

控制与决策

Control and Decision

非匹配不确定性下连铸结晶器振动位移系统准滑模控制

李强, 方一鸣, 李建雄, 马壮

引用本文:

李强, 方一鸣, 李建雄, 等. 非匹配不确定性下连铸结晶器振动位移系统准滑模控制[J]. *控制与决策*, 2020, 35(7): 1615–1622.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1480>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[带有非匹配扰动的连铸结晶器振动位移系统自适应反步滑模控制](#)

Adaptive backstepping sliding mode control for oscillation displacement system of continuous casting mold with unmatched perturbations

控制与决策. 2020, 35(3): 578–586 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0761>

[伺服电机驱动的连铸结晶器振动系统受限状态下预设性能控制](#)

The prescribed performance control for the mold vibration displacement system driven by sever motor with constrained states

控制与决策. 2019, 34(3): 661–667 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.1346>

[基于非奇异快速终端滑模的轧机液压伺服位置系统反步控制](#)

Backstepping control of rolling mill hydraulic servo position system based on nonsingular fast terminal sliding mode

控制与决策. 2018, 33(9): 1649–1656 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.1001>

[非匹配离散系统无抖振鲁棒准滑模控制](#)

Chattering-free robust quasi-sliding mode control for unmatched discrete-time systems

控制与决策. 2015(3): 551–555 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.0074>

[非匹配不确定离散系统的无抖振积分滑模控制](#)

Chattering-free discrete time integral sliding-mode control for systems with unmatched uncertainties

控制与决策. 2015, 30(12): 2181–2186 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.1549>

非匹配不确定性下连铸结晶器振动位移系统准滑模控制

李 强¹, 方一鸣^{1,2†}, 李建雄¹, 马 壮¹

(1. 燕山大学 工业计算机控制工程河北省重点实验室, 河北 秦皇岛 066004;

2. 燕山大学 国家冷轧板带装备及工艺工程技术研究中心, 河北 秦皇岛 066004)

摘 要: 以伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统为研究对象, 针对系统中同时存在的匹配建模误差和非匹配外界时变扰动不确定系统, 提出一种基于干扰补偿器的鲁棒准滑模控制方案. 首先, 针对非匹配外界时变扰动不确定系统, 采用一种改进的解耦干扰补偿器, 保证估计误差有界收敛; 其次, 采用一种新型的混合趋近律, 将幂次趋近律与等速趋近律相结合, 减小滑模面趋近时间; 再次, 基于切换函数设计扩张状态观测器用于观测系统不确定项 (包括干扰补偿器估计误差及系统的匹配不确定性), 并构建趋近律参数与不确定项的定量关系, 以降低抖振, 提高系统的控制性能和鲁棒性; 最后, 通过理论分析证明了闭环系统离散准滑动模态的稳定可达性. 仿真分析结果表明了所提出控制方案的有效性.

关键词: 连铸结晶器; 振动位移系统; 非匹配不确定; 混合趋近律; 离散滑模

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Quasi-sliding mode control for mold vibration displacement system with unmatched uncertainties

LI Qiang¹, FANG Yi-ming^{1,2†}, LI Jian-xiong¹, MA Zhuang¹

(1. Key Lab of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China; 2. National Engineering Research Center for Equipment and Technology of Cold Strip Rolling, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: With the continuous casting mold vibration displacement system driven by a servo motor as the research object, a robust quasi-sliding mode control based on the disturbance compensator is proposed for the system with match and unmatched uncertainties. Firstly, an improved decoupled disturbance compensator is adopted for the unmatched disturbance. The estimation error is convergent and bounded. Then, a new kind of hybrid reaching law, which combines the exponential reaching law with the constant speed reaching law, is designed to reduce the reaching time to the sliding surface. The extended state observer based on the switch function is designed to estimate the system states and the total system uncertainties (including the estimation error of the disturbance compensator and the system matching uncertainty), and then the relationship between the reaching law parameters and the total system uncertainties is established to reduce chattering and improve the system control performance and robustness. Finally, theoretical analysis proves the stability of the discrete quasi-sliding mode of the closed-loop system. Simulation results show the effectiveness of the proposed control scheme.

Keywords: continuous casting mold; vibration displacement system; unmatched uncertainties; hybrid reaching law; discrete sliding mode

0 引 言

连铸结晶器的非正弦振动是目前发展高效连铸的关键技术之一^[1-2]. 这是一种新型的驱动方式, 利用伺服电机的单方向、变角速度规律连续转动, 通过连杆机构实现结晶器的非正弦振动. 这种方式与现有结晶器驱动方式相比, 具有传动系统简单、结构紧凑、

使用寿命长、节能降耗、便于维护等优点.

伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统是非线性系统, 文献[3]构建了系统模型, 并通过辨识方法^[4]对模型参数进行辨识. 由于无法对结晶器振动位移系统精确建模且模型中的转动惯量、粘性摩擦系数等参数的辨识值与实际值存在偏差, 造成系统中

收稿日期: 2018-10-29; 修回日期: 2019-02-27.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61873226); 河北省自然科学基金项目(F2017203304); 河北省人才工程培养经费资助科研项目(A2016015002).

责任编辑: 关新平.

†通讯作者. E-mail: fyiming@ysu.edu.cn.

同时存在匹配建模误差和非匹配外界负载扰动不确定性等问题. 在进行结晶器振动位移跟踪控制时, 文献[5]通过设计干扰观测器对上述复合干扰进行逼近估计, 并在控制器中进行动态补偿; 文献[6]通过设计扩张状态观测器进行实时估计, 以削弱扰动对系统控制的影响. 但是, 文献[5-6]均是基于文献[3]构建的系统模型进行控制器设计, 未考虑系统建模误差和参数摄动等不确定性.

滑模控制对外界干扰和参数摄动具有较强的鲁棒性, 是现代控制理论中的重要控制方法. 随着微处理器的快速发展, 离散滑模控制也得到了广泛的研究和应用. 其中, 趋近律方法^[7]是滑模控制设计的常用方法. 关于趋近律的设计大多是基于符号函数和幂次函数^[8-12]. 符号函数的优点是结构简单且具有极强的鲁棒性, 收敛速度快; 缺点是在原点附近不连续, 存在抖振. 而对于含有幂次函数的趋近律, 虽然其能够保证趋近律的连续性, 降低抖振, 但收敛速度较慢. 因此, 趋近律的选取决定了滑模变量的收敛速度和滑模控制器的效果.

对于系统中同时含有匹配/非匹配扰动系统, 将滑模控制与观测器结合能够提高系统的控制性能. 文献[13]设计了一种基于有限时间干扰观测器的非奇异终端滑模控制器, 能有效抑制非匹配不确定及弹性的影响; 文献[14]提出了基于切换函数的扩张状态观测器对扰动项估计, 并将估计值与滑模控制器相结合, 实现跟踪控制; 文献[15]采用滑模微分器对扰动量进行估计, 提出一种新型的变幂次趋近律, 提高了系统收敛的快速性; 文献[16]采用干扰观测器估计扰动量并保证估计误差有界收敛, 引入幂次函数设计鲁棒离散准滑模控制器, 消除了系统抖震. 上述文献所采用方法能够对非匹配扰动进行有效抑制, 实现跟踪控制, 但所采用的方法中引入了较多未知参数, 包括控制器及观测器的参数, 由于参数选取较困难, 增加了实际应用的复杂性.

根据上述分析, 本文针对伺服电机驱动连铸结晶器振动位移系统同时含有匹配建模误差和非匹配外界扰动等不确定性, 提出一种基于干扰补偿器的准滑模控制方案. 首先, 针对非匹配外界时变扰动不确定系统, 采用一种改进的解耦干扰补偿器, 保证估计误差有界收敛. 其次, 采用一种新型的混合趋近律, 将幂次趋近律与等速趋近律相结合, 减小滑模面趋近时间; 基于切换函数设计扩张状态观测器, 用于观测扰动补偿后系统的不确定项(包括干扰补偿器估计误差及系统的匹配不确定性), 并构建趋近律参数与不

确定项的定量关系, 以降低抖振, 提高系统的控制性能和鲁棒性. 最后, 分析证明了闭环系统离散准滑模态的稳定可达性. 通过仿真验证了所提出控制方案能够实现连铸结晶器振动位移的渐近跟踪控制.

1 伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统模型分析

伺服电机驱动的连铸结晶器振动系统结构如图1所示.

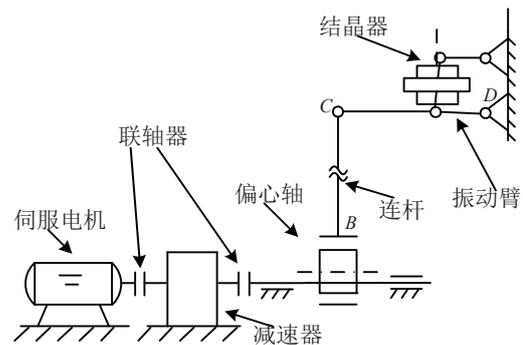


图1 伺服电机驱动的连铸结晶器振动系统示意

该系统包含伺服电机和机械传动两部分. 考虑机械传动系统中减速器齿轮的加工精度、偏心轴机械零位初始偏差的存在等, 针对结晶器位移与电机转速量之间存在映射不唯一的问题, 引入中间状态量作为偏心轴转角^[6], 则系统整体模型可表示为

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \frac{2\pi}{60i}n + m_1(t), \\ \dot{n} = \frac{1.5p\psi_f}{J} \frac{60}{2\pi} i_q - \frac{B}{J}n + m_2(t), \\ \dot{i}_q = -\frac{2\pi}{60} p n i_d - \frac{R_s}{L} i_q - \frac{p\psi_f}{L} \frac{2\pi}{60} n + \frac{u_q}{L}, \\ \dot{i}_d = -\frac{R_s}{L} i_d + \frac{2\pi}{60} p n i_q + \frac{u_d}{L}. \end{cases} \quad (1)$$

其中: n 为转子转速; i 为减速齿轮减速比; u_d, u_q 为定子电压 d, q 轴分量; i_d, i_q 为定子电流 d, q 轴分量; L 为定子绕组等效电感; ψ_f 为转子永磁体产生的磁链; R_s 为定子电阻; p 为电机的极对数; J 为转子转动惯量; B 为粘性摩擦系数; $m_1(t) = \frac{-\Delta i}{i(i + \Delta i)} \frac{2\pi}{60} n$ 为系统机械部分减速比加工误差构成的扰动, Δi 为加工精度引起的减速比误差; $m_2(t) = -\frac{60}{2\pi} \frac{T_L}{J}$ 表示由负载转矩构成的扰动, T_L 为负载转矩. 减速比加工误差和负载扰动均较难满足匹配条件, 且 $m_1(t)$ 和 $m_2(t)$ 未与控制输入在同一通道, 为非匹配不确定.

根据矢量控制原理, 在实际控制中通常采用磁场定向的 $i_d^* = 0$ 的控制策略, 转矩的大小仅与定子电流 q 轴分量幅值成正比, 实现伺服电机中转速与电流的近似解耦, 有

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \frac{2\pi}{60i}n + m_1(t), \\ \dot{n} = \frac{1.5p\psi_f}{J} \frac{60}{2\pi} i_q - \frac{B}{J}n + m_2(t), \\ \dot{i}_q = -\frac{R_s}{L}i_q - \frac{p\psi_f}{L} \frac{2\pi}{60}n + \frac{u_q}{L}. \end{cases} \quad (2)$$

对于系统电流环控制器,由于电流环的采样周期很小,对 d - q 轴电流分别采用传统的 PI 控制器来稳定跟踪误差. 本文主要基于式(2)的前两个方程设计位置环控制器,即

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \frac{2\pi}{60i}n + m_1(t), \\ \dot{n} = \frac{1.5p\psi_f}{J} \frac{60}{2\pi} i_q - \frac{B}{J}n + m_2(t). \end{cases} \quad (3)$$

系统状态变量 θ 为偏心轴角位移,采用文献[6]的方法可实现偏心轴转角与结晶器振动位移间一一对应的映射关系. 设 $z = \frac{2\pi}{60i}n + m_1(t)$, 其实际物理意义为偏心轴角速度,其数值等于伺服电机经减速器减速后的角速度值.

注1 变量 θ 可根据结晶器振动位移测量值的分段函数计算得出^[6]. 对于变量 z , 可根据偏心轴角位移的映射函数,通过观测器^[17]对状态量进行估计,或通过测量减速器输出转速得到实际值. 本文假设变量 z 可测.

取状态变量 $x = [\theta \quad z]^T$, 根据式(3)及 $m_1(t)$ 和 $m_2(t)$ 的相关表达式,可得系统的状态方程为

$$\dot{x} = Ax + B_u u + M(t). \quad (4)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{B}{J} \end{bmatrix}, \quad B_u = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1.5p\psi_f}{Ji} \end{bmatrix},$$

$$M(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{B}{J}m_1(t) - \frac{1}{Ji}T_L + \dot{m}_1(t) \end{bmatrix}$$

表示系统扰动量,包括系统负载扰动和机械部分的不确定性. 伺服电机负载扰动因重力随着结晶器上下振动而具有较大的快时变周期变化的特点,较难满足匹配条件,减速比误差 Δi 也不可测,故将系统扰动量 $M(t)$ 视为非匹配扰动.

对于转子转动惯量 J 和粘性摩擦系数 B , 负载的时变性和系统的不确定因素会造成参数存在一定的波动. 考虑模型参数的波动影响,转子转动惯量为 $J(1+\Delta J)$, 粘性摩擦系数为 $B(1+\Delta B)$, 其中 $\Delta J, \Delta B$ 为模型参数波动值,则状态方程系数矩阵可以表示为

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{B(1+\Delta B)}{J(1+\Delta J)} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{B}{J} \left(\frac{\Delta J - \Delta B}{1 + \Delta J} \right) \end{bmatrix} =$$

$$A + \Delta A,$$

$$\bar{B}_u = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\psi_f}{J(1+\Delta J)i} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1.5p\psi_f}{Ji} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1.5p\psi_f \Delta J}{J(1+\Delta J)i} \end{bmatrix} =$$

$$B_u + \Delta B_u.$$

于是,式(4)可以表示为

$$\dot{x} = (A + \Delta A)x + (B_u + \Delta B_u)u + M(t), \quad (5)$$

其中 ΔA 和 ΔB_u 分别表示参数不确定性和控制增益不确定性. 由表达式可知其满足匹配条件,即 $\Delta A = B_u a, \Delta B_u = B_u b$. 将模型参数的偏差视为系统的匹配不确定性.

考虑实际控制中计算机控制系统的应用,将连续系统(5)转换为离散形式,定义 $f(k) = ax(k) + bu(k)$ 表示系统总的匹配不确定性,则有

$$x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma_u(u(k) + f(k)) + D(k),$$

$$D(k) = \int_0^T e^{A\tau} M((k+1)h - \tau) d\tau,$$

$$\Phi = e^{AT}, \quad \Gamma_u = \int_0^T e^{A\tau} d\tau B_u. \quad (6)$$

令 $D(k) = B_d d(k)$ 表示外界干扰等系统扰动量,由于其较难满足系统匹配条件,即 $B_d \neq \Gamma_u$, 则式(6)可以表示为

$$x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma_u(u(k) + f(k)) + B_d d(k). \quad (7)$$

在离散滑模控制器设计中,期望信号为 $x_d(k)$, 定义跟踪误差为 $e(k) = x(k) - x_d(k)$, 设计离散滑模面

$$s(k) = ce(k), \quad (8)$$

其中 c 为系数向量.

假设1 系统满足可控条件,且有 $c\Gamma_u \neq 0$ 和 $cB_d \neq 0$.

假设2 $f(k)$ 有已知上界 f_0 , 即 $|f(k)| \leq f_0$.

假设3 $d(k)$ 的最大变化率为 d_{\max} , 即满足 $|d(k+1) - d(k)|/t \leq d_{\max}$, 其中 t 为相邻采样间隔.

2 伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统准滑模控制器设计

2.1 趋近律分析与设计

针对系统中伺服电机负载扰动具有较大的快时变周期变化及系统内部的不确定性会造成伺服电机

变速时延较长的问题,本文采用一种新型混合趋近律,以减小滑模趋近时间,即

$$s(k+1) = f_1 \text{sig}(s(k))^{1/\alpha} + f_2 \text{sgn}(s(k)). \quad (9)$$

其中: $\text{sig}(s(k))^{1/\alpha} = |s(k)|^{1/\alpha} \text{sgn}(s(k))$; α 为整数,影响 $s(k)$ 的收敛速率,趋近运动收敛的必要条件可以表示为 $|s(k+1)| < |s(k)|$, 假设其收敛速率为 1, 则对于收敛速率为 α 的趋近运动条件可以表示为 $|s(k+1)| < |s(k)|^{1/\alpha}$, 且随着 α 的增加, 收敛速度加快, 能够减小滑模控制的到达阶段; f_1 、 f_2 为待设计参数。

在滑模运动中,符号函数主要是为了抑制扰动。但由于外部时变扰动及系统自身的不确定性,易导致系统抖振现象,选定合适的 f_1 和 f_2 参数值,能够有效降低抖振。本文通过设计干扰观测器进行前馈补偿,基于扰动估计误差定量分析趋近律参数 f_1 和 f_2 , 以进一步削弱系统的抖振现象。

2.2 基于干扰观测器的离散滑模控制器设计

针对 $d(k)$ 设计解耦干扰观测器进行前馈估计补偿。设估计值为 $\hat{d}(k)$, 估计误差为 $\tilde{d}(k)$, 定义 $\tilde{d}(k) = d(k) - \hat{d}(k)$, 则干扰观测器^[16] 设计为

$$\begin{aligned} \hat{d}(k) = & \hat{d}(k-1) + g(c\Gamma_u)^{-1}[s(k) - f_2 \text{sgn}(s(k-1)) - \\ & f_1 \text{sig}(s(k-1))^{1/\alpha} - cB_d \tilde{d}(k-1)] + g(cB_d)^{-1}[s(k) - \\ & f_2 \text{sgn}(s(k-1)) - f_1 \text{sig}(s(k-1))^{1/\alpha} - c\Gamma_u f(k-1)], \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $g \in (0, 1)$ 。于是,基于干扰补偿的滑模控制器为

$$\begin{aligned} u(k) = & (c\Gamma_u)^{-1}[-c\Phi x(k) + cx_d(k+1) + \\ & f_2 \text{sgn}(s(k)) + f_1 \text{sig}(s(k))^{1/\alpha} - cB_d \hat{d}(k)]. \end{aligned} \quad (11)$$

根据上述表达式可得系统的切换函数为

$$\begin{aligned} s(k+1) = & f_1 \text{sig}(s(k))^{1/\alpha} + f_2 \text{sgn}(s(k)) + \\ & c\Gamma_u f(k) + cB_d \tilde{d}(k). \end{aligned} \quad (12)$$

注2 由式(10)可知,对于非匹配不确定性的估计值 $\hat{d}(k)$, 主要与 $d(k)$ 和 $f(k)$ 有关,能够实现对于 $d(k)$ 的动态估计。

注3 通过式(10)~(12)分析可知,参数 f_1 、 f_2 的选取,既影响控制效果,也影响切换函数性能。

2.3 基于切换函数的扩张状态观测器设计

从式(12)可看出,切换函数同时受 $f(k)$ 和 $\hat{d}(k)$ 等不确定项的影响。

令 $v(k) = c\Gamma_u f(k) + cB_d \tilde{d}(k)$, 则根据式(10)可得

$$s(k+1) = f_1 \text{sig}(s(k))^{1/\alpha} + f_2 \text{sgn}(s(k)) + v(k), \quad (13)$$

其中 $v(k)$ 表示切换函数中存在的确定项,包括匹配扰动 $f(k)$ 及非匹配不确定性 $d(k)$ 的估计误差。

扩张状态观测器能够不依赖系统模型,将不确定项作为状态量进行观测。根据式(13)设计一个二阶扩张状态观测器为

$$\begin{cases} z_1(k+1) = z_1(k) + T(z_2(k) - \beta_1 \text{fal}(\varepsilon_1, \alpha_1, \delta_1)), \\ z_2(k+1) = z_2(k) + T(-\beta_2 \text{fal}(\varepsilon_1, \alpha_2, \delta_2)). \end{cases} \quad (14)$$

其中: $\text{fal}(\cdot)$ 为非线性幂次表达式,可以取为

$$\text{fal}(\varepsilon, \alpha_1, \delta_1) = \begin{cases} |\varepsilon|^{\alpha_1} \text{sat}(\varepsilon), & |\varepsilon| > \delta; \\ \text{sgn}(\varepsilon), & |\varepsilon| \leq \delta. \end{cases}$$

饱和函数取为

$$\text{sat}(\varepsilon) = \begin{cases} \varepsilon/\varsigma, & |\varepsilon| \leq \varsigma; \\ \text{sgn}(\varepsilon), & |\varepsilon| > \varsigma. \end{cases}$$

β_1 、 β_2 为观测器系数; α_1 、 α_2 为非线性因子; δ_1 、 δ_2 为滤波因子; $\varepsilon_1 = s(k) - z_1(k)$ 。根据式(14),可得到对不确定项 $v(k)$ 的估计值 $\hat{v}(k) = z_2$ 。

根据不确定项 $v(k)$ 的大小选定合适的参数 f_1 和 f_2 , 能够提升切换函数的性能,进而提升控制器性能。关于 f_1 、 f_2 的分析见第3.2节。

3 基于干扰观测器的控制系统分析

3.1 干扰观测器的收敛性分析

定理1^[16] 针对 $d(k)$ 设计的解耦干扰观测器, 当 $k > k_0$ 时, 干扰估计误差收敛域为

$$|\tilde{d}(k)| < td_{\max}/g + f_0.$$

证明 基于文献[18],应用数学归纳法进行证明。根据式(10)和(12)可得

$$\hat{d}(k+1) = \hat{d}(k) + g\tilde{d}(k) + g\tilde{d}(k). \quad (15)$$

由 $\tilde{d}(k)$ 的定义可知 $\tilde{d}(k+1) = d(k+1) - \hat{d}(k+1)$, 则有

$$\tilde{d}(k+1) = d(k+1) - d(k) + (1-g)\tilde{d}(k) - gf(k). \quad (16)$$

令 $\tilde{d}(k) = \tilde{d}_1(k) + \tilde{d}_2(k)$, $\tilde{d}(k+1) = \tilde{d}_1(k+1) + \tilde{d}_2(k+1)$, 取 $\tilde{d}_1(0) = 0$, 则 $\tilde{d}(0) = \tilde{d}_2(k)$ 。根据式(16)可得

$$\begin{cases} \tilde{d}_1(k+1) = \\ (1-g)\tilde{d}_1(k) + d(k+1) - d(k) - gf(k), \\ \tilde{d}_2(k+1) = (1-g)\tilde{d}_2(k). \end{cases} \quad (17)$$

采用归纳法,首先证明 $|\tilde{d}_1(k)| < td_{\max}/g + f_0$.

1) 当 $k = 0$ 时,可得 $\tilde{d}_1(0) = 0 < td_{\max}/g + f_0$.

2) 假设 $k = k_0$ 时,有 $\tilde{d}_1(k_0) < td_{\max}/g + f_0$ 成立,则当 $k = k_0 + 1$ 时,由假设2和假设3及式(17)可得

$$\begin{aligned} &|\tilde{d}_1(k_0 + 1)| \leq \\ &(1 - g)|\tilde{d}_1(k_0)| + |d(k_0 + 1) - d(k_0)| + g|f(k_0)| \leq \\ &(1 - g)(td_{\max}/g + f_0) + td_{\max} + gf_0 = \\ &td_{\max}/g + f_0, \end{aligned}$$

即当 $k = k_0 + 1$ 时,同样有 $\tilde{d}_1(k_0 + 1) < td_{\max}/g + f_0$ 成立. 由上述两步分析可知,当 $k > k_0$ 时,有 $|\tilde{d}_1(k)| < td_{\max}/g + f_0$ 成立.

其次,由式(17)可得 $\tilde{d}_2(k) = (1 - g)^k \tilde{d}_2(0)$. 因为 $0 < (1 - g) < 1$,当 k_0 足够大时,有 $(1 - g)^{k_0} \rightarrow 0$,而初始值 $\tilde{d}_2(0) = \tilde{d}(0)$ 为有限值,所以当 $k > k_0$ 时, $\tilde{d}_2(k) \rightarrow 0$.

综上分析可知,当 $k > k_0$ 时

$$|\tilde{d}(k)| \leq |\tilde{d}_1(k)| + |\tilde{d}_2(k)| < td_{\max}/g + f_0. \quad \square$$

注4 由定理1可知,当系统参数 t, g 确定后,干扰观测器的估计误差只与 $f(k)$ 的大小及 $d(k)$ 的变化率有关,而与系统的具体参数无关.

3.2 控制器稳定性分析

本文根据切换函数(13)中不确定项的范围及估计值,定量分析切换函数的参数值 f_1, f_2 ,保证控制系统的稳定收敛.

令 $D_{\max} = cB_d t d_{\max}/g + (c\Gamma_u + cB_d)f_0$,则根据假设2和定理1可知 $|v(k)| \leq D_{\max}$.

定理2 针对系统(7),满足相关的假设条件,选定滑模面(8),采用由式(10)和(11)组成的基于干扰观测器的控制方案,假设下列关系式成立:

$$\begin{aligned} \Delta_d &= D_{\max} + \gamma|\hat{v}(k)|, \\ f_1 &= 2\gamma|\hat{v}(k)|/\Delta_d, \\ f_2 &= (1 - f_1)\Delta_d - D_{\max}, \end{aligned} \quad (18)$$

其中 $0 < \gamma < 1$. 于是,闭环系统能够在有限步数内收敛至有界区域 δ 内,其中

$$\delta = \begin{cases} \Delta_d, & \alpha = 1, \forall \Delta_d \\ (1 + \rho)\Delta_d, & \alpha > 1, \Delta_d \geq 1; \\ f_1 + (1 - f_1)\Delta_d, & \alpha > 1, \Delta_d < 1. \end{cases}$$

$\rho > 0$ 为较小的数.

证明 首先证明系统的稳定可达性.

1) 在区间 $s(k) > \Delta_d^\alpha$ 中.

① 当 $v(k)$ 取最大值,即 $v(k) = D_{\max}$ 时,由式(18)

的第2式可知 $f_1 \in [0, 1)$,根据式(13)和式(18)的第3式可以得到

$$\begin{aligned} s(k + 1) &= \\ f_1 s(k)^{1/\alpha} + (1 - f_1)\Delta_d - D_{\max} + v(k) &= \\ s(k)^{1/\alpha} - (1 - f_1)(s(k)^{1/\alpha} - \Delta_d). \end{aligned} \quad (19)$$

进而可以推出 $s(k + 1) < s(k)^{1/\alpha}$.

② 当 $v(k)$ 取最小值,即 $v(k) = -D_{\max}$ 时,根据式(18)的第2、第3式可以得到

$$s(k + 1) = f_1 s(k)^{1/\alpha} + (1 - f_1)\Delta_d - D_{\max} + v(k). \quad (20)$$

定义参数

$$\Delta_c = 2D_{\max} - \Delta_d. \quad (21)$$

进而可以推出

$$s(k + 1) > f_1 \Delta_d + (1 - f_1)\Delta_d - 2D_{\max} = -\Delta_c. \quad (22)$$

根据式(18)的第1式和式(21),可以得到 $\Delta_c \in (0, D_{\max}]$,即 $\Delta_c \leq \Delta_d$.

式(13)为对称结构,对于 $s(k) < -\Delta_d^\alpha$ 的情况,其证明过程与上述证明过程类似. 因此,可以推出当 $|s(k)|^{1/\alpha} > \Delta_d$ 时

$$|s(k + 1)| < |s(k)|^{1/\alpha}. \quad (23)$$

2) 在区间 $0 < s(k) \leq \Delta_d^\alpha$ 中.

① 当 $v(k)$ 取最大值,即 $v(k) = D_{\max}$ 时,由式(18)的第2、第3式可以得到

$$\begin{aligned} s(k + 1) &= \\ f_1 s(k)^{1/\alpha} + (1 - f_1)\Delta_d - D_{\max} + v(k) &\leq \\ f_1 \Delta_d + (1 - f_1)\Delta_d &= \Delta_d. \end{aligned} \quad (24)$$

② 当 $v(k)$ 取最小值,即 $v(k) = -D_{\max}$ 时,定义参数数值

$$\Delta_s = 2D_{\max} - (1 - f_1)\Delta_d. \quad (25)$$

则当 $s(k) \rightarrow 0$ 时,可以得到

$$\begin{aligned} s(k + 1) &= (1 - f_1)\Delta_d - D_{\max} + v(k) \geq \\ (1 - f_1)\Delta_d - 2D_{\max} &= -\Delta_s. \end{aligned} \quad (26)$$

式(13)为对称结构,对于 $-\Delta_d^\alpha < s(k) < 0$ 的情况,其证明过程与上述证明过程类似. 因此,可以推出当 f_1 满足式(18)的第2式时 $\Delta_s = \Delta_d$,有

$$|s(k + 1)| < \Delta_d. \quad (27)$$

综上分析可知,根据 Δ_d 选取式(18)的第2、第3式确定的参数值:当 $|s(k)|^{1/\alpha} > \Delta_d$ 时, $|s(k + 1)| < |s(k)|^{1/\alpha}$;当 $0 < |s(k)|^{1/\alpha} \leq \Delta_d$ 时, $|s(k + 1)| <$

Δ_d . 因此,闭环系统的收敛性得到保证.

其次证明收敛的有界性,即 $\exists k_1 \in N_+$,则当 $k > k_1$ 时,有 $|s(k)| < \delta$.

情况1: 当 $\Delta_d \geq 1, \alpha \geq 1$ 时.

由式(27)可知,当 $|s(k)|^{1/\alpha} \leq \Delta_d$ 时, $|s(k+1)| < \Delta_d$. 当 $\Delta_d \geq 1$ 时,由 $|s(k)| \leq \Delta_d$ 可以推出 $|s(k)|^{1/\alpha} \leq \Delta_d$,因此,当 $|s(k)| \leq \Delta_d$ 时, $|s(k+1)| \leq \Delta_d$ 也成立,则 Δ_d 为此情况下 $s(k)$ 收敛区域界值.

根据上述推导过程,可以推出当 $\alpha = 1$ 时, $\forall \Delta_d$ 也满足上述结论.

由式(23)可知,当 $|s(k)|^{1/\alpha} > \Delta_d$ 时, $|s(k+1)| < |s(k)|^{1/\alpha}$,可推出 $|s(k+1)| < |s(k)|^{1/\alpha} \leq |s(k)|$. 当 α 增大时, $\{|s(k)|\}$ 收敛速度加快,但这不能保证 $\{|s(k)|^{1/\alpha}\}$ 在有限步数内进入区域界限 $[-\Delta_d, \Delta_d]$.

下面证明 $s(k)$ 能够在有限步数内进入区域界限 $[-\Delta_d, \Delta_d]$.

选取 $\Delta_d = D_{\max}$,当 $f_1 = f_2 = 0$ 时,式(12)变为

$$s(k+1) = v(k). \quad (28)$$

当 $|v(k)| \leq D_{\max} = \Delta_d$ 时, $s(k) \leq \Delta_d$,则对于 $\forall k \geq 1$,式(27)成立,因此,可选区域界限 $\delta = \Delta_d$. 但当 $\Delta_d > D_{\max}$ 时,只有 $k \rightarrow \infty$ 时, $|s(k)| \rightarrow \Delta_d$. 在 $\alpha = 1$ 条件下,当初始条件 $|s(0)| > \Delta_d, \{v(k)\} = D_{\max} \text{sgn}(s(0)), \forall k \geq 0$ 满足时,序列 $\{|s(k)|\}$ 才能渐近收敛至区间 $[-\Delta_d, \Delta_d]$. 具体分析如下.

当 $s(0) > \Delta_d$ 时,由式(13)和式(18)的第3式可知,对于任意不确定项 $v(k)$ 满足

$$s(k+1) \leq f_1 s(k) + (1-f_1)\Delta_d - D_{\max} + v(k), \quad (29)$$

可推出

$$s(k) \leq f_1^k s(0) + \sum_{i=0}^{k-1} f_1^i ((1-f_1)\Delta_d - D_{\max}) + \sum_{i=0}^{k-1} f_1^i v(k-1-i). \quad (30)$$

因为 $\forall k \geq 0$ 时, $v(k) = D_{\max}$,所以式(30)可表示为

$$s(k) \leq f_1^k s_0 + \sum_{i=0}^{k-1} f_1^i ((1-f_1)\Delta_d - D_{\max}) + \sum_{i=0}^{k-1} f_1^i D_{\max}. \quad (31)$$

于是,当 $k \rightarrow \infty$ 时

$$\lim_{k \rightarrow \infty} s(k) = \frac{1}{(1-f_1)}(1-f_1)\Delta_d = \Delta_d. \quad (32)$$

通过上式可以看出,当初始条件满足 $s(0) > \Delta_d$ 时,序列 $\{|s(k)|\}$ 不会超出区域界限 Δ_d .

对于其他情况下的不确定项 $\{v(k)\}$,根据式(28)可以得到 $\limsup_{k \rightarrow \infty} s(k) < \Delta_d$,保证 $\{s(k)\}$ 在有限步数内进入区间 $[-\Delta_d, \Delta_d]$.

对于 $s(0) < -\Delta_d$ 的情况,采用类似的分析方法可以得到

$$\liminf_{k \rightarrow \infty} s(k) \geq -\Delta_d. \quad (33)$$

当且仅当 $\{v(k)\} = -D_{\max}, \forall k \geq 0$ 时, $\lim_{k \rightarrow \infty} s(k) = -\Delta_d$.

当 $\alpha > 1$ 时, $s(k)$ 的收敛速度加快但仍然渐近收敛于 Δ_d . 因此,当 $\Delta_d > D_{\max}$ 时,可选定区域界限为 $\delta = (1+\rho)\Delta_d$,其中 ρ 为较小的正数,则在有限步数内能够满足 $s(k) \leq \delta$,并根据收敛性证明可得 $s(k+1) \leq \delta$.

情况2: 当 $\Delta_d < 1, \alpha > 1$ 时.

由式(23)可知,在区域 $\Delta_d < |s(k)|^{1/\alpha} \leq 1$ 中,满足 $|s(k+1)| < |s(k)|^{1/\alpha}$. 因此,当 $\alpha > 1$ 时,假设 $|s(k+1)|$ 在该区域内最大值和最小值分别为 B_{n+} 和 $-B_{n-}$,则根据式(13)和式(18)的第3式可以得到

$$\begin{cases} B_{n+} = f_1 + f_2 + D_{\max} = f_1 + (1-f_1)\Delta_d, \\ -B_{n-} = f_1\Delta_d + f_2 - D_{\max} = \Delta_d - 2D_{\max} = -\Delta_c. \end{cases} \quad (34)$$

根据式(23)可以得到 $\Delta_d \geq B_{n-}$,则 Δ_d 和 B_{n+} 中的较大者为该情况下的区域界限.

由 $f_1 + (1-f_1)\Delta_d > \Delta_d$ 可以推出 $f_1\Delta_d < f_1$,即 $\Delta_d < 1$. 因此,在 $\Delta_d < 1$ 及 $\alpha > 1$ 的情况下,最终的界限为 $\delta = f_1 + (1-f_1)\Delta_d$.

综上所述,系统滑动变量 $s(k)$ 将在有限步数内收敛至与 Δ_d 值有关的有界区域 δ 内,收敛速率与 α 值有关. \square

注5 参数 Δ_d 与切换函数的不确定项相关,当 $\alpha > 1$ 时,虽然其收敛速度随着 α 的增加而加快,但其限界也相应增加. 所以对于 α 值的选择可以根据实际情况来权衡.

4 仿真分析

为验证本文所设计控制器的有效性,基于实验室伺服电机驱动的连铸结晶器振动台模型的具体参数进行仿真^[3]. 其中: $i = 5, P_N = 20.4 \text{ kW}, I_N = 45 \text{ A}, R_s = 0.14 \Omega, L = 4.6 \text{ mH}, n_N = 1500 \text{ r/min}, \psi_f = 0.96 \text{ Wb}, J = 0.0547 \text{ N} \cdot \text{m}^2, B = 0.004 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}, p = 3$.

仿真给定结晶器位移信号为德马克非正弦方程 $x_{pr} = h \sin(\omega t - A \sin(\omega t))$. 根据德马克方程可得相应的偏心轴位置角给定位为 $\theta^* = \omega t - A \sin(\omega t)$. 其

中: h 为结晶器振幅; $\omega = \frac{2\pi}{60}f$, f 为结晶器非正弦振动频率; $A = \frac{\pi a}{2 \sin(\frac{\pi}{2}(1+a))}$, a 为波形偏斜率.本次仿真中 $h = 3 \text{ mm}$, $f = 130 \text{ 次/min}$, $a = 0.24$.

连铸结晶器振动系统的时变负载扰动选取为: $T_L = (5.1335 + 6.4985 \sin(\omega t - A \sin \omega t)) \text{ N} \cdot \text{m}$;减速比加工误差由加工精度造成,取最不理想情况 $\Delta i = 3\% i$.

考虑时变负载扰动下对参数 J 和 B 的影响,假设 $\Delta J = 0.03J \sin(\omega t - A \sin \omega t)$, $\Delta B = 0.02B \sin(\omega t - A \sin \omega t)$.

选取控制律(11),采用式(10)估算系统的扰动量,采用式(14)对扰动量预估误差进行估算.其中: $c = [200, 1]$, $g = 0.15$, f_1 、 f_2 的值由式(18)确定, $\beta = 0.5$.取 $D_{\max} = 0.4$, $\gamma = 0.1$, $t = 1 \text{ ms}$.

对于电流环控制器采用PI控制方法,系统整定后的直轴电流PI控制器参数为: $K_{p1} = 12.982 \text{ V/A}$, $\tau_1 = 2 \text{ ms}$;交轴电流PI控制器参数为: $K_{p2} = 12.982 \text{ V/A}$, $\tau_2 = 2 \text{ ms}$.

为验证本文所设计的控制器及参数计算方法的有效性,仿真过程中将结晶器振动位移跟踪控制效果与文献[16]中基于幂次项的趋近律和等速趋近律($-\lambda \text{sgn}(s)$,取 $\lambda = 5$)进行对比,见图2~图5.

由图2可以看出,采用本文方法中混合趋近律设计的控制器与基于幂次项的趋近律和等速趋近律相比,在结晶器振动位移跟踪精度满足控制要求的情况下,收敛速度较快.由图3可以看出,根据式(18),通过趋近律不确定项确定的趋近律参数值能够抑制抖震.由图4可以看出,所采用的干扰补偿器能够与系统中不确定项较好地吻合.由图5可知,采用本文设计的混合趋近律及参数设计方法能够有效地抑制抖

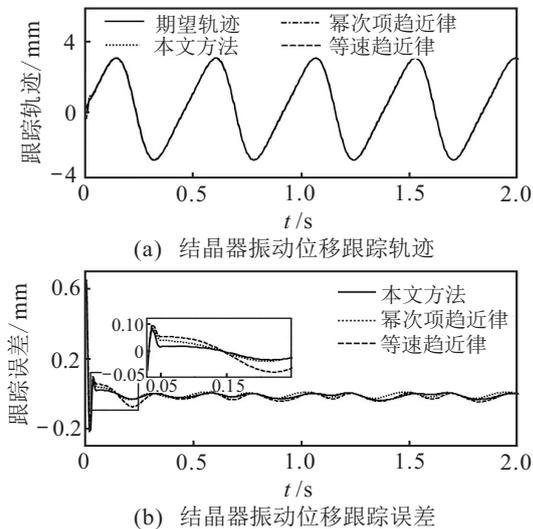


图2 结晶器振动位移跟踪

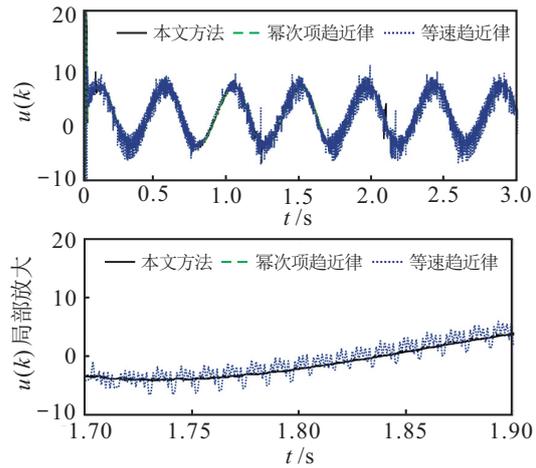


图3 系统控制输入

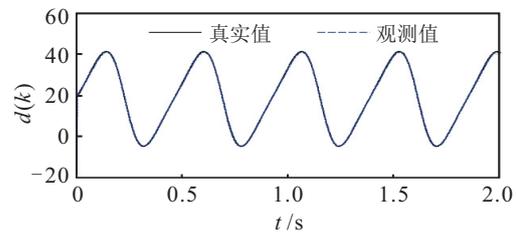


图4 系统干扰量d(k)的观测

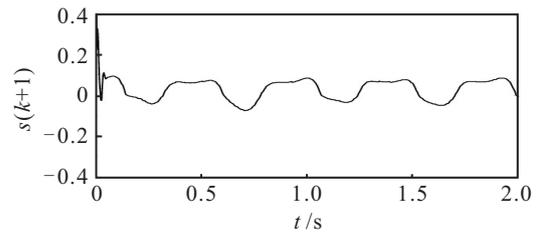


图5 切换函数

震,保证切换函数在有界区域内.

5 结论

针对伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统中存在的匹配建模误差和非匹配外界时变扰动不确定系统,本文提出了一种基于干扰补偿器的鲁棒准滑模控制方案:通过对不确定项的估计及前馈补偿,提高控制器的鲁棒性;采用一种新型的混合趋近律,将幂次趋近律与等速趋近律相结合,减小滑模面趋近时间;基于切换函数设计扩张状态观测器对系统整体不确定项(包括干扰补偿器估计误差及系统的匹配不确定性)进行估计,并构建了趋近律参数与不确定项的定量关系.通过分析证明了闭环系统离散准滑模态的稳定可达性.通过仿真验证了所提出控制方案能够实现结晶器位移的渐近跟踪控制,对系统存在的不确定性具有较强的鲁棒性.

参考文献(References)

[1] 干勇,唐红伟,仇圣桃.连续铸钢在钢铁生产流程中的作用及现代连铸技术简介[J].中国科学—E辑:技术

- 科学, 2008, 38(9): 1384-1390.
(Gan Y, Tang H W, Chou S T. The role of continuous casting in steel production process and introduction of the modern continuous casting technology[J]. Science in China—Series E: Technological Sciences, 2008, 38(9): 1384-1390.)
- [2] Meng X N, Zhu M Y. Optimization of non-sinusoidal oscillation parameters for slab continuous casting mold with high casting speed[J]. Ironmaking & Steelmaking, 2009, 36(4): 300-310.
- [3] 方一鸣, 李宫胤, 李建雄, 等. 伺服电机驱动连铸结晶器振动系统建模与分析[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(11): 2615-2623.
(Fang Y M, Li G Y, Li J X, et al. The model and analysis for displacement system of the continuous casting mold driven by servo motor[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(11): 2615-2623.)
- [4] Liu L, Dun Y R, Fang Y M, et al. Modeling and verification of the nonlinear system of oscillation platform of continuous casting mold driven by servo motor[J]. Advances in Mechanical Engineering. 2016, 8(7): 1-9.
- [5] 刘乐, 李智, 方一鸣, 等. 伺服电机驱动连铸结晶器振动位移系统滑模控制[J]. 电机与控制学报, 2016, 20(12): 101-118.
(Liu L, Li Z, Fang Y M, et al. Sliding-mode control of continuous cast mold oscillation displacement system driven by servo motor[J]. Electric Machines and Control, 2016, 20(12): 101-118.)
- [6] 亢克松, 刘乐, 方一鸣, 等. 伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统反步滑模控制[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(11): 1442-1448.
(Kang K S, Liu L, Fang Y M, et al. Backstepping sliding mode control for continuous cast mold oscillation displacement system driven by servo motor[J]. Control Theory & Applications, 2016, 33(11): 1442-1448.)
- [7] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法[M]. 北京: 科学出版社, 1996: 116-122.
(Gao W B. Theory and design method for variable sliding mode control[M]. Beijing: Science Press, 1996: 116-122.)
- [8] Leu V, Choi H, Jung J. Fuzzy sliding mode speed controller for PM synchronous motors with a load torque observer[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2012, 27(3): 1530-1539.
- [9] Ma H F, Wu J H, Xiong Z H. A novel exponential reaching law of discrete-time sliding-mode control[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 62(5): 3840-3850.
- [10] Li S H, Liu H X, Ding S H. A speed control for a PMSM using finite-time feedback control and disturbance compensation[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2010, 32(2): 170-187.
- [11] 魏延辉, 周卫祥, 陈巍, 等. 基于NDO的ROV变深自适应终端滑模控制器设计[J]. 控制与决策, 2016, 31(2): 373-377.
(Wei Y H, Zhou W X, Chen W, et al. Design of adaptive terminal sliding mode controller based on nonlinear disturbance observer for ROV depth changing[J]. Control and Decision, 2016, 31(2): 373-377.)
- [12] 李慧洁, 蔡远利. 基于双幂次趋近律的滑模控制方法[J]. 控制与决策, 2016, 31(3): 498-502.
(Li H J, Cai Y L. Sliding mode control with double power reaching law[J]. Control and Decision, 2016, 31(3): 498-502.)
- [13] 宗群, 张秀云, 邵士凯, 等. 非匹配不确定的弹性高超声速飞行器终端滑模控制[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2017, 49(8): 158-164.
(Zong Q, Zhang X Y, Shao S K, et al. Terminal sliding mode control for flexible hypersonic vehicle with mismatched uncertainties[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2017, 49(8): 158-164.)
- [14] 吴琛, 苏剑波. 四旋翼飞行器的轨迹跟踪抗干扰控制[J]. 控制理论与应用, 2016, 33(11): 1422-1430.
(Wu C, Su J B. Trajectory tracking of quadrotor based on disturbance rejection control[J]. Control Theory & Applications, 2016, 33(11): 1422-1430.)
- [15] 佃松宜, 李银锋, 蒲明, 等. 一类非匹配不确定纯反馈非线性系统新型变幂次趋近律滑模控制[J]. 工程科学与技术, 2017, 49(5): 164-170.
(Dian S Y, Li Y F, Pu M, et al. New exponential reaching law sliding mode control for the pure feedback nonlinear systems with mismatched uncertainties[J]. Advanced Engineering Sciences, 2017, 49(5): 164-170.)
- [16] 苏磊, 姚宏, 张志浩, 等. 非匹配离散系统无抖振鲁棒准滑模控制[J]. 控制与决策, 2015, 30(3): 551-555.
(Su L, Yao H, Zhang Z H, et al. Chattering-free robust quasi-sliding mode control for unmatched discrete-time systems[J]. Control and Decision, 2015, 30(3): 551-555.)
- [17] Zheng H C, Liu L, Fang Y M, et al. Nonlinear auto disturbance rejection control for vibration displacement system of continuous cast mold driven by servo motor[C]. Proceedings of the 35th Chinese Control Conferences Chengdu: IEEE, 2016: 879-884.
- [18] Eun Y, Kim J H, Kim K, et al. Discrete-time variable structure controller with a decoupled disturbance compensator and its application to a CNC servomechanism[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 1999, 7(4): 414-423.

作者简介

李强(1982—), 男, 博士生, 从事伺服电机驱动连铸结晶器振动位移系统控制的研究, E-mail: liq20@163.com;

方一鸣(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 从事自适应鲁棒控制理论与应用、冶金自动化等研究, E-mail: fyiming@ysu.edu.cn;

李建雄(1980—), 男, 副教授, 博士, 从事自适应鲁棒控制理论与应用等研究, E-mail: jxli@ysu.edu.cn;

马壮(1977—), 男, 副教授, 博士生, 从事伺服电机驱动连铸结晶器非正弦振动系统的研究, E-mail: tmzhuange@mail@sina.com.