

控制与决策

Control and Decision



以幂次吸引的离散多周期重复控制

邬玲伟, 雷必成, 陈光, 苏娜

引用本文:

邬玲伟, 雷必成, 陈光, 等. 以幂次吸引的离散多周期重复控制[J]. 控制与决策, 2020, 35(9): 2299–2304.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1720>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

采用干扰差分补偿的无切换吸引离散时间控制方法

Non-switching-attracting discrete-time control method by using disturbance difference compensation

控制与决策. 2020, 35(6): 1512–1518 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1130>

基于椭圆吸引律的离散重复控制

Discrete repetitive control based on elliptical attraction law

控制与决策. 2020, 35(4): 1009–1016 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0684>

带扰动补偿的无抖振离散重复控制器设计

Chatting-free discrete-time repetitive controller design with disturbance compensator

控制与决策. 2017, 32(3): 467–473 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0036>

基于约束输入变速吸引律的离散重复控制器设计

Rare-variant attracting law based design of discrete-time repetitive controllers with constrained input

控制与决策. 2016, 31(10): 1742–1748 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2015.0939>

基于死区吸引律的离散重复控制

Discrete repetitive control using attracting law with dead zone

控制与决策. 2015(6): 977–984 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2014.0434>

以幂次吸引的离散多周期重复控制

邬玲伟[†], 雷必成, 陈 光, 苏 娜

(台州学院 电子与信息工程学院, 浙江 台州 317000)

摘 要: 针对一类多周期干扰的抑制问题, 提出一种基于幂次吸引律的离散多周期重复控制方法. 多周期干扰由多个周期已知的周期干扰叠加而成. 根据周期干扰的对称特性, 构造出具有干扰抑制项的幂次吸引律, 据此设计出子重复控制器, 并以并联方式组合成多周期重复控制器, 在消除多周期干扰的同时, 有效地抑制慢时变非周期干扰带来的影响, 改善控制品质; 推导出幂次绝对吸引层和稳态误差带的具体表达式, 用于刻画系统跟踪性能. 仿真结果验证了所提控制方法的有效性.

关键词: 离散时间系统; 幂次吸引律; 重复控制; 多周期干扰; 趋近律; 无抖振

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2018.1720

引用格式: 邬玲伟, 雷必成, 陈光, 等. 以幂次吸引的离散多周期重复控制[J]. 控制与决策, 2020, 35(9): 2299-2304.

Discrete multi-periodic repetitive control with power-rate attracting

WU Ling-wei[†], LEI Bi-cheng, CHEN Guang, SU Na

(College of Electronics and Information Engineering, Taizhou University, Taizhou 317000, China)

Abstract: This paper presents a power-rate attracting law based design method of discrete-time multi-periodic repetitive controllers for the problem of general multi-periodic disturbances rejection. The multi-periodic disturbance is a superposition of multiple periodic disturbances with known periods. According to the symmetry of periodic disturbance, a measure of disturbance rejection is embedded in the power-rate attracting law, thus developing the sub-repetitive controller, and the parallel-mode multi-periodic repetitive controller is designed. The multi-periodic disturbance is rejected completely, and slowtime-varying aperiodic disturbance is suppressed effectively. In order to characterize the tracking performance, we derive the expressions for the range of the power absolute attractive layer and the steady-state error band. Simulation results show the effectiveness of the presented control method.

Keywords: discrete-time systems; power-rate attracting law; repetitive control; multi-periodic disturbances; reaching law; chattering-free

0 引 言

变结构控制因其滑动模态对系统受到参数摄动及外界扰动时所具有的强鲁棒性及参数调整灵活等优点而引起人们极大兴趣^[1]. 对于不确定离散时间系统, 由于基于趋近律方法的变结构控制具有等式形式的到达条件, 可直接导出控制器, 以及能够改善系统趋近过程动态品质等优势, 国内外学者纷纷对其进行研究, 并取得了一定成果^[2-3].

回顾已发表的文献, 基于趋近律方法的变结构控制主要有3个方面的研究: 1) 对高氏趋近律进行改进或提出新的趋近律; 2) 讨论干扰补偿方法; 3) 对系统趋近过程和准滑动模态进行分析. 文献[4]提出了无切换型趋近律, 放宽了高氏趋近律步步穿越滑模面的要求, 并用中值干扰进行补偿; 文献[5]用前一步的干

扰(可计算量)补偿当前干扰, 提高系统控制精度, 并给出了切换函数首次穿越滑模面所需的最多步数; 文献[6]给出了绝对收敛层和准滑模带边界更具体的分析; 文献[7]提出了一种新的指数趋近律, 并以干扰的二阶差分项补偿干扰.

近年来, 幂次趋近律引起了人们较为浓厚的研究兴趣. 文献[8]给出了幂次趋近律准滑动模态带宽和到达时间; 文献[9]提出了一种基于幂次趋近律的理想切换动态设计方法; 文献[10]给出了新的滑模到达条件, 提高了趋近速率, 但没有从根本上消除抖振; 文献[11]讨论了连续形式的双幂次趋近律; 文献[12]在文献[11]中双幂次趋近律的基础上增加第3个幂次项, 进一步细分趋近阶段, 提高了系统趋近过程全程速率. 若将文献[11-12]连续趋近律离散化, 需取采样

收稿日期: 2018-12-18; 修回日期: 2019-05-05.

基金项目: 中国博士后科学基金项目(2018M632204); 浙江省自然科学基金项目(LQ18F030002, LQ15E070001).

责任编委: 周彬.

[†]通讯作者. E-mail: lingweiwu@126.com.

周期很小,才能满足离散滑模的到达条件,这样会导致趋近速率变缓.

实际工业控制中许多系统被要求执行具有周期性的跟踪任务,如逆变器、伺服驱动系统以及旋转放疗设备等,这类系统在运行时往往受到(单或多)周期干扰.对于单周期干扰的抑制,重复控制方法是一种用于抑制周期干扰的有效控制技术,且已有大量研究^[13-17].目前大多文献利用内模原理的频域方法设计重复控制器^[13].文献[14]提出了一种基于连续/离散混合模型的重复控制方法;文献[6]提出了一种基于趋近律方法的重复控制时域设计方法;文献[15-17]提出的重复控制方法是通过构造能够使跟踪误差本身趋近原点的吸引律设计离散重复控制器.

相比之下,多周期干扰抑制的研究还非常少.文献[18]提出了一种多周期重复控制方法,其控制误差平方可积,但不能保证收敛于零;文献[19]提出了一种线性系统的多周期干扰自适应抑制方法;文献[20]提出了一种用于多叶准器系统的直线电机多周期迭代滑模控制方法;文献[21]研究了一类非参数不确定系统的双周期重复控制方法.迄今,仅有少量文献讨论离散时间系统的多周期干扰抑制问题.文献[22]提出了一种用于逆变器的双模型重复控制器,分别处理齐次和偶次误差谐波;文献[23]研究了离散多周期自适应重复控制器;文献[24]提出了多内模并联型重复控制器.总体而言,该方面的研究还处于初步阶段.

本文扩展文献[15-17]的结果,讨论采用幂次吸引律的离散多周期重复控制方法.根据不同的周期对称性,构造出具有干扰抑制项的幂次吸引律,据此设计出子重复控制器,并以并联方式组合成多周期重复控制器.以幂次绝对吸引层和稳态误差带刻画系统跟踪性能,并给出两个边界的估计.最后通过数值仿真验证所提控制方法的有效性和优越性.

1 问题描述

考虑如下单输入单输出(SISO)离散时间系统:

$$A(q^{-1})y_k = B(q^{-1})u_k + w_k. \quad (1)$$

其中: u_k 和 y_k 分别为第 k 时刻的系统控制输入和输出信号. $A(q^{-1})$ 和 $B(q^{-1})$ 为延迟算子 q^{-1} 的多项式,

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_nq^{-n};$$

$$B(q^{-1}) = b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_mq^{-m}, \quad b_1 \neq 0.$$

n 为 $A(q^{-1})$ 的阶数, m 为 $B(q^{-1})$ 的阶数, $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m$ 为系统参数,且 $1 \leq m \leq n$.

系统(1)中受到的干扰和不确定因素的总和是

$$w_k = \sum_{i=1}^p w_k^{T_i} + \Delta w_k, \text{ 其主要成分是多周期干扰}$$

的叠加,满足 $w_k^{T_i} = w_{k-N_i}^{T_i}$.其中: $w_k^{T_i}$ 表示第 k 时刻周期为 T_i 的周期干扰; $N_i = T_i/T_s$ 为一周期 T_i 的采样点数, T_s 为采样周期; $T_1, T_2, \dots, T_p$ 为各个干扰的周期,且互相不满足倍频关系,则多周期干扰 $\sum_{i=1}^p w_k^{T_i}$

的最小正周期为 $T = \prod_{i=1}^p T_i$; Δw_k 为其余干扰分量,包含负载干扰、未建模动态和参数摄动等,称为非周期干扰.

本文的控制目标是针对多个周期已知的周期干扰信号叠加情形下的不确定离散系统(1),依据周期干扰的对称特性,设计出子重复控制器,并以并联方式组合成多周期重复控制器.在保证闭环系统稳定的同时,能够快速抑制多周期干扰,实现系统实际输出信号 y_k 跟随给定参考信号 r_k 变化.定义跟踪误差为 $e_k = r_k - y_k$.

2 幂次吸引律

为了刻画跟踪误差的收敛特性,本文首先考虑确定形式的离散幂次吸引律

$$e_{k+1} = \rho |e_k|^\lambda \text{sgn}(e_k). \quad (2)$$

其中: $0 \leq \rho < 1, \lambda = \alpha^{\text{sgn}(1-|e_k|)}, \alpha \geq 1$.

注1 已发表的文献大都采用用于趋近切换面的指数趋近律或其改进型,且要求系统切换函数满足 $|s_{k+1}| < |s_k|$.文献[10]虽然将其推广到 $|s_{k+1}| < |s_k|^{1/n}$,但当 $|s_k|^{1/n} < 1$ 时,有 $|s_{k+1}| > |s_k|$;而本文所构造的吸引律(2)无需定义切换函数,而是使跟踪误差本身趋近原点,直接反映了误差动态特性,且系统跟踪误差一直满足 $|e_{k+1}| < |e_k|^\lambda < |e_k|$ 的收敛性能.

下面讨论吸引律(2)的瞬态和稳态性能.

定理1 当 $w_k = 0$ 时,利用吸引律(2)设计的控制器,对于任意初始值 $e_0 (e_0 \neq 0)$,离散系统具有以下收敛性能:1)跟踪误差无抖振单调收敛;2)跟踪误差收敛于原点.

证明 1)无抖振单调收敛.当 $e_k > 1$ 时,由式(2)可得

$$0 < e_{k+1} = \rho (e_k)^{\frac{1}{\alpha}} \leq \rho e_k < e_k;$$

当 $0 < e_k \leq 1$ 时,由式(2)可得

$$0 < e_{k+1} = \rho (e_k)^\alpha \leq \rho e_k < e_k \leq 1.$$

同理可得,当 $e_k < 0$ 时,有 $e_k < e_{k+1} \leq 0$.

2)收敛于原点.

①考虑 $e_0 > 1$ 的情形.当 $1 < e_k < e_0$ 时,有 $\lambda = \alpha^{-1}$.由式(2)可知

$$e_{k+1} = \rho^{\frac{1-\alpha^{-k}}{1-\alpha^{-1}}} (e_0)^{\alpha^{-k}}.$$

由上式易知, e_{k+1} 为关于 k 的减函数.当 $k \rightarrow \infty$ 时

$$e_{k+1} = \rho^{\frac{1-\alpha^{-k}}{1-\alpha^{-1}}}(e_0)^{\alpha^{-k}} \rightarrow \rho < 1.$$

由此,总存在一个正整数 m ,使得对于所有 $k < m$,有 $e_k > 1, e_m \leq 1$.由上述可知,对于 $e_0 > 1$,跟踪误差将经过有限步 m 收敛进入 $|e_k| \leq 1$ 邻域内.

当 $e_k < 1 < e_0, k \geq m$ 时,有

$$e_k = \rho^{\frac{1-\alpha^{k-m}}{1-\alpha}}(e_m)^{\alpha^{k-m}}.$$

当 $k \rightarrow \infty$ 时, $e_k = \rho^{\frac{1-\alpha^{k-m}}{1-\alpha}}(e_m)^{\alpha^{k-m}} \rightarrow 0$.

② 考虑 $0 < e_0 \leq 1$ 的情形.当 $0 < e_k < e_0 \leq 1$ 时,有 $\lambda = \alpha$.由式(2)可得

$$e_1 = \rho(e_0)^\alpha,$$

$$e_2 = \rho(e_1)^\alpha = \rho^{1+\alpha}(e_0)^{\alpha^2},$$

⋮

$$e_k = \rho^{1+\alpha+\dots+\alpha^{k-1}}(e_0)^{\alpha^k} = \rho^{\frac{1-\alpha^k}{1-\alpha}}(e_0)^{\alpha^k}.$$

当 $k \rightarrow \infty$ 时, $e_k = \rho^{\frac{1-\alpha^k}{1-\alpha}}(e_0)^{\alpha^k} \rightarrow 0$.

同理可得,当 $e_0 < 0$ 且 $k \rightarrow \infty$ 时,有 $e_k \rightarrow 0$. □

3 多周期重复控制

重复控制方法适用于处理周期已知的干扰信号,存在一周期的时延,需要前一周期的历史数据.系统(1)中干扰信号由多个周期干扰叠加而成,若采用一般的重复控制器来消除系统(1)中的多周期干扰,则由于周期 $(T = \prod_{i=1}^p T_i)$ 过长,会出现多周期干扰抑制非常缓慢的现象,往往无法满足实际系统对控制性能的要求.为此,本节提出一种离散多周期重复控制方法,通过构造子重复控制器,将控制延迟时间缩短,提高系统消除多周期干扰的速度.

针对系统(1)中不同的周期干扰,构造相应的子重复控制器.为了便于区别,这里子重复控制器记为 $u_k^{T_i}$.根据周期干扰的周期对称特性,构造如下的等效干扰:

$$\hat{d}_k^{T_i} = w_k - w_{k-N_i}. \quad (3)$$

由式(3)可以看出, $\hat{d}_k^{T_i}$ 中不含 w_k 的周期干扰成分(周期为 T_i).由于系统(1)中存在干扰,吸引律(2)在实际中无法实现.将干扰补偿措施“嵌入”到吸引律(2)中,可构造如下理想误差动态方程:

$$e_{k+1} = \rho|e_k|^\lambda \text{sgn}(e_k) + \hat{d}_{k+1}^{T_i} - d_{k+1}^{T_i}, \quad (4)$$

其中 $\hat{d}_{k+1}^{T_i}$ 为 $d_{k+1}^{T_i}$ 的补偿值,本文取 $\hat{d}_{k+1}^{T_i} = d_k^{T_i}$,尽可能地降低慢时变非周期干扰对控制性能的影响.

由式(1)、(3)和跟踪误差的定义可知

$$\begin{aligned} d_{k+1}^{T_i} &= r_{k+1} - e_{k+1} - (r_{k+1-N_i} - e_{k+1-N_i}) - \\ &\quad (A(q^{-1}) - 1)(y_{k+1} - y_{k+1-N_i}) - \end{aligned}$$

$$B(q^{-1})(u_{k+1}^{T_i} - u_{k+1-N_i}^{T_i}). \quad (5)$$

将式(5)代入(4),可得如下周期为 T_i 的子重复控制器:

$$\begin{aligned} u_k^{T_i} &= u_{k-N_i}^{T_i} - \frac{1}{b_1}[\rho|e_k|^\lambda \text{sgn}(e_k) + \hat{d}_{k+1}^{T_i} - r_{k+1} + \\ &\quad y_{k+1-N_i} - (A(q^{-1}) - 1)(y_{k+1} - y_{k+1-N_i}) + \\ &\quad (B(q^{-1}) - b_1 q^{-1})(u_{k+1}^{T_i} - u_{k+1-N_i}^{T_i})]. \end{aligned} \quad (6)$$

将 p 个子重复控制器以并联方式组合成离散多周期重复控制器,其具体表达式为

$$u_k = \sum_{i=1}^p k_i u_k^{T_i}, \quad (7)$$

其中 $0 \leq k_i \leq 1$ 为控制增益系数,且 $\sum_{i=1}^p k_i = 1$.

注2 控制增益系数 $k_1, k_2, \dots, k_p$ 的选取可依据各个周期干扰的幅值分布情况来完成.若各个周期干扰的幅值不可知,不妨设 $k_1 = k_2 = \dots = k_p = 1/p$.在各个周期干扰的抑制过程中,其参数主要影响系统收敛速度,并不影响各个周期干扰的消除.此外, $\sum_{i=1}^p k_i = 1$ 且 $0 \leq k_i \leq 1$ 可确保跟踪误差收敛的稳定性,且各个周期干扰逐渐收敛到零.

注3 p 个子重复控制器(6)中最长周期延迟时间为 $\max\{T_1, T_2, \dots, T_p\} \ll \prod_{i=1}^p T_i$,且每一个子重复控制器能够同时迅速消除其中一个周期干扰.因此,离散多周期重复控制器的系统响应速度要比一般的重复控制器快得多.同时,本文所提控制方法对于 $T_1, T_2, \dots, T_p$ 满足部分倍频,但它们的最小公倍数远大于 $\max\{T_1, T_2, \dots, T_p\}$ 的情形也是有意义的,体现在可以显著提高系统收敛速度和降低存储空间.

在离散多周期重复控制器(7)作用下,系统(1)的跟踪误差动态行为由下式来刻画:

$$e_{k+1} = \rho|e_k|^\lambda \text{sgn}(e_k) + \sum_{i=1}^p k_i(\hat{d}_{k+1}^{T_i} - d_{k+1}^{T_i}). \quad (8)$$

本文假设多周期等效干扰补偿误差满足

$$\left| \sum_{i=1}^p k_i(\hat{d}_{k+1}^{T_i} - d_{k+1}^{T_i}) \right| \leq \delta. \quad (9)$$

式(9)的上确界 δ 可由式(5)、 $\{k_1, k_2, \dots, k_p\}$ 以及 $\hat{d}_{k+1}^{T_i} = d_k^{T_i}$ 这些数据,通过计算获得.下面的定理将给出在式(9)条件下系统跟踪误差 e_k 的瞬态和稳态性能.

定理2 对于系统(1),结合式(9),若采用多周期重复控制器(7),则跟踪误差将满足如下收敛性能:

$$|e_{k+1}| < |e_k|^\lambda, |e_k|^\lambda > \Delta_{PA}; \quad (10)$$

$$|e_{k+1}| \leq \Delta_{SS}, |e_k|^\lambda \leq \Delta_{SS}. \quad (11)$$

其中: Δ_{PA} 为幂次绝对吸引层边界, Δ_{SS} 为稳态误差

带边界,其表达式为

$$\Delta_{PA} = \Delta_{SS} = \frac{\delta}{1-\rho}. \quad (12)$$

证明 依据式(10),由吸引律(8)可推出幂次绝对吸引层边界.当 $e_k > 0$ 时,由式(8)和(9)可得

$$\begin{cases} e_{k+1} \leq \rho(e_k)^\lambda + \delta, \\ e_{k+1} \geq \rho(e_k)^\lambda - \delta. \end{cases} \quad (13)$$

若要使 $|e_{k+1}| < |e_k|^\lambda$,则需满足

$$\begin{cases} \rho(e_k)^\lambda + \delta < (e_k)^\lambda, \\ \rho(e_k)^\lambda - \delta > -(e_k)^\lambda. \end{cases} \quad (14)$$

由式(14)可得, $(e_k)^\lambda > \frac{\delta}{1-\rho}$.同理,当 $e_k < 0$ 时,若要使 $|e_{k+1}| < |e_k|^\lambda$,则需满足 $(e_k)^\lambda < -\frac{\delta}{1-\rho}$.因此,幂次绝对吸引层边界为 $\Delta_{PA} = \frac{\delta}{1-\rho}$.

下面证明稳态误差带边界 Δ_{SS} .

为了给出系统跟踪误差的稳态误差带边界,考虑吸引律(8),当 $|e_k|^\lambda > \Delta_{PA}$ 时, $|e_k|^\lambda$ 是单调递减的,即 $|e_{k+1}| < |e_k|^\lambda < |e_k|$.当 $|e_k|^\lambda \leq \Delta_{PA}$ 时,下一时刻的跟踪误差 e_{k+1} 在区间 $[-\Delta_{PA}, \Delta_{PA}]$ 的极值就是系统稳态误差带的边界值.

当 $0 < e_k \leq \Delta_{PA}^{1/\lambda}$ 时,由式(8)和(9)可知

$$\begin{aligned} -\delta \leq e_{k+1} &= \rho(e_k)^\lambda + \sum_{i=1}^p k_i(\hat{d}_{k+1}^{T_i} - d_{k+1}^{T_i}) \leq \\ &\frac{\rho\delta}{1-\rho} + \delta = \frac{\delta}{1-\rho}. \end{aligned} \quad (15)$$

同理,当 $-\Delta_{PA}^{1/\lambda} \leq e_k \leq 0$ 时,有

$$\begin{aligned} -\frac{\delta}{1-\rho} &\leq \\ -\frac{\rho\delta}{1-\rho} - \delta &\leq e_{k+1} = \\ -\rho(-e_k)^\lambda + \sum_{i=1}^p k_i(\hat{d}_{k+1}^{T_i} - d_{k+1}^{T_i}) &\leq \delta. \end{aligned} \quad (16)$$

由式(15)和(16)可知, $|e_{k+1}|_{\max} = \frac{\delta}{1-\rho}$,则有 $\Delta_{SS} = \frac{\delta}{1-\rho}$. $\square$

4 数值仿真

本节以电机为被控对象,验证上述理论结果.将电机动态特性表达为二阶离散时间动态系统,其输入输出特性可写成

$$y_{k+1} = -a_1 y_k - a_2 y_{k-1} + b_1 u_k + b_2 u_{k-1} + w_{k+1}. \quad (17)$$

其中: u_k 和 y_k 分别为第 k 时刻的控制输入和输出, w_{k+1} 为第 $k+1$ 时刻的干扰项(包括参数摄动、外

部干扰及各种未建模动态特性等).模型参数为 $a_1 = -0.8699$, $a_2 = -0.1301$, $b_1 = 0.5099$, $b_2 = 0.1952$.

对于由式(17)表示的受控对象,控制器(7)变成

$$u_k = \sum_{i=1}^p k_i u_k^{T_i}. \quad (18)$$

其中

$$\begin{aligned} u_k^{T_i} &= u_{k-N_i}^{T_i} - \frac{1}{b_1} [\rho |e_k|^\lambda \text{sgn}(e_k) + \hat{d}_{k+1}^{T_i} - \\ &\quad r_{k+1} + y_{k+1-N_i} - a_1(y_k - y_{k-N_i}) + \\ &\quad a_2(y_{k-1} - y_{k-1-N_i}) + b_2(u_{k-1}^{T_i} - u_{k-1-N_i}^{T_i})]. \end{aligned} \quad (19)$$

仿真时,给定参考信号考虑为由3个不同周期的参考信号叠加而成,具体形式如下:

$$\begin{aligned} r_k &= 20 \sin(2\pi k T_s / T_1) + 30 \cos(2\pi k T_s / T_3) + \\ &\quad 20 \sin(2\pi k T_s / T_2) / (2 + \cos(2\pi k T_s / T_2)). \end{aligned}$$

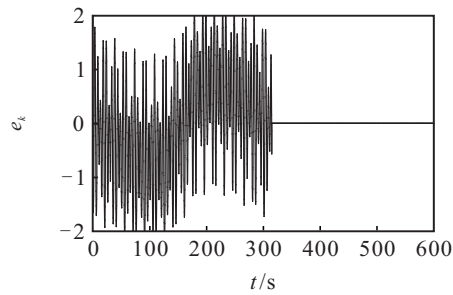
其中: $T_1 = 5$, $T_2 = 9$, $T_3 = 7$;采样周期 $T_s = 0.01$ s,给定参考信号的周期为 $T = T_1 T_2 T_3 = 315$ s.

系统干扰信号在仿真时间内考虑为周期和非周期两部分,其中周期部分由3个周期信号叠加而成,非周期部分由不同周期的正弦和余弦信号相乘来模拟,具体形式为

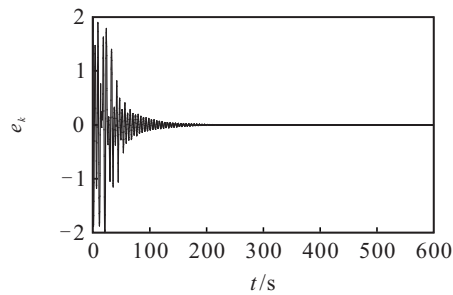
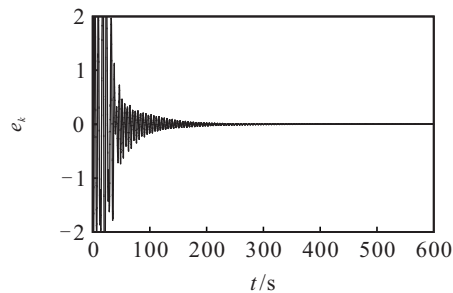
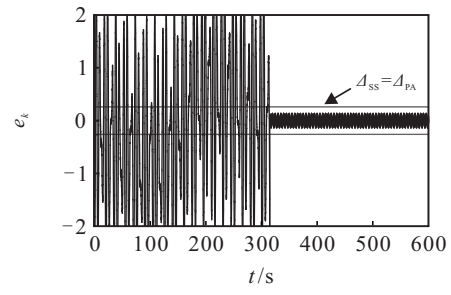
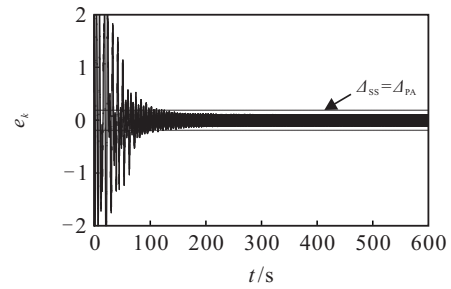
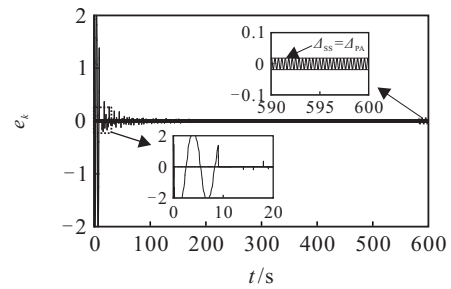
$$\begin{aligned} w_{k+1} &= \sin(2\pi k T_s / T_1) + 1.5 \cos(2\pi k T_s / T_3) + \\ &\quad \sin(2\pi k T_s / T_2) / (2 + \cos(2\pi k T_s / T_2)) + \\ &\quad m \sin(\pi k T_s / 33 + \pi/4) \cos(\pi k T_s / 38). \end{aligned}$$

本文针对不考虑非周期干扰($m = 0$)和考虑非周期干扰($m = 0.1$)两种情形进行仿真研究.

情形1 可调参数 $m = 0$,则不考虑非周期干扰 $\Delta w_k = 0$.控制器采用单周期重复控制器(19)(令 $\hat{d}_{k+1}^{T_i} = 0$, $N_i = 31500$),控制器参数 $\rho = 0.5$, $\alpha = 2$,仿真结果如图1(a)所示;控制器换用多周期重复控制器(18)(令 $\hat{d}_{k+1}^{T_i} = 0$, $N_1 = 500$, $N_2 = 900$, $N_3 = 700$),其参数 $\rho = 0.5$, $\alpha = 2$, $k_1 = 0.3$, $k_2 = 0.3$, $k_3 = 0.4$,仿真结果见图1(b);选取不同的重复控制增益系数 $k_1 = 0.4$, $k_2 = 0.4$, $k_3 = 0.2$,其他参数同上,仿真结果如图1(c)所示.由图1(a)可知,单周期重复控制器需要前一周期的历史数据,存在一周期($T = 315$ s)的延迟.当 $k < T$ 时,令 $u_k = 0$,因此系统跟踪误差从第2周期开始收敛.由图1(b)和图1(c)可以看出,多周期重复控制器在一周期($\max\{T_1, T_2, T_3\} = 9$ s)后开始收敛,经过足够多周期的重复控制后,跟踪误差将收敛于零,且收敛速度明显优于单周期重复控制器(19).此外,控制器参数 k_1 、 k_2 、 k_3 主要影响跟踪误差的收敛速度,并不影响多周期干扰的抑制能力.



(a) 采用单周期重复控制器(19)

(b) 采用多周期重复控制器(18)
($k_1=0.3, k_2=0.3, k_3=0.4$)(c) 采用多周期重复控制器(18)
($k_1=0.4, k_2=0.4, k_3=0.2$)图1 $m=0$ 时的系统跟踪性能(a) 无干扰补偿情况下, 采用
单周期重复控制器(19)(b) 无干扰补偿情况下, 采用
多周期重复控制器(18)(c) 有干扰补偿情况下, 采用
多周期重复控制器(18)图2 $m=0.1$ 时的系统跟踪性能

情形2 可调参数选取为 $m=0.1$, 在无干扰补偿(令 $\hat{d}_{k+1}^T = 0, N_i = 31500$) 情况下, 采用单周期重复控制器(19), 不确定项为 $|d_{k+1}^T| = |w_{k+1} - w_{k+1-N_i}| \leq \delta = 0.1305$, 控制器参数 $\rho = 0.5, \alpha = 2$, 此时 $\Delta_{SS} = \Delta_{PA} = 0.261$, 仿真结果如图2(a)所示; 在无干扰补偿(令 $\hat{d}_{k+1}^T = 0$) 情况下, 控制器换用多周期重复控制器(18), 不确定项为 $\left| \sum_{i=1}^3 k_i d_{k+1}^T \right| \leq \delta = 0.0952$, 参数为 $\rho = 0.5, \alpha = 2, k_1 = 0.3, k_2 = 0.3, k_3 = 0.4$, 此时 $\Delta_{SS} = \Delta_{PA} = 0.1804$, 仿真结果如图2(b)所示; 考虑干扰补偿(令 $\hat{d}_{k+1}^T = d_k^T$) 情况下, 采用控制器(18), 不确定项为 $\left| \sum_{i=1}^3 k_i (\hat{d}_{k+1}^T - d_{k+1}^T) \right| \leq \delta = 0.0092$, 控制器参数 $\rho = 0.5, \alpha = 2, k_1 = 0.3, k_2 = 0.3, k_3 = 0.4$, 此时 $\Delta_{SS} = \Delta_{PA} = 0.0184$, 仿真结果如图2(c)所示。从图2(b)和图2(c)可以看出, 带干扰补偿项的多周期重复控制器在一周期 ($\max\{T_1, T_2, T_3\} = 9s$) 后开始收敛, 且收敛速度和稳态误差得到进一步改善。

5 结论

本文针对一类多周期干扰的抑制问题, 提出了一种基于幂次吸引律的离散多周期重复控制方法。依据不同周期信号的对称性, 构造出不同的等效干扰, 将其“嵌入”到幂次吸引律中, 基于此设计子重复控制器, 并以并联方式组合成多周期重复控制器。文中给出了系统幂次绝对吸引层和稳态误差带边界的具体表达式, 用于表征跟踪误差的瞬态性能和稳态性能。完成的数值仿真验证了所提出控制方案的有效性和优越性。

参考文献(References)

- [1] Gao W B, Wang Y, Homaifa A. Discrete-time variable structure control systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 1995, 42(1): 117-122.
- [2] Bartoszewicz A, Lesniewski P. New switching and nonswitching type reaching laws for SMC of discrete time systems[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2016, 24(2): 670-677.
- [3] Neuyen M L, Chen X K, Yand F. Discrete-time quasi-sliding-mode control with prescribed performance

- fuction and its application to piezo-actuated positioning systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(1): 942-950.
- [4] Bartoszewicz A, Lesniewski P. Reaching law approach to the sliding mode control of periodic review inventory systems[J]. IEEE Transactions on Automation and Engineering, 2014, 11(3): 810-817.
- [5] Qu S C, Xia X H, Zhang J F. Dynamical behaviors of an euler discretized sliding mode control systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 59(9): 2525-2529.
- [6] 孙明轩, 范伟云, 王辉. 用于离散滑模重复控制的新型趋近律[J]. 自动化学报, 2011, 37(10): 1213-1221.
(Sun M X, Fan W Y, Wang H. Discrete sliding mode repetitive control with novel reaching law[J]. Acta Automatica Sinica, 2011, 37(10): 1213-1221.)
- [7] Ma H F, Wu J H, Xiong Z H. A novel exponential reaching law of discrete-time sliding-mode control[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(5): 3840-3850.
- [8] 米阳, 李文林, 井元伟. 基于幂次趋近律的一类离散时间系统的变结构控制[J]. 控制与决策, 2008, 23(6): 643-646.
(Mi Y, Li W L, Jing Y W. Variable structure control for a class of discrete-time system based on power reaching law[J]. Control and Decision, 2008, 23(6): 643-646.)
- [9] 孙明轩, 王辉, 范伟云. 以幂次趋近的离散变结构重复控制[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(11): 1426-1432.
(Sun M X, Wang H, Fan W Y. Discrete-time variable-structure repetitive control with power-rate reaching[J]. Control Theory & Applications, 2012, 29(11): 1426-1432.)
- [10] Chakrabarty S, Bandyopadhyay B. A generalized reaching law with different convergence rates[J]. Automatica, 2016, 63: 34-37.
- [11] 张合新, 范金锁, 孟飞, 等. 一种新型滑模控制双幂次趋近律[J]. 控制与决策, 2013, 28(2): 289-293.
(Zhang H X, Fan J S, Meng F, et al. A new double power reaching law for sliding mode control[J]. Control and Decision, 2013, 28(2): 289-293.)
- [12] 张瑶, 马广富, 郭延宁, 等. 一种多幂次滑模趋近律设计与分析[J]. 自动化学报, 2016, 42(3): 466-472.
(Zhang Y, Ma G F, Guo Y N, et al. A multi-power reaching law of sliding mode control design and analysis [J]. Acta Automatica Sinica, 2016, 42(3): 466-472.)
- [13] Longman R W. Iterative learning control and repetitive control for engineering practice[J]. International Journal of Control, 2000, 73(10): 930-954.
- [14] 吴敏, 兰永红, 余锦华. 基于二维混合模型的重复控制系统设计新方法[J]. 自动化学报, 2008, 34(9): 1208-1214.
(Wu M, Lan Y H, She J H. A new design method for repetitive control systems based on two-dimensional hybrid model[J]. Acta Automatica Sinica, 2008, 34(9): 1208-1214.)
- [15] 邬玲伟, 孙明轩, 胡轶. 基于死区吸引律的离散重复控制[J]. 控制与决策, 2015, 30(6): 977-984.
(Wu L W, Sun M X, Hu Y. Discrete repetitive control using attracting law with dead zone[J]. Control and Decision, 2015, 30(6): 977-984.)
- [16] 邬玲伟, 孙明轩. 无抖振离散重复控制器的设计与实现[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(4): 554-560.
(Wu L W, Sun M X. Design and implementation of a chattering-free discrete-time repetitive controller[J]. Control Theory & Applications, 2015, 32(4): 554-560.)
- [17] Sun M X, Wu L W, Hu Y, et al. Digital control strategies with attractiveness and invariance specifications[J]. IEEE Transactions on Control System Technology, 2018, 26(4): 1272-1284.
- [18] Owens D H, Li L M, Banks S P. Multi-periodic repetitive control system: A Lyapunov stability analysis for MIMO systems[J]. International Journal of Control, 2004, 77(5): 504-515.
- [19] Chen P N, Sun M X, Yan Q Z. Adaptive rejection of multi-periodic disturbances for a class of linear systems[J]. International Journal of Control, 2016, 89(11): 2250-2261.
- [20] 严乐阳, 叶佩青, 张辉, 等. 基于多周期迭代滑模控制的直线电机干扰抑制[J]. 电机与控制学报, 2017, 21(1): 8-13.
(Yan L Y, Ye P Q, Zhang H, et al. Disturbance rejection for linear motor based on multi-periodic learning variable structure control[J]. Electric Machines and Control, 2017, 21(1): 8-13.)
- [21] 严求真, 柳向斌, 朱胜, 等. 非参数不确定系统的双周期重复控制[J]. 控制理论与应用, 2018, 35(9): 1311-1319.
(Yan Q Z, Liu X B, Zhu S, et al. Dual-period repetitive control for nonparametric uncertain systems[J]. Control Theory & Applications, 2018, 35(9): 1311-1319.)
- [22] Zhou K L, Wang D W, Zhang B, et al. Dual-mode structure digital repetitive control[J]. Automatica, 2007, 43: 546-554.
- [23] Perez-Arancibia N O, Tsao T C, Gibson J S. A new method for synthesizing multiple-period adaptive-repetitive controllers and its application to the control of hard disk drives[J]. Automatica, 2010, 46: 1186-1195.
- [24] Lu W Z, Zhou K L, Wang D W. General parallel structure digital repetitive control[J]. International Journal of Control, 2013, 86(1): 70-83.

作者简介

邬玲伟(1985—), 男, 讲师, 博士, 从事重复控制的研究, E-mail: lingweiwu@126.com;

雷必成(1974—), 男, 副教授, 博士, 从事智能控制等研究, E-mail: leibc@tzc.edu.cn;

陈光(1987—), 男, 讲师, 博士, 从事网络交通流预测控制的研究, E-mail: leibc@tzc.edu.cn;

苏娜(1982—), 女, 讲师, 博士, 从事智能控制的研究, E-mail: soonertz@163.com.

(责任编辑: 齐 霖)