

控制与决策

Control and Decision

基于新排序函数的直觉模糊双边匹配决策方法

乐琦, 张莉莉

引用本文:

乐琦, 张莉莉. 基于新排序函数的直觉模糊双边匹配决策方法[J]. *控制与决策*, 2020, 35(4): 985–992.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0688>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于目标作战意图信息融合的威胁评估方法

Threat assessment method based on the information fusion of target operation intention

控制与决策. 2019, 34(3): 591–601 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.1177>

考虑主体心理预期的云制造资源双边匹配机制

Two-sided matching mechanism with agents' expectation for cloud manufacturing resource

控制与决策. 2017, 32(5): 871–878 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0518>

基于后悔理论的具有期望水平的直觉语言多准则决策方法

Approach to intuitionistic linguistic multi-criteria decision making with aspiration levels on criteria based on regret theory

控制与决策. 2016, 31(9): 1638–1644 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.0848>

基于前景理论的区间直觉模糊双向投影决策方法

Bidirectional projection method with interval-valued intuitionistic fuzzy information based on prospect theory

控制与决策. 2016, 31(6): 1143–1147 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.0590>

基于广义直觉语言算子的多属性群决策方法

Multi-criteria group decision making method based on generalized intuitionistic linguistic operators

控制与决策. 2016, 31(11): 2005–2012 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.0985>

基于后悔理论的多目标灰靶决策方法

Multi-objective grey target decision model based on regret theory

控制与决策. 2015(9): 1635–1640 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.1038>

基于直觉模糊熵的专家权重确定方法及其验证

Experts' weights method and computational experiment analysis based on intuitionistic fuzzy entropy measures

控制与决策. 2015(7): 1233–1238 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.0666>

直觉模糊集的结构化分析

Structured analysis of intuitionistic fuzzy set

控制与决策. 2015(3): 561–564 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2013.1423>

基于新排序函数的直觉模糊双边匹配决策方法

乐琦^{1†}, 张莉莉²

(1. 江西财经大学 信息管理学院, 南昌 330013; 2. 大连理工大学 商学院, 辽宁 盘锦 124221)

摘要: 针对直觉模糊双边匹配问题, 基于新的排序函数提出一种考虑匹配意愿的双边匹配决策方法. 给出新的直觉模糊集排序函数的相关理论; 描述考虑主体匹配意愿的直觉模糊双边匹配问题. 决策方法如下: 首先依据新的排序函数将直觉模糊偏好转换为排序值偏好; 基于排序值矩阵、匹配意愿矩阵和匹配矩阵, 建立考虑匹配意愿的多目标双边匹配模型; 考虑到双方所有主体在大多数情形下所处的地位相同, 使用均值法将多目标模型转化为单目标模型, 进而通过模型求解获得双边匹配方案. 算例分析进一步表明了所提出决策方法的有效性.

关键词: 双边匹配; 直觉模糊集; 排序函数; 模型

中图分类号: C934

文献标志码: A

Decision method for intuitionistic fuzzy two-sided matching based on the new ranking function

YUE Qi^{1†}, ZHANG Li-li²

(1. School of Information Management, Jiangxi University of Finance and Economics, Nanchang 330013, China;
2. School of Business, Dalian University of Technology, Panjin 124221, China)

Abstract: A two-sided matching decision method considering the matching aspirations is proposed to solve the intuitionistic fuzzy two-sided matching problem based on a novel ranking function. The related theories of the ranking function of intuitionistic fuzzy set are introduced. The intuitionistic fuzzy two-sided matching problem considering agents' matching aspirations is described. The decision method is given as follows. The preference of intuitionistic fuzzy sets is firstly transformed into the preference of ranking values according to the new ranking function. Based on the ranking value matrices, the matching aspiration matrix and the matching matrix, a multi-objective two-sided matching model considering the matching aspirations is developed. Considering the statuses of all agents on both sides are the same in most situations, the multi-objective model is converted into a single-objective model using the mean value method. The two-sided matching alternative is determined by model solution. An example analysis further explains the effectiveness of the proposed decision method.

Keywords: two-sided matching; intuitionistic fuzzy set; ranking function; model

0 引言

双边匹配决策是指依据两方主体的偏好信息, 如何运用某种合理的匹配方法进行两两配对. 大量的双边匹配问题经常出现在实际生活中, 如婚姻问题^[1]、有效的广告投放^[2]、高校招生录取^[3]、供应商和顾客的动态匹配^[4]、学员岗位匹配^[5]等. 考虑到双边匹配方案的选取直接影响到双方主体针对其匹配主体满意度的提升, 进而对现实双边匹配决策效率的提升产生影响, 所以双边匹配理论与方法研究有着重

要的理论 and 现实意义.

近年来, 针对双方主体偏好信息为序值(偏好序)、序关系、语言短语和区间数等的双边匹配或多属性双边匹配理论与方法已较为完善^[6-10]. 例如, 文献[6]针对双方主体给出偏好序信息的双边匹配问题, 提出了一种基于失望理论的考虑双方主体心理行为的稳定双边匹配方法; 文献[7]提出了一种多属性匹配决策的等级置信度融合法; 文献[8]提出了一种考虑 4 种偏好序信息的多满意稳定导向双边匹配决策

收稿日期: 2018-05-22; 修回日期: 2018-10-25.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71861015, 71771036, 71261007); 教育部人文社会科学基金项目(18YJA630047); 江西省自然科学基金项目(20171BAA208001); 江西省高校人文社会科学研究项目(GL18122); 中国博士后特别基金项目(2018T110075); 中国博士后基金面上项目(2017M610831); 中央高校基本科研业务费专项基金项目(DUT17RW128); 江西省杰出青年人才项目(20192BCBL23008).

责任编辑: 樊治平.

[†]通讯作者. E-mail: yueqichina@126.com.

分析方法;文献[9]给出了一种考虑匹配度的无差异序关系下的双边匹配决策方法;文献[10]研究了基于序值信息的多对多双边匹配问题,同时指出广义中值稳定匹配在特定条件下是存在的.近两年来,学者们仍大多从双边匹配的稳定性^[11]、匹配机制^[12]、实际应用^[13]和相关理论^[14]等方面开展研究.

综合上述分析可知,已有研究为解决各种偏好信息下的(多属性)双边匹配问题给出了多种方法.然而,一方面,考虑到现实双边匹配问题的复杂性和模糊性、双方主体认知的局限性等因素的影响,双方主体给出的可能是直觉模糊偏好信息^[15],直觉模糊集理论^[16]已应用于决策领域^[17-18],但在双边匹配决策领域中的应用^[19]比较少见;另一方面,已有研究较少基于匹配意愿的视角进行研究.

鉴于此,本文给出新的直觉模糊集的排序函数,并将其与主体匹配意愿一起应用在双边匹配决策中.针对直觉模糊双边匹配问题,基于新的排序函数提出一种考虑匹配意愿的双边匹配决策方法.给出新的直觉模糊集排序函数的相关理论;描述考虑主体匹配意愿的直觉模糊双边匹配问题.算例分析进一步表明了所提出决策方法的有效性.

1 预备知识

1.1 直觉模糊集理论

定义1 设 H 是一个非空集合,称 $E = \{ \langle h, t_E(h), f_E(h) \rangle | h \in H \}$ 为 H 上的直觉模糊集^[16],其中 $t_E(h)$ 和 $f_E(h)$ 分别为 H 中元素 h 属于 E 的隶属度 $t_E: H \rightarrow [0, 1]$ 和非隶属度 $f_E: H \rightarrow [0, 1]$,且满足 $0 \leq t_E(h) + f_E(h) \leq 1, \forall h \in H$.

称 $g_E(h) = 1 - t_E(h) - f_E(h)$ 为 H 中 $h \in H$ 的犹豫度.容易得到 $0 \leq g_E(h) \leq 1, \forall h \in H$.进一步地,如果 $g_E(h) = 0$,则 E 为模糊集.为简单起见, $E = \{ \langle h, t_E(h), f_E(h) \rangle | h \in H \}$ 简记为 $E = \langle t_E(h), f_E(h) \rangle$ 或 $E = \langle t_E, f_E \rangle$.

文献[20]利用分值函数对直觉模糊集进行排序,给出如下定义.

定义2 设 $E = \langle t_E(h), f_E(h) \rangle$ 为直觉模糊集,则 $E = \langle t_E(h), f_E(h) \rangle$ 的分值函数 $s_E(h)$ 可表示为

$$s_E(h) = t_E(h) - f_E(h). \quad (1)$$

由定义2可知, $-1 \leq s_E(h) \leq 1$, $s_E(h)$ 随着 $t_E(h) - f_E(h)$ 的增大而增大,所以 $s_E(h)$ 可作为衡量 $E = \langle t_E(h), f_E(h) \rangle$ 大小的一个指标^[17].但在实际问题中,很可能出现 $s_{E_1}(h) = s_{E_2}(h)$ 的情形(例如 $E_1 = \langle 0.72, 0.22 \rangle, E_2 = \langle 0.64, 0.14 \rangle$).此时,依据分值函数 $s_E(h)$ 不能比较 E_1 和 E_2 的优劣,为此文献[21]引入

了精确函数的概念.

定义3 设 $E = \langle t_E(h), f_E(h) \rangle$ 为直觉模糊集, $E = \langle t_E(h), f_E(h) \rangle$ 的精确函数 $r_E(h)$ 可表示为

$$r_E(h) = t_E(h) + f_E(h). \quad (2)$$

结合定义2、定义3,文献[22]给出如下排序指标.

定义4 设 $E_i = \langle t_{E_i}, f_{E_i} \rangle$ 和 $E_j = \langle t_{E_j}, f_{E_j} \rangle$ 为两个直觉模糊集,排序指标如下:

1) 若 $s_{E_i} > s_{E_j}$,则 $E_i > E_j$.

2) 若 $s_{E_i} = s_{E_j}$,则

① 若 $r_{E_i} > r_{E_j}$,则 $E_i > E_j$;

② 若 $r_{E_i} = r_{E_j}$,则 $E_i = E_j$.

定义4中,分值函数 $s_E(h)$ 在比较过程中处于绝对优先的地位.例如,对于文献[23]中的两个直觉模糊集 $E_3 = \langle 0.5, 0.3 \rangle$ 和 $E_4 = \langle 0.4, 0.1999 \rangle$,由式(1)可得 $s_{E_3} = 0.2 < s_{E_4} = 0.2001$,由式(2)可得 $r_{E_3} = 0.8 < r_{E_4} = 0.5999$.从直观上讲,由于分值函数 s_{E_3} 比 s_{E_4} 小0.0001(几乎可以忽略不计), E_3 和 E_4 的排序结果主要看精确函数 r_{E_3} 和 r_{E_4} ;又因为精确函数 r_{E_3} 比 r_{E_4} 大0.2001(很多,相对于0.0001而言),排序结果应为 $E_3 > E_4$.然而,尽管情况如此,但是由定义4可知此时的排序结果为 $E_3 < E_4$,表明定义4给出的排序指标有一点不合理的地方.

此外,在文献[22]的基础上,一些学者还给出了其他形式的排序函数.例如,Wang等^[24]提出的关于直觉模糊集 $E = \langle t_E, f_E \rangle$ 的分值函数为

$$S(E) = \frac{1}{2}(3t_E - f_E - 1), S(E) \in [-1, 1],$$

排序规则是:如果 $S(E)$ 越大,则 $E = \langle t_E, f_E \rangle$ 越大.Lin等^[25]针对直觉模糊集 $E = \langle t_E, f_E \rangle$ 定义了一个新的得分函数

$$W(E) = \frac{1}{2}t_E - \frac{3}{2}f_E + \frac{1}{2}, W(E) \in [-1, 1],$$

排序规则是:若 $W(E)$ 越大,则 $E = \langle t_E, f_E \rangle$ 越大.Elisabeth等^[26]根据相似测度给出如下新的排序函数:

$$R(E) = \frac{1}{2}(1 - t_E)(2 - t_E - f_E), R(E) \in [0, 1],$$

排序规则是:若 $R(E)$ 越大,则 $E = \langle t_E, f_E \rangle$ 越小.

进一步分析发现,文献[24-25]仅通过分值函数对直觉模糊集进行排序;使用文献[24-26]给出的排序方法,不同类型的决策者也只能获得一种排序结果.为此,本文试图对直觉模糊集的排序指标进行改进,使得新的排序函数能适用于不同类型的决策者,相关理论给出如下.

1.2 直觉模糊集排序函数理论

定义5 设 $E = \langle t_E, f_E \rangle$ 为直觉模糊集,则直觉模糊集 E 的排序函数 O_E 可表示为

$$O_E = \frac{1}{2}(\lambda s_E + (1 - \lambda)r_E + 1), \quad (3)$$

其中 $0 \leq \lambda \leq 1$.

称参数 λ 为“乐观度”, 用来衡量决策者对“优先度”(即分值函数 $S_E(h)$)和“精确度”(即精确函数 $r_E(h)$)的风险偏好程度. 现实中大多数情况下, 决策者相对于“精确度”而言更偏爱“优先度”, 因此 $0.5 \leq \lambda \leq 1$. λ 越大, 决策者偏爱“优先度”的程度越高. 进一步地, 越大的“乐观度”可看作是越大的“风险偏好度”(由于“优先度”重视程度越高, “精确度”忽视程度越高, “风险偏好度”越高), 反之亦然. 为进一步阐述“乐观度”的含义, 给出如下分析: 在离散情形下, “乐观度”可通过定义为一个语言变量来反映决策者的“风险偏好度”, 如表1所示. 通过表1可以确定决策者的“乐观度” λ , 在连续情形下, “乐观度”的含义可依据表1中某两位相邻数值所对应的语言短语来确定.

表1 参数 λ 在语言环境下的含义

语言短语	一般乐观	稍微乐观	明显乐观	非常乐观	强烈乐观	绝对乐观
参数 λ	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1

此外, 排序函数 O_E 还具有如下性质.

定理1 设 $E = \langle t_E, f_E \rangle$ 为一个直觉模糊集, 则排序函数 O_E 具有如下性质:

1) $O_E \in [0, 1]$, $O_E = 0$ 当且仅当 $O_E = \langle 0, 1 \rangle$, $O_E = 1$ 当且仅当 $O_E = \langle 1, 0 \rangle$;

2) 当直觉模糊集 $E = \langle t_E, f_E \rangle$ 退化为普通的模糊数, 即 $t_E + f_E = 1$ 时, $O_E = \lambda(t_E - 1) + 1$, 此时只需依据隶属度 t_E 大小对模糊数排序.

证明 1) 首先, 证明“ $O_E \geq 0$ ”.

由于 $0.5 \leq \lambda \leq 1, -1 \leq s_E \leq 1$, 有 $\lambda s_E \geq -1, \lambda s_E + 1 \leq 0$. 由于 $0.5 \leq \lambda \leq 1$, 有 $0 \leq 1 - \lambda \leq 0.5$. 又因为 $0 \leq r_E \leq 0.5$, 所以 $(1 - \lambda)r_E \geq 0$. 因此

$$O_E = \frac{1}{2}(\lambda s_E + (1 - \lambda)r_E + 1) \geq 0.$$

其次, 证明“ $O_E = 0$ 当且仅当 $E = \langle 0, 1 \rangle$ ”.

令

$$V_1 = \lambda s_E + 1, V_2 = (1 - \lambda)r_E,$$

则 $O_E = \frac{1}{2}(V_1 + V_2)$. 先求 V_1 的最小值, 为此建立如下优化模型(M-1):

$$(M-1) \min V_1 = \lambda s_E + 1;$$

$$\text{s.t. } 0.5 \leq \lambda \leq 1, -1 \leq s_E \leq 1.$$

求解模型(M-1), 可得 $V_1^{\min} = 0$. 此时 $\lambda_* = 1, s_{E_*} = -1$, 即 $E_* = \langle 0, 1 \rangle$. 再求 V_2 的最小值. 为此, 建立如下

优化模型(M-2)

$$(M-2) \min V_2 = (1 - \lambda)r_E;$$

$$\text{s.t. } 0.5 \leq \lambda \leq 1, 0 \leq r_E \leq 1.$$

一方面, $V_2^{\min} = 0$; 另一方面, 将 $\lambda_* = 1, s_{E_*} = -1$ 代入 $V_2 = (1 - \lambda)r_E$, 可得 $V_2(\lambda_* = 1, s_{E_*} = -1) = 0$, 表明 $\lambda_* = 1, s_{E_*} = -1$ 也是模型(M-2)的最优解, 所以 $O_E^{\min} = O_E(\lambda_* = 1, s_{E_*} = -1) = \frac{1}{2}(0 + 0) = 0$. 综上, $O_E = 0$ 当且仅当 $E = \langle 0, 1 \rangle$.

再次, 证明“ $O_E \leq 1$ ”.

由于 $0.5 \leq \lambda \leq 1, -1 \leq s_E \leq 1$, 有 $\lambda s_E \leq \lambda$. 由于 $0 \leq 1 - \lambda \leq 0.5, 0 \leq r_E \leq 1$, 有 $(1 - \lambda)r_E \leq \lambda$. 所以 $O_E = \frac{1}{2}(\lambda s_E + (1 - \lambda)r_E + 1) \leq \frac{1}{2}(\lambda + (1 - \lambda) + 1)$.

最后, 证明“ $O_E = 1$ 当且仅当 $E = \langle 1, 0 \rangle$ ”.

先求 V_1 的最大值, 为此建立如下优化模型(M-3):

$$(M-3) \max V_1 = \lambda s_E + 1;$$

$$\text{s.t. } 0.5 \leq \lambda \leq 1, -1 \leq s_E \leq 1.$$

求解模型(M-3), 可得 $V_1^{\max} = 2$. 此时 $\lambda_* = 1, s_{E_*} = 1$, 即 $E^* = \langle 1, 0 \rangle$.

将 $\lambda_* = 1, s_{E_*} = 1$ 代入 $V_2 = (1 - \lambda)r_E$, 可得 $V_2(\lambda_* = 1, s_{E_*} = 1) = 0$. 因此, $O_E(\lambda_* = 1, s_{E_*} = 1) = \frac{1}{2}(V_1^{\max} + 0) = 1$. 又因为 $O_E \leq 1$, 所以 $O_E(\lambda_* = 1, s_{E_*} = 1) = O_E^{\max} = 1$. 综上, $O_E = 1$ 当且仅当 $E = \langle 1, 0 \rangle$.

2) 当 $t_E + f_E = 1$ 时, 有

$$f_E = 1 - t_E. \quad (4)$$

将式(1)、(2)和(4)代入(3), 可得

$$O_E = \lambda(t_E - 1) + 1. \quad (5)$$

由式(5)可知, 此时只需依据隶属度 t_E 的大小进行排序. \square

定理2 设 $E = \langle t_E, f_E \rangle$ 为一个直觉模糊集, 则排序函数 O_E 是关于隶属度 t_E 的单调递增函数, 是关于非隶属度 f_E 的单调递减函数.

证明 由式(1)~(3), 可得

$$O_E = \frac{1}{2}(\lambda(t_E - f_E) + (1 - \lambda)(t_E + f_E) + 1), \quad (6)$$

进而有

$$\frac{\partial O_E}{\partial t_E} = \frac{1}{2}(\lambda + (1 - \lambda)) = \frac{1}{2}. \quad (7)$$

因此 $\frac{\partial O_E}{\partial t_E} > 0$, O_E 是关于隶属度 t_E 的单调递增函数.

由式(6), 可得

$$\frac{\partial O_E}{\partial f_E} = \frac{1}{2}(\lambda(-1) + (1 - \lambda)) = \frac{1}{2}(1 - 2\lambda), \quad (8)$$

由于 $0.5 \leq \lambda \leq 1$, $\frac{\partial O_E}{\partial f_E} < 0$, O_E 是关于非隶属度 f_E 的单调递减函数. \square

定理3 设 $E = \langle t_E, f_E \rangle$ 为一个直觉模糊集, 排序函数 O_E 蕴含了分值函数 s_E 和精确函数 r_E 的如下排序原理:

- 1) 若精确函数 r_E 相等, 则排序函数 O_E 是关于分值函数 s_E 的单调递增函数;
- 2) 若分值函数 s_E 相等, 则排序函数 O_E 是关于精确函数 r_E 的单调非减函数.

证明 1) 当 r_E 相等时, r_E 可视为常数. 此时由式(3)可得 $O_E = \frac{1}{2}(\lambda s_E + (1 - \lambda)r_E + 1)$, 因此有

$$\frac{\partial O_E}{\partial s_E} = \frac{1}{2}\lambda. \tag{9}$$

由于 $0.5 \leq \lambda \leq 1$, $\frac{\partial O_E}{\partial s_E} > 0$, O_E 是关于分值函数 s_E 的单调递增函数.

2) 当 s_E 相等时, s_E 可视为常数. 此时由式(3)可得

$$\frac{\partial O_E}{\partial s_E} = \frac{1}{2}(1 - \lambda). \tag{10}$$

由于 $0.5 \leq \lambda \leq 1$, 则 $0 < 1 - \lambda < 0.5$, $\frac{\partial O_E}{\partial s_E} > 0$, O_E 是关于分值函数 s_E 的单调非减函数. \square

定理4 设 $E = \langle t_E, f_E \rangle$ 为一个直觉模糊集, 排序函数 O_E 具有如下性质:

- 1) 若隶属度函数 t_E 相等, 则排序函数 O_E 是关于分值函数 s_E 的单调非减函数;
- 2) 若隶属度函数 t_E 相等, 则排序函数 O_E 是关于精确函数 r_E 的单调非增函数;
- 3) 若非隶属度函数 f_E 相等, 则排序函数 O_E 是关于分值函数 s_E 的单调递增函数;
- 4) 若非隶属度函数 f_E 相等, 则排序函数 O_E 是关于精确函数 r_E 的单调递增函数.

证明 1) 由式(1)~(3), 可得

$$r_E = 2t_E - s_E. \tag{11}$$

将式(11)代入(3), 可得

$$O_E = \frac{1}{2}((2\lambda - 1)s_E + 2(1 - \lambda)t_E + 1). \tag{12}$$

若隶属度函数 t_E 相等, 则 t_E 可视为常数, 此时由式(12)对 O_E 关于 s_E 求偏导, 可得

$$\frac{\partial O_E}{\partial s_E} = \frac{2\lambda - 1}{2}. \tag{13}$$

由于 $0.5 \leq \lambda \leq 1$, $\frac{\partial O_E}{\partial s_E} > 0$, O_E 是关于分值函数 s_E 的单调非减函数.

2) 由式(11), 可得

$$s_E = 2t_E - r_E. \tag{14}$$

将式(14)代入(3), 可得

$$O_E = \frac{1}{2}(2\lambda t_E + (1 - 2\lambda)r_E + 1). \tag{15}$$

若隶属度函数 t_E 相等, 则 t_E 可视为常数, 此时由式(15)对 O_E 关于 r_E 求偏导, 可得

$$\frac{\partial O_E}{\partial r_E} = \frac{1 - 2\lambda}{2}. \tag{16}$$

由于 $0.5 \leq \lambda \leq 1$, $\frac{\partial O_E}{\partial s_E} > 0$, O_E 是关于精确函数 r_E 的单调非增函数.

3) 由式(1)~(3), 可得

$$r_E = s_E + 2f_E. \tag{17}$$

将式(17)代入(3), 可得

$$O_E = \frac{1}{2}(s_E + 2(1 - \lambda)f_E + 1). \tag{18}$$

若非隶属度函数 f_E 相等, 则 f_E 可视为常数, 此时由式(18)对 O_E 关于 s_E 求偏导, 可得

$$\frac{\partial O_E}{\partial s_E} = \frac{1}{2}, \tag{19}$$

所以 O_E 是关于分值函数 s_E 的单调递增函数.

4) 由式(17), 可得

$$s_E = r_E - 2f_E. \tag{20}$$

将式(20)代入(3), 可得

$$O_E = \frac{1}{2}(r_E - 2\lambda f_E + 1). \tag{21}$$

若非隶属度函数 f_E 相等, 则 f_E 可视为常数, 此时由式(21)对 O_E 关于 r_E 求偏导, 可得

$$\frac{\partial O_E}{\partial r_E} = \frac{1}{2}, \tag{22}$$

所以 O_E 是关于精确函数 r_E 的单调递增函数. \square

注1 定理1~定理4是所提出的直觉模糊集排序函数 O_E 所具有的性质, 与本文研究的主题“直觉模糊双边匹配决策”密切相关, 可以为更加深入探讨直觉模糊环境下的双边匹配决策相关理论提供参考.

1.3 双边匹配介绍

记 $\partial = \{\partial_1, \partial_2, \dots, \partial_p\}$ 与 $\wp = \{\wp_1, \wp_2, \dots, \wp_q\}$ ($p, q \geq 2$) 为 ∂ 方与 \wp 方主体集合, ∂_i 和 \wp_j 为第 i 个 ∂ 方主体和第 j 个 \wp 方主体; 设 $p \leq q$, 记 $P = \{1, 2, \dots, p\}$, $Q = \{1, 2, \dots, q\}$.

定义6 设 $\Upsilon: \partial \cup \wp \rightarrow \partial \cup \wp$ 为一映射, 如果 $\forall \partial_i, \forall \wp_j$ 均满足:

- 1) $\Upsilon(\partial_i) \in \wp$;
- 2) $\Upsilon(\wp_j) \in \partial \cup \{\wp_j\}$;
- 3) $\Upsilon(\partial_i) = \wp_j$ 当且仅当 $\Upsilon(\wp_j) = \partial_i$.

则称 ∂ 为双边匹配^[27-28], $\Upsilon(\partial_i) = \wp_j$ 表示 ∂_i 与 \wp_j 匹配, $\Upsilon(\wp_i) = \wp_j$ 表示 \wp_j 未匹配.

定义7 双边匹配 ∂ 可表示为 $\partial = \partial_{\text{two}} \cup \partial_{\text{one}}$, 其中 ∂_{two} 为匹配对集合, ∂_{one} 为单身对集合.

2 直觉模糊双边匹配决策方法

2.1 直觉模糊双边匹配问题描述

在考虑的直觉模糊双边匹配问题中, 记 $\vec{A} = [\vec{a}_{ij}]_{p \times q}$ 为 ϑ 方到 \wp 方的直觉模糊矩阵. 其中: $\vec{a}_{ij} = \langle t_{\vec{a}_{ij}}(x), f_{\vec{a}_{ij}}(x), t_{\vec{a}_{ij}}(x) \rangle$ 表示 ϑ_i 对于 \wp_j 的满意程度, $f_{\vec{a}_{ij}}(x)$ 表示 ϑ_i 对于 \wp_j 的不满意程度. 记 $\vec{B} = [\vec{b}_{ij}]_{p \times q}$ 为 \wp 方到 ϑ 方的直觉模糊矩阵. 其中: $\vec{b}_{ij} = \langle t_{\vec{b}_{ij}}(x), f_{\vec{b}_{ij}}(x), t_{\vec{b}_{ij}}(x) \rangle$ 表示 \wp_j 对于 ϑ_i 的满意程度, $f_{\vec{b}_{ij}}(x)$ 表示 \wp_j 对于 ϑ_i 的不满意程度. 记 $\Delta = [\delta_{ij}]_{p \times q}$ 为 ϑ 方与 \wp 方之间的匹配意愿矩阵, 其中 δ_{ij} 表示 ϑ_i 与 \wp_j 之间的匹配意愿, 满足 $\delta_{ij} \in [0, 1]$, $\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \delta_{ij} = 1$. 设 Υ^* 表示“最佳”双边匹配方案.

注2 匹配意愿 δ_{ij} 主要由 ϑ_i 与 \wp_j 之间的满意程度确定, 具体确定方法后面给予说明, 后文中“满意程度”简称为“满意度”.

基于上述分析, 本文考虑解决的问题如下: 依据直觉模糊矩阵 $\vec{A} = [\vec{a}_{ij}]_{p \times q}$ 和 $\vec{B} = [\vec{b}_{ij}]_{p \times q}$ 及匹配意愿矩阵 $\Delta = [\delta_{ij}]_{p \times q}$, 如何通过有效的双边匹配决策方法得到“最佳” Υ^* .

2.2 考虑匹配意愿的双边匹配模型的建立

首先, 由式(1)~(3)将矩阵 $\vec{A} = [\vec{a}_{ij}]_{p \times q}$ 和 $\vec{B} = [\vec{b}_{ij}]_{p \times q}$ 转换为排序值矩阵 $A = [a_{ij}]_{p \times q}$ 和 $B = [b_{ij}]_{p \times q}$, 其中

$$a_{ij} = \frac{1}{2}(\lambda(t_{\vec{a}_{ij}}(x) - f_{\vec{a}_{ij}}(x)) + (1 - \lambda)(t_{\vec{a}_{ij}}(x) + f_{\vec{a}_{ij}}(x)) + 1), \quad (23)$$

$$b_{ij} = \frac{1}{2}(\lambda(t_{\vec{b}_{ij}}(x) - f_{\vec{b}_{ij}}(x)) + (1 - \lambda)(t_{\vec{b}_{ij}}(x) + f_{\vec{b}_{ij}}(x)) + 1). \quad (24)$$

注3 在式(23)和(24)中, “乐观度” λ 由表1给出. 例如, 当决策者认为“优先度”相对于“精确度”的重视程度为“强烈乐观”时, 取 $\lambda = 0.9$.

设

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & \Upsilon(\vartheta_i) = \wp_j; \\ 0, & \Upsilon(\vartheta_i) \neq \wp_j. \end{cases}$$

建立匹配矩阵 $Y = [y_{ij}]_{p \times q}$. 考虑到排序值越大, 主体的满意度越大, 将排序值最大作为匹配目标. 依据排序值矩阵 $A = [a_{ij}]_{p \times q}$ 和 $B = [b_{ij}]_{p \times q}$, 匹配意愿矩阵 $\Delta = [\delta_{ij}]_{p \times q}$ 和匹配矩阵 $Y = [y_{ij}]_{p \times q}$, 结合主体匹配意愿, 可建立如下双边匹配模型(M-4):

$$(M-4) \max O_{\vartheta_i} = \sum_{j=1}^q \delta_{ij} a_{ij} y_{ij}, \quad i \in P;$$

$$\max O_{\wp_j} = \sum_{i=1}^p \delta_{ij} a_{ij} y_{ij}, \quad j \in Q.$$

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^q y_{ij} = 1, \quad i \in P;$$

$$\sum_{i=1}^p y_{ij} \leq 1, \quad j \in Q;$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i \in P, j \in Q.$$

注4 在模型(M-4)中, $a_{ij} y_{ij}$ 表示在双边匹配方案 Υ 中主体 ϑ_i 对于 \wp_j 的满意度, $\delta_{ij} a_{ij} y_{ij}$ 表示在双边匹配方案 Υ 中主体 ϑ_i 对于 \wp_j 的考虑到相互之间匹配意愿 δ_{ij} 时的满意度, $O_{\vartheta_i} = \sum_{j=1}^q \delta_{ij} a_{ij} y_{ij}$ 表示在双边匹配方案 Υ 中主体 ϑ_i 对于所有 \wp 方主体的总体满意度(考虑到主体 ϑ_i 和 \wp_j 之间的匹配意愿). 因此, 目标 $\max O_{\vartheta_i} = \sum_{j=1}^q \delta_{ij} a_{ij} y_{ij}$ 的含义是最大化主体 ϑ_i 的满

意度, 目标 $\max O_{\wp_j} = \sum_{i=1}^p \delta_{ij} a_{ij} y_{ij}$ 的含义是最大化主体 \wp_j 的满意度. 其中匹配意愿 δ_{ij} 的管理学含义如上所述, 即表示主体 ϑ_i 与 \wp_j 匹配在一起的匹配意愿, 计算公式^[15]为

$$\delta_{ij} = \frac{1}{e^{|a_{ij} - b_{ij}|} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \frac{1}{e^{|a_{ij} - b_{ij}|}}}. \quad (25)$$

式(25)通过求解一个以总倒差最大为目标的优化模型得到, 其合理性在文献[15]中已进行了详细阐述, 此处不再赘述. 有

$$\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \delta_{ij} = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \frac{1}{e^{|a_{ij} - b_{ij}|} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \frac{1}{e^{|a_{ij} - b_{ij}|}}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \frac{1}{e^{|a_{ij} - b_{ij}|}}} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \frac{1}{e^{|a_{ij} - b_{ij}|}} = 1.$$

2.3 双边匹配模型的求解

在实际双边匹配过程中, 若考虑到双方所有主体大多数情况下所处地位相同, 则双边匹配模型(M-4)可转化为单目标双边匹配模型(M-5):

$$(M-5) \max O = \sum_{j=1}^q \sum_{i=1}^p (a_{ij} + b_{ij}) \delta_{ij} y_{ij}.$$

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^q y_{ij} = 1, \quad i \in P;$$

$$\sum_{i=1}^p y_{ij} \leq 1, \quad j \in Q;$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i \in P, j \in Q.$$

通过求解双边匹配模型(M-5),可获得“最优”匹配矩阵 $Y^* = [y_{ij}^*]_{p \times q}$.

2.4 基于新排序函数的双边匹配决策的步骤

综上所述,基于新排序函数的双边匹配决策的步骤如下.

Step 1: 运用式(23),将直觉模糊矩阵 $\vec{A} = [\vec{a}_{ij}]_{p \times q}$ 转换为排序值矩阵 $A = [a_{ij}]_{p \times q}$;运用式(24),将直觉模糊矩阵 $\vec{B} = [\vec{b}_{ij}]_{p \times q}$ 转换为排序值矩阵 $B = [b_{ij}]_{p \times q}$.

Step 2: 基于排序值矩阵 $A = [a_{ij}]_{p \times q}$ 和 $B = [b_{ij}]_{p \times q}$ 及匹配意愿矩阵 $\Delta = [\delta_{ij}]_{p \times q}$ 和匹配矩阵 $Y = [y_{ij}]_{p \times q}$, 构建多目标双边匹配模型(M-4).

Step 3: 根据大多数情况下所有主体地位相同的观点,将模型(M-4)转化为单目标模型(M-5).

Step 4: 解单目标模型(M-5),确定“最佳”方案 Υ^* .

3 算例分析

考虑一个高级管理人员和CEO岗位匹配的算例.某集团要在其内部高级管理人员中选派4名任职于4个分公司的CEO岗位($\partial_1, \partial_2, \partial_3, \partial_4$),现有8名内部高级管理人员($\wp_1, \wp_2, \dots, \wp_8$)经过初步筛选后进入最后的匹配阶段. ∂ 方主要基于人员以往工作经历和经验、管理能力、动态学习能力和驾驭变化的能力等方面对 \wp 方进行满意度评价,给出 ∂ 方到 \wp 方的直觉模糊矩阵 $\vec{A} = [\vec{a}_{ij}]_{4 \times 8}$,如表2所示. \wp 方主要基于子公司的战略、岗位环境和个人变革态度等方面对 \wp 方进行满意度评价,给出 \wp 方到 ∂ 方的直觉模糊矩阵 $\vec{B} = [\vec{b}_{ij}]_{4 \times 8}$,如表3所示.最后,由集团董事会结合上述信息做出“最优”双边匹配方案 Υ_* 的决策.

表2 直觉模糊矩阵 $\vec{A} = [\vec{a}_{ij}]_{4 \times 8}$

CEO 岗位	管理人员							
	\wp_1	\wp_2	\wp_3	\wp_4	\wp_5	\wp_6	\wp_7	\wp_8
∂_1	$\langle 0.5, 0.3 \rangle$	$\langle 0.3, 0.2 \rangle$	$\langle 0.4, 0.3 \rangle$	$\langle 0.6, 0.3 \rangle$	$\langle 0.4, 0.2 \rangle$	$\langle 0.4, 0.3 \rangle$	$\langle 0.5, 0.4 \rangle$	$\langle 0.4, 0.2 \rangle$
∂_2	$\langle 0.5, 0.1 \rangle$	$\langle 0.4, 0.3 \rangle$	$\langle 0.5, 0.2 \rangle$	$\langle 0.6, 0.4 \rangle$	$\langle 0.5, 0.2 \rangle$	$\langle 0.6, 0.4 \rangle$	$\langle 0.6, 0.3 \rangle$	$\langle 0.6, 0.3 \rangle$
∂_3	$\langle 0.6, 0.3 \rangle$	$\langle 0.5, 0.3 \rangle$	$\langle 0.5, 0.1 \rangle$	$\langle 0.5, 0.2 \rangle$	$\langle 0.5, 0.2 \rangle$	$\langle 0.4, 0.3 \rangle$	$\langle 0.5, 0.3 \rangle$	$\langle 0.5, 0.4 \rangle$
∂_4	$\langle 0.5, 0.2 \rangle$	$\langle 0.4, 0.3 \rangle$	$\langle 0.5, 0.3 \rangle$	$\langle 0.5, 0.3 \rangle$	$\langle 0.4, 0.2 \rangle$	$\langle 0.4, 0.3 \rangle$	$\langle 0.5, 0.3 \rangle$	$\langle 0.4, 0.1 \rangle$

表3 直觉模糊矩阵 $\vec{B} = [\vec{b}_{ij}]_{4 \times 8}$

CEO 岗位	管理人员							
	\wp_1	\wp_2	\wp_3	\wp_4	\wp_5	\wp_6	\wp_7	\wp_8
∂_1	$\langle 0.5, 0.4 \rangle$	$\langle 0.5, 0.2 \rangle$	$\langle 0.5, 0.3 \rangle$	$\langle 0.4, 0.3 \rangle$	$\langle 0.5, 0.4 \rangle$	$\langle 0.5, 0.3 \rangle$	$\langle 0.5, 0.2 \rangle$	$\langle 0.5, 0.3 \rangle$
∂_2	$\langle 0.5, 0.3 \rangle$	$\langle 0.5, 0.3 \rangle$	$\langle 0.4, 0.3 \rangle$	$\langle 0.5, 0.4 \rangle$	$\langle 0.4, 0.3 \rangle$	$\langle 0.4, 0.3 \rangle$	$\langle 0.4, 0.1 \rangle$	$\langle 0.4, 0.1 \rangle$
∂_3	$\langle 0.5, 0.3 \rangle$	$\langle 0.4, 0.2 \rangle$	$\langle 0.6, 0.3 \rangle$	$\langle 0.5, 0.3 \rangle$	$\langle 0.6, 0.4 \rangle$	$\langle 0.6, 0.2 \rangle$	$\langle 0.5, 0.3 \rangle$	$\langle 0.5, 0.3 \rangle$
∂_4	$\langle 0.4, 0.1 \rangle$	$\langle 0.4, 0.3 \rangle$	$\langle 0.5, 0.2 \rangle$	$\langle 0.4, 0.3 \rangle$	$\langle 0.5, 0.3 \rangle$	$\langle 0.4, 0.2 \rangle$	$\langle 0.4, 0.2 \rangle$	$\langle 0.6, 0.3 \rangle$

运用所提出基于新排序函数直觉模糊边匹配决策方法的步骤如下.

Step 1: 运用式(23),将 $\vec{A} = [\vec{a}_{ij}]_{4 \times 8}$ 转换为排序值矩阵 $A = [a_{ij}]_{4 \times 8}$,如表4所示;运用式(25),将 $\vec{B} = [\vec{b}_{ij}]_{4 \times 8}$ 转换为排序值矩阵 $B = [b_{ij}]_{4 \times 8}$,如表5所示,其中 $\lambda = 0.9$.

表4 排序值矩阵 $A = [a_{ij}]_{4 \times 8}$

CEO 岗位	管理人员							
	\wp_1	\wp_2	\wp_3	\wp_4	\wp_5	\wp_6	\wp_7	\wp_8
∂_1	0.26	0.14	0.16	0.36	0.24	0.16	0.18	0.24
∂_2	0.42	0.16	0.34	0.28	0.34	0.28	0.26	0.36
∂_3	0.36	0.26	0.42	0.34	0.34	0.16	0.28	0.18
∂_4	0.34	0.16	0.26	0.26	0.24	0.16	0.26	0.32

表5 排序值矩阵 $B = [b_{ij}]_{4 \times 8}$

CEO 岗位	管理人员							
	\wp_1	\wp_2	\wp_3	\wp_4	\wp_5	\wp_6	\wp_7	\wp_8
∂_1	0.18	0.34	0.26	0.16	0.18	0.26	0.34	0.26
∂_2	0.26	0.26	0.16	0.18	0.16	0.16	0.32	0.32
∂_3	0.26	0.24	0.36	0.26	0.28	0.44	0.26	0.26
∂_4	0.32	0.16	0.34	0.16	0.26	0.24	0.24	0.36

Step 2: 由矩阵 $A = [a_{ij}]_{4 \times 8}$ 、 $B = [b_{ij}]_{4 \times 8}$ 、 $\Delta = [\delta_{ij}]_{4 \times 8}$ 和 $Y = [y_{ij}]_{4 \times 8}$, 构建多目标双边匹配模型(M-4).其中: $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{1, 2, \dots, 8\}$. $\Delta = [\delta_{ij}]_{4 \times 8}$ 由式(25)计算得到,如表6所示.

Step 3: 考虑到大多数情况下所有主体所处地位相同,将多目标模型(M-4)转化为如下单目标模型(M-5):

$$(M-5) \max O = \sum_{j=1}^8 \sum_{i=1}^4 (a_{ij} + b_{ij}) \delta_{ij} y_{ij}.$$

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^8 y_{ij} = 1, i \in P;$$

$$\sum_{i=1}^4 y_{ij} \leq 1, j \in Q;$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\}, i \in P, j \in Q.$$

其中系数矩阵 $C = [(a_{ij} + b_{ij}) \delta_{ij}]_{4 \times 8}$ 如表7所示.

Step 4: 进一步求解单目标模型(M-5),确定匹配矩阵 $Y^* = [y_{ij}^*]_{4 \times 8}$,如表8所示.

表6 匹配意愿矩阵 $\Delta = [\delta_{ij}]_{4 \times 8}$

CEO 岗位	管理人员							
	\wp_1	\wp_2	\wp_3	\wp_4	\wp_5	\wp_6	\wp_7	\wp_8
∂_1	0.0315	0.028	0.0309	0.028	0.0322	0.0309	0.0291	0.0335
∂_2	0.0291	0.0309	0.0285	0.0309	0.0285	0.0303	0.0322	0.0328
∂_3	0.0309	0.0335	0.0322	0.0315	0.0322	0.0258	0.0335	0.0315
∂_4	0.0335	0.0342	0.0315	0.0309	0.0335	0.0315	0.0335	0.0328

表7 系数矩阵 $C = [(a_{ij} + b_{ij})\delta_{ij}]_{4 \times 8}$

CEO 岗位	管理人员							
	\wp_1	\wp_2	\wp_3	\wp_4	\wp_5	\wp_6	\wp_7	\wp_8
∂_1	0.0139	0.0134	0.013	0.0146	0.0135	0.013	0.0151	0.0168
∂_2	0.0198	0.013	0.0143	0.0142	0.0143	0.0133	0.0187	0.0223
∂_3	0.0192	0.0168	0.0251	0.0189	0.02	0.0155	0.0181	0.0139
∂_4	0.0221	0.0109	0.0189	0.013	0.0168	0.0126	0.0168	0.0223

表8 匹配矩阵 $Y^* = [y_{ij}^*]_{4 \times 8}$

CEO 岗位	管理人员							
	\wp_1	\wp_2	\wp_3	\wp_4	\wp_5	\wp_6	\wp_7	\wp_8
∂_1	0	0	0	0	0	0	1	0
∂_2	0	0	0	0	0	0	0	1
∂_3	0	0	1	0	0	0	0	0
∂_4	1	0	0	0	0	0	0	0

所以,“最优”方案为

$$Y^* = Y_{two}^* \cup Y_{one}^*$$

其中

$$Y_{two}^* = \{(\partial_1, \wp_7), (\partial_2, \wp_8), (\partial_3, \wp_3), (\partial_4, \wp_1)\},$$

$$Y_{one}^* = \{(\wp_2, \wp_2), (\wp_4, \wp_4), (\wp_5, \wp_5), (\wp_6, \wp_6)\}.$$

4 结论

本文从新的排序函数和主体匹配意愿的角度提出了一种直觉模糊双边匹配决策方法. 给出了新的直觉模糊集排序函数及其理论分析,进而将直觉模糊矩阵转换为排序值矩阵. 依据排序值矩阵、匹配意愿矩阵和匹配矩阵,构建了考虑主体匹配意愿的双边匹配模型. 最后通过模型求解确定双边匹配方案. 主要结论如下:

1) 给出的新的直觉模糊集排序函数能够反映决策者的“风险偏好度”,适用于不同类型的决策者,新的排序函数丰富并发展了直觉模糊集的相关理论,为进一步相关研究奠定了良好基础.

2) 构建的多目标双边匹配模型能够较好地反映双方主体的匹配意愿.

3) 所提出的直觉模糊双边匹配决策方法与已有相关工作的主要区别在于如下两方面:一是本方法引入的新的排序函数能够反映决策者的“风险偏好度”,进而能适用于不同类型的决策者;二是通过运用

本方法所获得的双边匹配方案能够较好地反映双方主体的匹配意愿.

4) 本文方法能够有效解决直觉模糊双边匹配问题,为进一步深入研究提供了新思路和新途径,也对直觉模糊环境下的双边匹配决策理论和方法的实际应用具有较强的指导价值.

参考文献(References)

- [1] Laurens C, Thomas D, Bram D R, et al. Household consumption when the marriage is stable[J]. American Economic Review, 2017, 107(6): 1507-1534.
- [2] Byun J, Jang S. Effective destination advertising: Matching effect between advertising language and destination type[J]. Tourism Management, 2015, 50(10): 31-40.
- [3] McLarnon M J W, Goffin R D, Rothstei M G. Differentiation of cognitive abilities and the medical college admission test[J]. Personality and Individual Differences, 2018, 123(3): 50-55.
- [4] Xu X K, Wang C, Zeng Y, et al. Matching service providers and customers in two-sided dynamic markets[J]. IFAC Papersonline, 2015, 48(3): 2208-2213.
- [5] Gharote M, Patil R, Lodha S, et al. Assignment of trainees to software project requirements: A stable matching based approach[J]. Computers & Industrial Engineering, 2015, 87(9): 228-237.
- [6] 李铭洋, 樊治平. 考虑双方主体心理行为的稳定双边匹配方法[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(10): 2591-2599. (Li M Y, Fan Z P. Method for stable two-sided matching considering psychological behavior of agents on both sides[J]. System Engineering — Theory & Practice, 2014, 34(10): 2591-2599.)
- [7] 陈圣群, 王应明, 施海柳. 多属性匹配决策的等级置信度融合法[J]. 系统工程学报, 2015, 30(1): 25-33. (Chen S Q, Wang Y M, Shi H L. Rank belief

- degrees fusion method for multi-attribute matching decision-making[J]. *Journal of Systems Engineering*, 2015, 30(1): 25-33.)
- [8] 梁海明, 姜艳萍, 孔德财. 考虑偏好序的多满意稳定导向双边匹配决策方法[J]. *系统工程理论与实践*, 2015, 35(6): 1535-1546.
(Liang H M, Jiang Y P, Kong D C. Decision-making method on multiple targets of satisfied and stable two-sided matching considering the preference ordering[J]. *System Engineering—Theory & Practice*, 2015, 35(6): 1535-1546.)
- [9] 乐琦. 基于序关系信息的双边匹配决策方法[J]. *系统工程学报*, 2015, 30(5): 601-606.
(Yue Q. Decision method for two-sided matching based on order relation[J]. *Journal of Systems Engineering*, 2015, 30(5): 601-606.)
- [10] Chen P, Egesdal M, Pycia M, et al. Median stable matchings in two-sided markets[J]. *Games and Economic Behavior*, 2016, 97(1): 64-69.
- [11] Souza M A D S, Li W G, Garcia R C. Stable two-sided matching of slot allocation in airport collaborative decision making by top trading cycles mechanism[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2018, 31(3): 534-545.
- [12] Kojima F, Tamura A, Yokoo M. Designing matching mechanisms under constraints: An approach from discrete convex analysis[J]. *Journal of Economic Theory*, 2018, 176(1): 803-833.
- [13] Haas C, Hall M, Vlasnik S L. Finding optimal mentor-mentee matches: A case study in applied two-sided matching[J]. *Heliyon*, 2018, 4(6): 1-17.
- [14] Echenique F, Galichon A. Ordinal and cardinal solution concepts for two-sided matching[J]. *Games and Economic Behavior*, 2017, 101(1): 63-77.
- [15] 乐琦. 直觉模糊环境下考虑匹配意愿的双边匹配决策[J]. *中国管理科学*, 2017, 25(6): 161-168.
(Yue Q. Two-sided matching decision considering matching aspiration under the intuitionistic fuzzy circumstance[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2017, 25(6): 161-168.)
- [16] Atanassov K. Intuitionistic fuzzy sets[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1986, 20(1): 87-96.
- [17] 徐泽水. 直觉模糊偏好信息下的多属性决策途径[J]. *系统工程理论与实践*, 2007, 27(11): 62-71.
(Xu Z S. Approaches to multiple attribute decision making with intuitionistic fuzzy preference information[J]. *System Engineering—Theory & Practice*, 2007, 27(11): 62-71.)
- [18] 蔡久顺, 张执国, 师鹏, 等. 基于直觉模糊多属性群决策的风险排序方法[J]. *工程数学学报*, 2015, 32(5): 650-658.
(Cai J S, Zhang Z G, Shi P, et al. Method for risk ranking based on intuitionistic fuzzy multi-attribute group decision-making[J]. *Chinese Journal of Engineering Mathematics*, 2015, 32(5): 650-658.)
- [19] 林杨, 王应明. 考虑直觉模糊偏好关系的双边稳定匹配及应用[J]. *控制与决策*, 2015, 30(12): 2212-2218.
(Lin Y, Wang Y M. Bilateral stable matching considering intuitionistic fuzzy preference relations and their application[J]. *Control and Decision*, 2015, 30(12): 2212-2218.)
- [20] Chen S M, Tan J M. Handling multicriteria fuzzy decision-making problems based on vague set theory[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1994, 67(2): 163-172.
- [21] Hong D H, Choi C H. Multicriteria fuzzy decision-making problems based on vague set theory[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, 114(1): 103-113.
- [22] Xu Z S, Cai X Q. Recent advances in intuitionistic fuzzy information aggregation[J]. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 2010, 9(4): 359-381.
- [23] Dymova L, Sevastjanov P, Tikhomenko A. Two-criteria method for comparing real-valued and interval-valued intuitionistic fuzzy values[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2013, 45(3): 166-173.
- [24] Wang J, Zhang J, Liu S Y. A new score function for fuzzy MCDM based on vague set theory[J]. *International Journal of Computational Cognition*, 2006, 4(1): 44-48.
- [25] Lin L, Yuan X H, Xia Z Q. Multicriteria fuzzy decision-making methods based on intuitionistic fuzzy sets[J]. *Journal of Computer and System Sciences*, 2007, 73(1): 84-88.
- [26] Elisabeth R A, Ronald R Y, Nikhil I, et al. *Studies in computational intelligence*[M]. Berlin: Springer, 2009: 7-19.
- [27] 樊治平, 乐琦. 基于完全偏好序信息的严格双边匹配方法[J]. *管理科学学报*, 2014, 17(1): 21-34.
(Fan Z P, Yue Q. Strict two-sided matching method based on complete preference ordinal information[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2014, 17(1): 21-34.)
- [28] 乐琦, 樊治平. 基于不完全序值信息的双边匹配决策方法[J]. *管理科学学报*, 2015, 18(2): 23-35.
(Yue Q, Fan Z P. Decision method for two-sided matching based on incomplete ordinal number information[J]. *Journal of Management Sciences in China*, 2015, 18(2): 23-35.)

作者简介

乐琦(1983—), 男, 副教授, 博士, 从事决策理论与方法及其应用等研究, E-mail: yueqichina@126.com;

张莉莉(1982—), 女, 副教授, 博士, 从事决策理论与方法及其应用等研究, E-mail: lilizhang@dlut.edu.cn.

(责任编辑: 郑晓蕾)