

控制与决策

Control and Decision

考虑多维修台异步多重休假的温贮备冗余系统可靠性模型

尹东亮, 胡涛, 陈童, 谢经伟

引用本文:

尹东亮, 胡涛, 陈童, 等. 考虑多维修台异步多重休假的温贮备冗余系统可靠性模型[J]. *控制与决策*, 2020, 35(4): 973–984.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0946>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

改进TOPSIS的多时刻融合直觉模糊威胁评估

Intuitionistic fuzzy set threat assessment based on improved TOPSIS and multiple times fusion

控制与决策. 2019, 34(4): 811–815 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.1320>

舰载机弹药调运不确定系统的T-S模糊优化模型

T-S fuzzy optimization model for uncertain weapons transporting system in carrier aircraft

控制与决策. 2018, 33(4): 639–643 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0271>

考虑可靠性的时域证据组合方法

Combination of temporal evidence by considering reliability

控制与决策. 2018, 33(3): 463–470 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0191>

多等级蓄意攻击下的第三方物流可靠性网络设计

Reliable network design of third-party logistics under multi-grade proactive attacks

控制与决策. 2017, 32(8): 1368–1376 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0743>

考虑可靠性的物流服务供应链的契约设计

Contract design of logistics service supply chain considering

控制与决策. 2017, 32(11): 2039–2044 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.1370>

小时间序列的动态朴素贝叶斯分类器学习与优化

Learning and optimization of dynamic naive Bayesian classifiers for small time series

控制与决策. 2017, 32(1): 163–166 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.1556>

求解大规模系统可靠性问题的修正和声搜索算法

Modified harmony search algorithm for solving large scale system reliability problem

控制与决策. 2015(9): 1567–1574 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.0895>

某一转炉或精炼炉故障下炼钢-连铸生产重调度方法及应用

Rescheduling method of steelmaking and continuous casting with breakdown of converter or refining furnace

控制与决策. 2015, 30(11): 1921–1929 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.1415>

考虑多维修台异步多重休假的温贮备冗余系统可靠性模型

尹东亮[†], 胡涛, 陈童, 谢经伟

(海军工程大学 管理工程与装备经济系, 武汉 430033)

摘要: 考虑多维修台保障多个系统时维修力量存在调度与分配的情况, 引入多维修台异步多重休假策略; 以温贮备冗余系统为研究对象, 针对以往研究利用指数分布等典型分布导致模型约束条件过于严格的问题, 采用连续 phase-type(PH) 分布描述系统中工作部件寿命、温贮备部件寿命以及维修台休假时间和维修时间, 建立通用性更好的系统可靠性解析模型, 给出系统可靠度、系统稳态可用度等冗余系统可靠性指标和稳态忙期维修台数量等维修台稳态指标; 利用算例验证模型适用性, 演示了维修台数量、系统温贮备部件数量变化以及修理工休假速率、维修速率变化对系统各可靠性指标和维修台稳态指标的影响. 算例计算结果表明, 所提出的可靠性模型能够有效复现多维修台调度对冗余系统可靠性的影响, 从而为维修台数量的合理安排及系统部件数量的优化配置提供理论基础和实践参考.

关键词: 冗余系统; 温贮备; 可靠性; 多维修台; 异步多重休假; phase-type 分布

中图分类号: F253.4

文献标志码: A

Reliability analysis for warm standby redundancy system considering multiple asynchronous vacations of multiple maintenance stations

YIN Dong-liang[†], HU Tao, CHEN Tong, XIE Jing-wei

(Department of Management Engineering and Equipment Economic, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: Taking the warm standby redundancy system as the research object, considering the scheduling and allocation of maintenance forces when multiple maintenance stations support multiple systems, this paper introduces the multiple asynchronous vacation policy of multiple maintenance stations. For the past research, the model known conditions are caused by typical distributions such as exponential distribution. For the problem of excessively stringent conditions, continuous phase-type (PH) distribution is used to describe the system working unit life, the warm standby unit life, and the maintenance station vacation time and maintenance time, and a more general system reliability analysis model is established. Some reliability features such as system reliability, system steady-state availability etc, and some maintenance station steady-state features such as the number of steady-state busy station etc are given. Finally, the numerical application verifies the applicability of the model, and demonstrates the influence of changes in the number of maintenance stations and system warm standby units, and the changes in the vacation rate and repair rate on the system reliability features. The results show that the reliability model can effectively reproduce the influence of multiple maintenance stations scheduling on the reliability of the redundant system, and provide theoretical basis and practical reference for the rational arrangement of the number of maintenance stations and the optimal configuration of the number of system units.

Keywords: redundancy system; warm standby; reliability; multiple maintenance stations; multiple asynchronous vacations; phase-type distribution

0 引言

大型复杂装备广泛应用于舰船、核能、化工等工业领域, 由于精密度高、结构复杂, 且使用频率高、强度大, 往往容易出现故障. 对于该类大型复杂装备, 一般采用冗余结构提高装备的可靠性, 减少停机损

失^[1-3]. 而在大型工业部门或装备使用部门, 通常配备多组维修台负责装备维修保障^[4]. 例如海军支队修理所、维修分队等, 一般将所属维修力量划分为多个班组, 统一对各个班组进行调度分配, 这就存在装备部件故障后无可用班组或所有班组均被派出的情况, 造

收稿日期: 2018-07-10; 修回日期: 2018-11-01.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71501183).

责任编委: 唐万生.

[†]通讯作者. E-mail: zeronavy@163.com.

成故障装备无法及时得到维修^[5]. 因此,在考虑多维修台的情况下,选择科学、合理的维修力量调度策略有利于提高装备系统的可靠性,增加装备使用时限.

针对该类多维修台调度问题,结合装备使用部门维修力量日常调度情况,Levy等^[6-7]于1976年提出的异步多重休假策略可被用于系统可靠性领域.该策略是指每个维修台完成维修任务后,若系统中无故障部件,则开始一个随机时长的休假;当休假结束时系统仍无故障部件,就持续休假,直到某次休假结束时系统中已有故障件等待则立即转入维修工作.“休假”是指维修台在从事其他维修任务造成系统部件故障后不能立即得到维修的现象^[8].在这种休假策略下,每个维修台只能处于维修或休假两种状态之一.

在考虑多维修台调度策略的系统可靠性建模研究中,Madhu等^[9]研究了多部件贮备系统可靠性模型,系统有两个维修台,分别执行 N_1 和 N_2 型休假策略,采用指数分布对变量进行描述,得出了系统稳态概率,并对维修费用进行了优化;Andrea等^[10]以保障系统长期运行为目标研究了多个并行服务台和单一服务队列的一种公平拉动分配策略,假设服务时间服从指数分布,给出了平稳分布的解析表达式和相关稳态指标;Guha等^[11]考虑客户不耐烦、终止服务等情况,研究了多服务台同步休假策略下的GI/M/c队列,采用指数分布描述了客户不耐烦时间等变量,得出了服务台稳态队长、逗留时间等指标;Wu等^[12]利用拟生灭过程对考虑维修阈值休假策略的多维修台下的复杂系统进行了可靠性建模,假设维修时间服从指数分布,得出了系统稳态指标,并对系统维修成本进行了优化.

通过上述研究可以看出,以往研究中一般仅考虑两维修台调度且主要针对维修台或服务台可靠性开展研究,同时为了求解方便,一般假设部件寿命、维修时间等服从指数分布、正态分布等各类典型分布,这在一定程度上导致模型的适用范围窄.为了解决这一问题,Neuts等^[13]在1981年首次将phase-type(PH)分布作为指数分布的一般化形式提出.

PH分布在经历过大量运算后依然具有封闭性,同时能近似拟合非负半轴上的任何概率分布,可将各类典型分布统一表示为PH形式,降低了解析计算难度,又具有一般性,因此被广泛地应用于各类随机模型中.Liu等^[14]采用PH分布对单一修理工执行工作休假策略的冷贮备系统进行了系统可靠性建模,得出了一系列系统稳态性能指标;Serkan^[15]对不可修多状态系统和可修多状态系统可靠性进行了动态评估,

其中假设部件寿命服从PH分布;Heungseob等^[16]结合PH分布和连续时间马尔科夫链(CTMC)过程对时间依存的不可修系统的冗余部件分配问题进行了研究.

综上,本文以温贮备冗余系统为研究对象,引入多维修台异步多重休假策略,采用连续phase-type(PH)分布描述系统中工作部件寿命、贮备部件寿命以及各维修台休假时间和维修时间,建立通用性更好的冗余系统可靠性解析模型,给出冗余系统相关可靠性指标和维修台相关稳态指标;并通过算例验证模型适用性,演示维修台数量、系统贮备部件数量变化以及维修台休假速率和维修速率变化对系统各可靠性指标的影响.

1 连续PH分布

定义1^[17] 若一个非负随机变量 X 服从连续PH分布,则它的分布函数为

$$F(t) = 1 - \alpha \exp(\mathbf{T}t)\mathbf{e} \equiv 1 - \alpha \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} \mathbf{T}^n \right) \mathbf{e}. \quad (1)$$

其中:

- 1) $t \geq 0$, \mathbf{e} 是与式(1)相对应的全部元素都为1的列向量,下文中 \mathbf{e} 的含义同此;
- 2) α 是次随机矩阵,含 m 个非负元素的行向量, m 为正整数, $\alpha \mathbf{e} \leq 1$;
- 3) \mathbf{T} 是 m 阶矩阵,该矩阵对角线元素全为负,其他元素非负,矩阵可逆,且每行元素之和是非正的.

定义2^[17] 连续时间马尔科夫链 $\{I(t), t \geq 0\}$,其状态空间由 $m+1$ 个状态 $\{1, 2, \dots, m, m+1\}$ 组成,无穷小生成元表示为

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{T} & \mathbf{T}^0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其中 \mathbf{T} 为PH分布的生成元.由于每一行元素之和均为0,可得 $\mathbf{T}^0 = -\mathbf{T}\mathbf{e}$.状态 $m+1$ 的转移概率为0,则状态 $m+1$ 为吸收态.

定义3^[18] 一个 $m \times n$ 阶矩阵 \mathbf{A} 和一个 $p \times q$ 阶矩阵 \mathbf{B} 的Kronecker积被定义为

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11}\mathbf{B} & \dots & a_{1n}\mathbf{B} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}\mathbf{B} & \dots & a_{mn}\mathbf{B} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

根据式(3),可得出Kronecker积有如下性质:

$$\mathbf{C}(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}) = (\mathbf{C}\mathbf{A}) \otimes \mathbf{B} = \mathbf{A} \otimes (\mathbf{C}\mathbf{B}), \quad (4)$$

$$(\mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{B}_1)(\mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{B}_2) = (\mathbf{A}_1\mathbf{A}_2) \otimes (\mathbf{B}_1\mathbf{B}_2). \quad (5)$$

定义4^[18] 一个 m 阶矩阵 \mathbf{A} 和一个 n 阶矩阵 \mathbf{B} 的Kronecker和被定义为

$$\mathbf{A} \oplus \mathbf{B} = \mathbf{A} \otimes \mathbf{I}_n + \mathbf{I}_m \otimes \mathbf{B}, \quad (6)$$

其中 I_n 和 I_m 分别表示 m 和 n 阶的单位矩阵.

2 模型假设

以海军某支队修理所的维修调度为例, 修理所对下辖的多个维修分队进行调度分配, 统一对所辖多台舰船装备进行维修. 在维修调度过程中, 将每个分队视为一个维修台, 对于某一舰船冗余装备而言, 存在该装备部件故障后无可维修台或所有维修台均被派出的情况.

结合该实际情况, 可将修理所维修调度对该冗余装备可靠性建模的影响抽象为多维修台异步多重休假策略. 假设某冗余系统由 n 个相同部件组成, 系统正常运行需 k 个工作部件, 其余 $n - k$ 个部件处于温贮备状态. 同时系统中有 c 个维修台, 始终处于完好状态, 执行异步多重休假策略采取先到先维修的原则对故障件进行维修, 其中 $n - k > c$. 下面对该问题进行进一步假设.

假设1 系统 n 个相同部件只有完好和故障二态, 工作部件(编号 $1, 2, \dots, k$) 寿命独立同分布, 服从PH分布, 由 m_1 阶的 (α, T) 表示; 贮备部件(编号 $k + 1, \dots, n$) 寿命独立同分布, 服从PH分布, 由 m_2 阶的 (β, S) 表示.

假设2 系统内 c 个维修台始终处于可用完好状态, 维修台执行异步多重休假策略, 即每个维修台完成维修任务后, 若系统中无故障部件, 则开始一个随机时长的休假, 当休假结束时系统仍无故障部件, 就接续一个独立同分布的休假, 直到某次休假结束时系统中已有故障件等待, 则立即转入维修工作, 在这种休假策略下, 每个维修台只能处于维修或休假两种状态之一.

假设3 假设 c 个维修台不会同时结束休假进入系统, 且维修台按照先到先服务的原则, 故障件修复如新. 其中: 维修台维修时间服从PH分布, 由 w 阶的 (δ, U) 表示; 休假时间独立同分布, 服从PH分布, 由 g 阶的 (γ, R) 表示.

假设4 当系统中完好部件不足 k 个时系统停机, 完好部件保持现有状态, 不发生故障, 系统恢复正常后再次开始运行.

假设5 系统内部件替换时间忽略不计.

假设6 工作部件寿命、贮备部件寿命、维修时间以及休假时间均相互独立.

3 模型构建

3.1 系统状态空间

在某一时刻 t , 系统内有 i 个故障件, 有 l 个处于休假的维修台, 完好部件的各相位可表示为 $O(t) = \{o_1, o_2, \dots, o_k, o_{k+1}, \dots, o_n\}$, 各个维修台处于休假时休假所处相位可表示为 $V(t) = \{v_1, v_2, \dots, v_c\}$,

维修工作所处相位可表示为 $J(t) = \{j_1, j_2, \dots, j_c\}$, 则系统是一个多维连续时间轴上的马尔科夫过程. 根据对系统各状态的分析, 可划分为10个不同状态, 状态空间为 $\Omega = \{H_0, H_1, H_2, H_3, H_4, H_5, H_6, H_7, H_8, H_9\}$, 具体含义分别描述如下:

$$H_0 = \{i = 0, l = c, (o_1, o_2, \dots, o_k, o_{k+1}, \dots, o_n), (v_1, v_2, \dots, v_c)\},$$

表示系统处于正常运行状态, n 个部件均完好, c 个维修台均处于休假期. 其中: 完好工作部件所处相位为 $o_1, o_2, \dots, o_k, 1 \leq o_1, o_2, \dots, o_k \leq m_1$; 完好备用部件所处相位为 $o_{k+1}, \dots, o_n, 1 \leq o_{k+1}, \dots, o_n \leq m_2$; 各个维修台休假所处相位是 $v_1, v_2, \dots, v_c, 1 \leq v_1, v_2, \dots, v_c \leq g$.

$$H_1 = \{i \leq c, l = c, (o_1, o_2, \dots, o_k, o_{k+1}, \dots, o_{n-i}), (v_1, v_2, \dots, v_c)\},$$

表示系统处于正常运行状态, c 个维修台均处于休假期, 有 i 个部件故障待维修, $i \leq c$. 其中: 完好工作部件所处相位为 $o_1, o_2, \dots, o_k, 1 \leq o_1, o_2, \dots, o_k \leq m_1$; 完好备用部件所处相位为 $o_{k+1}, \dots, o_{n-i}, 1 \leq o_{k+1}, \dots, o_{n-i} \leq m_2$; 各个维修台休假所处相位是 $v_1, v_2, \dots, v_c, 1 \leq v_1, v_2, \dots, v_c \leq g$.

$$H_2 = \{i \leq c, c - i + 1 \leq l < c, (o_1, o_2, \dots, o_k, o_{k+1}, \dots, o_{n-i}), (v_1, v_2, \dots, v_l), (j_1, j_2, \dots, j_{c-l})\},$$

表示系统处于正常运行状态, 有 i 个部件故障, $i \leq c$, l 个维修台处于休假期, 其余 $c - l$ 个维修台对故障件进行一对一维修, 同时有 $i + l - c$ 个故障件待维修. 其中: 完好工作部件所处相位为 $o_1, o_2, \dots, o_k, 1 \leq o_1, o_2, \dots, o_k \leq m_1$; 完好备用部件所处相位为 $o_{k+1}, \dots, o_{n-i}, 1 \leq o_{k+1}, \dots, o_{n-i} \leq m_2$; 维修台休假所处相位是 $v_1, v_2, \dots, v_l, 1 \leq v_1, v_2, \dots, v_l \leq g$; 维修台维修所处相位是 $j_1, j_2, \dots, j_{c-l}, 1 \leq j_1, j_2, \dots, j_{c-l} \leq w$.

$$H_3 = \{i \leq c, l = c - i, (o_1, o_2, \dots, o_k, o_{k+1}, \dots, o_{n-i}), (v_1, v_2, \dots, v_{c-i}), (j_1, j_2, \dots, j_i)\},$$

表示系统处于正常运行状态, 有 i 个部件故障, $i \leq c$, $c - i$ 个维修台处于休假期, 其余 i 个维修台对故障件进行一对一维修, 系统内无等待维修的故障件. 其中: 完好工作部件所处相位为 $o_1, o_2, \dots, o_k, 1 \leq o_1, o_2, \dots, o_k \leq m_1$; 完好备用部件所处相位为 $o_{k+1}, \dots, o_{n-i}, 1 \leq o_{k+1}, \dots, o_{n-i} \leq m_2$; 维修台休假所处相位是 $v_1, v_2, \dots, v_{c-i}, 1 \leq v_1, v_2, \dots, v_{c-i} \leq g$; 维修台

维修所处相位是 $j_1, j_2, \dots, j_i, 1 \leq j_1, j_2, \dots, j_i \leq w$.

$$H_4 = \{c < i \leq n - k, l = c, (o_1, o_2, \dots, o_k, o_{k+1}, \dots, o_{n-i}), (v_1, v_2, \dots, v_c)\},$$

表示系统处于正常运行状态, c 个维修台均处于休假期, 有 i 个部件故障待维修, $c < i \leq n - k$. 其中: 完好工作部件所处相位为 $o_1, o_2, \dots, o_k, 1 \leq o_1, o_2, \dots, o_k \leq m_1$; 完好备用部件所处相位为 $o_{k+1}, \dots, o_{n-i}, 1 \leq o_{k+1}, \dots, o_{n-i} \leq m_2$; 各个维修台休假所处相位是 $v_1, v_2, \dots, v_c, 1 \leq v_1, v_2, \dots, v_c \leq g$.

$$H_5 = \{c < i \leq n - k, l < c, (o_1, o_2, \dots, o_k, o_{k+1}, \dots, o_{n-i}), (v_1, v_2, \dots, v_l), (j_1, j_2, \dots, j_{c-l})\},$$

表示系统处于正常运行状态, 有 i 个部件故障, $c < i \leq n - k, l$ 个维修台处于休假期, 其余 $c - l$ 个维修台对故障件进行一对一维修, 同时有 $i + l - c$ 个故障件待维修. 其中: 完好工作部件所处相位为 $o_1, o_2, \dots, o_k, 1 \leq o_1, o_2, \dots, o_k \leq m_1$; 完好备用部件所处相位为 $o_{k+1}, \dots, o_{n-i}, 1 \leq o_{k+1}, \dots, o_{n-i} \leq m_2$; 维修台休假所处相位是 $v_1, v_2, \dots, v_l, 1 \leq v_1, v_2, \dots, v_l \leq g$; 维修台维修所处相位是 $j_1, j_2, \dots, j_{c-l}, 1 \leq j_1, j_2, \dots, j_{c-l} \leq w$.

$$H_6 = \{c < i \leq n - k, l = 0, (o_1, o_2, \dots, o_k, o_{k+1}, \dots, o_{n-i}), (j_1, j_2, \dots, j_c)\},$$

表示系统处于正常运行状态, 有 i 个部件故障, $c < i \leq n - k, c$ 个维修台对故障件进行一对一维修, 系统内有 $i - c$ 个等待维修的故障件. 其中: 完好工作部件所处相位为 $o_1, o_2, \dots, o_k, 1 \leq o_1, o_2, \dots, o_k \leq m_1$; 完好备用部件所处相位为 $o_{k+1}, \dots, o_{n-i}, 1 \leq o_{k+1}, \dots, o_{n-i} \leq m_2$; 维修台维修所处相位是 $j_1, j_2, \dots, j_c, 1 \leq j_1, j_2, \dots, j_c \leq w$.

$$H_7 = \{i = n - k + 1, l = c, (v_1, v_2, \dots, v_c)\},$$

表示系统停机, c 个维修台均处于休假期, 有 $n - k + 1$ 个部件故障待维修. 其中各个维修台休假所处相位是 $v_1, v_2, \dots, v_c, 1 \leq v_1, v_2, \dots, v_c \leq g$.

$$H_8 = \{i = n - k + 1, l < c, (v_1, v_2, \dots, v_l), (j_1, j_2, \dots, j_{c-l})\},$$

表示系统停机, l 个维修台处于休假期, 其余 $c - l$ 个维修台对故障件进行一对一维修, 同时有 $i + l - c$ 个故障件待维修. 其中: 各个维修台休假所处相位是 $v_1, v_2, \dots, v_l, 1 \leq v_1, v_2, \dots, v_l \leq g$; 维修台维修所处相位是 $j_1, j_2, \dots, j_{c-l}, 1 \leq j_1, j_2, \dots, j_{c-l} \leq w$.

$$H_9 = \{i = n - k + 1, l = 0, (j_1, j_2, \dots, j_c)\},$$

表示系统停机, c 个维修台对故障件进行一对一维修, 同时有 $i - c$ 个故障件待维修. 其中维修台维修所处相位是 $j_1, j_2, \dots, j_c, 1 \leq j_1, j_2, \dots, j_c \leq w$.

3.2 系统状态转移矩阵

根据系统状态空间 Ω 的划分, 可结合故障件数量对系统状态 $\{H_0, H_1, H_2, H_3, H_4, H_5, H_6, H_7, H_8, H_9\}$ 进行分类. 主要有以下4类: $\mathbf{H}_1 = \{H_0\}$ 表示系统中无故障部件; $\mathbf{H}_2 = \{H_1, H_2, H_3\}$ 表示系统中故障件数量不多于维修台数量, 系统依然可正常运行; $\mathbf{H}_3 = \{H_4, H_5, H_6\}$ 表示系统中故障件数量已超过维修台数量, 但不多于贮备部件数量, 系统依然可正常运行; $\mathbf{H}_4 = \{H_7, H_8, H_9\}$ 表示系统中故障件数量已超过贮备部件数量, 系统停机. 下面对 $\{\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2, \mathbf{H}_3, \mathbf{H}_4\}$ 内部转移情况进行说明.

$\mathbf{H}_1 = \{H_0\}$ 内部转移分析. 该转移包括两种情况: 1) 系统正常运行, 所有部件均完好, n 个部件自身转移, 即工作部件自身转移和贮备部件的自身转移, 同时 c 个维修台处于休假期. 此时系统内部件与维修台休假不可能同时进行相位转移, 其转移矩阵可以表示为 $\mathbf{T}_k \oplus \mathbf{S}_{n-k} \oplus \mathbf{R}_c$. 其中:

$$\mathbf{T}_k = \overbrace{\mathbf{T} \oplus \dots \oplus \mathbf{T}}^k, \mathbf{S}_{n-k} = \overbrace{\mathbf{S} \oplus \dots \oplus \mathbf{S}}^{n-k}, \mathbf{R}_c = \overbrace{\mathbf{R} \oplus \dots \oplus \mathbf{R}}^c. 2) 有 1 个维修台恰好完成一次休假返回系统内, 此时系统各部件完好, 故该维修台又立即进入下一次休假, 该转移矩阵可表示为 $\mathbf{R}^0 \gamma \otimes \mathbf{I}_{m_1^k m_2^{n-k} g^{c-1}}$, 其中 $\mathbf{I}_{m_1^k m_2^{n-k} g^{c-1}}$ 表示 $m_1^k m_2^{n-k} g^{c-1}$ 阶的单位矩阵. 故 H_0 内部转移矩阵是 $\mathbf{T}_k \oplus \mathbf{S}_{n-k} \oplus \mathbf{R}_c + \mathbf{R}^0 \gamma \otimes \mathbf{I}_{m_1^k m_2^{n-k} g^{c-1}}$.$$

$\mathbf{H}_2 = \{H_1, H_2, H_3\}$ 内部转移分析. 1) H_1 内部转移分析: 该转移是系统正常运行, 但系统内有 i 个部件故障, $i \leq c$, 同时 c 个维修台处于休假期. 包括 $n - i$ 个部件自身转移, 即 k 个工作部件自身转移和 $n - k - i$ 个贮备部件的自身转移, 此时系统内部件与 c 个维修台休假不可能同时进行相位转移, 其转移矩阵可以表示为 $\mathbf{T}_k \oplus \mathbf{S}_{n-k-i} \oplus \mathbf{R}_c$. 2) H_2 内部转移分析: 该转移是系统正常运行, 但系统内有 i 个部件故障, $i \leq c$, 同时 l 个维修台处于休假期, 其余 $c - l$ 个维修台对故障件进行一对一维修, $c - l < i$. 包括 $n - i$ 个部件自身转移, 即 k 个工作部件自身转移和 $n - k - i$ 个贮备部件的自身转移, 此时系统内部件与 l 个维修台休假以及 $c - l$ 个维修台维修不可能同时进行相位转移, 其转移矩阵可以表示为 $\mathbf{T}_k \oplus \mathbf{S}_{n-k-i} \oplus \mathbf{R}_l \oplus \mathbf{U}_{c-l}$, 其中 $\mathbf{U}_{c-l} = \overbrace{\mathbf{U} \oplus \dots \oplus \mathbf{U}}^{c-l}$. 3) H_2 内部转移分析: 该转移是系统正常运行, 但系统内有 i 个部件故障, $i \leq c$, 同时

$c - i$ 个维修台处于休假期,其余*i*个维修台对故障件进行一对一维修,无故障件等待维修.包括*n - i*个部件自身转移,即*k*个工作部件自身转移和*n - k - i*个贮备部件的自身转移,此时系统内部件与*c - i*个维修台休假以及*i*个维修台维修不可能同时进行相位转移,其转移矩阵可以表示为 $T_k \oplus S_{n-k-i} \oplus R_{c-i} \oplus U_i$.

$H_3 = \{H_4, H_5, H_6\}$ 内部转移分析. 1) H_4 内部转移分析:该转移是系统正常运行,但系统内有*i*个部件故障, $c < i \leq n - k$,同时*c*个维修台处于休假期.包括*n - i*个部件自身转移,即*k*个工作部件自身转移和*n - k - i*个贮备部件的自身转移,此时系统内部件与*c*个维修台休假不可能同时进行相位转移,其转移矩阵可以表示为 $T_k \oplus S_{n-k-i} \oplus R_c$. 2) H_5 内部转移分析:该转移是系统正常运行,但系统内有*i*个部件故障, $c < i \leq n - k$,同时*l*个维修台处于休假期,其余*c - l*个维修台对故障件按先到先服务的原则进行一对一维修.包括*n - i*个部件自身转移,即*k*个工作部件自身转移和*n - k - i*个贮备部件的自身转移,此时系统内部件与*l*个维修台休假以及*c - l*个维修台维修不可能同时进行相位转移,其转移矩阵可以表示为 $T_k \oplus S_{n-k-i} \oplus R_l \oplus U_{c-l}$. 3) H_6 内部转移分析:该转移是系统正常运行,但系统内有*i*个部件故障, $c < i \leq n - k$,同时无维修台处于休假期,*c*个维修台均开展维修工作,有*i - c*个故障件等待维修.包括*n - i*个部件自身转移,即*k*个工作部件自身转移和*n - k - i*个贮备部件的自身转移,此时系统内部件与

*c*个维修台维修不可能同时进行相位转移,其转移矩阵可以表示为 $T_k \oplus S_{n-k-i} \oplus U_c$.

$H_4 = \{H_7, H_8, H_9\}$ 内部转移分析. 1) H_7 内部转移分析:该转移是系统停机,有*n - k + 1*个部件故障,同时*c*个维修台处于休假期.此时系统内只有*c*个维修台休假的相位转移,其转移矩阵可以表示为 R_c . 2) H_8 内部转移分析:该转移是系统停机,有*n - k + 1*个部件故障,同时*l*个维修台处于休假期,其余*c - l*个维修台对故障件按先到先服务的原则进行一对一维修.此时系统内*l*个维修台休假以及*c - l*个维修台维修不可能同时进行相位转移,其转移矩阵可以表示为 $R_l \oplus U_{c-l}$. 3) H_9 内部转移分析:该转移是系统停机,有*n - k + 1*个部件故障,同时无维修台处于休假期,*c*个维修台均开展维修工作,有*n - k + 1 - c*个故障件等待维修.此时系统内只有*c*个维修台维修的相位转移,其转移矩阵可以表示为 U_c .

同理,对 $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ 中各个状态之间的转移进行分析.令 $I(t) = \{i\} (i = 0, 1, \dots, n - k + 1)$ 表示系统内有*i*个故障件, $L(t) = \{l\} (l = 0, 1, \dots, c)$ 表示系统有*l*个处于休假期的维修台,则可证明 $\{I(t), L(t), t \geq 0\}$ 是一个有限状态的拟生灭过程.

根据3.1节系统状态划分,可利用 $\{I(t), L(t), t \geq 0\}$ 将 $\Omega = \{H_0, H_1, H_2, H_3, H_4, H_5, H_6, H_7, H_8, H_9\}$ 细化,具体状态转移图如图1所示,其中 (i, l) 表示在时刻*t*时,系统有*i*个故障件,有*l*个处于休假期的维修台.

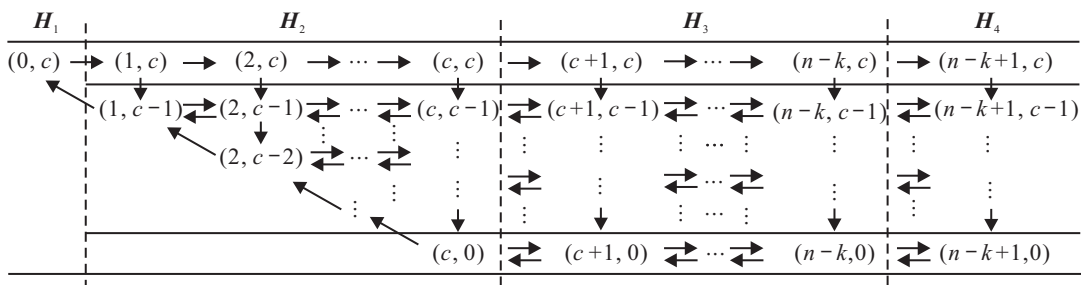


图1 系统状态转移图

根据细化后的系统状态转移图,对 $\{I(t), L(t), t \geq 0\}$ 这一有限状态的拟生灭过程进行状态转移分析,将较为典型的转移情况具体说明如下:

从 $(0, c)$ 到 $(1, c)$ 的状态转移分析:该次转移是系统内有1个部件故障,同时*c*个维修台依然处于休假期,转移矩阵为 $[T_{k-1} \oplus S_{n-k-1} \oplus R_c] \otimes [T^0 \alpha \otimes S^0]$.

从 $(1, c)$ 到 $(1, c - 1)$ 的状态转移分析:该次转移是系统内有1个维修台休假期结束开始维修工作,转移矩阵为 $[T_k \oplus S_{n-k-1} \oplus R_{c-1}] \otimes R^0 \delta$.

从 $(1, c - 1)$ 到 $(0, c)$ 的状态转移分析:该次转移是系统1个维修台维修工作结束,故障件恢复如新进入贮备状态,同时维修台进入休假期,转移矩阵为 $[T_k \oplus S_{n-k-1} \oplus R_{c-1}] \otimes U^0 \gamma \otimes \beta$.

从 $(1, c - 1)$ 到 $(2, c - 1)$ 的状态转移分析:该次转移是系统1个维修台在进行维修工作尚未结束,此时又有1个故障件出现等待维修,转移矩阵为 $[T_{k-1} \oplus S_{n-k-2} \oplus R_{c-1} \oplus U_1] \otimes [T^0 \alpha \otimes S^0]$.

从 $(2, c - 1)$ 到 $(1, c - 1)$ 的状态转移分析:该次转

$N_m + N_w$. 根据细化后的系统稳态概率向量的含义, 可以得出故障部件的分布如下:

$$P\{N_f = i\} = \begin{cases} \pi_0, & i = 0; \\ \pi_i e, & i = 1, 2, \dots, n - k + 1. \end{cases}$$

对其求期望, 可得出系统稳态故障部件数量为

$$E[N_f] = \sum_{i=0}^{n-k+1} iP\{N_f = i\}. \quad (15)$$

同理, 等待维修的故障部件的分布如下:

$$P\{N_w = i\} = \begin{cases} \pi_{0,00} + \sum_{x=1}^c \pi_{x,xx}, & i = 0; \\ \sum_{x=i}^{c+i} \pi_{x,(x-i)(x-i)}, & i = 1, 2, \dots, n - k + 1 - c; \\ \pi_{i,00}, & i = n - k + 2 - c, \dots, n - k + 1. \end{cases}$$

对其求期望, 可得出系统稳态等待维修的故障部件数量为

$$E[N_w] = \sum_{i=0}^{n-k+1} iP\{N_w = i\}. \quad (16)$$

4.2.3 稳态忙期维修台数量

令 N_b 表示处于忙期的维修台个数, 则处于忙期的维修台的分布为

$$P\{N_b = j\} = \sum_{x=j}^{n-k+1} \pi_{x,jj}, \quad j = 0, 1, \dots, c.$$

对其求期望, 可得出系统稳态忙期维修台数量为

$$E[N_b] = \sum_{j=0}^c jP\{N_b = j\}. \quad (17)$$

5 算例

该算例包括4个部分:

1) 根据本文模型问题描述, 假设 $n = 5, k = 2, c = 2$, 工作部件、贮备部件寿命分别服从不同的PH分布, 修理工休假时间、维修时间也服从不同的PH分布, 建立系统可靠性模型, 验证模型对复杂分布的适用性, 同时, 与文献[21]考虑单一维修台多重休假的系统可靠性模型进行对比, 分析单维修台和多维修台对系统可靠性影响的不同情况;

2) 假设 $n = 50, k = 2$, 以 c 为调整参数, $2 \leq c \leq 48$, 分析维修台数量 c 的变化对系统可靠性的影响;

3) 假设 $k = 2, c = 2$, 以 n 值为调整参数, $n \geq 4$, 分析系统部件数量 n 值增加对系统可靠性的影响;

4) 假设 $n = 5, k = 2, c = 2$, 修理工维修时间和休假时间的PH表示分别为 $(\delta = [1], U = [-\lambda])$, $(\gamma = [1], R = [-\varphi])$, 分析维修速率 λ 和休假速率 φ 的变化对系统可靠性指标的影响.

在进行算例分析之前, 首先应对模型工作部件寿命、贮备部件寿命以及维修时间等随机变量进行参数估计, 以获得基本输入. PH分布可视为指数分布向高维空间的拓展, 常见的指数分布族可以很方便地写为PH分布形式. 同时利用PH分布的稠密性特点, 可直接对相关随机变量的原始数据进行拟合以获得其PH分布形式. 本文统一利用文献[17]中的Empht算法工具对模型进行参数估计, 获取算例中相关数据.

5.1 模型适用性验证

假设某冗余系统, $n = 5, k = 2, c = 2$, 工作部件、贮备部件寿命分别服从不同的PH分布, 修理工休假时间、维修时间也服从不同的PH分布, 具体数据如下:

工作部件寿命分布为

$$\alpha = [0 \quad 0.32 \quad 0.68],$$

$$T = \begin{bmatrix} -1.762 & 0.012 & 0 \\ 1.812 & -1.823 & 0.012 \\ 3.885 & 0.872 & -4.757 \end{bmatrix};$$

备用部件寿命分布为

$$\beta = [0 \quad 1], \quad S = \begin{bmatrix} -1.02 & 0 \\ 0.02 & -1.52 \end{bmatrix};$$

维修时间分布为

$$\delta = [0.332 \quad 0.231 \quad 0.437],$$

$$U = \begin{bmatrix} -1.108 & 0.009 & 0.018 \\ 0.003 & -1.106 & 0.008 \\ 0.004 & 0.003 & -9.104 \end{bmatrix};$$

休假时间分布为

$$\gamma = [1 \quad 0], \quad R = \begin{bmatrix} -1.123 & 1.005 \\ 1.001 & -1.5 \end{bmatrix}.$$

根据已知条件及模型假设对上述模型进行求解, 可得出系统稳态概率向量 π , 从而可以解出下列可靠性指标:

稳态可用度 $A = 0.9684$;

系统工作部件稳态故障频度 $m_{\text{online}} = 0.3205$;

系统稳态故障频度 $m_{\text{system}} = 0.1580$;

系统平均故障间隔时间 MTBF = 1.4727 单位时间;

系统故障率 $r_{\text{sf}} = 0.1196$;

维修台忙期稳态概率 $P_m = 0.3622$;

维修台休假期稳态概率 $P_v = 0.6378$;

系统稳态故障部件数量 $E[N_f] = 0.2417$;

系统稳态等待维修的故障部件数量 $E[N_w] = 0.3720$;

稳态忙期维修台数量 $E[N_b] = 0.0614$.

结合可靠性相关定义,本文模型所得数据均符合可靠性要求,从而表明该模型可以较好地适用于复杂分布输入的系统可靠性建模问题.

将上述已知条件和模型假设中的工作部件、贮备部件寿命以及休假时间、维修时间的PH分布表示代入文献[21]中,对该文献中模型进行求解,得出相关可靠性指标数据如下:

稳态可用度 $A = 0.8872$;

系统工作部件稳态故障频度 $m_{online} = 0.3985$;

系统稳态故障频度 $m_{system} = 0.2109$;

系统平均故障间隔时间 $MTBF = 0.8432$ 单位时间;

间;

系统故障率 $r_{sf} = 0.1954$;

维修台忙期稳态概率 $P_m = 0.7520$;

维修台休假期稳态概率 $P_v = 0.2480$.

将两者模型所得可靠性指标数据进行对比,得到

图2.

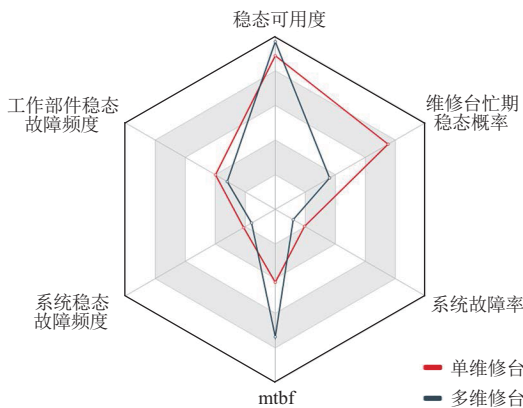


图2 与文献[21]模型所得可靠性指标对比雷达图

由对比雷达图可以看出,本文模型的一系列可靠性指标相比于考虑单维修台多重休假的文献[21]较优,说明多维修台对故障件的修复效率较好,使得系统稳态可用度和MTBF有所增加,系统故障率有所减少.但从整体来看,系统可靠性指标提升幅度不大,说明多维修台调度分配情况对系统可靠性的影响不可忽略,必须合理、科学地安排多维修台任务分工,提高维修台工作效率,才能进一步提高系统可靠性.

5.2 维修台数量 c 的变化对系统可靠性的影响

假设 $n = 50, k = 2$, 以 c 为调整参数, $2 \leq c \leq 48$, 分析维修台数量 c 的变化对系统可靠性的影响. 利用 Matlab R2014a 进行迭代计算可得出图3~图6.

由图3~图6可以看出,随着维修台数量的增加,系统可靠性并不是始终提高的.同时,当维修台数量处于20~22之间时,系统可靠性最佳.因此,对于考

虑多维修台休假的温贮备冗余系统而言,应合理分配维修班组数量,使得维修效率和系统可靠性均达到最优.

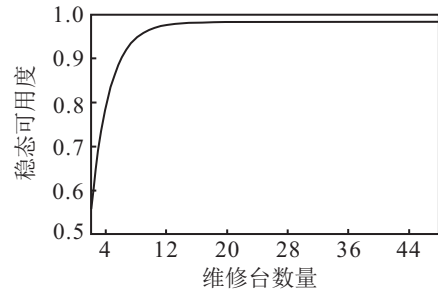


图3 系统稳态可用度与 c 的关系

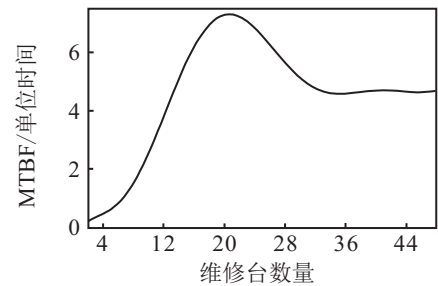


图4 系统平均故障间隔时间与 c 的关系

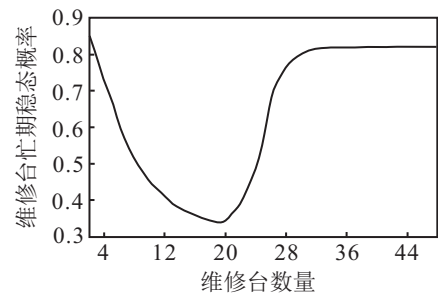


图5 维修台忙期稳态概率与 c 的关系

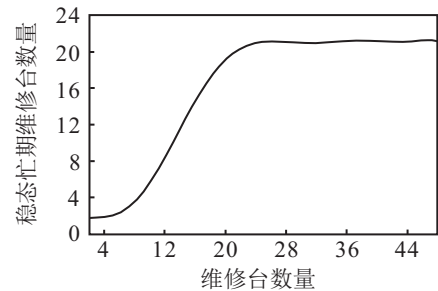


图6 系统稳态忙期维修台数量与 c 的关系

5.3 n 值变化对系统可靠性的影响

假设 $k = 2, c = 2$, 以 n 值为调整参数, $n \geq 4$, 分析系统部件数量 n 值增加对系统可靠性的影响,如图7~图10所示.

由图7~图10可以看出,随着系统部件的增加,系统可靠性持续提高.而稳态忙期维修台数量则先减后增趋于平缓,当 n 处于24~28之间时,其达到最优,此时其他可靠性指标均处于较高水平.因此,应综合考虑系统可靠性、经济性以及系统结构的复杂性,合理选择系统冗余部件数量.

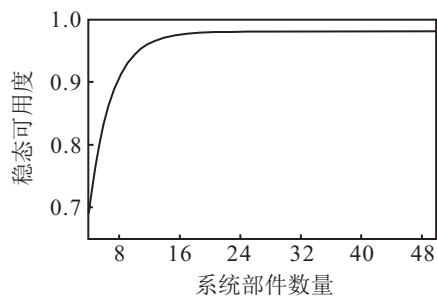


图7 系统稳态可用度与n的关系

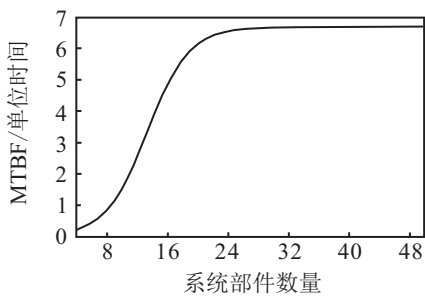


图8 系统平均故障间隔时间与n的关系

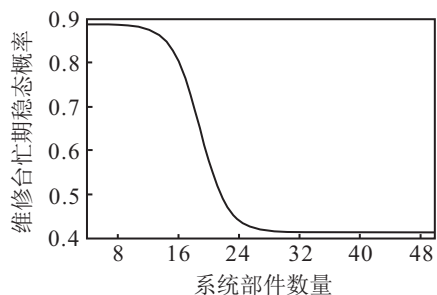


图9 维修台忙期稳态概率与n的关系

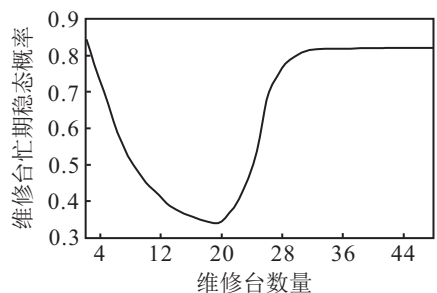


图10 系统稳态忙期维修台数量与n的关系

5.4 修理工休假和维修速率对系统可靠性的影响

假设 $n = 5, k = 2, c = 2$, 修理工维修时间和休假时间的PH表示分别为 $(\delta = [1], U = [-\lambda]), (\gamma = [1], R = [-\varphi])$, 分析维修速率 λ 和休假速率 φ 的变化对系统可靠性指标的影响, 如图11和图12所示。

由图11和图12可以看出, 当休假速率约为3且维修速率约为8时, 系统稳态可用度和MTBF均可达到较优水平。因此, 选择合适的维修速率和休假速率既能节约维修资源、降低维修成本, 又能使系统可靠性得到大幅度提升, 在工程应用中有着一定的实践价值与借鉴意义。

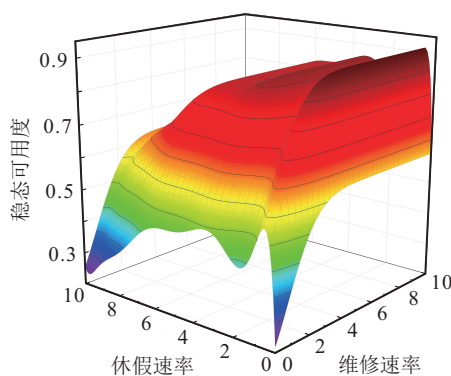


图11 系统稳态可用度与维修和休假速率的关系

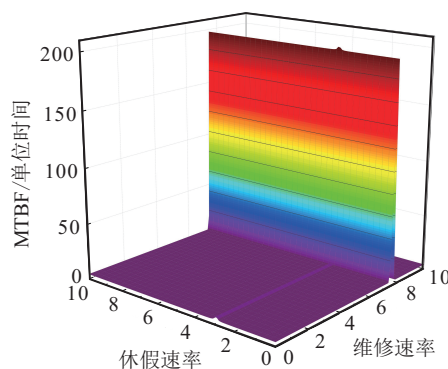


图12 系统平均故障间隔时间与维修和休假速率的关系

6 结论

本文引入多维修台异步多重休息策略, 对工业部门或装备使用部门的大型复杂装备维修力量管理调度进行描述, 利用连续PH分布建立了温贮备冗余系统可靠性模型, 得到了系统稳态可用度、平均故障前间隔时间等相关可靠性指标和维修台忙期稳态概率等维修台相关稳态指标, 通过算例验证了本文模型的适用性, 并讨论了维修台数量和系统部件数量变化、修理工休假速率和维修速率变化对系统稳态可用度、平均故障间隔时间、维修台忙期稳态概率以及稳态维修台忙期数量等指标的影响。对于大型复杂装备温贮备冗余系统, 维修调度管理者应从经济性、科学性等多方面综合考虑维修台班组数量和调度安排对系统可靠性的影响, 从而合理安排维修力量的调度与分配, 同时优化系统部件数量, 使系统可靠性和维修效率达到最佳。

参考文献(References)

[1] Siamzk A, Srinivas S. Reliability modelling of redundant safety systems without automatic diagnostics incorporating common cause failures and process demand[J]. ISA Transactions, 2017, 71: 599-614.

[2] Simone C, Roberto M, Alberto T, et al. A review of power electronics equipment for all-electric ship MVDC power systems[J]. Electrical Power and Energy Systems, 2018, 96: 306-323.

- [3] Siamz A, Srinivas S. Unavailability assessment of redundant safety instrumented systems subject to process demand[J]. *Reliability Engineering and System Safety*, 2018, 171: 18-33.
- [4] Jane C, Jonathan B, Michael L, et al. Risk-based maintenance scheduling with application to naval vessels and ships[J]. *Ocean Engineering*, 2018, 148: 476-485.
- [5] Patricia S, Isabel L, Jose A O. Supporting maintenance scheduling: A case study[J]. *Procedia Manufacturing*, 2017, 11: 2123-2130.
- [6] Levy Y, Yechiall. Utilization of idle time in an M/G/1 queueing system[J]. *Management Science*, 1975, 22: 202-211.
- [7] Levy Y, Yechiall. An M/M/s queue with servers vacations[J]. *INFOR*, 1976, 14: 153-163.
- [8] Avi-Itzhak B, Naor P. Some queueing problems with the service station subject to server breakdown[J]. *Annals of Operations Research*, 1962, 10: 303-315.
- [9] Madhu J, Rakesh K M. Vacation model for Markov machine repair problem with two heterogeneous unreliable servers and threshold recovery[J]. *International Journal of Industrial Engineering Theory Application and Practice*, 2018, 14: 143-152.
- [10] Andrea M, Sabina R. Fair workload distribution for multi-server systems with pulling strategies[J]. *Performance Evaluation*, 2017, 113: 26-41.
- [11] Guha D, Goswami V, Banik A D. Algorithmic computation of steady-state probabilities in an almost observable GI/M/c queue with or without vacations under state dependent balking and reneging[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2016, 40(5): 4199-4219.
- [12] Wu C H, Lee W C, Ke J C, et al. Optimization analysis of an unreliable multi-server queue with a controllable repair policy[J]. *Computers & Operations Research*, 2014, 49: 83-96.
- [13] Neuts M F, Meier K S. On the use of phase type distributions in reliability modelling of systems with two components[J]. *OR Spektrum*, 1981, 2(2): 227-234.
- [14] Liu B L, Cui L R, Wen Y Q, et al. A cold standby repairable system with working vacations and vacation interruption following Markovian arrival process[J]. *Reliability Engineering and System Safety*, 2015, 142: 1-8.
- [15] Serkan E. Dynamic assessment of multi-state systems using phase-type modeling[J]. *Reliability Engineering and System Safety*, 2015, 140: 71-77.
- [16] Heungseob K, Pansoo K. Reliability models for a nonrepairable system with heterogeneous components having a phase-type time-to-failure distribution[J]. *Reliability Engineering and System Safety*, 2017, 159: 37-46.
- [17] Qi-Ming H. *Fundamentals of matrix-analytic methods*[M]. London: Springer, 2013: 10-22.
- [18] Edward K. *An introduction to stochastic processes*[M]. Beijing: China Machine Press, 2006: 264-273.
- [19] 曹晋华, 程侃. *可靠性数学引论*[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 183-198.
(Cao J H, Cheng K. *An introduction to mathematical of reliability*[M]. Beijing: Higher Education Press, 2006: 183-198.)
- [20] Bladt M, Rojas N, Leonardd. Fitting phase-type scale mixtures to heavy-tailed data and distributions[J]. *Extremes*, 2018, 21(2): 285-313.
- [21] Li F, Yin D L, Hu B. Analysis on reliability model for warm standby system with a repairman taking multiple vacations based on phase-type distribution[C]. 2016 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management. Indonesia: IEEE TEMS, 2016: 1436-1442.

作者简介

尹东亮(1992—), 男, 博士生, 从事系统工程、装备可靠性的研究, E-mail: zeronavy@163.com;

胡涛(1970—), 男, 教授, 博士生导师, 从事控制科学与工程、装备综合保障等研究, E-mail: hutao188@sohu.com;

陈童(1980—), 男, 副教授, 博士, 从事装备管理等研究, E-mail: chentong@nudt.edu.cn;

谢经伟(1995—), 男, 助教, 硕士, 从事装备综合保障的研究, E-mail: 975647478@qq.com.

(责任编辑: 李君玲)