

基于灰色综合关联分析的多目标优化方法

贺利军, 李文锋, 张煜

引用本文:

贺利军, 李文锋, 张煜. 基于灰色综合关联分析的多目标优化方法[J]. *控制与决策*, 2020, 35(5): 1134–1142.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0904>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于多目标邻域差分进化和模糊粗糙集的属性约简算法

Attribute reduction with fuzzy rough set based on multiobjective neighborhood difference algorithm

控制与决策. 2019, 34(5): 947–955 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.1465>

基于概率假设密度滤波的多目标雷达空间误差配准算法

Radar spatial registration with multiple targets based on probability hypothesis density filter

控制与决策. 2018, 33(8): 1429–1435 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0506>

基于前景理论的物流配送干扰管理优化调度方法

Disruption management optimal scheduling for logistics distribution based on prospect theory

控制与决策. 2018, 33(11): 2064–2068 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.0882>

基于多层次信息交互的多目标粒子群优化算法

Multi-objective particle swarm optimization algorithm based on the interaction of multi-level information

控制与决策. 2016, 31(5): 907–912 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.0109>

考虑属性权重优化的犹豫模糊多属性决策方法

Hesitant fuzzy multiple attribute decision making method based on optimization of attribute weights

控制与决策. 2016(2): 297–302 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.1931>

基于GMOGSO的多目标流水车间调度问题

Multi-objective flow shop scheduling problem based on GMOGSO

控制与决策. 2016, 31(10): 1772–1778 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.1309>

不确定可靠性优化问题的多目标粒子群优化算法

Multi-objective particle swarm optimization for uncertain reliability optimization problems

控制与决策. 2015(9): 1701–1705 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.1165>

三态协调搜索多目标粒子群优化算法

Multi-objective particle swarm optimization algorithm based on three status coordinating searching

控制与决策. 2015, 30(11): 1945–1952 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.1378>

基于灰色综合关联分析的多目标优化方法

贺利军, 李文锋[†], 张煜

(武汉理工大学 物流工程学院, 武汉 430063)

摘要: 针对现有多目标优化方法存在的搜索性能弱、效率低等问题, 提出一种基于灰色综合关联分析的多目标优化方法. 该多目标优化方法采用单目标优化算法构建高质量的参考序列, 计算参考序列与优化解的目标函数值序列之间的灰色综合关联度, 定义基于灰色综合关联度的解支配关系准则, 将灰色综合关联度作为多目标优化算法的适应度值. 以带顺序相关调整时间的多目标流水线车间调度问题作为应用对象, 建立总生产成本、最大完工时间、平均流程时间及机器平均闲置时间的多目标函数优化模型. 提出基于灰色关联分析的多目标烟花算法, 对所建立的多目标优化模型进行优化求解. 仿真实验表明, 所提出多目标烟花算法的性能优于 3 种基于不同多目标优化方法的烟花算法及两种经典多目标算法, 验证了所提出的多目标优化方法及多目标算法的可行性和有效性.

关键词: 多目标优化; 灰色综合关联分析; 参考序列; 顺序相关调整时间; 多目标流水线车间调度; 烟花算法
中图分类号: TP391 **文献标志码:** A

Multi-objective optimization method based on grey synthetic incidence analysis

HE Li-jun, LI Wen-feng[†], ZHANG Yu

(School of Logistics Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063, China)

Abstract: Aiming at the problems such as poor search performance and low efficiency in existing multi-objective optimization methods, a multi-objective optimization method based on grey synthetic incidence analysis is proposed. In the proposed multi-objective optimization method, a high quality reference sequence is firstly constructed by a single objective optimization algorithm, the grey synthetic incidence degree between the reference sequence and the objective function value sequence of the optimized solution is calculated, and then the dominance relationship of different solutions based on grey synthetic incidence degree is defined. Finally, the grey synthetic incidence degree is used as the fitness value of the multi-objective optimization algorithm. The multi-objective flow shop scheduling problem with sequence-dependent setup times is taken as the application object, and a multi-objective optimization model including the objectives of total production cost, makespan, mean flow time and machine mean idle time is developed. A multi-objective fireworks algorithm based on grey synthetic incidence analysis is proposed to solve the proposed multi-objective optimization model. The simulation experiment shows that the performance of the proposed multi-objective fireworks algorithm is better than these fireworks algorithms based on the different multi-objective optimization methods and two popular multi-objective algorithms, thus the feasibility and effectiveness of the proposed multi-objective optimization method are verified.

Keywords: multi-objective optimization; grey synthetic incidence analysis; reference sequence; sequence-dependent setup times; multi-objective flow shop scheduling; fireworks algorithm

0 引言

多目标优化问题是现实中常见的一类复杂优化问题. 与单目标优化不同, 多目标优化中一个目标性能的改善可能导致另一个或多个目标性能降低. 多目标优化是多个目标相互妥协的动态发展过程, 一般无法获得一个使多个目标都达到最优的解, 只能得到一组相互折中的最优解集. 在多目标优化中, 选

择合理的优化方法是影响多目标算法性能的一个关键因素. 目前国内外涌现出了几类多目标优化方法: 第 1 类是基于标量的多目标优化方法, 其中最常用的是基于目标加权的多目标优化方法^[1]; 第 2 类是基于 Pareto 支配的多目标优化方法, 该方法通过非支配排序来判断解的优劣, 代表算法有 NSGA-II^[2] 和 SPEA-II^[3] 等; 第 3 类是基于性能指标的多目标优化方法, 该

收稿日期: 2018-07-03; 修回日期: 2018-12-06.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61571336, 71874132).

责任编辑: 夏元清.

[†]通讯作者. E-mail: liwf@whut.edu.cn.

方法在优化过程中以性能度量指标来选择优解,代表算法有IBEA^[4](indicator based evolutionary algorithm)和HVMOE^[5](hypervolume indicator-based multi-objective evolutionary algorithm)等. 基于标量的多目标优化方法实现简单,但通常一次运行只能得到单个解,目标的数量级和量纲也难以统一,特别对于基于目标加权的多目标优化方法,难以选择较为客观的目标权重. 而基于Pareto支配和性能指标的多目标优化方法虽然能获得较高质量的解,但计算复杂度较高,当问题搜索空间和优化目标数量增加时,搜索性能大幅降低,计算效率也显著下降^[1].

灰色综合关联分析^[6](grey synthetic incidence analysis, GSIA)是灰色系统理论的重要组成部分,是一种处理不确定或部分信息不足问题的简单有效的方法. 灰色综合关联分析中的灰色综合关联度是衡量动态发展序列联系是否紧密的指标,适合于动态系统发展过程的分析. 目前,灰色综合关联分析已广泛应用于多种领域. 文献[7]分析农业、工业、生活和生态用水消耗等相关因素的灰色综合关联度,对水资源消费结构进行了探讨研究. 文献[8]对电力变压器状态安全技术的溶解气体进行分析研究,以灰色综合关联度来确定测试样品行为序列之间的复杂相互关系. 文献[9]研究双重不确定信息的多属性群决策问题,以灰色综合关联度设置决策者的初始权值. 目前较少有文献将灰色综合关联分析应用于多目标优化. 考虑到多目标优化是动态发展的过程,受灰色综合关联分析的灵感启发,本文尝试发展一种基于灰色综合关联分析的多目标优化方法.

带顺序相关调整时间的流水车间调度问题(flowshop scheduling problem with sequence dependent setup times, FSP-SDST)是一类重要的生产调度问题^[10]. 由于考虑工件运输、设备清洗及夹具固定等非生产性调整活动,FSP-SDST的研究成果对实际生产更具指导意义. 文献[11]设计了一种混合局部搜索算法以优化FSP-SDST的最大完工时间. 文献[12]提出了一种混沌生物地理学优化算法,优化了FSP-SDST的总权重拖期时间. 文献[10]融合邻域搜索、禁忌表及重启机制等技术,提出了一种改进的迁移鸟优化算法,以优化FSP-SDST的最大完工时间. 文献[13]提出一种多目标迭代局部搜索算法,优化了FSP-SDST的最大完工时间和总的权重拖期时间两个目标. 尽管已有文献提出了多种优化算法对FSP-SDST展开研究,但现有研究大多围绕单目标展开,考虑顺序相关调整时间的多目标流水车间调度问题(multi-

objective flowshop scheduling problem with sequence dependent setup times, MOFSP-SDST)的研究相对较少^[13]. 现实的生产调度问题具有多目标特性,需要同时考虑成本、完工时间、机器利用率等多个目标,因此有必要对MOFSP-SDST展开更为深入的研究.

烟花算法^[14-15](fireworks algorithm, FWA)是模拟烟花爆炸方式的一种群体智能优化算法,具有爆发性、涌现性及多样性等特点,已应用于函数优化^[16]、配电系统网络重构^[17]、视网膜图像配准^[18]及模型参数提取^[19]等领域,并表现出了优秀的算法性能. 目前鲜有文献将FWA应用于多目标优化问题中,FWA在多目标优化中的算法性能还有待开发. 鉴于上述问题,本文首先提出一种基于灰色综合关联分析的多目标优化方法;然后对MOFSP-SDST这一多目标优化问题展开研究,建立总生产成本、最大完工时间、平均流程时间及机器平均闲置时间的4目标函数模型;最后将所提出多目标优化方法与FWA算法融合,建立基于灰色综合关联分析的多目标烟花算法(grey synthetic incidence analysis-based fireworks algorithm, GSIAFWA)来求解MOFSP-SDST,并与基于不同多目标优化方法的烟花算法进行性能对比,验证所提出方法的可行性和有效性.

1 灰色综合关联分析的多目标优化方法

灰色综合关联分析方法通过计算比较序列与参考序列之间的灰色综合关联度,以灰色综合关联度的大小评估比较序列与参考序列的紧密联系程度^[6]. 若灰色综合关联度越大,则比较序列与参考序列联系越紧密. 由于问题的固有特性,灰色综合关联分析方法不能直接应用于多目标优化问题,需要对其作适当扩展. 将灰色综合关联分析发展成多目标优化方法,其核心步骤是:1)构造一个高质量的参考序列;2)实现灰色综合关联分析;3)判断解的支配关系.

1.1 参考序列构造

为实现灰色综合关联分析,首先需要通过有效手段构建一个参考序列. 本文通过多并行子群的单目标优化算法构造参考序列 F_0 ,步骤如下.

step 1: 随机一个大小为 N_1 的初始种群,将其等分为 M 个子群, M 为优化目标的数.

step 2: 使用单目标优化算法,并行地对每个子群实现一个子目标的单独优化,记录每个子目标并行优化后的最优函数值 $f_0(k)$, $k \in \{1, 2, \dots, M\}$.

step 3: 将 M 个子目标的优化值组成参考序列 $F_0 = \{f_0(1), f_0(2), \dots, f_0(k), \dots, f_0(M)\}$.

1.2 灰色综合关联分析

1.2.1 灰色绝对关联度

1) 求参考序列 F_0 和比较序列 F_i 的始点零化像.

对参考序列 F_0 和比较序列 F_i 进行始点零化操作,得到相应的始点零化像序列,实现步骤如下.

step 1: 以始点零化算子 $f_0^0(k) = f_0(k) - f_0(1)$ 对参考序列 F_0 的每个目标值实现始点零化操作,得到 F_0 的始点零化像

$$F_0^0 = \{f_0(1) - f_0(1), f_0(2) - f_0(1), \dots, f_0(k) - f_0(1), \dots, f_0(M) - f_0(1)\}.$$

其中: $f_0(1)$ 为参考序列 F_0 的第 1 个目标的函数值; $f_0(k)$ 为参考序列 F_0 的第 k 个目标的函数值, $k = 1, 2, \dots, M$; $f_0^0(k)$ 为第 k 个目标值进行始点零化后的像. 为方便表述,将 F_0 的始点零化像记为

$$F_0^0 = \{0, f_0^0(2), \dots, f_0^0(k), \dots, f_0^0(M)\}.$$

step 2: 以始点零化算子 $f_i^0(k) = f_i(k) - f_i(1)$ 实现比较序列 F_i 的每个目标值的始点零化操作,得到 F_i 的始点零化像

$$F_i^0 = \{f_i(1) - f_i(1), f_i(2) - f_i(1), \dots, f_i(k) - f_i(1), \dots, f_i(M) - f_i(1)\}.$$

其中: $f_i(1)$ 为比较序列 F_i 的第 1 个目标的函数值; $f_i(k)$ 为比较序列 F_i 的第 k 个目标的函数值, $k = 1, 2, \dots, M$; $f_i^0(k)$ 为第 k 个目标值进行始点零化后的像. 同样为方便性表述,将 F_i 的始点零化像记为

$$F_i^0 = \{0, f_i^0(2), \dots, f_i^0(k), \dots, f_i^0(M)\}.$$

2) 计算绝对量 $|s_0|$ 、 $|s_i|$ 和 $|s_0 - s_i|$, 有

$$|s_0| = \left| \sum_{k=2}^{M-1} f_0^0(k) + \frac{1}{2} f_0^0(M) \right|, \tag{1}$$

$$|s_i| = \left| \sum_{k=2}^{M-1} f_i^0(k) + \frac{1}{2} f_i^0(M) \right|, \tag{2}$$

$$|s_0 - s_i| = \left| \sum_{k=2}^{M-1} (f_0^0(k) - f_i^0(k)) + \frac{1}{2} (f_0^0(M) - f_i^0(M)) \right|. \tag{3}$$

3) 计算序列 F_0 和 F_i 的灰色绝对关联度 ε_{0i} , 有

$$\varepsilon_{0i} = \frac{1 + |s_0| + |s_i|}{1 + |s_0| + |s_i| + |s_0 - s_i|}. \tag{4}$$

1.2.2 灰色相对关联度

1) 计算参考序列 F_0 和比较序列 F_i 的初值像.

对参考序列 F_0 和比较序列 F_i 进行初值化操作,得到相应的初值像序列,具体的初值化步骤如下.

step 1: 以初值化算子 $f_0'(k) = \frac{f_0(k)}{f_0(1) + \lambda}$ 对参考

序列 F_0 的每个目标实现初值化操作,得到 F_0 的初值化像

$$F_0' = \left\{ \frac{f_0(1)}{f_0(1) + \lambda}, \frac{f_0(2)}{f_0(1) + \lambda}, \dots, \frac{f_0(k)}{f_0(1) + \lambda}, \dots, \frac{f_0(M)}{f_0(1) + \lambda} \right\}.$$

其中: $f_0(1)$ 为参考序列 F_0 的始点目标函数值; $f_0(k)$ 为参考序列 F_0 的第 k 个目标的函数值, $k = 1, 2, \dots, M$; $f_0'(k)$ 为第 k 个目标进行初值化后的像, λ 是一个极小的常数,以防止分母为零的现象发生. 为方便起见,将 F_0 的初值化像表述为

$$F_0' = \{1, f_0'(2), \dots, f_0'(k), \dots, f_0'(M)\},$$

其中

$$f_0'(1) = \frac{f_0(1)}{f_0(1) + \lambda} \approx 1.$$

step 2: 以初值化算子 $f_i'(k) = \frac{f_i(k)}{f_i(1) + \lambda}$ 对比较序列 F_i 的每个目标实现初值化操作,得到 F_i 的初值化像

$$F_i' = \left\{ \frac{f_i(1)}{f_i(1) + \lambda}, \frac{f_i(2)}{f_i(1) + \lambda}, \dots, \frac{f_i(k)}{f_i(1) + \lambda}, \dots, \frac{f_i(M)}{f_i(1) + \lambda} \right\}.$$

其中: $f_i(1)$ 为比较序列 F_i 的第 1 个目标的函数值; $f_i(k)$ 为比较序列 F_i 的第 k 个目标的函数值, $k = 1, 2, \dots, M$; $f_i'(k)$ 为第 k 个目标进行初值化后的值. 同样,为方便起见,将 F_i 的初值化像表述为

$$F_i' = \{1, f_i'(2), \dots, f_i'(k), \dots, f_i'(M)\},$$

$$f_i'(1) = \frac{f_i(1)}{f_i(1) + \lambda} \approx 1.$$

2) 计算序列 F_0' 和 F_i' 的始点零化像.

参照第 1.2.1 节的始点零化方法,对初值化后的序列 F_0' 和 F_i' 进行始点零化操作,分别得到 F_0' 的始点零化像 $F_0'^0 = \{0, f_0'^0(2), \dots, f_0'^0(k), \dots, f_0'^0(M)\}$ 和 F_i' 的始点零化像 $F_i'^0 = \{0, f_i'^0(2), \dots, f_i'^0(k), \dots, f_i'^0(M)\}$, 其中 $f_0'^0(k) = f_0'(k) - f_0'(1)$, $f_i'^0(k) = f_i'(k) - f_i'(1)$, $k = 1, 2, \dots, M$.

3) 计算绝对量 $|s'_0|$ 、 $|s'_i|$ 和 $|s'_0 - s'_i|$, 有

$$|s'_0| = \left| \sum_{k=2}^{M-1} f_0'^0(k) + \frac{1}{2} f_0'^0(M) \right|, \tag{5}$$

$$|s'_i| = \left| \sum_{k=2}^{M-1} f_i'^0(k) + \frac{1}{2} f_i'^0(M) \right|, \tag{6}$$

$$|s'_0 - s'_i| = \left| \sum_{k=2}^{M-1} (f_0'^0(k) - f_i'^0(k)) + \frac{1}{2} (f_0'^0(M) - f_i'^0(M)) \right|. \tag{7}$$

4) 计算序列 F_0 和 F_i 的灰色相对关联度 γ_{0i} , 有

$$\gamma_{0i} = \frac{1 + |s'_0| + |s'_i|}{1 + |s'_0| + |s'_i| + |s'_0 - s'_i|}. \quad (8)$$

1.2.3 灰色综合关联度

计算序列 F_0 和 F_i 的灰色综合关联度 ρ_{0i} , 有

$$\rho_{0i} = \theta \varepsilon_{0i} + (1 - \theta) \gamma_{0i}, \quad (9)$$

其中 $\theta \in (0, 1)$, 通常取 $\theta = 0.5^{[6-7]}$. 然而, 对实际不同问题, θ 的取值可能对结果有较大影响.

1.3 解的支配关系

本文定义一种新的解支配关系以评判解的优劣. 定义如下.

定义 1 假定多目标优化的当代种群中两个可行解 \mathbf{X} 、 \mathbf{Y} , 它们对应的目标函数值序列分别为 $F_{\mathbf{X}}$ 、 $F_{\mathbf{Y}}$. $F_{\mathbf{X}}$ 、 $F_{\mathbf{Y}}$ 与参考序列 F_0 之间的灰色综合关联度分别为 $\rho_{0\mathbf{X}}$ 和 $\rho_{0\mathbf{Y}}$. 若 $\rho_{0\mathbf{X}} > \rho_{0\mathbf{Y}}$, 则解 \mathbf{X} 支配解 \mathbf{Y} ; 若 $\rho_{0\mathbf{X}} < \rho_{0\mathbf{Y}}$, 则解 \mathbf{Y} 支配解 \mathbf{X} ; 若 $\rho_{0\mathbf{X}} = \rho_{0\mathbf{Y}}$, 则 \mathbf{X} 、 \mathbf{Y} 互不支配.

基于灰色综合关联分析的多目标优化方法不需要赋予目标权重值, 避免了目标之间的冲突关系, 消除了目标值量纲和数量级的影响, 并且对目标值数据满足的分布形式无特别要求, 原理简单, 计算方便.

2 问题描述及数学模型

2.1 问题描述

MOFSP-SDST 可以描述为: 有一任务集合 $J = \{1, 2, \dots, i, \dots, n\}$ 和一个机器集合 $M = \{1, 2, \dots, j, m\}$, 每个任务 $i \in J$ 以相同的顺序访问所有机器. 任务 i 在机器 j 上的加工时间 p_{ij} 及加工成本 PC_{ij} 固定. 任务提前或拖期完工都会产生相应的成本惩罚, 任务 i 的交货期 d_i 、单位时间提前完工库存成本 L_i 及拖期惩罚成本 E_i 已知. 在机器 j 上先后加工的两个相邻任务 i 与 $i+1$ 之间存在一个调整时间 $S_{i,(i+1),j}$ 及单位时间的调整成本 $SC_{i,(i+1),j}$, 满足以下约束条件: 1) 每个任务在任意时刻只能在一台机器上加工; 2) 每台机器一次只能加工一个工件; 3) 任务之间不存在优先级和并行性; 4) 机器一旦开始加工就不能中断; 5) 每个任务只有在前一台机器上完成加工, 且后一台相邻机器空闲时, 才可在后一台相邻机器上进行加工. 调度的目标是给出一个所有任务的加工排序 $\pi = [\pi(1), \pi(2), \dots, \pi(l), \dots, \pi(n)]$, 使得多个目标整体最优, $\pi(l)$ 为排在第 l 个位置的任务, $\pi(l) \in J$.

2.2 数学模型

本文根据实际生产需求, 建立总生产成本、最大完工时间、平均流程时间及机器平均闲置时间的 4 目

标函数优化模型, 有

$$F = \min\{f_1, f_2, f_3, f_4\}. \quad (10)$$

1) f_1 为总的生产成本, 包括任务加工成本、任务拖期完工惩罚成本、任务提前完工库存成本、调整操作成本, 有

$$f_1 = \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^m p_{\pi(l),j} PC_{\pi(l),j} + \sum_{l=1}^n L_{\pi(l)} \max\{(C_{\pi(l),m} - D_{\pi(l)}), 0\} + \sum_{l=1}^n E_{\pi(l)} \max\{(D_{\pi(l)} - C_{\pi(l),m}), 0\} + \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^m SC_{\pi(l),\pi(l+1),j} S_{\pi(l),\pi(l+1),j}, \quad (11)$$

其中 $C_{\pi(l),m}$ 为排在第 l 个位置的任务 $\pi(l)$ 的完工时间. f_1 的第 1 项为所有任务的加工成本之和, 第 2 项为所有任务的拖期完工惩罚成本之和, 第 3 项为所有任务的提前完工库存成本之和, 第 4 项为所有任务的调整活动成本之和.

2) f_2 为最大完工时间, 表示最后一个位置的任务 $\pi(n)$ 的完工时间, 有

$$f_2 = C_{\pi(n),m} = \max\{C_{\pi(n),(m-1)}, C_{\pi(n),m} + S_{\pi(n-1),\pi(n),m}\} + p_{\pi(n),m}. \quad (12)$$

3) f_3 为平均流程时间, 表示所有工件任务的完工时间总和的平均, 有

$$f_3 = \frac{1}{n} \sum_{l=1}^n C_{\pi(l),m}. \quad (13)$$

4) f_4 为机器的平均闲置时间, 表示机器的利用率, 有

$$f_4 = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \left(\max_{l=1,2,\dots,n} C_{\pi(l),j} - \sum_{l=1}^n p_{\pi(l),j} \right). \quad (14)$$

3 面向 MOFSP-SDST 的灰色综合关联分析烟花算法

针对建立的 MOFSP-SDST 模型, 本文将 FWA 算法与所提出多目标优化方法相结合, 构建一种多目标烟花算法 GSIAFWA. 在算法中, 灰色综合关联度被用作烟花算法的适应度值, 判断烟花及火花个体的支配关系, 算法步骤如下.

3.1 种群初始化

随机两个种群 P_1 和 P_2 . 其中种群 P_1 大小为 N_1 , 用作单目标 FWA 算法构建参考序列; 种群 P_2 大小为 N_2 , 用作多目标 FWA 算法的迭代种群. 考虑到

MOFSP-SDST 是一类离散优化问题,为使 FWA 算法适用于求解该类问题,采用 LOV^[1](largest order value) 编码机制将种群 P_1 和 P_2 离散化,得到合法的离散初始化种群.

3.2 灰色综合关联分析

针对本文的 MOFSP-SDST 问题,灰色综合关联分析过程如下.

step 1: 将大小为 N_1 的种群 P_1 等分为 4 个子群,以单目标 FWA 算法对 4 个子群实现总生产成本、最大完工时间、平均流程时间及机器平均闲置时间 4 个目标函数的单目标并行优化,得到由 4 个目标函数优化值组成的参考序列 $F_0 = \{f_0(1), f_0(2), f_0(3), f_0(4)\}$.

step 2: 对当代种群中的每个可行解 π_i ,以式 (11)~(14) 计算 π_i 的总生产成本、最大完工时间、平均流程时间及机器平均闲置时间 4 个目标函数值,组成序列 $F_i, i \in \{1, 2, \dots, N_2\}$.

step 3: 计算每个序列 F_i 与参考序列 F_0 的灰色综合关联度值 ρ_{0i} . 在多目标 FWA 算法迭代优化的整个过程中, ρ_{0i} 将作为适应度值选择优秀的烟花个体.

3.3 外部档案建立及维护

外部档案技术已成为当前多目标优化算法的一个重要组成部分. 本文以灰色综合关联度和拥挤距离来建立和维护外部档案,其步骤如下.

step 1: 首先产生一个空集外部档案 EA,其能容纳的烟花个体数为 W_{\max} . 对算法初始种群 P_2 进行灰色综合关联分析,计算 P_2 中每个烟花个体的灰色综合关联度. 按照灰色综合关联度由大到小将烟花个体进行排序,若 $N_2 > W_{\max}$,则将初始种群 P_2 中前 W_{\max} 个烟花个体添加到 EA 中;若 $N_2 \leq W_{\max}$,则将初始种群 P_2 中所有烟花个体都添加到 EA. 至此,完成外部档案的建立.

step 2: 外部档案 EA 建立后,对多目标 FWA 算法每代种群中每个烟花个体,以灰色综合关联度判断其与当前外部档案 EA 中烟花个体的支配关系. 若当前种群中的烟花个体 π_i 不支配 EA 中任何烟花个体,则 π_i 不进入 EA;若种群中烟花个体 π_i 支配 EA 中若干烟花个体,则将 π_i 添加到 EA,并将受其支配的个体从 EA 中删除;最后若 EA 中的烟花个体数超过 W_{\max} ,则以拥挤距离将拥挤度大的个体剔除.

3.4 爆炸算子

1) 爆炸强度.

每个烟花产生火花个数为

$$S_i = h \frac{\rho_{\min} - \rho_{0i} + \varepsilon}{\sum_{i=1}^{N_2} (\rho_{\min} - \rho_{0i}) + \varepsilon}. \quad (15)$$

其中: S_i 为种群中第 i 个烟花产生火花的个数, ρ_{\min} 为所有烟花个体的最小灰色综合关联度, ρ_{0i} 为第 i 个烟花的灰色综合关联度, ε 为一个极小的常数. 第 i 个烟花产生火花数量的限制公式如下:

$$\hat{S}_i = \begin{cases} \text{round}(ah), & S_i < ah; \\ \text{round}(bh), & S_i > bh; \\ \text{round}(S_i), & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (16)$$

其中: \hat{S}_i 为第 i 个烟花产生火花的数量,它可将火花数量限制在一个合理范围内,防止过多或过少烟花的产生; h 为火花总数; a, b 为给定的常数. 由式 (15) 和 (16) 可知,灰色综合关联度(适应度值)越大的烟花产生火花的数量越多,这样可以保证较多适应度好的火花产生;而灰色综合关联度越小的烟花产生火花的数量越少,可以保证较差适应度的烟花在其附近进行适度搜索,避免“早熟”^[14].

2) 爆炸幅度.

每个烟花爆炸幅度范围为

$$A_i = A \frac{\rho_{0i} - \rho_{\max} + \varepsilon}{\sum_{i=1}^{N_2} (\rho_{0i} - \rho_{\max}) + \varepsilon}. \quad (17)$$

其中: A_i 为第 i 个烟花爆炸的幅度范围, A 为最大的爆炸幅度, ρ_{\max} 为当前种群中烟花个体的最大灰色综合关联度. 式 (17) 表明,灰色综合关联度越大的烟花,其爆炸幅度越小,以此保证烟花的优良特性;而灰色综合关联度越小的烟花,其爆炸幅度越大,以此使烟花作大幅度变异来收敛到更优区域.

3) 位移操作.

对烟花的每一维进行位移操作,有

$$\pi_i^k = \pi_i^k + \text{rand}(0, A_i). \quad (18)$$

其中: π_i^k 为第 i 个烟花的第 k 维位置, $i = 1, 2, \dots, N_2$, $k = 1, 2, \dots, n$.

3.5 变异操作

对烟花的每一维进行变异操作,有

$$\pi_i^k = \pi_i^k g. \quad (19)$$

其中: g 为高斯分布随机数, $g \sim N(1, 1)$, $i = 1, 2, \dots, N_2$, $k = 1, 2, \dots, n$.

3.6 映射规则

经过上述爆炸算子及变异算子之后,可能产生一些在可行域外的非法火花. 因此,需要采取映射规则将非法火花映射为合法火花. 本文采用模运算映射

规则,有

$$\pi_i^k = \pi_{\min}^k + |\pi_i^k| \% (\pi_{\max}^k - \pi_{\min}^k). \quad (20)$$

其中: π_{\max}^k 和 π_{\min}^k 分别为火花的第 k 维位置的上、下界, % 为模运算.

3.7 选择策略

选择当前种群中较优的烟花或火花个体进入下一代, 每个烟花或火花个体被选择的概率为

$$p(\pi_i) = \frac{\rho_{0i}}{\sum_{j \in K} \rho_{0j}}, \quad (21)$$

其中集合 K 为爆炸算子和高斯变异产生的所有火花及当代烟花种群的集合. 式(21)表明, 灰色综合关联度越大的烟花或火花被选择的概率越大.

3.8 终止条件判断

判断算法是否满足终止条件, 以最大迭代代数作为算法终止条件. 若达到最大迭代代数, 则算法终止, 输出外部档案中的结果, 否则转至第3.2节.

4 实验及结果分析

4.1 测试问题及参数设置

参考文献 [13, 20], 将 SDD50 和 SDD125 两类问题合并为一大类, 对算法进行性能测试. 算例的任务数和机器分别为 $\{20, 50, 100\} \times \{5, 10, 20\}$ 、 $\{200\} \times \{10, 20\}$. 考虑到算例中未包含成本等相关信息, 根据实际工厂费用估算相关成本信息, 以均匀分布方法随机得到成本信息, 具体为: 单位时间加工成本(元/小时) $PC_{ij} \sim U[10, 25]$, 单位时间库存成本(元/小时) $L_i \sim U[5, 15]$, 单位时间拖期惩罚成本(元/小时) $E_i \sim U[10, 30]$, 单位时间调整活动成本(元/小时) $SC_{i,(i+1),j} \sim U[5, 20]$.

为公平起见, 所有算法的最大迭代代数 $Maxgen = 200$, 外部档案容量 $W_{\max} = 20$. 烟花算法种群 P_1 大小为 $N_1 = 24$, 种群 P_2 大小为 $N_2 = 15$, $a = 0.1$, $b = 0.8$. 由于 θ 、 h 、 A 是本文算法的几个关键参数, 在第4.3节对这些参数进行敏感性分析实验, 确定以下较为合适的参数组合: $\theta = 0.7$, $h = 40$, $A = 30$. 本文所有结果为算例独立运行 10 次后的平均值.

4.2 性能指标

对于多目标优化, 一般从收敛性、多样性及分布均匀性 3 个层面评价获得的解集. 本文选取两种较为公正的性能指标度量解集, 这两种性能指标分别为 Hypervolume^[13,20] 和 Spread^[19].

1) Hypervolume(HV).

Hypervolume 指标计算解集中所有解在目标空间相对于参考点的覆盖体积. 将所有解的目

标函数值进行归一化, 选用 (1.2, 1.2, 1.2, 1.2) 作为参考点. Hypervolume 指标可以度量解集的收敛性, Hypervolume 值越大, 则解集的收敛性越好. 计算公式为

$$HV = \bigcup_{i=1}^{W_{\max}} v_i, \quad (22)$$

其中 v_i 为解集中第 i 个解相对于参考点的体积贡献值.

2) Spread (Δ).

Spread 指标评估的是解集中解的多样性和分布均匀性. Spread 值越小, 解集的多样性和分布均匀性越好, 计算公式为

$$\Delta = \frac{\sum_{j=1}^M d_j^e + \sum_{i=1}^{W_{\max}} |d_i - \bar{d}|}{\sum_{j=1}^M d_j^e + (W_{\max} - M)\bar{d}}. \quad (23)$$

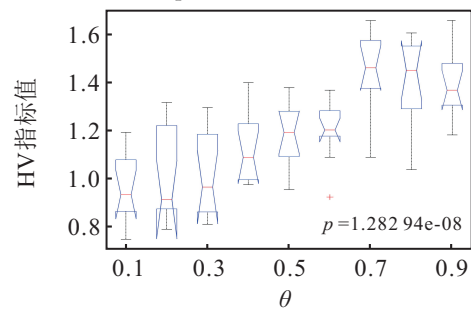
其中: d_i 为解集中第 i 个解相对于其最近解的欧氏距离, \bar{d} 为所有 d_i 的均值, d_j^e 为第 j 个目标的极值所对应的解相对于其最近解的欧氏距离.

4.3 参数敏感性分析

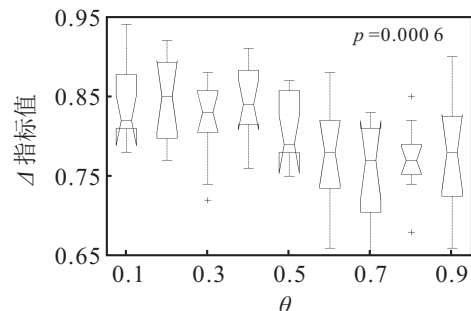
对于 HV 和 Δ 指标, 采用 Kruskal-Wallis ANOVA 进行显著性检验, 以此实现参数 θ 、 h 和 A 的敏感性分析.

1) 参数 θ 的敏感性分析.

在 $0.1 \leq \theta \leq 0.9$ 的范围内, 以 0.1 的等间距对 θ 取值. 图 1 为 θ 不同取值下, HV 和 Δ 指标的显著性检验结果. 由图 1 可见, p 值均小于 0.05, 表明 θ 对两个指



(a) 不同 θ 值的 HV 指标结果



(b) 不同 θ 值的 Δ 指标结果

图 1 参数 θ 的 Kruskal-Wallis ANOVA 显著性检验结果

标均敏感,且 $\theta = 0.7$ 或 0.8 时HV和 Δ 指标结果较优.因此,为保持较好的算法性能,取 $\theta = 0.7$.

2) 参数 h 的敏感性分析.

图2为 $10 \leq h \leq 60$ 的范围内,以10的等间距对 h 取值的显著性检验结果.明显地, p 值均小于0.05,表明参数 h 对HV和 Δ 指标敏感,且 $h = 40$ 或 60 时两个指标结果都较优.因此,为保持较好的算法性能,同时减少计算负担,取 $h = 40$.

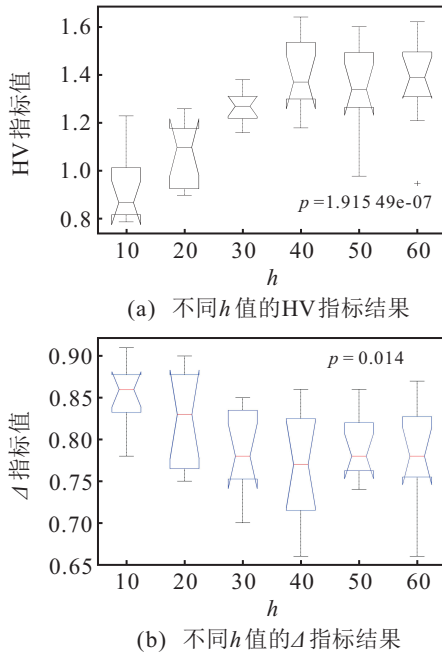


图2 参数 h 的Kruskal-Wallis ANOVA显著性检验结果

3) 参数 A 的敏感性分析.

图3为在 $10 \leq A \leq 60$ 的范围内,以10的等间距对 A 取值后的显著性检验结果.图中 p 值也均小于0.05,表明参数 A 对HV和 Δ 指标敏感.当 $A = 30$ 或 40 时,两个指标获得较优结果,故取 $A = 30$.

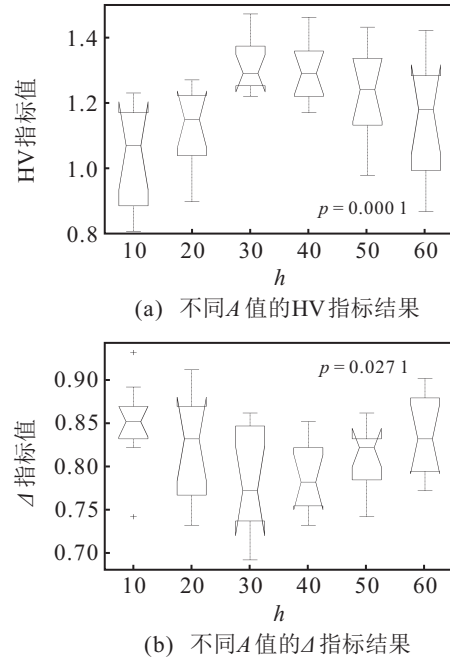


图3 参数 A 的Kruskal-Wallis ANOVA显著性检验结果

4.4 与基于不同多目标优化方法的烟花算法对比

为验证本文所提出多目标优化方法的有效性,将其与其他3种基于不同多目标优化方法的FWA算法作性能对比.所选对比算法是:基于随机权重的烟花算法(random weight-based fireworks algorithm, RFWFA)、基于 Pareto 支配关系的烟花算法(pareto Non-dominated sorting-based fireworks algorithm, PNSFWA)和基于 Hypervolume 指标的烟花算法(hypervolume indicator-based fireworks algorithm, HVFWA).除所采用的多目标优化方法不同外,几种烟花算法的参数设置均相同.算法性能结果如表1所示,最优结果以粗体表示.

表1 基于不同多目标优化方法的烟花算法性能结果

编号	问题	HV				Δ			
		RFWFA	PNSFWA	HVFWA	GSIAFWA	RFWFA	PNSFWA	HVFWA	GSIAFWA
1	20×5	1.216	1.258	1.227	1.277	0.979	0.729	0.688	0.655
2	20×10	1.134	1.240	1.238	1.272	0.885	0.710	0.743	0.683
3	20×20	1.166	1.214	1.267	1.241	0.883	0.746	0.793	0.702
4	50×5	1.170	1.280	1.302	1.318	0.896	0.844	0.811	0.818
5	50×10	1.220	1.299	1.274	1.309	0.917	0.788	0.799	0.794
6	50×20	1.303	1.311	1.336	1.359	0.919	0.755	0.798	0.742
7	100×5	1.269	1.331	1.300	1.311	0.931	0.883	0.815	0.788
8	100×10	1.263	1.337	1.358	1.346	0.998	0.872	0.836	0.772
9	100×20	1.279	1.090	1.325	1.361	0.935	0.825	0.905	0.817
10	200×10	1.304	1.308	1.290	1.337	1.053	0.951	0.921	0.919
11	200×20	1.215	1.262	1.109	1.317	0.963	0.981	0.940	0.916
	平均值	1.231	1.266	1.274	1.313	0.925	0.826	0.823	0.782

对于HV指标, RFWFA、PNSFWA和HVFVA算法分别有0组、1组和2组算例获得最优结果, 而本文算法有8组算例获得最优结果, 且在HV指标的平均值上本文算法也获得了最优结果, 表明本文多目标FWA算法的收敛性要明显好于另外3种多目标FWA算法. 针对 Δ 指标, RFWFA、PNSFWA和HVFVA算法分别有0组、1组和1组算例获得了最优的结果, 本文算法有9组算例获得了最优的结果, 且在 Δ 指标的平均值上同样获得了最优结果. 故相比于其他多目标FWA算法, 本文所提出多目标FWA算法可以获得更为多样和分布更为均匀的解集.

综上, 在MOFSP-SDST问题上, 所提出的基于灰色综合关联分析的多目标FWA算法的收敛性、多样性和分布均匀性3个性能指标都要明显优于其他3种基于不同多目标优化方法的FWA算法, 表明了本文所提出方法的有效性及其优越性.

4.5 与其他经典多目标算法对比

为进一步验证本文所提出算法的有效性, 将其与NSGA-II和SPEA-II两种经典多目标算法进行比较. 3种多目标算法的性能结果如表2所示, 最优结果以粗体表示.

表2 不同多目标算法性能结果

编号	问题	HV			Δ		
		NSGA-II	SPEA-II	GSIAFWA	NSGA-II	SPEA-II	GSIAFWA
1	20×5	1.292	1.024	1.287	0.675	0.704	0.654
2	20×10	0.861	1.240	1.237	0.756	0.639	0.676
3	20×20	0.942	1.199	1.233	0.831	0.672	0.698
4	50×5	1.292	1.074	1.276	0.725	0.813	0.774
5	50×10	1.155	1.242	1.244	0.785	0.826	0.824
6	50×20	1.234	1.238	1.241	0.800	0.867	0.754
7	100×5	0.854	1.010	1.203	0.865	0.684	0.776
8	100×10	1.333	1.174	1.315	0.704	0.680	0.777
9	100×20	1.148	1.133	1.350	0.921	0.812	0.771
10	200×10	1.210	1.350	1.307	0.970	0.927	0.920
11	200×20	0.904	1.001	1.154	0.995	0.997	0.907
	平均值	1.115	1.118	1.240	0.821	0.784	0.776

由表2可见, 针对HV指标, NSGA-II和SPEA-II算法分别有3组和2组算例获得最优结果, 本文算法有6组算例获得最优结果, 此外本文所提出算法在HV指标的平均值上也获得最优结果. 这表明本文算法所获得的解集在收敛性能上要明显好于NSGA-II和SPEA-II两种经典多目标算法. 针对 Δ 指标, NSGA-II和SPEA-II算法分别有2组和4组算例达到最优结果, 本文算法有5组算例获得最优结果, 且在 Δ 指标的平均值上本文算法也获得最优结果. 这意味着本文所提出多目标FWA算法所获得的解集的多样性和分布均匀性也好于NSGA-II和SPEA-II两种经典多目标算法.

综上, 针对MOFSP-SDST问题, 本文所提出多目标FWA算法的收敛性、多样性和分布均匀性在整体上要优于NSGA-II和SPEA-II两种经典多目标算法, 表明所提出多目标FWA算法具有一定的优越性, 进一步验证了本文所提多目标优化方法与FWA算法融合的有效性.

5 结论

对当前研究较少但具有很强现实意义的MOFSP-SDST展开研究, 建立了总生产成本、最大完工时间、平均流程时间及机器平均闲置时间的多目标优化模型. 针对该多目标优化模型, 提出了一种基于灰色综合关联分析的多目标烟花算法. 该多目标烟花算法以灰色综合关联度作为火花爆炸数量和幅度的依据, 并以灰色综合关联度作为适应度值来选择优秀的烟花个体. 以Kruskal-Wallis ANOVA显著性检验方法对本文算法的几个关键参数实现敏感性分析, 确定较优的参数组合. 将基于灰色综合关联分析的烟花算法与3种基于不同多目标优化方法的烟花算法进行对比, 表明了所提出的多目标优化方法的有效性和优越性, 并将所提出多目标烟花算法与两种经典多目标算法进行对比, 进一步验证了所提出算法的有效性. 未来的研究工作是融合机器学习等技术, 提升算法性能, 探索所提出多目标优化方法与其他群体智能算法结合的方式和效果, 并对实际工程中的多目标

优化问题进行应用.

参考文献(References)

- [1] Zhu G Y, He L J, Ju X W, et al. A fitness assignment strategy based on the grey and entropy parallel analysis and its application to MOEA[J]. *European Journal of Operational Research*, 2018, 265(3): 813-828.
- [2] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182-197.
- [3] Coello C, Van V, Lamout G. Evolutionary algorithm for solving multi-objective problems[M]. New York: Springer, 2002: 122-124.
- [4] Zitzler E, Künzli S. Indicator-based selection in multiobjective search[C]. *International Conference on Parallel Problem Solving from Nature*. Birmingham: Springer, 2004: 832-842.
- [5] Jiang S, Zhang J, Ong Y S, et al. A simple and fast hypervolume indicator-based multiobjective evolutionary algorithm[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 45(10): 2202-2213.
- [6] Liu S, Forrest J Y L. Grey systems: Theory and applications[M]. Springer: Berlin, 2010: 75-83.
- [7] Wu H, Wang X, Shahid S, et al. Changing characteristics of the water consumption structure in Nanjing city, Southern China[J]. *Water*, 2016, 8(8): 314-327.
- [8] Ingle V R, Ingle V. An empirical study on degrees of grey incidences to decide maintenance priorities of power transformers[J]. *International Journal of Recent Trends Engineering Technology*, 2014, 11: 60-66.
- [9] Song W, Zhu J, Zhang S, et al. Decision making method for dual uncertain information based on grey incidence analysis and grey relative entropy optimization[J]. *Journal of Grey System*, 2017, 29(3): 78-98.
- [10] Sioud A, Gagné C. Enhanced migrating birds optimization algorithm for the permutation flow shop problem with sequence dependent setup times[J]. *European Journal of Operational Research*, 2018, 264(1): 66-73.
- [11] Wang Y, Li X, Ma Z. A hybrid local search algorithm for the sequence dependent setup times flowshop scheduling problem with makespan criterion[J]. *Sustainability*, 2017, 9(12): 2318-2352.
- [12] Wang Y, Li X. A hybrid chaotic biogeography based optimization for the sequence dependent setup times flowshop scheduling problem with weighted tardiness objective[J]. *IEEE Access*, 2017, 5(8): 26046-26062.
- [13] Xu J Y, Wu C C, Yin Y Q, et al. An iterated local search for the multi-objective permutation flowshop scheduling problem with sequence-dependent setup times[J]. *Applied Soft Computing*, 2017, 52(3): 39-47.
- [14] Tan Y, Zhu Y. Fireworks algorithm for optimization[C]. *International Conference on Advances in Swarm Intelligence*. Berlin: Springer-Verlag, 2010: 355-364.
- [15] Tan Y, Yu C, Zheng S, et al. Introduction to fireworks algorithm[J]. *International Journal of Swarm Intelligence Research*, 2013, 4(4): 39-70.
- [16] Imran A M, Kowsalya M. A new power system reconfiguration scheme for power loss minimization and voltage profile enhancement using fireworks algorithm[J]. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2014, 62(11): 312-322.
- [17] Tuba E, Tuba M, Dolicanin E. Adjusted fireworks algorithm applied to retinal image registration[J]. *Studies in Informatics & Control*, 2017, 26(1): 33-42.
- [18] Babu T S, Ram J P, Sangeetha K, et al. Parameter extraction of two diode solar PV model using fireworks algorithm[J]. *Solar Energy*, 2016, 140(12): 265-276.
- [19] Lu C, Gao L, Li X, et al. A hybrid multi-objective grey wolf optimizer for dynamic scheduling in a real-world welding industry[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2017, 57(C): 61-79.
- [20] Ciavotta M, Minella G, Ruiz R. Multi-objective sequence dependent setup times permutation flowshop: A new algorithm and a comprehensive study[J]. *European Journal of Operational Research*, 2013, 227(2): 301-313.

作者简介

贺利军(1989—),男,博士生,从事生产调度优化、群智能算法的研究, E-mail: 523683829@qq.com;

李文锋(1966—),男,教授,博士生导师,从事传感器网络、多移动智能机器人等研究, E-mail: liwf@whut.edu.cn;

张煜(1974—),男,教授,博士生导师,从事系统建模与仿真优化、物流运输等研究, E-mail: sanli@whut.edu.cn.

(责任编辑: 郑晓蕾)