

控制与决策

Control and Decision

一类严格反馈系统变比例增益精确微分补偿控制

孙国法, 魏巍

引用本文:

孙国法, 魏巍. 一类严格反馈系统变比例增益精确微分补偿控制[J]. 控制与决策, 2020, 35(6): 1490–1496.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1153>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[一类状态/输入受限的不确定非仿射非线性系统鲁棒自适应backstepping控制](#)

Robust adaptive backstepping control for a class of non-affine nonlinear system with full states constraints and input saturation
控制与决策. 2020, 35(4): 769–780 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0637>

[高阶不确定非线性系统的线性自抗扰控制](#)

Linear active disturbance rejection control for high-order nonlinear systems with uncertainty
控制与决策. 2020, 35(2): 483–491 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0550>

[一类不确定非线性离散系统的模糊自适应控制器设计](#)

Fuzzy adaptive control design for a class of uncertain nonlinear discrete-time systems
控制与决策. 2019, 34(3): 542–548 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.1157>

[不确定非线性系统的模糊鲁棒 \$H^\infty\$ 跟踪控制](#)

Fuzzy robust H^∞ tracking control for uncertain nonlinear systems
控制与决策. 2015(7): 1325–1328 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.0766>

[不确定非线性多智能体系统的分布式容错协同控制](#)

Fault-tolerant control for synchronization of uncertain nonlinear multi-agent systems
控制与决策. 2015(7): 1303–1308 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.0376>

一类严格反馈系统变比例增益精确微分补偿控制

孙国法[†], 魏 巍

(青岛理工大学 信息与控制工程学院, 山东 青岛 266520)

摘 要: 针对包含不确定函数和未知外部扰动的一类严格反馈型非线性系统, 提出基于精确扰动观测器的变比例增益自适应模糊控制器. 系统中的未知不确定函数由模糊逻辑系统在线逼近, 同时将模糊逻辑系统的逼近误差和未知外部扰动定义为总扰动, 利用精确扰动观测器进行精确微分补偿控制. 将非线性函数应用于设计可调节的输出反馈增益, 有效消除系统的稳态误差, 使得系统跟踪误差可以控制在零的任意小邻域内. 最后, 通过 Lyapunov 定理证明闭环系统中所有信号均是有界的. 数值仿真表明了所提出方案的有效性.

关键词: 精确扰动观测器; 模糊逻辑系统; 变比例增益; 反步法; 非线性跟踪微分器

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Variable proportional gain accurate differential compensation control for a class of strict feedback systems

SUN Guo-fa[†], WEI Wei

(College of Information and Control Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao 266520, China)

Abstract: The adaptive variable proportional gain fuzzy tracking control design problem for a class of strict-feedback systems with unknown uncertain functions and unknown external disturbances is investigated in this paper. Fuzzy logic systems (FLSs) are introduced to identify the unknown function. What's more, the approximation error and unknown external disturbance of the fuzzy logic system are defined as the total disturbance, and the accurate differential observer is used to perform accurate differential compensation control. By introducing a nonlinear function to design the adjustable output feedback gain, the steady-state error of the system is reduced. So that the output tracking error of the system can be reduced arbitrarily small. Finally, the stability of the fuzzy control systems is proved based on the common Lyapunov function method. The numerical simulation examples are presented to further demonstrate the effectiveness of the proposed control strategies.

Keywords: precise disturbance observer; fuzzy logic system; variable proportional gain; backstepping; nonlinear tracking differentiator

0 引 言

在过去的几十年中,反步法已经成为处理具有严格反馈型非线性系统最为有效的方法之一,并取得了许多重要成果^[1]. 然而,传统的反步法控制并没有考虑被控对象中存在未知函数或未知扰动的复杂情况,这极大地限制了反步法控制技术在工业生产中的应用范围.

由于神经网络和模糊逻辑系统对未知连续函数具有强大的逼近能力,与神经网络或模糊逻辑系统相结合的自适应智能控制技术不断地涌现出来^[2-3]. 同时,为了解决反步法设计过程存在的复杂性爆炸问题,文献[3]提出了基于一阶低通滤波器的自适应动态面控制方法,避免了对虚拟信号重复求导.

未知外部扰动对控制系统的影响广泛存在于实际的应用系统中^[4-5],并影响着控制器的性能,甚至会造成系统不稳定的情况发生. 因此,对于扰动系统的控制问题,一直是近年来控制领域研究和讨论的热点. 文献[6]在反步法框架中引入高阶滑模观测器以补偿未知扰动,从而实现精确跟踪控制. 传统的滑模控制器只考虑了被控对象慢变或者是平均作用所产生的影响^[7],但是由高阶滑模控制方法设计的精确扰动观测器,在处理动态信号时考虑了信号动态阶次对跟踪精度的影响,从而获得了更精确的微分信号^[7-8].

在控制器设计过程中,传统的自适应反步法控制一般都是采用线性误差控制律,即将误差反馈增益选为常数^[9]. 文献[10]中采用线性-非线性自抗扰切

收稿日期: 2018-08-26; 修回日期: 2019-03-16.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61703224, 61640302, 21606141).

[†]通讯作者. E-mail: sunguofa_bo@163.com.

换控制方法,既综合了线性自抗扰控制和非线性自抗扰控制的优点,同时又优化了非线性自抗扰算法的参数整定和稳定性分析.受其启发,本文将非线性自抗扰算法中的非线性函数引入反步法框架中,构造自适应变比例增益模糊控制器,使得控制器具有“大误差,小增益;小误差,大增益”的特性.

本文针对具有严格反馈形式的非线性不确定扰动系统,提出自适应变比例增益模糊控制方法.在处理该类非线性系统时,为了提高系统的闭环性能,本文所做的主要工作概括如下:

1) 综合考虑系统模型不确定性、逼近误差以及外部扰动组成的总扰动信号,讨论总扰动动态信号阶次对观测精度的影响,利用微分精确扰动观测器对未知的总扰动变量进行精确补偿;

2) 在传统反步法控制律设计中引入非线性函数,构造可调节的误差反馈增益,优化控制系统的性能,在变比例增益作用下,小误差时不需要增加积分作用来消除静态误差.

1 问题描述

考虑如下严格反馈形式的不确定非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(\bar{x}_i) + g_i(\bar{x}_i)x_{i+1} + \theta_i^T \Phi_i(\bar{x}_i) + d_i(\bar{x}_i, t), \\ \dot{x}_n = f_n(\bar{x}_n) + g_n(\bar{x}_n)u + \theta_n^T \Phi_n(\bar{x}_n) + d_n(\bar{x}_n, t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $u(t) \in \mathbf{R}$ 和 $x_1(t) \in \mathbf{R}$ 分别是控制输入和系统的输出信号; $\bar{x}_i = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_i(t)]^T \in \mathbf{R}^i$ 是系统的状态向量; $f_i(\bar{x}_i)$ 、 $g_i(\bar{x}_i)$ 以及 $\Phi_i(\bar{x}_i)$ 均是已知函数; $\theta_i = [\theta_{i1}, \dots, \theta_{i\ell}]^T$ 是未知的常值向量; $d_i(\bar{x}_i, t)$ 是未知的有界扰动,主要包含测量误差、建模误差以及外部扰动等因素.

从图1所示的闭环系统的框架结构中可以看出,本文的控制目标是:1)设计控制器 u 使得系统输出 x_1 能够精确跟踪给定的参考信号 x_d ;2)消除未知扰动对控制系统的影响,以确保跟踪误差可以在有限时间内收敛到零的任意小邻域内.

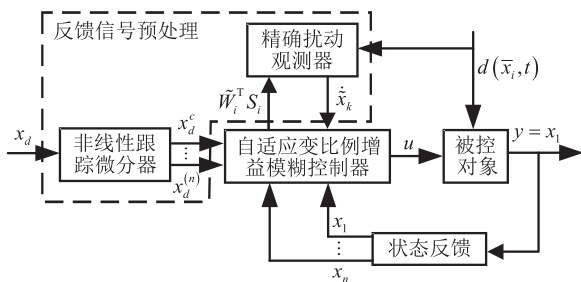


图1 闭环控制系统的整体框图

为了方便控制器设计,给出以下几个必要的假设和引理.

假设1 参考信号 x_d 及其各阶导数均已知且是连续有界的.

假设2 为了便于凸显本文的主要工作,简化控制器的设计,本文假设系统(1)的所有状态 \bar{x}_i 以及控制信号 u 均为已知或者可测的.

假设3 系统(1)中函数 $f_i(\bar{x}_i)$ 和 $g_i(\bar{x}_i)$ 均为已知光滑连续函数,不失一般性,假设函数 $g_i(\bar{x}_i)$ 满足 $g_{i0} \leq |g_i(\bar{x}_i)| \leq g_{i1}$, g_{i0} 和 g_{i1} 均为已知正常数.

假设4 系统(1)中的扰动项 $d_i(\bar{x}_i, t)$ 的一阶导数存在并且有界,即满足如下不等式:

$$|d_i(\bar{x}_i, t)/dt| \leq \Gamma_i^+, \quad (2)$$

其中 Γ_i^+ 为已知正常数.

引理1^[11] $h(\bar{x})$ 为定义在紧集 $\Omega \subset \mathbf{R}^q$ 内的连续函数,则 $\forall \varepsilon > 0$ 存在一个模糊逻辑系统 $W^T S(\bar{x})$ 使得

$$\sup_{\bar{x} \in \Omega} |h(\bar{x}) - W^T S(\bar{x})| \leq \varepsilon. \quad (3)$$

其中: $\bar{x} \in \Omega \subset \mathbf{R}^q$ 为模糊逻辑系统的输入向量, q 是输入向量的维数; $W = [W_1, W_2, \dots, W_l]^T$ 为模糊逻辑系统理想权值向量, $l > 1$ 为模糊规则的个数; $S(\bar{x}) = [s_1, s_2, \dots, s_l]^T / \sum_{i=1}^l s_i$ 是由高斯函数组成的基函数向量,选取高斯函数的具体形式为

$$s_i(\bar{x}) = \exp[-(\bar{x} - o_i)^T(\bar{x} - o_i)/\omega_i], \quad (4)$$

o_i 为高斯函数的中心, ω_i 为高斯函数的宽度.

引理2^[10] 在经典自抗扰控制算法中提出了如下形式的非线性函数:

$$\text{fal}(\eta, \alpha, \delta) = \begin{cases} |\eta|^\alpha \text{sign } \eta, & |\eta| > \delta; \\ \eta/\delta^{1-\alpha}, & |\eta| \leq \delta. \end{cases} \quad (5)$$

其中: η 为误差变量; α 和 δ 为可调设计参数, α 的取值决定了函数的非线性程度, δ 为线性区间的宽度.

定义如下形式的非线性误差增益:

$$\kappa(\eta) = \text{fal}(\eta, \alpha, \delta)/\eta. \quad (6)$$

根据式(6)定义的增益可以得到

$$\kappa(\eta) = \begin{cases} |\eta|^{\alpha-1}, & |\eta| > \delta; \\ 1/\delta^{1-\alpha}, & |\eta| \leq \delta. \end{cases} \quad (7)$$

由式(7)可知:非线性函数在线性区间的误差增益为定值,在非线性区间的误差增益是关于变量 η 的单调非线性函数;当参数 $\alpha \in (0, 1)$ 时,非线性误差增益 $\kappa(\eta)$ 具有“大误差,小增益;小误差,大增益”的特性.

2 主要工作

2.1 反馈信号预处理

2.1.1 任意阶精确扰动观测器

在本小节中利用 Levant^[12] 提出的高阶滑模观测器对系统(1)中的扰动项进行微分补偿.该观测器可

以在有限时间内精确估计指令信号任意阶次的微分信号,其具体形式如下:

$$\begin{cases} \dot{z}_0 = v_0, \\ v_0 = z_1 - \lambda_0 |z_0 - g_0(t)|^{n/(n+1)} \text{sign}(z_0 - g_0(t)); \\ \dot{z}_1 = v_1, \\ v_1 = z_2 - \lambda_1 |z_1 - v_0|^{(n-1)/n} \text{sign}(z_1 - v_0); \\ \vdots \\ \dot{z}_{n-1} = v_{n-1}, \\ v_{n-1} = z_n - \lambda_{n-1} |z_{n-1} - v_{n-2}|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(z_{n-1} - v_{n-2}); \\ \dot{z}_n = -\lambda_n \text{sign}(z_n - v_{n-1}). \end{cases} \quad (8)$$

其中:连续可微函数 $g_0(t)$ 表示观测器的输入信号,并且满足其任意阶导数均有界,即 $|g_0^{(n)}(t)| \leq H$, H 为正常数;输出变量 z_i 和 v_i 表示精确扰动观测器的状态变量及其微分变量;精确扰动观测器的反馈增益常数 λ_i 根据系统的阶次进行选取,文献[6]提供了一种可行的参数选取规则.

在没有噪声干扰的情况下,由观测器输出的微分信号可以在有限时间内精确地收敛到真实值,即有如下等式成立:

$$|z_i - g_0^{(i)}(t)| = 0, \quad i = 0, 1, \dots, n. \quad (9)$$

输入信号 $g_0(t)$ 通过 k 阶精确扰动观测器得到的滤波信号 z_i , 可以用符号 $D_k^i[g_0]$ 进行表示.

为了方便对系统(1)中的未知扰动进行估计补偿,首先将系统(1)改写为如下动态方程:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = \hat{x}_i + \tilde{x}_i, \\ \dot{x}_n = \hat{x}_n + \tilde{x}_n. \end{cases} \quad (10)$$

其中

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_i = f_i(\bar{x}_i) + g_i(\bar{x}_i)x_{i+1} + \hat{W}_i^T S_i(\bar{x}_i) + \varepsilon_i(\bar{x}_i), \\ \dot{\hat{x}}_n = f_n(\bar{x}_n) + g_n(\bar{x}_n)u + \hat{W}_n^T S_n(\bar{x}_n) + \varepsilon_n(\bar{x}_n). \end{cases} \quad (11)$$

根据误差定义式 $\tilde{x}_i = x_i - \hat{x}_i$, 可以得到系统总扰动为

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_i = \tilde{W}_i^T S_i(\bar{x}_i) + d_i(\bar{x}_i, t), \\ \dot{\tilde{x}}_n = \tilde{W}_n^T S_n(\bar{x}_n) + d_n(\bar{x}_n, t). \end{cases} \quad (12)$$

其中:定义权值向量的估计误差 $\tilde{W}_i = W_i - \hat{W}_i$; 自适应逼近误差 $|\varepsilon_i(\bar{x})| \leq \bar{\varepsilon}_i$, 误差上界 $\bar{\varepsilon}_i$ 为正常数.

注1 由式(12)可以看出,系统总扰动主要由内扰和外扰两部分组成. 本文在对被控对象的分析过程中定义模糊逼近误差 $\tilde{W}_i^T S_i(\bar{x}_i)$ 为系统内部扰动, $d(\bar{x}_i, t)$ 为系统外部扰动.

由式(12)还可以看出,系统总扰动 \tilde{x}_i 可以在有限时间内通过精确扰动观测器(8)估计获得,即

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_i(t) \\ \vdots \\ \dot{\tilde{x}}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_n^1[\tilde{x}_i] \\ \vdots \\ D_n^1[\tilde{x}_n] \end{bmatrix}. \quad (13)$$

其中: \tilde{x}_i 为第 i 阶系统的总扰动观测值,精确扰动观测器的输入信号 $\tilde{x}_i = x_i - \hat{x}_i$ 是第 i 阶系统估计误差.

2.1.2 非线性跟踪微分器

为简化传统反步法控制器设计的复杂性,避免对虚拟控制信号的重复求导,本文提出如下非线性跟踪微分器以直接获取指令信号的微分:

$$\begin{cases} \dot{x}_{c,1} = x_{c,2} - \gamma_1 \cdot \text{fal}(\sigma_1, \alpha, \delta), \\ \dot{x}_{c,2} = -\gamma_2 \cdot \text{fal}(\sigma_2, \alpha, \delta). \end{cases} \quad (14)$$

其中:非线性函数 $\text{fal}(\sigma, \alpha, \delta)$ 的形式如引理2中所示, σ_1 和 σ_2 为反馈误差变量, $\gamma_1 > 0$, $\gamma_2 > 0$ 为跟踪微分器的反馈增益, $x_{r,1}$ 表示跟踪微分器的输入信号,跟踪微分器的输出信号 $x_{c,1}$ 和 $x_{c,2}$ 分别表示输入信号 $x_{r,1}$ 的滤波信号及其导数.

引理3 对于跟踪微分器(14),当输入信号满足

$$\begin{cases} \dot{x}_{r,1} = x_{r,2}, \\ \dot{x}_{r,2} = 0, \end{cases} \quad (15)$$

且 $x_{c,1}(0) = x_{r,1}(0)$, $x_{c,2}(0) = 0$ 时,选取合适的参数,对于任意的 $\iota > 0$,存在 $|x_{c,1} - x_{r,1}| \leq \iota$, 并且 $|\dot{x}_{c,1}|$ 和 $|\ddot{x}_{c,1}|$ 均是有界的.

证明 由于非线性函数 $\text{fal}(\sigma, \alpha, \delta)$ 在误差界两侧具体的表达形式不一样,需分开进行讨论.

1) 当 $|\sigma| \leq \delta$ 时,跟踪微分器采用线性反馈,其形式可以改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_{c,1} = x_{c,2} - \bar{\gamma}_1 \sigma_1, \\ \dot{x}_{c,2} = -\bar{\gamma}_2 \sigma_2. \end{cases} \quad (16)$$

其中: $\bar{\gamma}_1 = \gamma_1 \cdot \frac{1}{\delta^{1-\alpha}}$, $\bar{\gamma}_2 = \gamma_2 \cdot \frac{1}{\delta^{1-\alpha}}$ 为反馈增益.

定义误差 σ_1 和 σ_2 分别为

$$\begin{cases} \sigma_1 = x_{c,1} - x_{r,1}, \\ \sigma_2 = x_{c,2} - x_{r,2}. \end{cases} \quad (17)$$

则通过式(15)和(16)可以得到滤波误差的动态方程

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_1 = \sigma_2 - \bar{\gamma}_1 \sigma_1, \\ \dot{\sigma}_2 = -\bar{\gamma}_2 \sigma_2. \end{cases} \quad (18)$$

其中选择合适的跟踪微分器反馈增益 $\bar{\gamma}_1$ 、 $\bar{\gamma}_2$, 使得

$$A = \begin{bmatrix} -\bar{\gamma}_1 & 1 \\ 0 & -\bar{\gamma}_2 \end{bmatrix} \text{ 为一个严格 Hurwitz 矩阵.}$$

定义如下的 Lyapunov 候选泛函:

$$V_0 = \bar{\sigma}^T P \bar{\sigma}, \quad (19)$$

其中 $P^T = P > 0$ 为正定矩阵. 给定 $Q^T = Q > 0$, 则如下等式成立:

$$A^T P + PA = -Q. \quad (20)$$

对 Lyapunov 泛函求时间的导数, 得

$$\dot{V}_0 = \dot{\sigma}^T P \bar{\sigma} + \bar{\sigma}^T P \dot{\sigma} = \bar{\sigma}^T (A^T P + PA) \bar{\sigma}, \quad (21)$$

从而

$$\dot{V}_0 \leq -\vartheta \|\bar{\sigma}\|^2. \quad (22)$$

其中: $\vartheta = \frac{1}{\lambda_{\max}(Q)}$, $\lambda_{\max}(Q)$ 是矩阵 Q 的一个最大特征向量.

对式(22)两边同时积分, 可以得到

$$V_0 \leq V(0)e^{-\vartheta t}. \quad (23)$$

再对式(23)两边取极限, 可以得到

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V_0(t) \leq 0. \quad (24)$$

由式(24)可以看出, 当 $|x_{c,1} - x_{r,1}| \leq \delta$ 时, 式(18)表示的滤波误差动态方程是稳定的.

2) 当 $|\sigma| > \delta$ 时, 跟踪微分器的形式可以改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_{c,1} = v_0, \\ v_0 = x_{c,2} - \gamma_1 |\sigma_1|^{\alpha_1} \text{sign}(\sigma_1), \\ \dot{x}_{c,2} = -\gamma_2 |\sigma_2|^{\alpha_2} \text{sign}(\sigma_2). \end{cases} \quad (25)$$

其中: 参数 $\alpha_1 = 2/3$, $\alpha_2 = 1/2$.

由式(25)可以看出, 当 $|\sigma| > \delta$ 时, 跟踪微分器的形式符合上一小节中 Levant 微分器的二阶形式, 其稳定性证明过程已在文献[12]中详细给出.

综合上述两种情况的分析可以证明, 通过非线性跟踪微分器得到的 $|\dot{x}_{c,1}|$ 、 $|\ddot{x}_{c,1}|$ 和 $|\ddot{x}_{c,1}|$ 均是有界的. □

2.2 控制器设计

本节结合反步法控制、精确扰动观测器、非线性跟踪微分器以及 Lyapunov 函数, 对系统(1)设计变比例增益自适应模糊控制器. 控制器的设计需要 n 个步骤, 首先需要定义如下的误差坐标变化:

$$e_i = x_i - x_{d,i-1}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (26)$$

其中: $x_{d,0} = x_d$, $x_{d,i-1}$ ($i = 2, \dots, n$) 是第 i 步中的虚拟控制信号, 控制信号 u 将在最后一步中给出.

step i ($1 \leq i \leq n-1$): 对式(26)求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= f_i(\bar{x}_i) + g_i(\bar{x}_i)x_{i+1} + \theta_i^T \Phi_i(\bar{x}_i) + \\ & d(\bar{x}_i, t) - \dot{x}_{d,i-1}, \end{aligned} \quad (27)$$

其中 $\dot{x}_{d,i-1}$ 作为虚拟控制信号的微分可以通过非线性跟踪微分器(14)直接获得. 这里利用引理1中模糊逻辑系统对 $\theta_i^T \Phi_i(\bar{x}_i)$ 进行逼近, 有

$$\theta_i^T \Phi_i(\bar{x}_i) = W_i^T S_i(\bar{x}_i) + \varepsilon_i, \quad (28)$$

其中模糊逼近误差 $|\varepsilon_i| \leq \bar{\varepsilon}_i$, $\bar{\varepsilon}_i$ 为正常数.

由式(28)可以得到

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= f_i(\bar{x}_i) + g_i(\bar{x}_i)x_{i+1} + \hat{W}_i^T S_i(\bar{x}_i) + \\ & \varepsilon_i + \dot{\hat{x}}_i - \dot{x}_{d,i-1}, \end{aligned} \quad (29)$$

其中第 i 阶系统总扰动 $\dot{\hat{x}}_i = \hat{W}_i^T S_i(\bar{x}_i) + d(\bar{x}_i, t)$. 由上一小节的分析可知, 函数 $\dot{\hat{x}}_i$ 可由精确扰动观测器的输出获得.

注2 传统自适应控制算法一般利用控制误差或观测误差设计自适应律来估计参数^[2-3,8,11]. 为提高自适应参数的估计精度, 输入信号必须满足持续激励条件 (persistent excitation, PE)^[13]. 为降低逼近精度对 PE 条件的依赖性, 本文提出利用精确扰动观测器对扰动信号作预估计并进行反馈补偿, 从而进一步提高控制器精度.

根据式(29)设计如下虚拟控制信号及参数自适应律:

$$\begin{cases} x_{d,i} = g_i(\bar{x}_i)^{-1} [-\kappa_i e_i - f_i(\bar{x}_i) + \dot{x}_{d,i-1} - \\ \hat{W}_i^T S_i(\bar{x}_i) - \dot{\hat{x}}_i], \\ \dot{\hat{W}}_i = \Gamma_i (e_i S(\bar{x}_i) - \varsigma_i \hat{W}_i). \end{cases} \quad (30)$$

其中: $\Gamma_i = \Gamma_i^T > 0$ 为自适应增益矩阵, 其取值的大小决定着模糊逻辑系统的学习速度; $\varsigma_i > 0$ 为设计参数; κ_i 是可调节的非线性误差反馈增益.

考虑如下的 Lyapunov 候选泛函:

$$V_i = \frac{1}{2} e_i^2 + \frac{1}{2} \tilde{W}_i^T \Gamma_i^{-1} \tilde{W}_i. \quad (31)$$

对 V_i 求时间的导数, 并考虑 $e_{i+1} = x_{i+1} - x_{d,i}$, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= e_i \dot{e}_i + \tilde{W}_i^T \Gamma_i^{-1} \dot{\tilde{W}}_i \leq \\ & g_i e_i e_{i+1} - \kappa_i e_i^2 + |e_i| \bar{\varepsilon}_i - \varsigma_i \tilde{W}_i^T \dot{\tilde{W}}_i. \end{aligned} \quad (32)$$

利用 Young's 不等式, 有下列不等式成立:

$$\begin{cases} e_i e_{i+1} \leq \frac{e_i^2}{2} + \frac{e_{i+1}^2}{2}, \\ |e_i| \bar{\varepsilon}_i \leq \frac{e_i^2}{4r_i} + r_i \bar{\varepsilon}_i^2, \\ -\varsigma_i \tilde{W}_i^T \dot{\tilde{W}}_i \leq -\frac{\varsigma_i \|\tilde{W}_i\|^2}{2} + \frac{\varsigma_i \|W_i\|^2}{2}. \end{cases} \quad (33)$$

其中: $r_i > 0$ 为常数, W_i 为模糊理想权值向量.

将式(33)代入(32)中, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &\leq -\left(\kappa_i - \frac{1}{4r_i} - \frac{g_i}{2}\right) e_i^2 - \frac{\varsigma_i \|\tilde{W}_i\|^2}{2} + \\ & r_i \bar{\varepsilon}_i^2 + \frac{\varsigma_i \|W_i\|^2}{2} + \frac{g_i e_{i+1}^2}{2} \leq \\ & -\eta_i V_i + \mu_i + \frac{g_{i1} e_{i+1}^2}{2}. \end{aligned} \quad (34)$$

其中:正常数 g_{i1} 为函数 g_i 的上界值; η_i 和 μ_i 均为正常数,可作如下定义:

$$\begin{cases} \eta_i = \min \left\{ 2 \left(\kappa_i - \frac{1}{4r_i} - \frac{g_{i1}}{2} \right), \varsigma_i \lambda_{\min}(\Gamma_i) \right\}, \\ \mu_i = r_i \bar{\varepsilon}_i^2 + \frac{\varsigma_i \|W_i\|^2}{2}. \end{cases} \quad (35)$$

将不等式(34)两边同时乘以 $e^{\mu_i t}$,得

$$\frac{d}{dt} (V_i e^{\mu_i t}) \leq \eta_i e^{\mu_i t} + \frac{g_{i1} e_{i+1}^2}{2} e^{\mu_i t}. \quad (36)$$

对式(36)两端在时间域 $[0, t]$ 上积分,得

$$V_i(t) \leq \frac{\eta_i}{\mu_i} + \left[V_i(0) - \frac{\eta_i}{\mu_i} \right] e^{-\mu_i t} + g_{i1} e^{-\mu_i t} \int_0^t \frac{e_{i+1}^2}{2} e^{\mu_i \tau} d\tau. \quad (37)$$

式(37)最后一项具有如下性质:

$$\begin{aligned} g_{i1} e^{-\mu_i t} \int_0^t \frac{e_{i+1}^2}{2} e^{\mu_i \tau} d\tau &\leq \\ \frac{g_{i1}}{2} \sup_{\tau \in [0, t]} e_{i+1}^2(\tau) e^{-\mu_i t} \int_0^t e^{\mu_i \tau} d\tau &\leq \\ \frac{g_{i1}}{2\mu_i} \sup_{\tau \in [0, t]} e_{i+1}^2(\tau). \end{aligned} \quad (38)$$

因此,如果 e_{i+1} 能够在有限时间 $[0, t_f]$ 内保持有界,则能够得到式(37)最后一项的有界性.于是,式(37)可以写成

$$V_i(t) \leq \frac{\bar{\eta}_i}{\mu_i} + \left[V_i(0) - \frac{\eta_i}{\mu_i} \right] e^{-\mu_i t}, \quad (39)$$

其中 $\bar{\eta}_i = \eta_i + \frac{g_{i1}}{2} \sup_{\tau \in [0, t]} e_{i+1}^2(\tau)$.

step n : 考虑闭环系统的第 n 个子系统

$$\dot{x}_n = f_n(\bar{x}_n) + g_n(\bar{x}_n)u + \theta_n^T \Phi_n(\bar{x}_n) + d(\bar{x}_n, t). \quad (40)$$

同时,定义第 n 个子系统的误差方程为

$$e_n = x_n - x_{d,n-1}. \quad (41)$$

对式(41)求时间的导数,有

$$\begin{aligned} \dot{e}_n &= f_n(\bar{x}_n) + g_n(\bar{x}_n)u + \theta_n^T \Phi_n(\bar{x}_n) + \\ &d(\bar{x}_n, t) - \dot{x}_{d,n-1}, \end{aligned} \quad (42)$$

其中 $\dot{x}_{d,n-1}$ 可通过非线性跟踪微分器(14)得到.利用模糊逻辑系统逼近不确定函数 $\theta_n^T \Phi_n(\bar{x}_n)$,式(42)可以改写为

$$\begin{aligned} \dot{e}_n &= f_n(\bar{x}_n) + g_n(\bar{x}_n)u + \hat{W}_n^T S_n(\bar{x}_n) + \\ &\dot{\hat{x}}_n - \dot{x}_{d,n-1}, \end{aligned} \quad (43)$$

其中 $\dot{\hat{x}}_n = \tilde{W}_n^T S_n(\bar{x}_n) + d(\bar{x}_n, t)$.根据式(43)设计系统的最终控制律 u 和权值调节律 $\dot{\hat{W}}_n$,即

$$\begin{aligned} u &= g_n(\bar{x}_n)^{-1} [-\kappa_n e_n - f_n(\bar{x}_n) - \\ &\hat{W}_n^T S_n(\bar{x}_n) - \dot{\hat{x}}_n + \dot{x}_{d,n-1}], \end{aligned}$$

$$\dot{\hat{W}}_n = \Gamma_n (e_n S(\bar{x}_n) - \varsigma_n \hat{W}_n). \quad (44)$$

其中: $\Gamma_n = \Gamma_n^T > 0$ 为自适应增益矩阵, $\varsigma_n > 0$ 为设计参数, κ_n 为可调节的非线性误差反馈增益.

定义新的Lyapunov候选泛函

$$V_n = \frac{1}{2} e_n^2 + \frac{1}{2} \tilde{W}_n^T \Gamma_n^{-1} \tilde{W}_n. \quad (45)$$

对 V_n 求时间的导数,得

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= e_n \dot{e}_n + \hat{W}_n^T \Gamma_n^{-1} \dot{\hat{W}}_n = \\ &e_n [f_n(\bar{x}_n) + g_n(\bar{x}_n)u + \varepsilon_n + \dot{\hat{x}}_n + \\ &\hat{W}_n^T S_n(\bar{x}_n) - \dot{x}_{d,n-1}] + \hat{W}_n^T \Gamma_n^{-1} \dot{\hat{W}}_n. \end{aligned} \quad (46)$$

将式(44)代入(46)中可以得到

$$\dot{V}_n = -\kappa_n e_n^2 - \varsigma_n \tilde{W}_n^T \dot{\hat{W}}_n + e_n \varepsilon_n. \quad (47)$$

利用Young's不等式,式(47)可以改写为

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &\leq - \left(\kappa_n - \frac{1}{4r_n} \right) e_n^2 - \frac{\varsigma_n \|\tilde{W}_n\|^2}{2} + \\ &r_n \bar{\varepsilon}_n^2 + \frac{\varsigma_n \|W_n\|^2}{2} \leq \\ &- \eta_n V_n + \mu_n. \end{aligned} \quad (48)$$

其中: $\bar{\varepsilon}_n$ 表示 ε_n 的上界值; r_n 、 η_n 和 μ_n 均为正常数,可作如下定义:

$$\begin{cases} \eta_n = \min \left\{ 2 \left(\kappa_n - \frac{1}{4r_n} \right), \varsigma_n \lambda_{\min}(\Gamma_n) \right\}, \\ \mu_n = r_n \bar{\varepsilon}_n^2 + \frac{\varsigma_n \|W_n\|^2}{2}. \end{cases} \quad (49)$$

将不等式(48)两边同时乘以 $e^{\mu_n t}$ 并在时间域 $[0, t]$ 上积分,得

$$V_n(t) \leq \frac{\eta_n}{\mu_n} + \left[V_n(0) - \frac{\eta_n}{\mu_n} \right] e^{-\mu_n t}. \quad (50)$$

3 稳定性证明

本节将对本文所提出的控制算法给出稳定性证明,以保证闭环系统中的所有信号都是有界的.

定理1 考虑被控对象(1)包含未知的外部扰动 $d_i(\bar{x}_i, t)$,且外部扰动变量满足假设4中的条件.当初始状态 $\hat{W}(0)$ 有界且满足假设条件时,在虚拟控制律(30)、控制律和自适应律(44)的共同作用下,闭环系统所有信号都有界,且系统的输出信号可以跟踪给定的参考信号,跟踪误差可以收敛到零的任意小邻域内.

证明 考虑如下的Lyapunov候选泛函:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n V_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (e_i^2 + \tilde{W}_i^T \Gamma_i^{-1} \tilde{W}_i). \quad (51)$$

对式(51)进行求导,得

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^n [e_i \dot{e}_i + \tilde{W}_i^T (\varepsilon_i S(\bar{x}_i) - \varsigma_i \dot{\hat{W}}_i)]. \quad (52)$$

将式(29)和(30)代入(52)中,可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \sum_{i=1}^n [e_i(f_i(\bar{x}_i) + g_i(\bar{x}_i)x_{i+1} + \hat{W}_i^T S_i(\bar{x}_i) + \\ & \varepsilon_i + \dot{\bar{x}}_i - \dot{x}_{d,n-1}) + \tilde{W}_i^T (e_i S(\bar{x}_i) - \varsigma_i \hat{W}_i)] = \\ & \sum_{i=1}^n [-\kappa_i e_i^2 + e_i \varepsilon_i - \varsigma_i \tilde{W}_i^T \dot{\hat{W}}_i]. \end{aligned} \quad (53)$$

利用 Young's 不等式, 有如下不等式成立:

$$\begin{cases} e_i \varepsilon_i \leq \frac{e_i^2}{4r_i} + r_i \bar{\varepsilon}_i^2, \\ -\varsigma_i \tilde{W}_i^T \dot{\hat{W}}_i \leq -\frac{\varsigma_i \|\tilde{W}_i\|^2}{2} + \frac{\varsigma_i \|W_i\|^2}{2}. \end{cases} \quad (54)$$

其中: $|\varepsilon_i(\bar{x})| \leq \bar{\varepsilon}_i$, 正常数 $\bar{\varepsilon}_i$ 表示模糊逼近误差上界.

将不等式(54)代入(53)中, 得

$$\dot{V} \leq -KV + \psi. \quad (55)$$

其中

$$\begin{cases} K = \min\{\kappa_i, \varsigma_i, \lambda_{\min}(\Gamma_i)\}, \\ \psi = r_i \bar{\varepsilon}_i^2 + \sum_{i=1}^n \frac{\varsigma_i \|W_i\|^2}{2}. \end{cases} \quad (56)$$

$\lambda_{\min}(\Gamma_i)$ 为自适应增益矩阵 Γ_i 最小的特征值, κ_i 为可调节的非线性误差反馈增益, $\varsigma_i > 0$ 为设计参数.

对式(55)两端同时积分, 得

$$0 \leq V(t) \leq \frac{\psi}{K} + \left(V(0) - \frac{\psi}{K}\right)e^{-Kt}. \quad (57)$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = \frac{\psi}{K}. \quad (58)$$

由此可见, 闭环系统的所有跟踪误差均是有界的. 当选取合适的控制器参数时, 系统的跟踪误差可以减小到零的任意小邻域内, 控制器参数和系统初始状态的取值在很大程度上决定着系统的控制性能. □

4 仿真算例

本节通过数值仿真验证本文所提出控制方案的可行性. 考虑如下含未知函数和外部扰动的二阶不确定严格反馈非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 + \theta_1^T \Phi_1(x_1) + d_1(x_1, t), \\ \dot{x}_2 = f_2(\bar{x}_2) + g_2(\bar{x}_2)u + \theta_2^T \Phi_2(\bar{x}_2) + d_2(\bar{x}_2, t). \end{cases} \quad (59)$$

其中仿真被控对象(59)的结构参数选取如表1所示.

表1 被控对象结构取值表

被控对象结构	参数选取	被控对象结构	参数选取
g_1	1	$f_1(x_1)$	$5x_1 \sin x_1$
g_2	1.5	$f_2(\bar{x}_2)$	$4 \cos x_1 + 3x_1 x_2$
$\Phi_1(x_1)$	0	$d_1(x_1, t)$	$0.2 \sin(3x_1) + 0.1x_1$
$\Phi_2(\bar{x}_2)$	$[x_1, \cos x_2]$	$d_2(\bar{x}_2, t)$	$0.3x_1^2 + 2 \cos(2x_2)$

在仿真中选取参考信号为

$$x_d = 5 \sin t + 3 \sin(2t). \quad (60)$$

控制算法参数的选取问题一直以来都是控制领域的热点和关键问题, 对控制效果的影响至关重要. 在本文数值仿真过程中, 任意阶精确扰动观测器、跟踪微分器、控制器以及模糊逻辑系统的设计参数取值如表2所示.

表2 控制算法参数取值表

参数	l	o_1	o_2	ω_1	ω_2	α_1	α_2	ς_1
取值	135	4	-4	2	2	2/3	1/3	0.08
参数	γ_1	γ_2	δ_1	δ_2	k_1	k_2	H	ς_2
取值	10	20	0.01	0.3	35	65	20	0.05

针对不同的参考轨迹信号, 采用传统线性反馈控制和变增益反馈控制进行对比仿真, 跟踪效果及其误差如图2和图3所示.

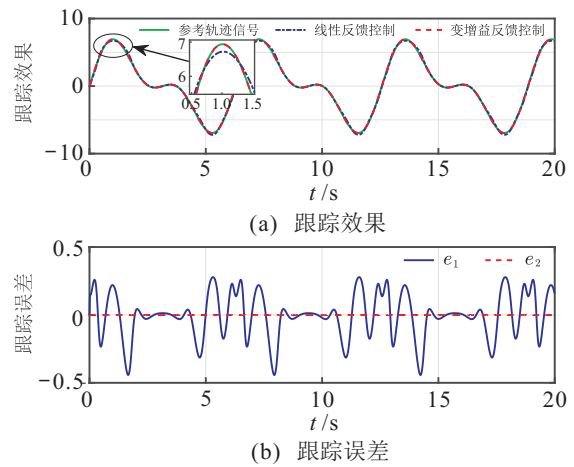


图2 跟踪参考轨迹信号对比

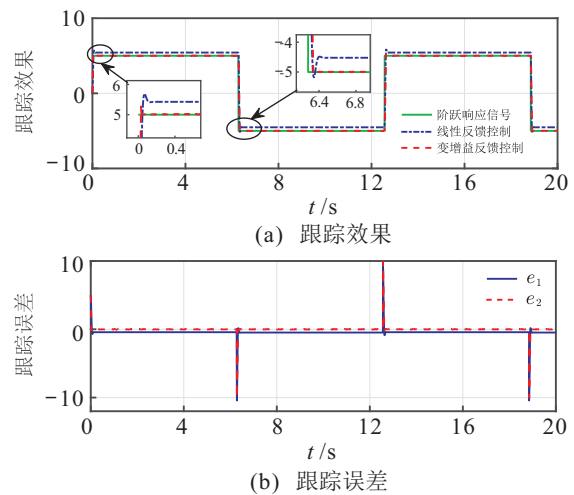


图3 跟踪阶跃响应信号对比

为进一步比较算法的控制效果, 两种控制算法跟踪阶跃响应信号时的控制性能指标如表3所示. 其中: ζ 是超调量平均值, t_r 是上升时间平均值, t_s 是稳态调节时间平均值, ess 是稳态误差平均值.

从图2、图3以及表3中的数据可以看出, 本文提出的变增益反馈控制有效地消除了静态误差, 进一步改善了控制器的动态性能.

表3 跟踪阶跃响应信号时的控制性能指标

控制方式	ζ	t_r/s	t_s/s	ess
线性反馈控制	0.701	0.065	0.124	0.478
变增益反馈控制	0.155	0.029	0.035	0.009

图4是通过精确扰动观测器对闭环系统总扰动的观测效果,并对闭环系统进行补偿控制.

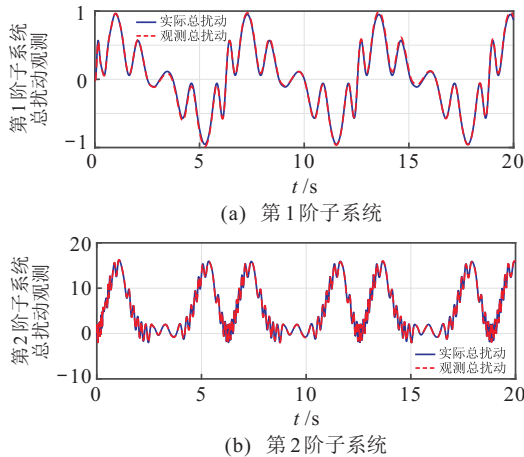


图4 闭环系统总扰动观测效果

为了验证本文所提出控制算法的鲁棒性,分别在5s和15s处施加幅值为20和-20的阶跃扰动信号.

从图5的跟踪效果可以看出,在闭环系统受到扰动信号干扰时,控制器能够使得闭环系统快速恢复到原始状态,具有很强的鲁棒性.

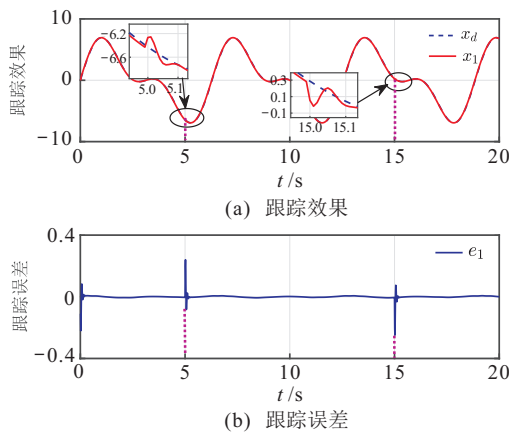


图5 施加扰动干扰后的跟踪效果

5 结论

针对含有未知扰动的非线性系统,本文结合反步法和模糊逻辑系统,并基于精确扰动观测器,提出了自适应变比例自增益模糊控制器.利用精确扰动观测器精确地观测出系统的总扰动,精确补偿了未知扰动对系统的影响,增强了系统的鲁棒性.在控制律中引入非线性函数,构造可以调节的变比例增益误差反馈律,进一步提高了控制器的精度.最后,通过对闭环系统的稳定性分析和数值仿真结果表明了所提出方法的有效性.

参考文献(References)

- [1] Pan Y, Wang H, Li X, et al. Adaptive command-filtered backstepping control of robot arms with compliant actuators[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2017, 26(3): 1149-1156.
- [2] He W, Chen Y, Yin Z. Adaptive neural network control of an uncertain robot with full-state constraints[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 46(3): 620-629.
- [3] Melingui A, Lakhal O, Daachi B, et al. Adaptive neural network control of a compact bionic handling arm[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2018, 20(6): 2862-2875.
- [4] Zhang J, Liu X, Xia Y, et al. Disturbance observer-based integral sliding-mode control for systems with mismatched disturbances[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(11): 7040-7048.
- [5] Ran M, Wang Q, Dong C. Stabilization of a class of nonlinear systems with actuator saturation via active disturbance rejection control[J]. Automatica, 2016, 63: 302-310.
- [6] Davila J. Exact tracking using backstepping control design and high-order sliding modes[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2013, 58(8): 2077-2081.
- [7] Zhang Y, Li R, Xue T, et al. An analysis of the stability and chattering reduction of high-order sliding mode tracking control for a hypersonic vehicle[J]. Information Sciences, 2016, 348(C): 25-48.
- [8] Hu J, Qiu Y, Liu L. High-order sliding-mode observer based output feedback adaptive robust control of a launching platform with backstepping[J]. International Journal of Control, 2016, 89(10): 2029-2039.
- [9] Long L, Si T. Small-gain technique-based adaptive NN control for switched pure-feedback nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 49(5): 1873-1884.
- [10] Li J, Qi X H, Xia Y Q, et al. On linear/nonlinear active disturbance rejection switching control[J]. Acta Automatica Sinica, 2016, 42(2): 202-212.
- [11] Yu J, Shi P, Dong W, et al. Adaptive fuzzy control of nonlinear systems with unknown dead zones based on command filtering[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2018, 26(1): 46-55.
- [12] Levant A. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control[J]. International Journal of Control, 2003, 76(9/10): 924-941.
- [13] Pan Y, Yu H. Composite learning from adaptive dynamic surface control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 61(9): 2603-2609.

作者简介

孙国法(1985—),男,讲师,博士,从事非线性系统智能自适应控制、自抗扰控制及应用、观测器设计等研究, E-mail: sunguofa_bo@163.com;

魏巍(1994—),男,硕士生,从事非线性系统智能控制、自适应模糊控制的研究, E-mail: weiwei_wlj@163.com.

(责任编辑:李君玲)