = Q^T > 0, Q_1 = Q_1^T > 0, \\
 Q_2 = Q_2^T > 0, Z_1 = Z_1^T > 0, Z_2 = Z_2^T > 0, \\
 M = [M_1^T, M_2^T, M_3^T, 0, 0]^T, \\
 N = [N_1^T, N_2^T, N_3^T, 0, 0]^T,
 \end{aligned}$$

使得如下线性矩阵不等式成立:

$$\Theta_1 = \begin{bmatrix} \Theta & \tau_{12}M \\ \tau_{12}M^T & -\tau_{12}Z_2 \end{bmatrix} < 0, \quad (7)$$

$$\Theta_2 = \begin{bmatrix} \Theta & \tau_{12}N \\ \tau_{12}N^T & -\tau_{12}Z_2 \end{bmatrix} < 0; \quad (8)$$

则满足假设1~假设3的时变时滞不确定中立系统(1), 在式(4)确定的滑模面上的理想滑动模态(6)满足渐近稳定条件. 其中

$$\Theta = \begin{bmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} & -DWA_c & M_1 + Z_1 & -N_1 \\ * & \psi_{22} & \psi_{23} & M_2 & -N_2 \\ * & * & -Q & M_3 & -N_3 \\ * & * & * & -Q_1 + Q_2 - Z_1 & 0 \\ * & * & * & * & -Q_2 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} A_c^T \\ A_\tau^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} (\tau_1^2 Z_1 + \tau_{12} Z_2) [A_c \ A_\tau \ 0 \ 0 \ 0], \quad (9)$$

$$\tau_{12} = \tau_2 - \tau_1, \quad (10)$$

$$\psi_{11} = WA_c + A_c^T W + Q + Q_1 - Z_1, \quad (11)$$

$$\psi_{12} = WA_\tau - M_1 + N_1, \quad (12)$$

$$\psi_{22} = -M_2 - M_2^T + N_2 + N_2^T, \quad (13)$$

$$\psi_{23} = -DWA_\tau - M_3 + N_3, \quad (14)$$

*为对称的转置矩阵.

证明 取Lyapunov-Krasovskii泛函如下:

$$V = \sum_{i=1}^6 V_i. \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned}
 V_1 &= H^T(t)WH(t), \\
 V_2 &= \int_{t-d}^t x^T(s)Qx(s)ds, \\
 V_3 &= \int_{t-\tau_1}^t x^T(\theta)Q_1x(\theta)d\theta, \\
 V_4 &= \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} x^T(\theta)Q_2x(\theta)d\theta, \\
 V_5 &= \int_{-\tau_1}^0 \int_{t+\theta}^t \tau_1 \dot{x}^T(\sigma)Z_1 \dot{x}(\sigma)d\sigma d\theta, \\
 V_6 &= \int_{-\tau_2}^{-\tau_1} \int_{t+\theta}^t \dot{x}^T(\sigma)Z_2 \dot{x}(\sigma)d\sigma d\theta.
 \end{aligned}$$

将式(15)沿(6)求导, 得到

$$\begin{aligned}
 \dot{V} = & \\
 &2H^T(t)W\dot{H}(t) + x^T(t)Qx(t) - \\
 &x^T(t-d)Qx(t-d) + x^T(t)Q_1x(t) - \\
 &x^T(t-\tau_1)Q_1x(t-\tau_1) + \\
 &x^T(t-\tau_1)Q_2x(t-\tau_1) - x^T(t-\tau_2)Q_2x(t-\tau_2) + \\
 &[A_c x(t) + A_\tau x(t-\tau(t))]^T (\tau^2 Z_1 + \tau_{12} Z_2) \times \\
 &[A_c x(t) + A_\tau x(t-\tau(t))] - \\
 &\int_{t-\tau_1}^t \tau_1 \dot{x}^T(\sigma)Z_1 \dot{x}(\sigma)d\sigma - \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \dot{x}^T(\sigma)Z_2 \dot{x}(\sigma)d\sigma. \quad (16)
 \end{aligned}$$

由引理2可得

$$\begin{aligned}
 &-\int_{t-\tau_1}^t \tau_1 \dot{x}^T Z_1 \dot{x} d\sigma \leq \\
 &-[x(t) - x(t-\tau_1)]^T Z_1 [x(t) - x(t-\tau_1)]. \quad (17)
 \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned}
 \zeta(t) = &[x^T(t), x^T(t-\tau(t)), x^T(t-d), \\
 &x^T(t-\tau_1), x^T(t-\tau_2)]^T,
 \end{aligned}$$

由牛顿-莱布尼茨公式,得到

$$\begin{aligned}
 & - \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \dot{x}^T(\sigma)Z_2\dot{x}(\sigma)d\sigma = \\
 & - \int_{t-\tau_2}^{t-\tau(t)} \dot{x}^T(\sigma)Z_2\dot{x}(\sigma)d\sigma - \\
 & \int_{t-\tau(t)}^{t-\tau_1} \dot{x}^T(\sigma)Z_2\dot{x}(\sigma)d\sigma + \\
 & 2\zeta^T(t)M \left[x(t-\tau_1) - x(t-\tau(t)) - \right. \\
 & \left. \int_{t-\tau(t)}^{t-\tau_1} \dot{x}(\sigma)d\sigma \right] + \\
 & 2\zeta^T(t)N \left[x(t-\tau(t)) - x(t-\tau_2) - \right. \\
 & \left. \int_{t-\tau_2}^{t-\tau(t)} \dot{x}(\sigma)d\sigma \right]. \tag{18}
 \end{aligned}$$

由式(16)~(18)得到

$$\begin{aligned}
 \dot{V} \leq & \zeta^T(t)\Theta\zeta(t) - \\
 & \int_{t-\tau(t)}^{t-\tau_1} [2\zeta^T(t)M\dot{x}(\sigma) + \dot{x}^T(\sigma)Z_2\dot{x}(\sigma)]d\sigma - \\
 & \int_{t-\tau_2}^{t-\tau(t)} [2\zeta^T(t)N\dot{x}(\sigma) + \dot{x}^T(\sigma)Z_2\dot{x}(\sigma)]d\sigma = \\
 & \frac{1}{\tau_{12}} \int_{t-\tau(t)}^{t-\tau_1} [\zeta^T(t)\Theta\zeta(t) - 2\tau_{12}\zeta^T(t)M\dot{x}(\sigma) - \\
 & \tau_{12}\dot{x}^T(\sigma)Z_2\dot{x}(\sigma)]d\sigma + \\
 & \frac{1}{\tau_{12}} \int_{t-\tau_2}^{t-\tau(t)} [\zeta^T(t)\Theta\zeta(t) - 2\tau_{12}\zeta^T(t)N\dot{x}(\sigma) - \\
 & - \tau_{12}\dot{x}^T(\sigma)Z_2\dot{x}(\sigma)]d\sigma = \\
 & \frac{1}{\tau_{12}} \int_{t-\tau(t)}^{t-\tau_1} \begin{bmatrix} \zeta(t) \\ \dot{x}(\sigma) \end{bmatrix}^T \times \\
 & \begin{bmatrix} \Theta & -\tau_{12}M \\ -\tau_{12}M^T & -\tau_{12}Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta(t) \\ \dot{x}(\sigma) \end{bmatrix} d\sigma + \\
 & \int_{t-\tau_2}^{t-\tau(t)} \begin{bmatrix} \zeta(t) \\ \dot{x}(\sigma) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Theta & -\tau_{12}N \\ -\tau_{12}N^T & -\tau_{12}Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta(t) \\ \dot{x}(\sigma) \end{bmatrix} d\sigma \leq \\
 & - \frac{1}{\tau_{12}} (\tau(t) - \tau_1) \lambda_{\min}(-\Theta_1) \|x(t)\|^2 - \\
 & \frac{1}{\tau_{12}} (\tau_2 - \tau(t)) \lambda_{\min}(-\Theta_2) \|x(t)\|^2 \leq \\
 & \left[- \frac{1}{\tau_{12}} (\tau(t) - \tau_1) - \frac{1}{\tau_{12}} (\tau_2 - \tau(t)) \right] \times \\
 & \min\{\lambda_{\min}(-\Theta_1), \lambda_{\min}(-\Theta_2)\} \|x(t)\|^2. \tag{19}
 \end{aligned}$$

令 $\varepsilon = \min\{\lambda_{\min}(-\Theta_1), \lambda_{\min}(-\Theta_2)\} > 0$, 则有

$$\dot{V} \leq -\varepsilon \|x(t)\|^2, \tag{20}$$

即理想滑动模态(6)是渐近稳定的. □

2.3 自适应滑模控制器设计

设计滑模控制律使得系统保持在滑模面上,将控制律分为两部分,即

$$u(t) = u_{con} + u_{dis}. \tag{21}$$

其中 u_{con} 为连续控制部分,设计为

$$u_{con} = -Kx(t). \tag{22}$$

下面设计不连续控制部分,由假设3可得,系统不确定性上界表达式中 q_1 和 q_2 是未知的,取 \hat{q}_1 和 \hat{q}_2 为对应的估计值,参数偏差为

$$\tilde{q}_1 = \hat{q}_1 - q_1, \quad \tilde{q}_2 = \hat{q}_2 - q_2. \tag{23}$$

取自适应律

$$\dot{\hat{q}}_1 = \|S\| \cdot \|P\|, \quad \dot{\hat{q}}_2 = \|S\| \cdot \|P\| \cdot \|x(t)\|. \tag{24}$$

设计不连续控制律为

$$u_{dis} = -(PB)^{-1} [\varepsilon + \hat{q}_1 \|P\| + \hat{q}_2 \|P\| \|x\|] \cdot \text{sign}(S), \tag{25}$$

其中 ε 为正常数.

将式(22)和(25)代入(21),得到完整的自适应滑模变结构控制律

$$\begin{aligned}
 u(t) = & -Kx(t) - (PB)^{-1} [\varepsilon + \hat{q}_1 \|P\| + \\
 & \hat{q}_2 \|P\| \|x\|] \cdot \text{sign}(S). \tag{26}
 \end{aligned}$$

下面对式(26)的有效性进行证明.取Lyapunov函数

$$V = \frac{S^T S + \tilde{q}_1^2 + \tilde{q}_2^2}{2}, \tag{27}$$

沿式(2)对其求导,得到

$$\begin{aligned}
 \dot{V} = & S^T S + \tilde{q}_1 \dot{\tilde{q}}_1 + \tilde{q}_2 \dot{\tilde{q}}_2 = \\
 & S^T [PBKx(t) + PBu(t) + P\xi(t)] + \tilde{q}_1 \dot{\tilde{q}}_1 + \tilde{q}_2 \dot{\tilde{q}}_2 = \\
 & S^T [- (\varepsilon + \hat{q}_1 \|P\| + \hat{q}_2 \|P\| \|x\|) \cdot \text{sign}(S) + P\xi(t)] + \\
 & \tilde{q}_1 \dot{\tilde{q}}_1 + \tilde{q}_2 \dot{\tilde{q}}_2 \leq \\
 & - (\varepsilon + \hat{q}_1 \|P\| + \hat{q}_2 \|P\| \|x\|) \|S\|_1 + \\
 & \|S\| \|P\| (q_1 + q_1 \|x\|) + \|S\| \|P\| (\tilde{q}_1 + \tilde{q}_1 \|x\|).
 \end{aligned}$$

因为 $\|S\|_1 \geq \|S\|$, 所以有 $\dot{V} \leq -\varepsilon \|S\|$. 当 $S \neq 0$ 时, 有 $\dot{V} < 0$, 即对于满足假设1和假设3的时变不确定中立系统(1), 采用由式(26)确定的控制律, 能够保证系统状态在有限时间内到达并保持在滑模面(4)上.

由于控制律(26)中符号函数可能导致严重的抖

振,一种降低抖振的方法是利用饱和函数代替符号函数,有

$$\text{sat}(S) = \begin{cases} 1, & S > \Delta; \\ kS, & |S| \leq \Delta; \\ -1, & S < -\Delta. \end{cases} \quad (28)$$

其中: $k = 1/\Delta$, Δ 为边界层. 最后可以得到控制律

$$u(t) = -Kx(t) - (PB)^{-1}[\varepsilon + \hat{q}_1 \|P\| + \hat{q}_2 \|P\| \|x\|] \cdot \text{sat}(S). \quad (29)$$

3 数值仿真

文献[19-20]所研究的时滞系统只是本文研究的中立时滞系统(1)的一种特例($D = 0$ 的情况),参数如下:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, A_\tau = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix},$$

其中时滞上下界 τ_1, τ_2 可由定理1确定. 为了验证定理1的保守性较小,在不同 τ_1 的情况下,采用不同方法得到 τ_2 的结果如表1中所示. 由表1可见,相比文献[19-20],本文结论的保守性更小.

表1 不同 τ_1 下各个方法对应的上界 τ_2

方法	τ_1				
	0.3	0.5	0.8	1.0	2.0
方法1 ^[19]	τ_2 1.5660	1.7410	2.0151	2.2032	3.1816
方法2 ^[20]	τ_2 2.0975	2.2672	2.5314	2.7133	3.6727
定理1	τ_2 2.1810	2.3170	2.5530	2.7320	3.7260

考虑不确定性中立时变时滞系统(1),参数如下:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, A_\tau = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}, d = 1.$$

为验证中立时滞系统滑模控制器在更小保守性情况下的可行性,根据定理1,仿真实验中选取时变时滞为 $\tau(t) \in [2, 3.7]$,如图1所示,时变时滞其上下界满足要求,但对其变化率情况未知.

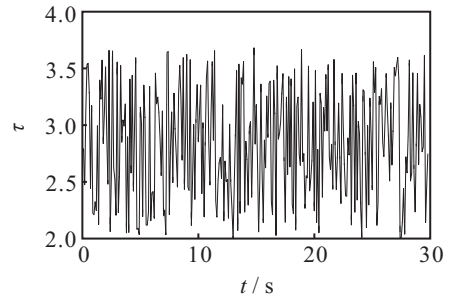


图1 时变时滞 $\tau(t)$

给定

$$\xi(t) = B\{1.2 + 0.3 \sin(6t) + [-0.1 \sin(2t) \ 0 \ 0.2 \sin(2t)]x(t)\},$$

可得系统开环响应如图2所示. 由图2可见,开环系统是不稳定的.

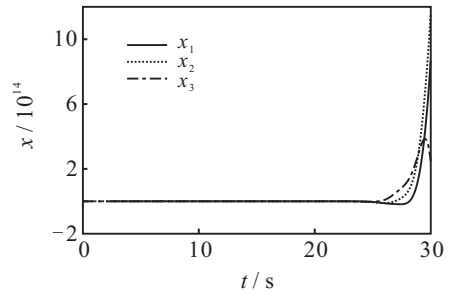


图2 系统开环响应

下面验证自适应滑模控制器的镇定作用. 取滑模面系数为

$$G = [1 \ 1 \ 2],$$

$$K = [12.4545 \ 13.2727 \ -6.3636],$$

其中 K 的选择是考虑将闭环系统矩阵特征值通过极点配置求得,再根据实际情况微调矩阵 K ,直到对系统性能满意为止. 相应地取 A_c 的特征值为

$$A_c = [-9.3224 \ -1.3388 + 0.4957j \rightarrow$$

$$\leftarrow -1.3388 \ -0.4957j].$$

给定初始条件 $x(0) = [1 \ 1 \ 1]$,在控制律(26)的控制下,系统状态、滑模面以及控制律如图3~图5所示. 为减小抖振,采用控制律(29)进行仿真,此时系统状态、滑模面以及控制律如图6~图8所示.

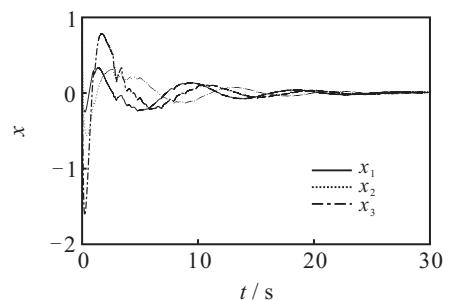
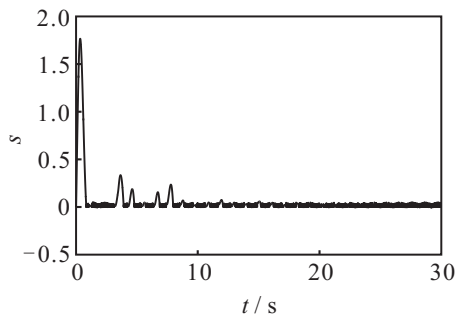
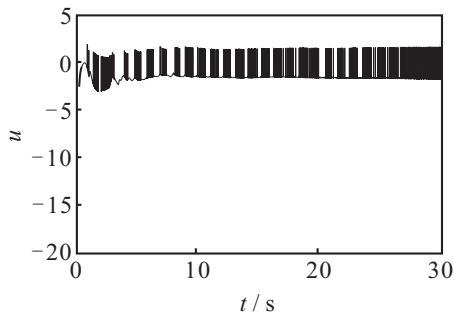
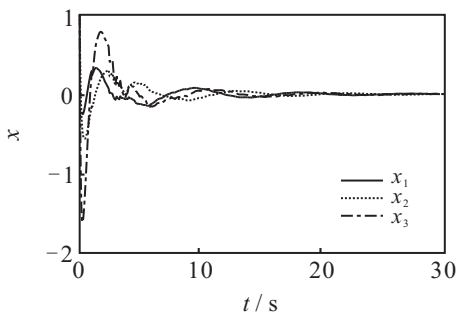
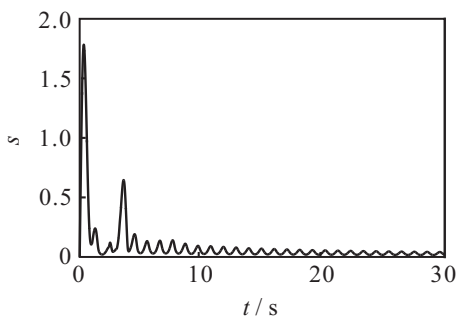
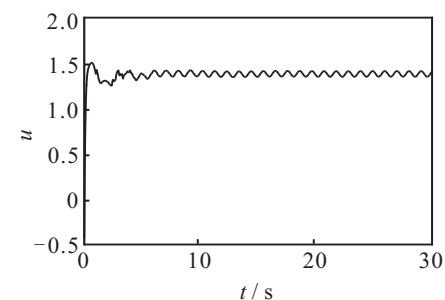


图3 制律(26)作用下的系统状态变量 $x(t)$

图4 控制律(26)作用下的滑模面 s 图5 控制律(26)作用下的控制律 u 图6 控制律(29)作用下的系统状态变量 $x(t)$ 图7 控制律(29)作用下的滑模面 s 图8 控制律(29)作用下的控制律 u

与文献[19-20]相比,通过充分利用时滞下界的信息,合理选取Lyapunov泛函,定理1中的方法降低

了时滞保守性(由表1可见).针对图1选取更小保守性情况下的时变时滞,在本文所设计的中立型滑模控制器的作用下,不确定中立时滞系统状态变量 $x(t)$ 能达到收敛,并且超调不大(由图3和图6都可见).与图4和图5相比,图7和图8中的滑模面和控制律抖振得到了抑制,控制效果更好,故设计的控制器是行之有效的.

4 结论

本文研究了一类含有不确定性的中立时变时滞系统的保守性与滑模控制器设计问题,更具有一般性.利用时滞下界的信息构造Lyapunov泛函,得到新的稳定性判据,降低了保守性.充分设计带有中立时滞项的积分型滑模面,并与自适应的方法相结合,实时估计出不确定性的上界,使整个动态过程对不确定性以及扰动均表现出完全的鲁棒性.通过数值仿真中饱和函数与符号函数的对比,削弱了系统抖振,改善了控制效果.

参考文献(References)

- [1] Hale J. Theory of functional differential equations[J]. New York: Springer, 1977, 3(1/2): 81-88.
- [2] Antonini G, Pepe P. Input-to-state stability analysis of partial-element equivalent-circuit models[J]. IEEE Transactions on Circuits & Systems I Regular Papers, 2009, 56(3): 673-684.
- [3] Rasvan V. Functional differential equations of lossless propagation and almost linear behavior[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2006, 39(10): 138-150.
- [4] Sun J, Liu G P. On improved delay-dependent stability criteria for neutral time-delay systems[J]. European Journal of Control, 2009, 15(6): 613-623.
- [5] Qiu F, Cui B, Ji Y. Further results on robust stability of neutral system with mixed time-varying delays and nonlinear perturbations[J]. Advanced Materials Research, 2010, 787(2): 891-895.
- [6] Rakkiyappan R, Balasubramaniam P, Krishnasamy P. Delay dependent stability analysis of neutral systems with mixed time-varying delays and nonlinear perturbations[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2011, 235(8): 2147-2156.
- [7] 李伯忍. 具有参数不确定性的线性中立型时变时滞系统的鲁棒稳定性[J]. 应用数学, 2016, 29(4): 788-796. (Li B R. Robust stability of linear neutral time-varying delay systems with parametric uncertainties[J]. Applied Mathematics, 2016, 29(4): 788-796.)
- [8] Pepe P. Stabilization of retarded systems of neutral type by control Lyapunov-Krasovskii functionals[J]. Systems

- & Control Letters, 2016, 94: 142-151.
- [9] He Y, Wang Q G, Lin C, et al. Delay range dependent stability for systems with time-varying delay[J]. Automatica, 2007, 43(2): 371-376.
- [10] 佟迪, 景丽. 一类线性不确定变时滞系统的滑模控制[J]. 计算技术与自动化, 2011, 30(1): 5-7.
(Tong D, Jing L. Slide mode control for a class of uncertain time-delay system[J]. Computing Technology and Automation, 2011, 30(1): 5-7.)
- [11] Zhao X M, Bao K. Integral sliding mode control of time-delay systems with mismatching uncertainties[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2010, 21(2): 273-280.
- [12] Xia Y, Fu M, Yang H, et al. Robust sliding-mode control for uncertain time-delay systems based on delta operator[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, 56(9): 3646-3655.
- [13] Ren Q F, Gao C C, Bi S H. Sliding mode control based on novel nonlinear sliding surface for a class of time-varying delay systems[J]. Applied Mechanics & Materials, 2014, 615: 375-381.
- [14] Kumari K, Janardhanan S. Sliding mode control of uncertain time delay system using lambert W function[J]. IFAC Papers OnLine, 2016, 49(1): 173-177.
- [15] Wu L G, Su X J, Shi P. Sliding mode control with bounded L_2 gain performance of Markovian jump singular time-delay systems[J]. Automatica, 2012, 48(8): 1929-1933.
- [16] 闫茂德, 宋程, 王平. 一类具有时变时滞和Markov跳变参数的不确定系统滑模控制[J]. 系统科学与数学, 2012, 32(6): 739-749.
(Yan M D, Song C, Wang P. Sliding mode control for a class of uncertain systems with time-varying delay and Markov jump parameters[J]. System Science and Mathematics, 2012, 32(6): 739-749.)
- [17] 解静, 考永贵, 高存臣, 等. 变时滞不确定广义Markovian跳系统的滑模控制[J]. 山东大学学报: 工学版, 2014, 44(4): 31-38.
(Xie J, Kao Y G, Gao C C, et al. Integral sliding mode control for uncertain stochastic singular Markovian jump systems with time-varying delays[J]. Journal of Shandong University: Engineering Science, 2014, 44(4): 31-38.)
- [18] Mobayen S, Baleanu D. Stability analysis and controller design for the performance improvement of disturbed nonlinear systems using adaptive global sliding mode control approach[J]. Nonlinear Dynamics, 2016, 83(3): 1557-1565.
- [19] He Y, Wang Q G, Lin C, et al. Delay range dependent stability for systems with time-varying delay[J]. Automatica, 2007, 43(2): 371-376.
- [20] 杨蒲, 倪江帆, 姜斌, 等. 不确定时变时滞系统的自适应全局鲁棒滑模控制[J]. 控制与决策, 2014, 29(9): 1688-1692.
(Yang P, Ni J F, Jiang B, et al. Adaptive global robust sliding mode control for uncertain systems with time-varying delay[J]. Control and Decision, 2014, 29(9): 1688-1692.)
- [21] Boyd S, Ghaoui L, Feron E, et al. Linear matrix inequalities in system and control theory[J]. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994, 86(12): 2473-2474.
- [22] Lee B, Lee J G. Robust stability and stabilization of linear delayed systems with structured uncertainty[J]. Automatic, 1999, 35(6): 1149-1154.

作者简介

陈志梅(1970—),女,教授,博士,从事鲁棒控制、机电一体化系统控制等研究, E-mail: zhimeichen400@163.com;

田柳青(1990—),女,硕士生,从事先进控制理论及应用的研究, E-mail: liu_qing_tian@163.com;

王贞艳(1982—),女,副教授,从事非线性系统控制等研究, E-mail: 29851@126.com.

(责任编辑: 郑晓蕾)