基于CIS值的非合作-合作两型博弈的理论研究

南江霞，王盼盼，李登峰

第35卷 第6期
2020年 6月

控 制 与 决 策
Control and Decision

Vol.35 No.6
Jun. 2020

文章编号: 1001-0920(2020)06-1427-08 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2018.1166

基于CIS值的非合作-合作两型博弈的理论研究

南江霞[1,2], 王盼盼[1,2], 李登峰[3†]

(1. 桂林电子科技大学 数学与计算科学学院，广西 桂林 541004；2. 广西高校数据分析与计算重点实验室，广西 桂林 541004；3. 电子科技大学 经济与管理学院，成都 611731)

摘 要: 针对Brandenburger和Stuart提出的非合作-合作两型博弈中的不足,提出一种基于转归集中心值(CIS值)的非合作-合作两型博弈理论框架. 用CIS值作为合作博弈阶段的解,进而构造获得非合作博弈阶段的纯策略纳什均衡解,并证明该类两型博弈解存在的条件. 所提出的非合作-合作两型博弈的求解方法降低了非合作-合作两型博弈的解和有效策略存在的要求,适合于联盟外局中人的策略对联盟具有外部影响时的非合作-合作两型博弈问题,使非合作-合作两型博弈模型的应用更具有一般化,为供应链管理等问题提供新的理论依据. 最后,通过数值实例表明所提出模型和方法的有效性和实用性.

关键词: 非合作博弈；合作博弈；非合作-合作两型博弈；CIS值

中图分类号: O225 **文献标志码:** A

Theory for biform games CIS value-based equilibrium strategies

NAN Jiang-xia[1,2], *WANG Pan-pan*[1,2], *LI Deng-feng*[3†]

(1. School of Mathematics and Computing Science，Guilin University of Electronic Technology，Guilin 541004，China；2. Guangxi Colleges and Universities Key Laboratory of Data Analysis and Computation，Guilin 541004，China；3. School of Management and Economics，University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

Abstract: In order to make up for the deficiency of the solution of biform games proposed by Brandenburger and Stuart, the center of imputation set value (CIS value) is used to solve the cooperation game in the second stage of the biform games, and then pure strategy Nash equilibrium solutions of Non-cooperative games are obtained. Furthermore, the existence conditions of biform games based on the CIS value are proved. The proposed solution of biform games not only avoids the non-existence and non-uniqueness of the core, but also reduces the existence conditions of the solution of the biform game. The proposed method is suitable for the biform games, when no externalities of characteristic functions are not satisfied. It makes the application of the biform games model more general and provides a new theory for supply chain management and other issues. Finally, numerical examples illustrate the effectiveness and practicality of the proposed model.

Keywords: noncooperative game；cooperative game；biform game；CIS value

0 引 言

博弈论分为非合作博弈与合作博弈两大分支: 非合作博弈是研究局中人如何选取策略使自己的收益最大化;合作博弈是研究如何公平合理地分配大联盟的总收益. 目前,人们对非合作博弈和合作博弈已有较多的研究成果,并广泛应用于各个领域. 但现实生活中,出现的不仅仅是竞争或合作的单一博弈形式,而是两者相辅相成,既有竞争又有合作,这种竞争与合作共存的博弈中,既有策略的选择又有利益的分配. 为解决此类博弈问题, Brandenburger等[1]开创性地提出了biform game的概念,称为非合作-合作两型博弈. 该类博弈分为两个阶段: 第1阶段为非合作博弈阶段,局中人选取策略,形成策略组合,但策略组合并不能直接产生支付,而是形成第2阶段的竞争环境; 第2阶段为合作博弈阶段,在第1阶段的策略组合下合作并进行利益分配.

自Brandenburger等[1]开创性地提出了非合作-合作两型博弈理论框架以来,非合作-合作两型博弈

收稿日期: 2018-08-30；**修回日期:** 2019-01-30.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71231003, 71561008, 71961004, 71801060)；广西省自然科学基金项目(2014GXNSFAA118010, 2017GXNSFBA198182).

责任编委: 刘宝碇.

†通讯作者. E-mail: lidengfeng@uestc.edu.cn.

的理论和应用方兴未艾,已经在库存问题和供应链管理中得到了应用. Stuart[2] 运用非合作-合作两型博弈模型发现,竞争报童问题的价格竞争等价于合作博弈的核心,并且证明该类库存决策问题可以转换为一类Cournot竞争问题. Plambeck等[3] 运用非合作-合作两型博弈研究原始设备制造商(OEM)与合同制造商(CM)之间的投资问题,并且发现OEM和CM的谈判力对供应链的投资均衡水平和总收益具有较大的影响. Ryall等[4] 在非合作-合作两型博弈的框架下分析了代理商的竞争问题,检验了在该类管理问题中核心作为合作博弈解时的存在性条件. Feess等[5] 提出了基于Shapley值作为合作博弈解时的非合作-合作两型博弈模型,并用于分析供应链中的策略选择和收益分配问题. Fandel等[6] 利用Brandenburger等[1] 提出的非合作-合作两型博弈理论分析了供应链管理中两个公司的投资决策与订单和库存问题,并得到两个公司的最优解. 国内学者谭伟等[7] 对一般非合作-合作两型博弈的策略进行拓展, 提出了共识纳什均衡的概念, 并证明其存在性. 杜义飞[8] 研究了信心指数的调节作用如何影响创新者最优偏好的许可数量选择及最大预期价值占有问题. 肖旦等[9] 运用非合作-合作两型博弈在随机需求情景下,采用逆推法对库存技术共享零售商联合采购联盟的策略进行研究,确定了库存技术共享零售商联合采购联盟的订货成本及分配方案,证明了库存技术共享零售商联合采购合作博弈的核心非空.

由已有文献可知,目前非合作-合作两型博弈理论尚未得到深入研究. 在Brandenburger等[1] 的两型博弈模型中,用核心作为合作博弈的解,核心有可能为空或者不唯一. 文献[1]用特征函数满足加总性(adding up)条件保证了合作博弈核心的存在性和唯一性. 可是,该条件在实际问题中不一定能满足. 如Feess等[5] 用非合作-合作两型博弈模型分析供应链管理的策略选择和收益分配时,用Shapley值作为合作博弈的解. 其次,要求合作博弈的特征函数满足无外部性(no externalities)条件,即任意一个局中人改变策略对其他不参与的联盟收益没有影响. 然而,无外部性条件不一定得到满足,这意味着局中人选取不同策略会影响其他不参与的联盟收益. 例如,Porter[10] 提出的合作博弈中,潜在新参加者的策略选择会影响到同行竞争者和替代产品两者联盟的收益,即局中人策略的改变会影响其他不参与的联盟的收益. 转归集中心值(the center of imputation set value)简记为CIS值,是合作博弈的一类重要单值解,首先给每个局中人分配其单干收益,然后把大联盟剩余收益平均分配给每一个局中人. 人们对CIS值的性质及应用进行了研究[11-16]. 用CIS值求解时,不需要特征函数满足无外部性条件,解存在且唯一. CIS值不仅满足个体合理性和集体有效性,而且只需考虑单干值和大联盟的收益值,可以解决联盟外局中人的策略对联盟具有外部影响时的非合作-合作两型博弈问题.

当用CIS值作为合作博弈的解时,非合作-合作两型博弈解存在的条件将会变化. 本文旨在研究将CIS值作为合作博弈的解时,非合作-合作两型博弈解存在的充要条件. 为了分析本文提出的基于CIS值的非合作-合作两型博弈的新理论框架,首先给出其特征函数满足的无相关性条件(即ID条件),表示当某个局中人改变策略而其他局中人的策略不变时,该局中人单干的收益不变,且其他局中人的单干收益之和也不变,这意味着局中人策略的改变不影响其他不参与联盟的收益. 其次,基于CIS值定义非合作-合作两型博弈解,并且证明非合作-合作两型博弈解存在的充要条件及性质. 最后,通过数值实例分析基于CIS值非合作-合作两型博弈解的合理性,并与文献[1]的方法进行比较,说明本文所提出模型的广泛适用性.

综上,本文的学术贡献主要体现为: 1) 提出基于CIS值的非合作-合作两型博弈的新理论框架,不仅可以解决不满足无外部性条件的非合作-合作两型博弈问题,而且一定程度上弱化了用核心作为合作博弈的解对特征函数的要求,从而完善了Brandenburger等[1] 提出的非合作-合作两型博弈的求解模型,使其应用更具有广泛性; 2) 从理论上证明本文提出的非合作-合作两型博弈解存在的充要条件,这为解决供应链管理中的非合作-合作两型博弈提供了理论依据.

1 非合作-合作两型博弈模型与CIS值

本节概述Brandenburger等[1] 提出的非合作-合作两型博弈的定义,分析存在最优解的加总性条件和无外部性条件,并且给出合作博弈的CIS值的定义及其无相关性条件,为后续部分建立基于CIS值的非合作-合作两型博弈理论框架提供基础知识.

1.1 非合作-合作两型博弈模型

Brandenburger等[1] 将决策过程分为两个阶段: 在第1阶段局中人相互竞争形成非合作博弈; 在第2阶段局中人建立联盟机制形成合作博弈. 非合作-合作两型博弈的定义如下.

定义1[1] 设局中人集合为$N = \{1, 2, \ldots, n\}$ $(n \geqslant 2)$, $\rho(N)$为集合N的幂集, 对于任意的联盟

$A \subset N$, n人非合作-合作两型博弈表示为$(S^1, S^2, \ldots, S^n; V(s)(A); \alpha^1, \alpha^2, \ldots, \alpha^n)$. 其中:

1) 对于任意局中人$i\,(i \in N)$, 选择一个策略$s^i \in S^i$, S^i为局中人i的策略集, 令$\boldsymbol{s} = (s^1, s^2, \ldots, s^n)$, $\boldsymbol{S} = S^1 \times S^2 \times \ldots \times S^n$;

2) 对于任意的联盟$A \subset N$, 在策略组合$\boldsymbol{s} \in \boldsymbol{S}$下, 联盟$A$的收益定义为一个效用可转移合作博弈, 其特征函数为$V(\boldsymbol{s}) : \rho(N) \to R$. $V(\boldsymbol{s})(A)$表示在策略组合$\boldsymbol{s}$下定义在N的一切子集A(即联盟)上的实值函数, 特别地$V(\boldsymbol{s})(\varnothing) = 0$, $\varnothing$表示空集;

3) 对于任意局中人$i \in N$, $0 \leqslant \alpha^i \leqslant 1$, α^i为局中人i的信心指数.

在上述两型博弈的定义中: 条件1)表述了局中人在非合作博弈阶段的策略选择; 条件2)蕴含着局中人形成联盟后在合作博弈阶段所得收益或价值; 条件3)反映了局中人的乐观程度, 局中人越乐观, 该指数越大.

当合作博弈的解为单值解时, 不用考虑信心指数, 因此, n人非合作-合作两型博弈可以简记为$(S^1, S^2, \ldots, S^n; V(\boldsymbol{s})(A))$.

为了得到非合作-合作两型博弈的有效解, Brandenburger等[1]提出非合作-合作两型博弈的特征函数需要满足下面的加总性条件(adding up)、无外部性条件(no externalities)和不协调性(no coordination)条件.

定义2 [1] 对于任意的策略组合$\boldsymbol{s} \in \boldsymbol{S}$, 如果有

$$\sum_{i=1}^{n} [V(\boldsymbol{s})(N) - V(\boldsymbol{s})(N\backslash\{i\})] = V(\boldsymbol{s})(N),$$

则称非合作-合作两型博弈满足加总性(adding up)条件, 简记为AU条件.

文献[1]证明了若特征函数满足AU条件, 则合作博弈的核心存在且唯一, 即下面的引理1.

引理1 非合作-合作两型博弈$(S^1, S^2, \ldots, S^n; V(\boldsymbol{s})(A))$中, 任意的$\boldsymbol{s} \in \boldsymbol{S}$, 若$\sum_{i=1}^{n}[V(\boldsymbol{s})(N) - V(\boldsymbol{s})(N\backslash\{i\})] = V(\boldsymbol{s})(N)$, 则合作博弈$V(\boldsymbol{s})(N)$的核心非空且为单值解, 核心解为$C(\boldsymbol{s})(N) = \{V(\boldsymbol{s})(N) - V(\boldsymbol{s})(N\backslash\{1\}), V(\boldsymbol{s})(N) - V(s)(N\backslash\{2\}), \ldots, V(\boldsymbol{s})(N) - V(\boldsymbol{s})(N\backslash\{n\})\}$, 即每个局中人的分配值为$V(\boldsymbol{s})(N) - V(\boldsymbol{s})(N\backslash\{i\})$.

引理1表明当特征函数满足AU条件时, 每个局中人的分配值为$V(\boldsymbol{s})(N) - V(\boldsymbol{s})(N\backslash\{i\})$, 即每个局中人在大联盟的分配值为其对大联盟的边际贡献值.

定义3 [1] 对于任意的局中人$i \in N$, s^i、$r^i \in S^i$, $\boldsymbol{s}^{-i} \in \boldsymbol{S}^{-i}$, $\boldsymbol{s}^{-i} = (s^1, \ldots, s^{i-1}, s^{i+1}, \ldots, s^n)$, $\boldsymbol{S}^{-i} = S^1 \times \ldots \times S^{i-1} \times S^{i+1} \times \ldots \times S^n$, 如果有

$$V(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(N\backslash\{i\}) = V(s^i, \boldsymbol{s}^{-i})(N\backslash\{i\}),$$

则称非合作-合作两型博弈满足无外部性(no externalities)条件, 简记为NE条件.

NE条件表明, 局中人选取不同策略不会影响其他不参与联盟的收益.

定义4 对于任意的局中人$i \in N$, s^i、$r^i \in S^i$, $\boldsymbol{r}^{-i}$、$\boldsymbol{s}^{-i} \in \boldsymbol{S}^{-i}$, 如果

$$V(\boldsymbol{s})(N) \geqslant V(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(N)$$

当且仅当

$$V(s^i, \boldsymbol{r}^{-i})(N) \geqslant V(r^i, \boldsymbol{r}^{-i})(N),$$

则称非合作-合作两型博弈$(S^1, S^2, \ldots, S^n; V(\boldsymbol{s})(A))$满足不协调性(no coordination)条件, 简记为NC条件. 该条件说明, 当其他局中人的行为策略不变时, 没有局中人愿意改变其行为策略, 从而保证非合作博弈纳什均衡解存在.

1.2 CIS值的基本概念

本文用CIS值作为合作博弈的解, 其定义如下.

定义5 [15] 对于任意的局中人$i \in N$, $\boldsymbol{s} \in \boldsymbol{S}$, 在合作博弈$V(\boldsymbol{s})(N)$中, 有

$$\mathrm{CIS}_i(\boldsymbol{s})(N) = V(\boldsymbol{s})(i) + \frac{1}{n}\Big[V(\boldsymbol{s})(N) - \sum_{j=1}^{n} V(\boldsymbol{s})(j)\Big], \tag{1}$$

$\mathrm{CIS}_i(\boldsymbol{s})(N)$为局中人$i$在合作博弈$V(\boldsymbol{s})(N)$中分配的收益值.

CIS值满足集体有效性, 即

$$V(\boldsymbol{s})(N) = \sum_{i=1}^{n}\Big\{V(\boldsymbol{s})(i) + \frac{1}{n}\Big[V(\boldsymbol{s})(N) - \sum_{j=1}^{n} V(\boldsymbol{s})(j)\Big]\Big\}. \tag{2}$$

为研究基于CIS值非合作-合作两型博弈解存在的条件, 本文定义如下ID条件.

定义6 对于局中人$i \in N$, s^i、$r^i \in S^i$, $\boldsymbol{r}^{-i}$、$\boldsymbol{s}^{-i} \in \boldsymbol{S}^{-i}$, 如果

$$V(\boldsymbol{s})(i) = V(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(i),$$

且

$$\sum_{j=1, j\neq i}^{n} V(\boldsymbol{s})(j) = \sum_{j=1, j\neq i}^{n} V(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(j),$$

则称非合作-合作两型博弈满足无相关性(independence)条件, 简记为ID条件.

ID条件表示, 当局中人i改变策略而其他局中人的策略不变时, 局中人i单干的收益不变, 且其他局中人的单干收益之和也不变. 特殊地, 令$V(\boldsymbol{s})(j) = V(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(j)\,(j=1, 2, \ldots, n)$, 表示当局中人$i$改变策略时, 每个局中人的单干收益都不改变.

在文献[1]中,AU条件要求所有局中人对大联盟N的边际贡献之和等于大联盟的收益值;NE条件要求任意一个局中人选取不同的策略不能对其他不参与联盟的收益值有影响. ID条件在一定程度上比AU和NE条件更容易得到满足. 而且,在现实生活中,局中人的策略选择往往会影响到其他不参与联盟的收益值. 例如,有卖同种商品的3家商场,其中一家对商品进行打折出售,不同的折扣就会影响到其他两家的总收益值. 对于此类问题,文献[1]并没有给出有效的解决方法;但用CIS值可以解决此类问题,因为CIS值不要求特征函数满足NE条件,即局中人选取不同的策略会对其他不参与联盟的收益值有影响. 因此, 用CIS值求解非合作-合作两型博弈问题具有更大的适用范围.

2 非合作-合作两型博弈解存在条件及其求解步骤

2.1 非合作-合作两型博弈解的定义及存在条件

非合作-合作两型博弈的解是利用合作博弈相关理论求解每个策略组合下合作博弈的解,然后把合作博弈的分配值作为非合作博弈的支付值,运用非合作博弈理论求解纳什均衡. 非合作-合作两型博弈的解定义如下.

定义7 在n人非合作-合作两型博弈$(S^1,S^2,\ldots,S^n;V(\boldsymbol{s})(A))$中,若存在策略组合$\boldsymbol{s}^*=(s^{1^*},s^{2^*},\ldots,s^{n^*})$, $s^{i^*}\in S^i$,使得每一个局中人$i\in N$,对于任意的$(r^i,\boldsymbol{s}^{-i^*})\in\boldsymbol{S}$都有

$$\mathrm{CIS}_i(\boldsymbol{s}^*)(N)\geqslant\mathrm{CIS}_i(r^i,\boldsymbol{s}^{-i^*})(N),$$

则称$\boldsymbol{s}^*=(s^{1^*},s^{2^*},\ldots,s^{n^*})$是非合作博弈的纯策略纳什均衡点,对应的纳什均衡值$(\mathrm{CIS}_1(\boldsymbol{s}^*)(N),\mathrm{CIS}_2(\boldsymbol{s}^*)(N),\ldots,\mathrm{CIS}_n(\boldsymbol{s}^*)(N))$为局中人$i\in N$在策略组合$\boldsymbol{s}^*$下的收益值. 非合作-合作两型博弈的解记为$\{\boldsymbol{s}^*;(\mathrm{CIS}_1(\boldsymbol{s}^*)(N),\mathrm{CIS}_2(\boldsymbol{s}^*)(N),\ldots,\mathrm{CIS}_n(\boldsymbol{s}^*)(N))\}$.

定义8[1] 如果存在$\boldsymbol{s}\in\boldsymbol{S}$,使得

$$V(\boldsymbol{s})(N)=\max_{\boldsymbol{r}\in\boldsymbol{S}}\{V(\boldsymbol{r})(N)\},$$

则称$\boldsymbol{s}$是有效的策略组合.

下面定理证明了当非合作-合作两型博弈的特征函数满足ID条件时其解的存在性.

定理1 假设非合作-合作两型博弈$(S^1,S^2,\ldots,S^n;V(\boldsymbol{s})(A))$的特征函数满足ID条件,则$\{\boldsymbol{s};(\mathrm{CIS}_1(\boldsymbol{s})(N),\mathrm{CIS}_2(\boldsymbol{s})(N),\ldots,\mathrm{CIS}_n(\boldsymbol{s})(N))\}$是非合作-合作两型博弈的解,充要条件为对于任意的$r^i\in S^i$,有

$$V(\boldsymbol{s})(N)\geqslant V(r^i,\boldsymbol{s}^{-i})(N). \tag{3}$$

证明 1) 必要条件. 如果$\{\boldsymbol{s};(\mathrm{CIS}_1(\boldsymbol{s})(N),\mathrm{CIS}_2(\boldsymbol{s})(N),\ldots,\mathrm{CIS}_n(\boldsymbol{s})(N))\}$是非合作-合作两型博弈的解,则由定义7可得

$$\mathrm{CIS}_i(\boldsymbol{s})(N)\geqslant\mathrm{CIS}_i(r^i,\boldsymbol{s}^{-i})(N).$$

由式(1)可得

$$V(\boldsymbol{s})(i)+\frac{1}{n}\Big[V(\boldsymbol{s})(N)-\sum_{j=1}^{n}V(\boldsymbol{s})(j)\Big]\geqslant$$

$$V(r^i,\boldsymbol{s}^{-i})(i)+\frac{1}{n}\Big[V(r^i,\boldsymbol{s}^{-i})(N)-\sum_{j=1}^{n}V(r^i,\boldsymbol{s}^{-i})(j)\Big],$$

则有

$$nV(\boldsymbol{s})(i)+V(\boldsymbol{s})(N)-\sum_{j=1}^{n}V(\boldsymbol{s})(j)\geqslant$$

$$nV(r^i,\boldsymbol{s}^{-i})(i)+V(r^i,\boldsymbol{s}^{-i})(N)-\sum_{j=1}^{n}V(r^i,\boldsymbol{s}^{-i})(j),$$

即

$$(n-1)V(\boldsymbol{s})(i)+V(\boldsymbol{s})(N)-\sum_{j=1,j\neq i}^{n}V(\boldsymbol{s})(j)\geqslant$$

$$(n-1)V(r^i,\boldsymbol{s}^{-i})(i)+V(r^i,\boldsymbol{s}^{-i})(N)-$$

$$\sum_{j=1,j\neq i}^{n}V(r^i,\boldsymbol{s}^{-i})(j).$$

又因为满足ID条件,所以

$$V(\boldsymbol{s})(N)\geqslant V(r^i,\boldsymbol{s}^{-i})(N).$$

2) 充分条件. 由$V(\boldsymbol{s})(N)\geqslant V(r^i,\boldsymbol{s}^{-i})(N)$知满足ID条件,故有

$$(n-1)V(\boldsymbol{s})(i)+V(\boldsymbol{s})(N)-\sum_{j=1,j\neq i}^{n}V(\boldsymbol{s})(j)\geqslant$$

$$(n-1)V(r^i,\boldsymbol{s}^{-i})(i)+V(r^i,\boldsymbol{s}^{-i})(N)-$$

$$\sum_{j=1,j\neq i}^{n}V(r^i,\boldsymbol{s}^{-i})(j).$$

进一步可得

$$V(\boldsymbol{s})(i)+\frac{1}{n}\Big[V(\boldsymbol{s})(N)-\sum_{j=1}^{n}V(\boldsymbol{s})(j)\Big]\geqslant$$

$$V(r^i,\boldsymbol{s}^{-i})(i)+$$

$$\frac{1}{n}\Big[V(r^i,\boldsymbol{s}^{-i})(N)-\sum_{j=1}^{n}V(r^i,\boldsymbol{s}^{-i})(j)\Big],$$

即$\mathrm{CIS}_i(\boldsymbol{s})(N)\geqslant\mathrm{CIS}_i(r^i,\boldsymbol{s}^{-i})(N)$. 因此,$\{\boldsymbol{s};(\mathrm{CIS}_1(\boldsymbol{s})(N),\mathrm{CIS}_2(\boldsymbol{s})(N),\ldots,\mathrm{CIS}_n(\boldsymbol{s})(N))\}$是非合作-合作两型博弈的解. □

可以看出,用CIS值求解合作博弈的解,只需要满足ID条件,弱化了文献[1]对非合作-合作两型博弈解存在的充要条件.

作为定理1的特殊情况,可以得到下面推论.

推论 1 假设非合作-合作两型博弈 $(S^1, S^2, \ldots, S^n; V(\boldsymbol{s})(A))$ 满足 $V(\boldsymbol{s})(j) = V(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(j)(j = 1, 2, \ldots, n)$, 对于任意的 $r^i \in S^i$, $\{\boldsymbol{s}; (\mathrm{CIS}_1(\boldsymbol{s})(N), \mathrm{CIS}_2(\boldsymbol{s})(N), \ldots, \mathrm{CIS}_n(\boldsymbol{s})(N))\}$ 是非合作-合作两型博弈的解, 充要条件为

$$V(\boldsymbol{s})(N) \geqslant V(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(N).$$

证 明 1) 必要条件. 如果 $\{\boldsymbol{s}; (\mathrm{CIS}_1(\boldsymbol{s})(N), \mathrm{CIS}_2(\boldsymbol{s})(N), \ldots, \mathrm{CIS}_n(\boldsymbol{s})(N))\}$ 是非合作-合作两型博弈的解, 则

$$\mathrm{CIS}_i(\boldsymbol{s})(N) \geqslant \mathrm{CIS}_i(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(N).$$

由式(1)可得

$$V(\boldsymbol{s})(i) + \frac{1}{n}\Big[V(\boldsymbol{s})(N) - \sum_{j=1}^{n} V(\boldsymbol{s})(j)\Big] \geqslant V(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(i) + \frac{1}{n}\Big[V(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(N) - \sum_{j=1}^{n} V(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(j)\Big].$$

又因为满足 $V(\boldsymbol{s})(j) = V(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(j)(j = 1, 2, \ldots, n)$, 则

$$V(\boldsymbol{s})(N) \geqslant V(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(N).$$

2) 充分条件. 因为 $V(\boldsymbol{s})(N) \geqslant V(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(N)$, 由 $V(\boldsymbol{s})(j) = V(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(j)(j = 1, 2, \ldots, n)$, 可得

$$V(\boldsymbol{s})(i) + \frac{1}{n}\Big[V(\boldsymbol{s})(N) - \sum_{j=1}^{n} V(\boldsymbol{s})(j)\Big] \geqslant V(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(i) + \frac{1}{n}\Big[V(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(N) - \sum_{j=1}^{n} V(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(j)\Big].$$

即 $\mathrm{CIS}_i(\boldsymbol{s})(N) \geqslant \mathrm{CIS}_i(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(N)$. 所以, $\{\boldsymbol{s}; (\mathrm{CIS}_1(\boldsymbol{s})(N), \mathrm{CIS}_2(\boldsymbol{s})(N), \ldots, \mathrm{CIS}_n(\boldsymbol{s})(N))\}$ 是非合作-合作两型博弈的解. □

定理 2 假设非合作-合作两型博弈 $(S^1, S^2, \ldots, S^n; V(\boldsymbol{s})(A))$ 的特征函数满足ID条件和NC条件, 若 $\{\boldsymbol{s}; (\mathrm{CIS}_1(\boldsymbol{s})(N), \mathrm{CIS}_2(\boldsymbol{s})(N), \ldots, \mathrm{CIS}_n(\boldsymbol{s})(N))\}$ 是非合作-合作两型博弈的解, 则 $\boldsymbol{s}$ 是有效策略.

证明 由于

$$\begin{aligned} &V(\boldsymbol{s})(N) - V(\boldsymbol{r})(N) = \\ &[V(s^1, r^2, \ldots, r^n)(N) - V(r)(N)] + \\ &[V(s^1, s^2, r^3, \ldots, r^n)(N) - \\ &V(s^1, r^2, \ldots, r^n)(N)] + \ldots + \\ &[V(\boldsymbol{s})(N) - V(s^1, r^2, \ldots, r^n)(N)], \end{aligned} \tag{4}$$

因为 $\{\boldsymbol{s}; (\mathrm{CIS}_1(\boldsymbol{s})(N), \mathrm{CIS}_2(\boldsymbol{s})(N), \ldots, \mathrm{CIS}_n(\boldsymbol{s})(N))\}$ 是非合作-合作两型博弈的解, 所以由定理1可得

$$V(\boldsymbol{s})(N) \geqslant V(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(N).$$

又因满足NC条件, 故由定义4可得

$$V(s^i, \boldsymbol{r}^{-i})(N) \geqslant V(r^i, \boldsymbol{r}^{-i})(N).$$

因此, 式(4)中的任意一项都不小于零, 则有

$$V(\boldsymbol{s})(N) \geqslant V(\boldsymbol{r})(N).$$

由定义8可知 $\boldsymbol{s}$ 是有效策略. □

定理 3 假设非合作-合作两型博弈 $(S^1, S^2, \ldots, S^n; V(\boldsymbol{s})(A))$ 特征函数满足ID条件时, 如果 $\boldsymbol{s} \in \boldsymbol{S}$ 是有效的, 则 $\{\boldsymbol{s}; (\mathrm{CIS}_1(\boldsymbol{s})(N), \mathrm{CIS}_2(\boldsymbol{s})(N), \ldots, \mathrm{CIS}_n(\boldsymbol{s})(N))\}$ 是非合作-合作两型博弈的解.

证明 若 $\boldsymbol{s} \in \boldsymbol{S}$ 是有效的, 则对于任意的 $\boldsymbol{r} \in \boldsymbol{S}$, 有

$$V(\boldsymbol{s})(N) \geqslant V(\boldsymbol{r})(N),$$

于是式(3)成立. 由定理1可得

$$\{\boldsymbol{s}; (\mathrm{CIS}_1(\boldsymbol{s})(N), \mathrm{CIS}_2(\boldsymbol{s})(N), \ldots, \mathrm{CIS}_n(\boldsymbol{s})(N))\}$$

是非合作-合作两型博弈的解. □

作为定理2和定理3的特殊情况, 可得下面推论.

推论 2 当非合作-合作两型博弈 $(S^1, S^2, \ldots, S^n; V(\boldsymbol{s})(A))$ 特征函数满足 $V(\boldsymbol{s})(j) = V(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(j)\ (j = 1, 2, \ldots, n)$ 和NC条件时, 若 $\{\boldsymbol{s}; (\mathrm{CIS}_1(\boldsymbol{s})(N), \mathrm{CIS}_2(\boldsymbol{s})(N), \ldots, \mathrm{CIS}_n(\boldsymbol{s})(N))\}$ 是非合作-合作两型博弈的解, 则 $\boldsymbol{s}$ 是有效策略.

推论 3 当非合作-合作两型博弈 $(S^1, S^2, \ldots, S^n; V(\boldsymbol{s})(A))$ 特征函数满足 $V(\boldsymbol{s})(j) = V(r^i, \boldsymbol{s}^{-i})(j)\ (j = 1, 2, \ldots, n)$ 时, 若 $\boldsymbol{s}$ 是有效的, 则 $\{\boldsymbol{s}; (\mathrm{CIS}_1(\boldsymbol{s})(N), \mathrm{CIS}_2(\boldsymbol{s})(N), \ldots, \mathrm{CIS}_n(\boldsymbol{s})(N))\}$ 是非合作-合作两型博弈的解.

不难看出, 定理2和定理3及其推论都得到了与文献[1]相同的结论, 但一定程度上弱化了对特征函数的要求. 文献[1]中非合作-合作两型博弈解存在的充要条件是要求特征函数满足AU条件和NE条件, 而本文的模型只需要特征函数满足ID条件; 文献[1]中非合作-合作两型博弈解特征函数只有满足AU条件、NE条件和NC条件时才存在有效解, 而本文模型只需要特征函数满足ID条件和NC条件就存在有效解.

2.2 非合作-合作两型博弈解的计算步骤

非合作-合作两型博弈解涉及求合作博弈阶段的解和非合作博弈阶段的解, 其计算步骤如下.

step 1: 对于任意的策略组合 $\boldsymbol{s} \in \boldsymbol{S}$ 得到一个合作博弈 $V(\boldsymbol{s})(N)$, 用CIS值求解每个策略组合下的合作博弈 $V(\boldsymbol{s})(N)$ 的解, 得到在每个策略局势下的局中

人$i(i=1,2,\ldots,n)$的分配值;

step 2: 对于每个策略局势$\boldsymbol{s}\in\boldsymbol{S}$,将step 1得到的局中人$i(i=1,2,\ldots,n)$的分配值作为非合作博弈的支付值,构成非合作博弈,求解非合作博弈的纯策略纳什均衡解.

3 数值实例分析

本节通过数值实例说明本文给出的基于CIS值的非合作-合作两型博弈求解的优势及其合理性. 鉴于难以得到不同策略局势下不同联盟的特征函数值,以及为了与文献[1]进行比较,下面数值实例的数据主要来源于文献[1].

例1 在云计算的信息服务(简称云服务)供应链中,云服务开发商I、云服务运营商M和云服务运营商N三者都有一个策略选择:开发商I是否对产品做推广;云服务运营商M和N对技术是否创新. 在不同策略组合下形成不同联盟利润如表1所示. 从表1中可获得信息:在云服务运营商M、N都决定创新时,不管开发商I是否对产品做推广,其单干利润都为1,但对其不参加的联盟利润是有影响的. 如联盟$A=\{M,N\}$,在开发商I不推广时联盟A利润为5,开发商I推广时联盟A利润为4,即特征函数不满足无外部性. 表1中特征函数不满足AU条件、NE条件和NC条件.

表1 不同竞争局势联盟的利润

		N			
		创新		不创新	
		M		M	
		创新	不创新	创新	不创新
I	不推广	$V(I,M,N)=8$ $V(I)=1,V(I,M)=3$ $V(M)=2,V(M,N)=5$ $V(N)=2,V(N,I)=3$	$V(I,M,N)=8$ $V(I)=1,V(I,M)=3$ $V(M)=2,V(M,N)=5$ $V(N)=2,V(N,I)=5$	$V(I,M,N)=8$ $V(I)=1,V(I,M)=3$ $V(M)=2,V(M,N)=4$ $V(N)=2,V(N,I)=3$	$V(I,M,N)=9$ $V(I)=1,V(I,M)=3$ $V(M)=2,V(M,N)=6$ $V(N)=2,V(N,I)=3$
	推广	$V(I,M,N)=9$ $V(I)=1,V(I,M)=3$ $V(M)=1,V(M,N)=4$ $V(N)=3,V(N,I)=4$	$V(I,M,N)=5$ $V(I)=1,V(I,M)=3$ $V(M)=1,V(M,N)=3$ $V(N)=3,V(N,I)=3$	$V(I,M,N)=8$ $V(I)=1,V(I,M)=3$ $V(M)=1,V(M,N)=4$ $V(N)=3,V(N,I)=5$	$V(I,M,N)=8$ $V(I)=1,V(I,M)=3$ $V(M)=1,V(M,N)=5$ $V(N)=3,V(N,I)=4$

在云服务供应链中,云服务开发商I、云服务运营商M和云服务运营商N三者之间既有竞争又有合作,该问题可以视为一个非合作-合作两型博弈. I、M、N三者之间既存在策略选择(非合作博弈),又存在相互合作(合作博弈),使得各自利益最大.

根据文献[1]给出的非合作-合作两型博弈的求解步骤,首先用核心求解合作博弈的解,其结果如表2所示.

表2 不同竞争局势合作博弈的核心解

		N			
		创新		不创新	
		M		M	
		创新	不创新	创新	不创新
I	不推广	$1\leqslant x_1\leqslant 3$ $2\leqslant x_2\leqslant 5$ $2\leqslant x_3\leqslant 5$	$1\leqslant x_1\leqslant 3$ $2\leqslant x_2\leqslant 3$ $2\leqslant x_3\leqslant 5$	$1\leqslant x_1\leqslant 4$ $2\leqslant x_2\leqslant 5$ $2\leqslant x_3\leqslant 5$	$1\leqslant x_1\leqslant 3$ $2\leqslant x_2\leqslant 6$ $2\leqslant x_3\leqslant 6$
	推广	$1\leqslant x_1\leqslant 5$ $1\leqslant x_2\leqslant 5$ $3\leqslant x_3\leqslant 6$	无解	$1\leqslant x_1\leqslant 4$ $1\leqslant x_2\leqslant 3$ $3\leqslant x_3\leqslant 5$	$1\leqslant x_1\leqslant 3$ $1\leqslant x_2\leqslant 4$ $3\leqslant x_3\leqslant 5$

经分析可知,策略组合(不推广、不创新、创新)下的核心是不存在的,所以用文献[1]的方法无法求解该类问题. 下面采用本文提出的非合作-合作两型博弈的求解方法.

step 1: 用CIS值求解每个策略组合(即竞争局势)下的合作博弈的解,可以得到每个策略组合下局中人的利润,如表3所示.

表 3　不同竞争局势合作博弈的CIS值

		N			
		创新		不创新	
		M		M	
		创新	不创新	创新	不创新
I	不推广	$\left(\frac{6}{3},\frac{9}{3},\frac{9}{3}\right)$	$\left(\frac{6}{3},\frac{9}{3},\frac{9}{3}\right)$	$\left(\frac{6}{3},\frac{9}{3},\frac{9}{3}\right)$	$\left(\frac{7}{3},\frac{10}{3},\frac{10}{3}\right)$
	推广	$\left(\frac{7}{3},\frac{7}{3},\frac{13}{3}\right)$	$\left(\frac{3}{3},\frac{3}{3},\frac{9}{3}\right)$	$\left(\frac{6}{3},\frac{6}{3},\frac{12}{3}\right)$	$\left(\frac{6}{3},\frac{6}{3},\frac{12}{3}\right)$

step 2: 对于step 1形成的非合作博弈,利用非合作博弈求解方法,可得两个纯策略纳什均衡点分别为$\boldsymbol{s}_1$ (即推广、创新、创新)和$\boldsymbol{s}_2$ (即不推广、不创新、不创新). 对应的纳什均衡值分别为$\left(\frac{7}{3},\frac{7}{3},\frac{13}{3}\right)$和$\left(\frac{7}{3},\frac{10}{3},\frac{10}{3}\right)$,即当$I$、$M$、$N$选择策略组合$\boldsymbol{s}_1$和$\boldsymbol{s}_2$时,其利润达到最大化,相应的利润分别为$\left(\frac{7}{3},\frac{7}{3},\frac{13}{3}\right)$和$\left(\frac{7}{3},\frac{10}{3},\frac{10}{3}\right)$.

由上述分析知,例1中特征函数满足ID条件,即当I改变策略时,其单干值不变,M、N单干值之和不变;对于M、N也有相同的结论. 当I、M、N选取纳什均衡策略$\boldsymbol{s}_1$、$\boldsymbol{s}_2$时,有

$$V(\boldsymbol{s}_1)(N) \geqslant V(r^i,{\boldsymbol{s}_1}^{-i})(N),$$
$$V(\boldsymbol{s}_2)(N) \geqslant V(r^i,{\boldsymbol{s}_2}^{-i})(N),$$

则$\left\{\boldsymbol{s}_1;\left(\frac{7}{3},\frac{7}{3},\frac{13}{3}\right)\right\}$和$\left\{\boldsymbol{s}_2;\left(\frac{7}{3},\frac{10}{3},\frac{10}{3}\right)\right\}$是例1的解. 反之,若$\left\{\boldsymbol{s}_1;\left(\frac{7}{3},\frac{7}{3},\frac{13}{3}\right)\right\}$和$\left\{\boldsymbol{s}_2;\left(\frac{7}{3},\frac{10}{3},\frac{10}{3}\right)\right\}$是例1的解,则$V(\boldsymbol{s}_1)(N) \geqslant V(r^i,{\boldsymbol{s}_1}^{-i})(N)$和$V(\boldsymbol{s}_2)(N) \geqslant V(r^i,{\boldsymbol{s}_2}^{-i})(N)$成立,与定理1的结论一致.

例2　假设例1中,不同策略组合下的不同联盟所得到的利润如表4所示.

表 4　不同竞争局势联盟的利润

		N			
		创新		不创新	
		M		M	
		创新	不创新	创新	不创新
I	不推广	$V(I,M,N)=10$ $V(I)=1,V(I,M)=3$ $V(M)=2,V(M,N)=5$ $V(N)=2,V(N,I)=3$	$V(I,M,N)=8$ $V(I)=1,V(I,M)=3$ $V(M)=2,V(M,N)=5$ $V(N)=2,V(N,I)=5$	$V(I,M,N)=11$ $V(I)=1,V(I,M)=3$ $V(M)=2,V(M,N)=4$ $V(N)=2,V(N,I)=3$	$V(I,M,N)=9$ $V(I)=1,V(I,M)=3$ $V(M)=2,V(M,N)=6$ $V(N)=2,V(N,I)=3$
	推广	$V(I,M,N)=9$ $V(I)=1,V(I,M)=3$ $V(M)=1,V(M,N)=4$ $V(N)=3,V(N,I)=4$	$V(I,M,N)=5$ $V(I)=1,V(I,M)=3$ $V(M)=1,V(M,N)=3$ $V(N)=3,V(N,I)=3$	$V(I,M,N)=10$ $V(I)=1,V(I,M)=3$ $V(M)=1,V(M,N)=4$ $V(N)=3,V(N,I)=5$	$V(I,M,N)=7$ $V(I)=1,V(I,M)=3$ $V(M)=1,V(M,N)=5$ $V(N)=3,V(N,I)=4$

根据本文提出的非合作-合作博弈求解模型,用CIS值求解每个策略组合下的合作博弈,可得每个策略组合下的局中人的利润,如表5所示.

表 5　不同竞争局势合作博弈的CIS值

		N			
		创新		不创新	
		M		M	
		创新	不创新	创新	不创新
I	不推广	$\left(\frac{8}{3},\frac{11}{3},\frac{11}{3}\right)$	$\left(\frac{6}{3},\frac{9}{3},\frac{9}{3}\right)$	$\left(\frac{9}{3},\frac{12}{3},\frac{12}{3}\right)$	$\left(\frac{7}{3},\frac{10}{3},\frac{10}{3}\right)$
	推广	$\left(\frac{7}{3},\frac{7}{3},\frac{13}{3}\right)$	$\left(\frac{3}{3},\frac{3}{3},\frac{9}{3}\right)$	$\left(\frac{8}{3},\frac{8}{3},\frac{14}{3}\right)$	$\left(\frac{5}{3},\frac{5}{3},\frac{11}{3}\right)$

由分析知,例2的特征函数满足ID和NC两个条件,求解上述得到的非合作博弈,可以得到一个纯策略纳什均衡点 $\boldsymbol{s}_3$ (即不推广、创新、不创新),对应的纳什均衡值为 $\left(\frac{9}{3}, \frac{12}{3}, \frac{12}{3}\right)$. 由此可知 $\left\{\boldsymbol{s}_3; \left(\frac{9}{3}, \frac{12}{3}, \frac{12}{3}\right)\right\}$ 是例2的解,且 $V(\boldsymbol{s}_3)(N) \geqslant V(\boldsymbol{r})(N), \boldsymbol{r} \in \boldsymbol{S}$,所以 $\boldsymbol{s}_3$ 是例2的有效策略, 与定理2的结论一致.

4 结 论

非合作-合作两型博弈模型是一种解决既存在策略选择又存在利益分配的博弈问题的方法,其中合作博弈阶段的解决定了非合作-合作两型博弈的解. 本文完善了Brandenburger等[1]提出的非合作-合作两型博弈的解,用CIS值求解合作博弈阶段的每个合作博弈的解,进而构造并获得非合作阶段的非合作博弈的纯策略均衡解,证明了基于CIS值的非合作-合作两型博弈解存在的充要条件.本文给出的非合作-合作两型博弈求解模型避免了文献[1]用核心求解合作博弈的解不存在和解不唯一的情况,并且可以求解特征函数不满足加总性和无外部性两个条件的非合作-合作两型博弈模型,降低了非合作-合作两型博弈解存在的充要条件,使其具有更大适用性,能够更好地解决实际问题.

参考文献(References)

[1] Brandenburger A, Stuart H. Biform games[J]. Management Science, 2007, 53(4): 537-549.

[2] Stuart H. Biform analysis of inventory competition[J]. Manufacturing and Service Operations Management, 2005, 7(4): 347-359.

[3] Plambeck E L, Taylor T A. Sell the plant? The impact of contract manufacturing on innovation, capacity, and profitability[J]. Management Science, 2005, 51(1): 133-150.

[4] Ryall M D, Sorenson O. Brokers and competitive advantage[J]. Management Science, 2007, 53(4): 566-583.

[5] Feess E, Thun J H. Surplus division and investment incentives in supply chains: A biform-game analysis[J]. European Journal of Operational Research, 2014, 234(3): 763-773.

[6] Fandel G, Trockel J. Investment and lot size planning in a supply chain: Coordinating a just-in-time-delivery with a Harris- or a Wagner/Whitin-solution[J]. Journal of Business Economics, 2016, 86(1/2): 173-195.

[7] 谭伟, 谭德庆. 基于共识程度的双体博弈纳什均衡拓展研究[J]. 管理学报, 2011, 8(2): 306-310.
(Tan W, Tan D Q. Development of Nash equilibria of biform games based on degree of common knowledge[J]. Chinese Journal of Management, 2011, 8(2): 306-310.)

[8] 杜义飞. 创新者最优许可数量决策与信心指数调节作用[J]. 控制与决策, 2013, 28(5): 753-762.
(Du Y F. Innovator's optimal decision on licensing quantity and adjustment of confidence index[J]. Control and Decision, 2013, 28(5): 753-762.)

[9] 肖旦, 周永务, 钟远光, 等. 随机需求下库存技术共享零售商联合采购联盟的竞合博弈研究[J]. 管理工程学报, 2017, 31(4): 194-199.
(Xiao D, Zhou Y W, Zhong Y G, et al. Co-opetition game analysis of retailers' joint purchasing coalitions with inventory technology sharing under stochastic demand[J]. Jonrnal of Industrial Engineering Management, 2017, 31(4): 194-199.)

[10] Porter M. Competitive strategy: Techniques for analyzing industries and competitors[M]. New York: Free Press, 1980: 86-87.

[11] Hou D S, Sun P F, Xu G J. Compromise for the complaint: An optimization approach to the ENSC value and the CIS value[J]. Journal of the Operational Research Society, 2018, 69(4): 571-579.

[12] Xu G J, Dai H, Shi H B. Axiomatizations and a noncooperative interpretation of the α-CIS value[J]. Asia-Pacific Journal of Operational Research, 2015, 32(5): 1550031-1-15.

[13] Wang W N, Sun H, Brink R V, et al. The family of ideal values for cooperative games[J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 2019, 180(1): 1065-1086.

[14] Hwang Y, Wang B. A matrix approach to the associated consistency with respect to the equal allocation of non-separable costs[J]. Operations Research Letters, 2016, 44(6): 826-830.

[15] Driessen T S, Funaki Y. Coincidence of and collinearity between game theoretic solutions[J]. Operations Research Spektrum, 1991, 13(1): 15-30.

[16] Béal S, Rémila E, Solal P. Characterizations of three linear values for TU games by associated consistency: Simple proofs using the jordan normal form[J]. International Game Theory Review, 2016, 18(1): 1650003-01-21.

作者简介

南江霞 (1978−), 女, 教授, 博士, 从事不确定博弈理论及其应用等研究, E-mail: jiangxia1107@163.com;

王盼盼 (1992−), 女, 硕士生, 从事不确定博弈理论及其应用的研究, E-mail: 852547002@qq.com;

李登峰 (1965−), 男, 教授, 博士生导师, 从事经济管理决策与对策、模糊理论与运筹优化等研究, E-mail: lidengfeng@uestc.edu.cn.

(责任编辑:李君玲)