

基于负载系数的轨道交通网络控制站点辨识

王立夫, 朱枫, 郭戈, 赵国涛

引用本文:

王立夫, 朱枫, 郭戈, 等. 基于负载系数的轨道交通网络控制站点辨识[J]. *控制与决策*, 2020, 35(10): 2319–2328.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.1118>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

项目交互耦合网络演化

Development of project interactive coupling network

控制与决策. 2019, 34(9): 1991–1998 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0079>

基于深度学习的城市轨道交通短时客流量预测

Metro short-term traffic flow prediction with deep learning

控制与决策. 2019, 34(8): 1589–1600 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1393>

割点失效对复杂网络可控性的影响

Effect of cut vertexes-removal on controllability of complex networks

控制与决策. 2019, 34(11): 2310–2316 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0132>

基于DBSCAN算法的城轨车站乘客聚集特征分析

Analysis of passenger aggregation characteristics of urban rail stations based on DBSCAN algorithm

控制与决策. 2019, 34(1): 18–24 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2017.1540>

具有1+N节点的多重边赋权驱动响应复杂网络复域函数投影同步

Complex function projective synchronization in drive-response complex networks with 1+N nodes and multi-links

控制与决策. 2017, 32(5): 935–938 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2016.0350>

基于负载系数的轨道交通网络控制站点辨识

王立夫[†], 朱 枫, 郭 戈, 赵国涛

(东北大学秦皇岛分校 控制工程学院, 河北 秦皇岛 066004)

摘 要: 城市轨道交通客流量对轨道交通运行的效率与安全至关重要. 利用客流信息, 提出负载系数衡量网络负载情况, 并作为轨道交通网络边的权重, 建立轨道交通网络模型. 运用复杂网络的可控性理论分析轨道交通网络的可控性问题, 给出轨道交通网络控制节点的辨识方法, 实现对城市轨道交通网络限流车站的控制. 以北京地铁网络为实例建立携带负载系数的网络模型, 对其控制节点的选取进行分析, 结果表明现行常态化控制站点不能使网络完全可控, 且选择的控制站点数量较多, 成本较高, 应用负载系数作为权重选择的限流站点不仅能够使网络完全能控选择的控制站点数量更少, 成本较低, 而且更多地分布于超载线路上, 同时所提出方法可以有效找出控制站点, 为实际限流车站的选取提供有效的参考.

关键词: 复杂网络; 轨道交通网络; 驱动节点; 限流站; 负载系数

中图分类号: TP29 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.1118

引用格式: 王立夫, 朱枫, 郭戈, 等. 基于负载系数的轨道交通网络控制站点辨识[J]. 控制与决策, 2020, 35(10): 2319-2328.

Control station identification of rail transport network based on loading coefficient

WANG Li-fu[†], ZHU Feng, GUO Ge, ZHAO Guo-tao

(School of Control Engineering, Northeastern University at Qinhuangdao, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: Urban rail transit traffic is critical to the efficiency and safety of rail transit operations. This paper uses the passenger flow to propose the load coefficient to measure the network load, and as the weight of the rail transit network, establishes the rail transit network model. The controllability theory of complex network is used to analyze the controllability of the rail transit network, and the identification method of rail transit network control nodes is given to realize the control of urban rail transit network current limit station. Taking the Beijing metro network as an example, the network model carrying the load factor is established, and the selection of its control nodes is analyzed. The results show that the current normalization control site can not make the network fully controllable, and the number of selected control sites is large and the cost is high. Applying the load factor as the weight selection site can not only make the network fully controllable, but also select fewer control sites with lower cost and more distributed on the overloaded line. The proposed method can effectively find the control station and provide an effective reference for the selection of the actual current limit station.

Keywords: complex network; rail transport network; driver nodes; finite-flow station; load coefficient

0 引言

随着经济发展、城市人口增加以及城市范围不断扩大, 交通量也逐年增大, 对城市交通网络的运行能力提出了更高要求. 城市轨道交通网络因其具有运输能力强、准时性、速达性以及节约成本等优点, 日益成为人们出行过程中最重要的公共交通工具之

一, 因此轨道交通的拥堵会对出行造成巨大影响. 目前, 轨道交通客流控制采取的方法是在部分客流较大的车站采取限流措施, 设置限流站. 传统的客流控制方法如单车站限流、多站协同限流方法^[1-2]考虑了轨道交通网络的局部信息, 未能从整个网络的角度对客流进行控制. 随着轨道交通一体化运营, 逐渐形成巨

收稿日期: 2019-08-05; 修回日期: 2019-10-26.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61402088); 河北省自然科学基金项目(F2016501023, F2017501041); 中央高校基本科研业务费专项基金项目项目(N2023022).

责任编辑: 魏秀琨.

[†]通讯作者. E-mail: wlfkz@qq.com.

大的客流网络,传统方法无法适应其客流量大、线网密集、组织关系复杂等特点.

从20世纪末开始,复杂网络理论成为社会、经济、化学和信息系统等领域的重要研究方法,出现了一些重要的理论成果. Liu等^[3]结合经典的控制理论,解决了复杂网络的结构可控性问题,从而引发了复杂网络可控性研究的热潮. Yuan等^[4]提出了严格可控性理论,可分析有向网络、无向网络、有权网络、无权网络等任意结构网络的可控性. Chin等^[5]基于结构可控性理论框架,研究了拉普拉斯特征值与控制网络所需的最少驱动节点间的联系,并定义了超级驱动节点的概念,发现网络的可控性与拉普拉斯特征值和超级驱动节点有关. Zhao等^[6]提出了一种基于严格可控性理论分析流守恒网络可控性的方法,将邻接矩阵的原始分析转换为拉普拉斯矩阵. Song等^[7]考虑了双层网络的目标能控性问题. Menara等^[8]给出了当复杂网络边权重不是自由变量的对称网络能控性判断定理. 这些最新出现的复杂网络能控性理论成果为解决交通客流网的可控性问题提供了新思路.

随着复杂网络研究的不断深入,复杂网络相关理论也逐渐在交通网络中得到应用. 文献[9-11]对波士顿维也纳等地的地铁网络进行研究,分析了聚类系数、平均度等指标,发现地铁网络具有小世界特性. Lee等^[12]研究了地铁线网的结构特性及其客流特性,发现客流分布遵循幂指数分布. 近年来,对交通网络可控性的研究也逐渐深入,文献[13]分析铁路列车服务网的可控性,改进LB模型,并对城市交通网络的两种模型的参数进行对比,研究其可控性. Zeng等^[14]应用客流量对交通网络进行建模,并应用复杂网络可控性的方法对城市轨道交通的客流量进行了研究,对限流车站的选择进行了优化.

目前利用复杂网络方法研究交通系统的文献主要针对交通网络的一般复杂特性,如聚类系数、度分布等评价指标^[11-12,14],或者重点分析交通网络的拓扑结构等属性^[15-17]. 对客流控制的研究大多根据局部客流信息^[13,17],针对客流较为集中的线路或车站进行控制,而对交通网络的控制需要建立在整个交通网络可控的基础之上. 因此,本文对交通网络的模型进行改进,提出以负载系数作为边权,衡量站点之间客流的流通程度,并根据最大匹配的思想对轨道交通结构可控性进行研究,选取出合理的驱动节点作为限流车站,使轨道交通网络在满足可控的同时保证通过更多的客流,以降低人工成本. 结合北京地铁网络建立相应的模型,并对其可控性进行验证.

1 交通网络模型与结构可控性

1.1 网络模型

对于城市轨道交通网络的建模,需要对实际系统进行抽象,实体车站抽象为节点,同一条线路连接的两个车站之间的线路抽象为边,构成网络的拓扑结构. 本文建立的轨道交通网络模型为有权网络,权重由发车时间、发车间隔、车辆负载情况共同决定. 这种建模方法能够直观地反映出站点之间的地理联系,保留网络的基本拓扑结构.

将车站抽象为节点,对节点进行编号,使站点与节点一一对应,相邻两车站之间的轨道定义为边,即直接相邻的两个车站存在边相连. 如图1(a)所示的地铁线路1有A、B、C、D共4个站点;图1(b)的线路2有D、E、F、G共4个站点,其中D站与线路1是相同站点. 将这两条线路绘制成网络模型时,首先将线路1中4个车站分别变为A、B、C、D共4个节点,向网络中添加边时,A→B,B→C和C→A单向连接,节点C与D之间双向连接;将线路2也添加至网络中,因为D站点的连接与线路1相同,在当前网络中只需添加E、F、G节点,其中E节点与D节点、F节点与D节点、G节点与F节点均为双向连接,线路1和线路2构成的网络绘制完成,建立的网络模型如图1(c)所示.

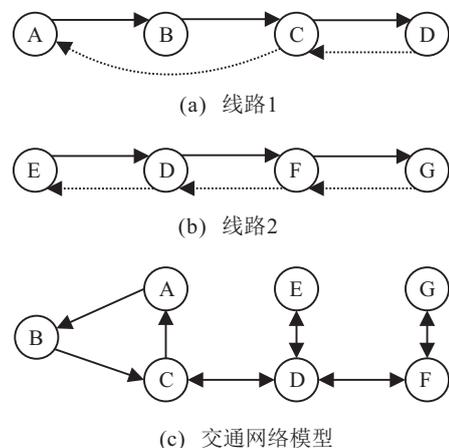


图1 轨道交通网络模型构建

在仅考虑站点之间连接结构时,可以用邻接矩阵A来表示图1(c)所示的交通网络,即

$$A = [a_{ij}] = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C & D & E & F & G \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (1)$$

A 表示各节点之间的连接情况,若 $a_{ij} = 0$ 则表示从节点 i 到节点 j 没有线路连接,若 $a_{ij} \neq 0$,则表示节点 i 与节点 j 之间存在线路连接.图1(c)中,站点A与站点B之间有连接,用 $a_{12} = 1$ 表示,站点B与站点A之间没有连接,用 $a_{21} = 0$ 表示;站点A与站点D之间没有线路连接, $a_{14} = a_{41} = 0$.网络的邻接矩阵可描述出交通网络的连接特性,在此基础上可以进一步研究交通网络的其他结构特性.

1.2 复杂网络的可控性

利用经典的控制理论,描述一个线性定常复杂网络系统,其状态方程为

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t). \quad (2)$$

其中: $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t))^T$ 为 N 维向量,表示 t 时刻 N 个节点的状态; $u(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_N(t))^T$ 为 r 维输入向量,表示输入信号状态; $A = \{a_{ij} | i, j \in [1, N]\}$,是 $N \times N$ 的常数矩阵,表示系统内部状态之间的相互作用, $a_{ij} = 0$ 表示从节点 i 到节点 j 没有连接关系, $a_{ij} \neq 0$ 表示节点 i 对节点 j 有影响, a_{ij} 数值大小决定影响程度; B 为 $N \times r$ 维矩阵,表示外部有 r 个控制信号对系统有作用,对于复杂网络控制, $b_{ij} = 0$ 表示控制信号 u_j 未作用于节点 i 上, $b_{ij} \neq 0$ 表示控制信号 u_j 对节点 i 有控制作用.

对于系统(2),若存在一个分段连续的输入 $u(t)$,能够在有限时间 $[t_0, t_f]$ 内使得系统从任意初始状态 $x(t_0)$ 转移到任意终止状态 $x(t_f)$,则称此系统状态是可控的.在控制理论中,Kalman判据为系统可控性判断提供了代数方法^[18].

引理1^[18] 线性时不变系统(2)完全可控的充分必要条件是矩阵 $C = [B, AB, A^2B, \dots, A^{N-1}B] \in R^{N \times M}$ 为满秩,即 $\text{rank}(C) = N$.

C 称为可控性矩阵.对于给定网络邻接矩阵 A ,使网络达到完全可控的条件是,需要找到合适的输入矩阵 B ,使得系统(2)能够满足Kalman可控性判据.若对网络中的每一个节点都施加一个外部输入,则网络一定能达到完全可控,但是对于交通网络而言,现实很难实现,也是没必要的.因此,应尽可能少地选择网络中的节点施加外部输入控制,即使矩阵 B 尽可能少地包含输入节点.使用Kalman判据进行寻找控制输入的最少节点数,计算复杂度为 $2^N - 1$,计算量巨大^[19].另外,现实世界中网络节点间的连接关系 a_{ij} 很难确定具体数值大小,为了克服这些困难,Lin^[20]提出结构可控性的概念,只考虑网络本身的拓扑结构,不考虑连接权重.如果一个定值系统被看作结构系统并被证明是结构可控的,则原定值系统

要么本身是完全可控的,要么在轻微扰动后是完全可控的.

引理2^[3,21] 若系统结构可控,则需要满足以下两个条件:

- 1) 连接条件:系统是输入可达的;
- 2) 秩条件: $\text{grank}[AB] = N$.

Liu等^[3]将图的匹配理论方法与结构可控性相结合,提出了一种基于最大匹配算法求解最小驱动节点集的分析复杂网络可控性框架,并给出了最小输入定理,证明了实现网络结构可控所需独立控制的节点集合等于非最大匹配的节点集合,即选择非最大匹配节点作为被控制节点,可实现整个网络的控制,被控制的节点(未被匹配到的节点)称为网络的驱动节点,驱动节点个数表示为

$$N_D = \max\{1, N - |M|\}, \quad (3)$$

其中 $|M|$ 为最大匹配节点的个数.

最大匹配是普遍用于判断系统结构可控的方法,未匹配的节点作为驱动节点控制整个网络,但是最大匹配只能给出一组可行解,并不能使加权网络寻找到最优控制节点,因此本文在此基础上给出可应用于轨道交通网络的加权网络驱动节点辨识方法.

2 模型改进与可控性研究

2.1 模型改进

网络的描述是用连接矩阵表示网络的连接关系,如图1(c)所示的网络,用式(1)矩阵 A 表示,但对于轨道交通网络而言,这种描述并不能反映站点之间客流量的大小关系.在建立带有客流信息的轨道交通网络时,需要在物理模型的基础上添加权重.根据文献[22-23]对客流通过能力的研究可知,客流密度越大乘客之间的空隙越小,则客流的行进速度越缓慢,拥堵的情况越为严重.本文在原网络模型上,考虑实际客流量与线路额定荷载客流的关系,引入负载系数作为网络节点关系权重,将实际客流量与线路额定荷载客流进行对比,以衡量其负载情况.当站点 i 与站点 j 之间存在交通线路时,定义两站点之间的负载系数 w_{ij} 为

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & f_{ij} < F_{ij}; \\ \frac{F_{ij}}{f_{ij}}, & f_{ij} \geq F_{ij}. \end{cases} \quad (4)$$

其中: f_{ij} 为节点 i 到节点 j 之间的实际客流量, F_{ij} 为轨道线路额定荷载客流.当实际客流小于额定荷载量时,乘客流量没有影响交通的正常运行,轨道交通可以按时刻正常通行,此时将线路权重标记为1;当

实际客流大于额定荷载量时,由于乘客量过大而对轨道交通正常通行产生影响,通行能力有所下降,超出额定值越大,通流能力越低,因此,考虑对线路运行的影响程度,定义额定荷载量与实际客流量的比值为负载系数.线路的负载系数是一个0~1之间的数,当负载系数为1时,表明客流量没有超出线路的承载能力,车站可以正常运营;当负载系数小于1时,表明该车站的客流量超过额定荷载量,数值越小表明该线路的超负荷程度越严重,客流流通能力越差.

2.2 驱动节点辨识算法

本节将负载系数加入到轨道交通网络模型中,对网络进行可控性分析,并找出系统的驱动节点.根据匹配原理的思想需要求解的是最大权匹配,而经典的最大匹配算法不适用有权重的网络,本文引入KM算法^[24-25]寻找系统的驱动节点.考虑轨道交通网络,负载系数为网络权重,权重之和最大的匹配为所找的最大匹配,对应的节点为匹配节点,选择未匹配的节点作为控制节点(作为轨道交通网络的控制站点,即限流站),可实现网络的完全能控.

在寻找驱动节点前,给出如下定义.

定义1(顶标值) 顶点 X 对应的顶点标记值 $L(x)$,简称为顶标值,每个顶点都对应一个顶标值,满足 $L(x_i^+) + L(x_j^-) \geq w(x_i^+ x_j^-)$.

定义2(相等子图) 在二分图中,所有满足 $L(x_i^+) + L(x_j^-) = w(x_i^+ x_j^-)$ 的边构成的子图称为相等子图,记为 G_L .

定义3(增广路) 若 P 是一条连通两个未匹配顶点的路径,已匹配和未匹配的边在 P 上交替出现,则称 P 为一条增广路.

假设 $x_1^+ \rightarrow x_3^-$ 已经匹配,端点 x_2^+ 和 x_2^- 是未匹配

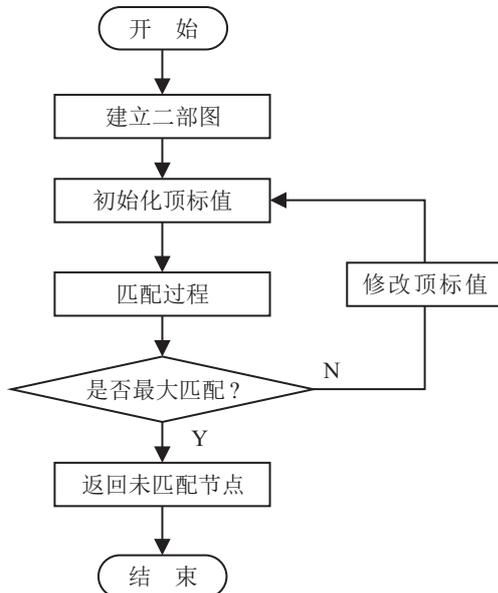
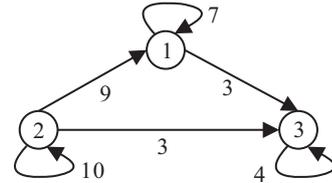


图2 驱动节点辨识算法流程

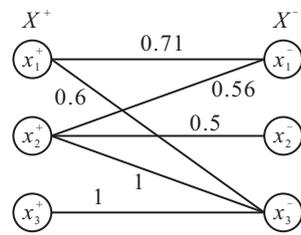
的顶点,则 $x_3^+ \rightarrow x_3^- \rightarrow x_2^-$ 经过的路径分别是未匹配边-匹配边-未匹配边,构成一条增广路.

此算法通过反复修改顶标值,使得新的相等子图的最大匹配逐渐扩散,直至找出相等子图最大匹配.算法流程如图2所示,具体步骤如下.

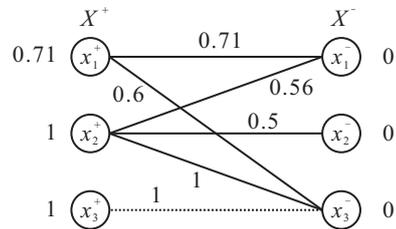
step 1: 建立二部图.将每个顶点分割为两个互不相交的点 x_i^+ 和 x_i^- , x_i^+ 表示有信号流出的一侧, x_i^- 表示信号流入,网络的边集记为 E ,取 $E_{ij} \subset E$,若有一条 i 节点到 j 节点的边,则在二分图中添加 $x_i^+ \rightarrow x_j^-$.



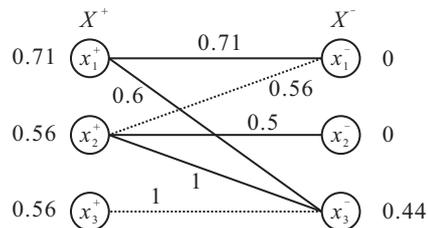
(a) 初始网络



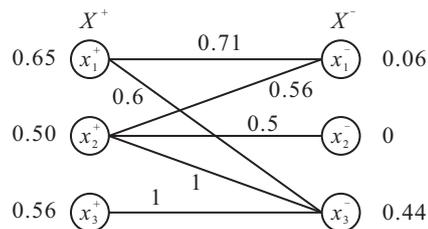
(b) 二部图并标记权重



(c) 修改顶标值(1)



(d) 修改顶标值(2)



(e) 修改顶标值(3)

图3 驱动节点辨识算法匹配过程

例如,图3(a)表示一个简单的有向图,共3个节点,将每个顶点都分为两集合,其中节点2有一条到节点1的边,在二部图中表示为 $x_2^+ \rightarrow x_1^-$,节点1与节点3的边表示为 $x_1^+ \rightarrow x_3^-$,节点3的自环表示为 $x_3^+ \rightarrow x_3^-$,并在边上标记权重.

step 2: 初始化顶标值. 顶标值 $L(x)$ 取为

$$\begin{cases} L(x_i^+) = \max_{x^- \in X^-} w(x^+ x^-), x^+ \in X^+; \\ L(x_j^-) = 0, x^- \in X^-. \end{cases}$$

根据顶标值选择出满足 $L(x_i^+) + L(x_j^-) = w(x_i^+ x_j^-)$ 的边,确定相等子图 G_L ,并在 G_L 中任意选择一组匹配 M .

step 3: 匹配过程. 若 M 中 X^+ 的每个点都被匹配,则 M 即为最大权匹配,算法终止,否则取 M 中未匹配的节点 $u \in X^+$,令 $S = \{u\}, T = \emptyset$.

step 4: 修改顶标值. 检查 S 中端点的相邻节点,记为 $N_{G_i}(S) = \{x_j^- | x_i \in S, x_i^+ x_j^- \in E\}$,若 $N_G(S) \supset T$,则转向step 5,否则令 $N_G(S) = T$,计算

$$a_L = \min\{L(x^+) + L(x^-) - W(x^+ x^-) | x^+ \in S, x^- \notin T\},$$

由此得到新的顶标值为

$$\hat{L}(x) = \begin{cases} L(x^+) - a_L, x^+ \in S; \\ L(x^-) + a_L, x^- \in T; \\ L(x), \text{ otherwise.} \end{cases}$$

修改新的顶标值后,重新确定相等子图,并确定匹配.

step 5: 检查是否达到最大匹配. 在 $N_G(S) \setminus T$ 中选择一个顶点 x_j^- ,检查 x_j^- 是否已匹配,若已匹配且 $x_i^+ x_j^- \in M$,则令 $S = S \cup \{x_i^+\}, T = T \cup \{x_j^-\}$,更新 S 与 T ,转至step 4,否则取一条由顶点 u 到顶点 x_j^- 的增广路 P ,令 $M = M \oplus P$,转至step 3.

下面以图3为例解释算法的匹配过程.

step 1: 图3(a)为一个有权初始网络,根据网络的连接情况给出其二部图,假设每条边的实际最大容量为5,由式(4)计算出各边的负载系数如图3(b)所示.

step 2: 初始化顶标值. 选取最大的权重作为初始顶标值, x_1^+ 顶点的顶标值为0.71, x_2^+ 顶点的顶标值为1, x_3^+ 顶点的顶标值为1, x_1^- 、 x_2^- 和 x_3^- 的顶标值均为0,确定相等子图 $G_L = \{x_1^+ \rightarrow x_1^-, x_2^+ \rightarrow x_2^-, x_3^+ \rightarrow x_3^-\}$,如图3(c)所示. 在相等子图中选择一组匹配, $M = \{x_1^+ \rightarrow x_1^-, x_2^+ \rightarrow x_3^-\}$,转至step 3.

step 3: 若 M 中有节点未被匹配,则令 $S = \{x_3^+\}, T = \emptyset$,转至step 4.

step 4: $N_G(S) = x_3^-$, $N_G(S) \supset T$,转至step 5.

step 5: $N_G(S) \setminus T = \{x_3^-\}$,若 x_3^- 已经匹配,则更新 $S = \{x_2^+, x_3^+\}, T = \{x_3^-\}, M = \{x_1^+ \rightarrow x_1^-\}$,并转至step 4.

step 6: 此时 $N_G(S) = T$,修改顶标值,计算出

$$a_L = \min\{L(x_2^+) + L(x_1^-) - W(x_2^+ x_1^-) = 0.44, \\ L(x_2^+) + L(x_2^-) - W(x_2^+ x_2^-) = 0.5\} = 0.44.$$

x_2^+ 、 x_3^+ 的顶标值各减少0.44, x_3^- 的顶标值加0.44,如图3(d)所示. x_1^+ 、 x_2^+ 、 x_3^+ 顶点的顶标值分别为0.71、0.56、0.56, x_3^- 顶点的顶标值变为0.44,如图3(d)所示. 重新确定相等子图, $G_L = \{x_1^+ \rightarrow x_1^-, x_2^+ \rightarrow x_1^-, x_2^+ \rightarrow x_3^-, x_3^+ \rightarrow x_3^-\}$,并重新进行匹配,取 $M = \{x_1^+ \rightarrow x_1^-, x_3^+ \rightarrow x_3^-\}$,未匹配节点为 $S = \{x_2^+\}$,转至step 5.

step 7: $N_G(S) = \{x_1^-, x_2^-, x_3^-\}, T = \{x_3^-\}$, $N_G(S) \setminus T = \{x_1^-, x_2^-\}$,其中 x_2^- 未被匹配,寻找 S 到 x_2^- 的增广路 $P = \{x_2^+ \rightarrow x_2^-\}$,则 $M = M \oplus P = \{x_1^+ \rightarrow x_1^-, x_2^+ \rightarrow x_2^-, x_3^+ \rightarrow x_3^-\}$,转至step 3.

step 8: 在 M 中 X^+ 的每个点都被匹配,则 M 为最大匹配,算法终止,匹配的结果是 $x_1^+ \rightarrow x_1^-, x_2^+ \rightarrow x_2^-, x_3^+ \rightarrow x_3^-$,如图3(e)所示,其权重和为2.21.

3 驱动节点的识别算法在北京地铁网络中的应用

3.1 北京地铁网络建模与客流数据处理

以北京市地铁网络为例研究其可控性,截至2019年5月1日,北京地铁运营线路共有22条,共设车站391座. 首先对地铁网络进行建模,按第1.1节的方法,将站点抽象为节点,线路抽象为边,建立地铁网络的拓扑结构如图4所示(燕房线和西郊线路乘坐的人数较少,地铁公司提供的客流数据中不包含这两条线路的客流,本文未作考虑). 网络中共有315个站点356条边.

北京地铁各线路由北京地铁公司以及京港地铁两家公司共同运营,根据北京地铁公司官方网站^[26]以及京港地铁官方微博^[27]公布的客流量数据,随机选取2019年3月11日(周一)~3月17日(周日)共7天的客流量作为研究数据. 计算工作日平均值,与周末平均值进行对比,结果如图5所示. 图中每条线路3个柱状图由左至右分别为周平均客流量、工作日平均客流量、周末平均客流量. 结果表明,工作日的平均客流比周末的平均客流偏多,工作日出行乘客更多,给交通系统带来的压力更大,而一周7天的平均客流

受到周末客流大幅减少的影响产生了较大波动,因此本文采用各条线路工作日的平均客流量数据作为线路实际荷载情况.根据地铁各条线路运营时间、发车间隔以及各条列车的定员载客人数,可以计算出每条线路每天额定荷载为

$$\text{总运行时间} \div \text{发车间隔} \times \text{定员载客人数} = \text{额定荷载,}$$

其中运行时间和发车间隔均以分钟计算,针对有部分

线路上下行发车间隔不同,或上下行运行时间不同的情况,均采用平均值进行计算.计算所得的额定荷载单位为万人,保留3位小数,计算结果见表1.表1计算了各条线路的理论最大客运量,通过与实际客流对比发现,1、2、4、5、6、10、13号线的实际客运量趋于饱和甚至超过额定荷载的最大值,这些线路处于超载的状态,因此需要对这些线路严密监控,采取适当的措施缓解客流压力.

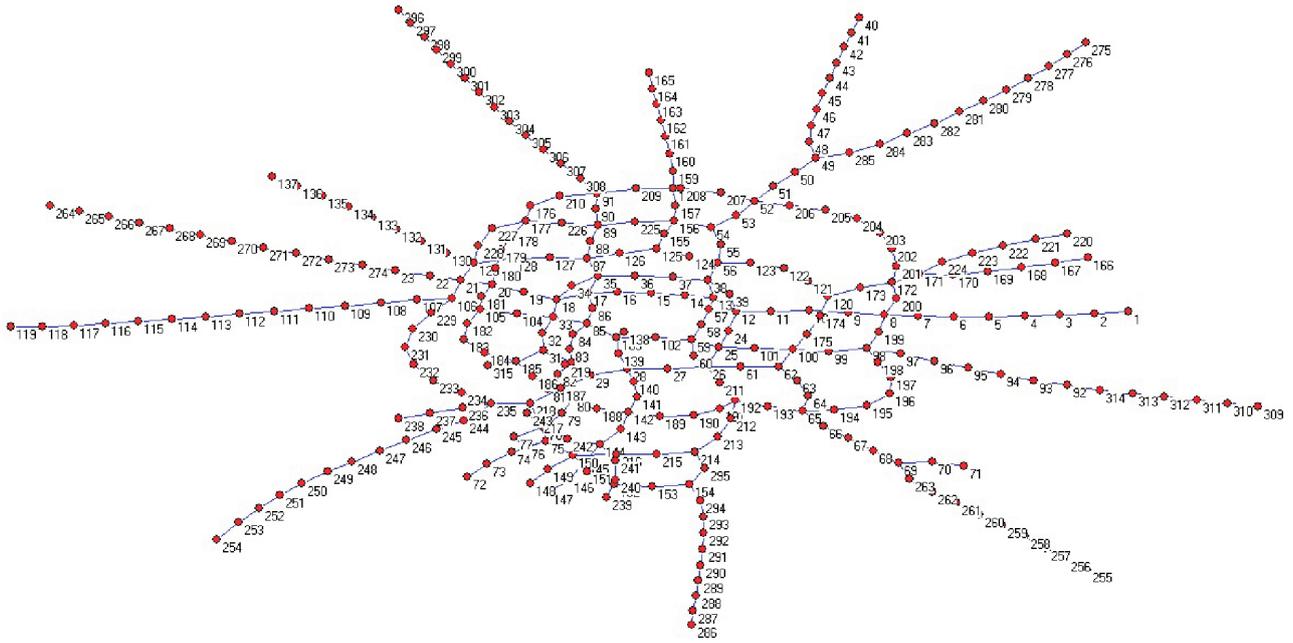


图4 北京轨道交通拓扑结构

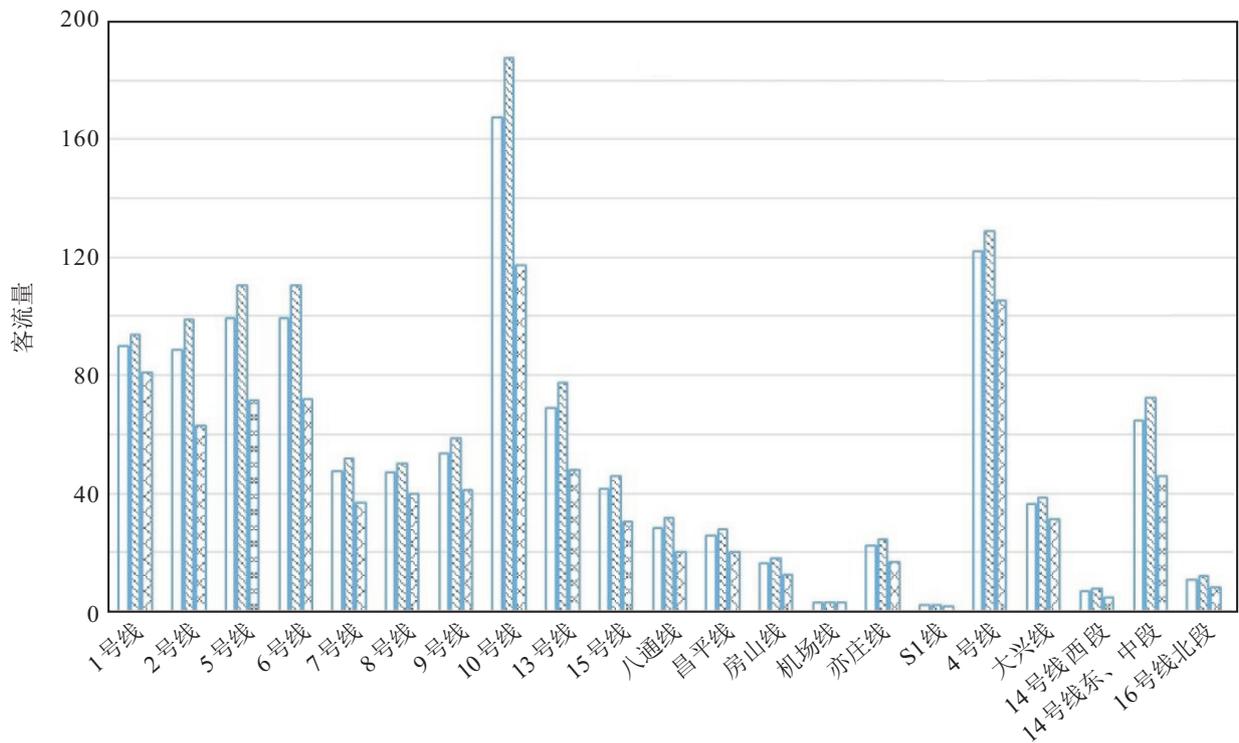


图5 各线路客流平均值对比

表 1 实际客流量和荷载客流量

	运营时长/min	高峰时间/min	非高峰/min	发车次数	单次荷载人数	日额定荷载量/万人	日均实际客流量/万人
1 号线	1 100	390	710	638	1 380	88.087	93.580
2 号线	1 025	390	635	674	1 356	91.394	99.026
5 号线	1 071	390	681	619	1 424	88.146	110.334
6 号线	1 037	390	647	497	1 960	97.412	110.288
7 号线	1 065	390	675	446	2 766	123.364	51.976
8 号线	1 074	390	684	488	1 460	71.248	50.022
9 号线	1 060	390	670	527	1 440	75.825	58.526
10 号线	1 015	390	625	702	1 440	101.160	187.568
13 号线	1 027	390	637	544	1 428	77.631	77.382
15 号线	1 001	390	611	401	1 440	57.704	45.998
八通线	1 060	390	670	466	1 416	65.986	31.704
昌平线	1 055	390	665	286	1 460	41.184	27.648
房山线	1 038	390	648	303	1 440	43.632	18.036
机场线				96	230	4.416	3.116
亦庄线	1 040	390	650	484	1 440	69.696	24.284
S1 线	1 055	390	665	251	900	22.582	2.176
4 号线	1 088	390	698	642	1 408	90.394	128.84
大兴线	1 034	390	644	615	1 409	86.654	38.62
14 号线西段	1 015	390	625	382	2 580	98.470	7.66
14 号线东、中段	1 015	390	625	382	2 580	98.470	72.22
16 号线北段	1 015	390	625	348	2 480	86.304	11.9

3.2 北京地铁网络控制站点选取

本节在北京地铁网络(图4)的基础上,对比分析 3 种情况下控制站点的选择情况: 1) 现行根据经验选择限流站; 2) 不考虑乘客的客流信息, 站点间连接无权重时限流站; 3) 考虑客流信息, 将负载系数作为边权重时限流站. 现行常态化限流站是地铁公司于 2018 年 11 月最新调整的常态化限流车站, 根据经验选择 93 个站点, 占有站点总数的 29.5%, 主要分布于 1 号线、4 号线、5 号线、6 号线、10 号线、13 号线以及八通线, 详见表 2.

按照网络能控性理论(引理 2) 选择站点并计算能控性矩阵的秩 $\text{rank}[A, B] = 285 < N = 315$ 不满足秩条件, 表明选择的站点作为控制节点按照能控性理论并不能使北京地铁网络实现完全能控.

不考虑客流信息站点间连接权重相同时, 按照 Liu 等^[3] 提出的寻找最大匹配方法(式(3)) 计算驱动节点数, $N_D = 39$, 表明需要控制至少 39 个站点能实现北京地铁网络完全能控. 这些站点分布于仅有 5 个节点与现行常态化限流车站重合, 其中 17 个节点在客流较大或超载的线路上, 见表 2.

考虑客流信息将负载系数作为边权重, 由表 1 中实际客流与荷载客流的关系计算出网络的负载系数, 网络的负载系数分布如图 6 所示.

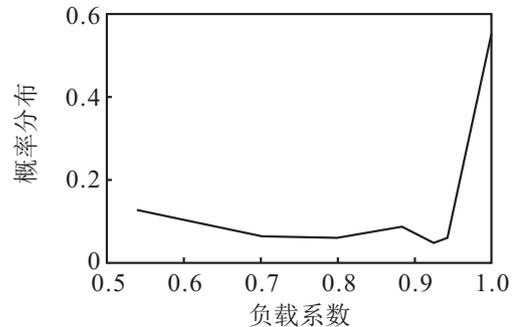


图 6 负载系数分布

由图 6 可见, 负载系数为 1 的线路站约占 55%, 表明北京地铁网络中 55% 的线路没有超过额定荷载. 负载系数小于 1 表明线路存在超负荷运行的情况, 负载系数越小, 超负荷情况越严重. 负载系数最小为 0.54, 位于 10 号线, 表明 10 号线客流量较大, 约超出其负载能力的 50%, 4 号线的负载系数为 0.72, 超载情况也较为严重, 1 号线、2 号线、5 号线、6 号线的负载系数基本分布在 [0.8, 0.9] 区间内, 这 4 条线路的超载情况很小. 采用本文寻找驱动节点辨识算法计算出驱动节点的数量与不考虑客流信息时相同, 也是需要控制 39 个站点, 其中选择的驱动节点中有 11 个与现行常态化限流车站相同, 29 个站点在客流量超载的线路上.

表2 现行常态化限流车站与不同权重下限流车站选取对比

地铁线路	常态化限流车站	无权重网络限流站	权重为负载系数网络限流站
1号线	苹果园、四惠东、四惠、八宝山、八角游乐园、复兴门、永安里	苹果园	苹果园、四惠
2号线	朝阳门	北京站、长椿街	阜成门、北京站、积水潭
4号线	宣武门、菜市口、陶然亭、北京南站、马家堡、角西门、公益西桥、新宫、西红门、高米店北、高米店南、枣园、清源路、黄村西大街、黄村火车站、义和庄、生物医药基地、天宫院	天宫院、灵境胡同、动物园	天宫院、灵境胡同、动物园、新街口、安河桥北、陶然亭
5号线	天通苑北、天通苑、天通苑南、立水桥、立水桥南、北苑北路、惠新西街北口、惠新西街南口、大屯路东、东四、东单、崇文门、蒲黄榆、刘家窑、宋家庄	天通苑北、天坛东门	天通苑北、立水桥南、惠新西街北口、天坛东门、刘家窑
6号线	朝阳门、呼家楼、金台路、十里堡、青年路、褡裢坡、黄渠、常营、草房、物资学院路、通州北关、北运河西	北海北	十里堡
7号线	磁器口、菜市口	广渠门内	湾子、桥湾
8号线	回龙观大街	中国美术馆、天桥	中国美术馆、森林公园南门、木樨园
10号线	双井、劲松、亮马桥、三元桥、国贸、金台夕照、北土城、团结湖、十里河、潘家园	1金台夕照、安贞门、健德门、苏州街、西钓鱼台、莲花桥、角门东	潘家园、金台夕照、太阳宫、安贞门、健德门、知春里、苏州街、西钓鱼台、莲花桥、角门东
9号线	北京西站、六里桥东、丰台科技园	郭公庄、军事博物馆	郭公庄
13号线	上地、霍营、回龙观、龙泽、五道口、知春路	大钟寺、五道口、北苑	
14号线	金台路、望京、将台	张郭庄、景泰、方庄、北工大西门、朝阳公园	张郭庄、东湖渠
15号线		清华东路西口、安立路、关庄、望京东	清华东路西口
八通线	通州北苑、果园、梨园、临河里、九棵树、传媒大学、管庄、八里桥、双桥	临河里	
昌平线	西二旗、朱辛庄、生命科学园、沙河、沙河高教园	昌平西山口	昌平西山口
亦庄线	旧宫	亦庄火车站	亦庄火车站
房山线			
机场线		T2、T3航站楼	

现行限流站的选择不考虑客流信息站点间连接权重选择,考虑客流信息将负载系数作为边权重,3种情况下分别选取控制节点作为限流站点分布在各条线路的数量如图7所示.图中,每条线路3个柱状图由左至右依次为现行常态化限流站数量、无权重网络限流站数量、负载系数为权重网络限流站数量.现行常态化限流站点数量较多,共93个,不考虑客流信息站点间连接无权重,考虑客流信息将负载系数作为边权重时选择的限流站点共39个,相对较少.将负载系数作为边权重时选择的限流站点在各个线路上的数量分布与常态化限流车站的分布更接近.

通过结果对比可以看出,常态化限流车站共有

93个,用驱动节点辨识算法选择出的最小驱动界定数量为39,控制成本降低.考虑负载系数为网络权重时,选择出的限流车站与常态化限流车站重合度更高,且更集中于常态化限流车站较多的线路及超载线路上,符合实际情况.即负载系数可以在保证系统可控的前提下,最大程度地选择出超负载能力的车站,表明以负载系数作为权重的改进模型在辨识驱动节点(限流站的选择)具有更好的效果.实际限流车站的选取主要依靠经验,综合考虑客流量和车站的承载能力,当考虑整个网络能控性时,按照负载系数模型构建网络选择限流站的方法能够为实际限流车站的选取提供有效的参考.

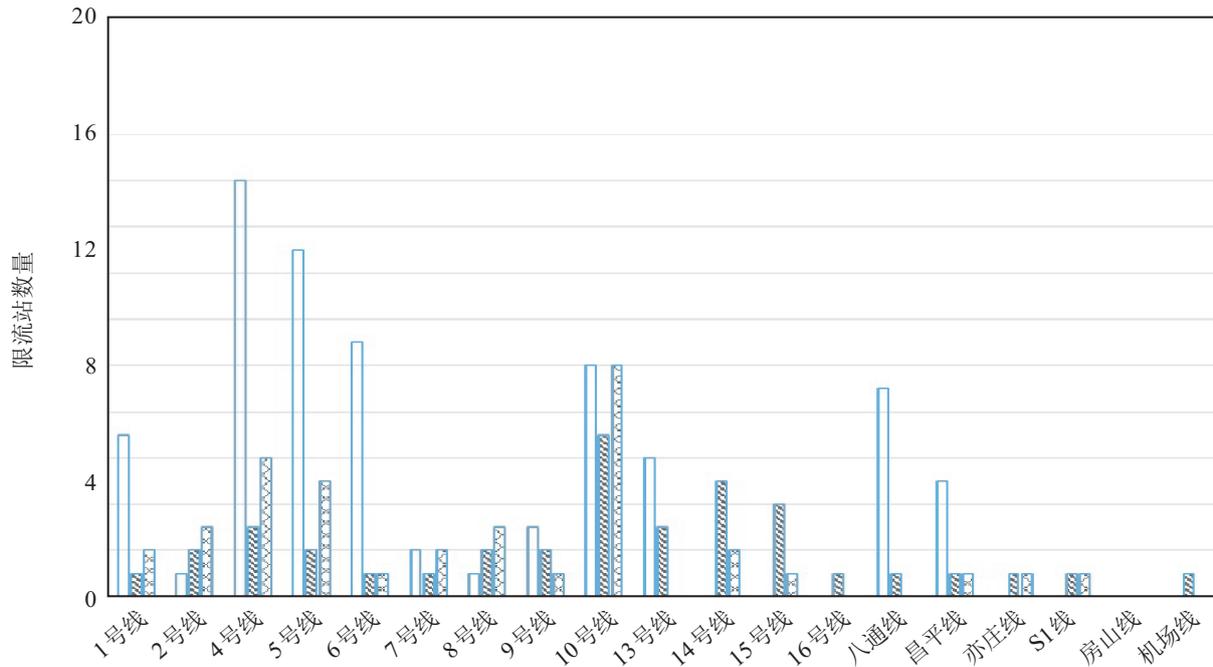


图7 各线路限流站数量对比

4 结论

本文建立了轨道交通网络模型,将客流信息引入模型,通过应用负载系数作为网络边权重来分析轨道交通网络的能控性问题,并给出了轨道交通网络控制节点的辨识方法.应用此模型分析了北京地铁网络的控制节点选择(限流站点选择)问题,采用的数据均真实有效.研究发现,现行常态化限流车站的选择使得网络不可控,且选择的限流站点较多,成本较高.应用负载系数作为权重选择的限流站点不仅能够使网络完全能控,选择的驱动节点数量更少,成本较低.与不考虑权重模型相比控制站点数量相同,选择出的控制站点更多地集中在客流较大超过理论负载上限的线路上,与现行限流方案一致的站点更多,表明本文提出的方法可以为有效找出交通网络的控制站点(即需要采取限流措施的站点)提供参考方法.

本文采用的客流数据均根据全天线路客流数据平均值计算所得,并未考虑特定时间段(如高峰时段或平峰时间段)的客流变化情况,是一个基于全天客流情况的研究,如果对各个站点分时段的客流进行计算,则此方法可以更为合理地提供高峰期限流站点的选择.

参考文献(References)

- [1] Xu X Y. Passenger flow control with multi-station coordination in subway networks: Algorithm development and real-world case study[J]. *Transport Metrica B*, 2019, 7(1): 446-472.
- [2] 赵鹏, 姚向明, 禹丹丹. 高峰时段城市轨道交通线路

客流协调控制[J]. *同济大学学报: 自然科学版*, 2014, 42(9): 1340-1346.

(Zhao P, Yao X M, Yu D D. Cooperative passenger inflow control of urban mass transit in peak hours[J]. *Journal of Tongji University: Natural Science*, 2013, 42(9): 1340-1346.)

- [3] Liu Y Y, Slotine J J, Barabási A L. Controllability of complex networks[J]. *Nature*, 2011, 473(7346): 167-173.
- [4] Yuan Z Z, Zhao C, Di Z R, et al. Exact controllability of complex networks[J]. *Nature Communications*, 2013, 4(1): 2447-2485.
- [5] Chin S P, Cohen J, Albin A, et al. A mathematical analysis of network controllability through driver nodes[J]. *IEEE Transactions on Computational Social Systems*, 2017, 4(2): 40-51.
- [6] Zhao C, Zeng A, Jiang R, et al. Controllability of flow-conservation networks[J]. *Physical Review E: Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2017, 96(1): 012314.
- [7] Song K, Li G, Chen X, et al. Target controllability of two-layer multiplex networks based on network flow theory[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, DOI: 10.1109/TCYB.2019.2906700.
- [8] Menara T, Bassett D S, Pasqualetti F. Structural controllability of symmetric networks[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(9): 3740-3747.
- [9] Latora V, Marchiori M. Is the Boston subway a small-world network?[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2002, 314(1): 109-113.

- [10] Seaton K A, Hackett L M. Stations, trains and small-world networks[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2003, 339(3): 635-644.
- [11] 冯佳, 许琦, 李夏苗, 等. 城市轨道交通系统网络复杂性研究[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2017, 17(6): 242-247.
(Feng J, Xu Q, Li X M, et al. Complex network study on urban rail transit systems[J]. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 2017, 17(6): 242-247.)
- [12] Lee K, Jung W S, Park J S, et al. Statistical analysis of the metropolitan seoul subway system: Network structure and passenger flows[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2008, 387(24): 6231-6234.
- [13] Meng X L, Xiang W L, Wang L. Controllability of train service network[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, 2015(4): 1-8.
- [14] Zeng L, Liu J, Qin Y, et al. A passenger flow control method for subway network based on network controllability[J]. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2018, 2018: 1-12.
- [15] Yang X H, Chen G, Chen S Y, et al. Study on some bus transport networks in China with considering spatial characteristics[J]. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 2014, 69: 1-10.
- [16] 畅明肖, 赵阿群, 吕禄明. 基于复杂网络的轨道交通网络结构特性研究[J]. *计算机系统应用*, 2017, 26(2): 254-259.
(Chang M X, Zhao A Q, Lv L M. Research on structural characteristics of urban rail transit network based on complex network theory[J]. *Computer Systems & Applications*, 2017, 26(2): 254-259.)
- [17] Zhang J, Zhao M, Liu H, et al. Networked characteristics of the urban rail transit networks[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2013, 392(6): 1538-1546.
- [18] Kalman R E. Mathematical description of linear dynamical systems[J]. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, 1963, 1(2): 152-192.
- [19] 王立夫, 赵云康, 段乐, 等. 割点失效对复杂网络可控性的影响[J]. *控制与决策*, 2019, 34(11): 2310-2316.
(Wang L F, Zhao Y K, Duan L, et al. Effect of cut vertexes-removal on controllability of complex networks[J]. *Control and Decision*, 2019, 34(11): 2310-2316.)
- [20] Lin C T. Structural controllability[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, 19(3): 201-208.
- [21] Commault C, Woude J V D. A Classification of nodes for structural controllability[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(9): 3877-3882.
- [22] Liu R, Li S, Yang L. Collaborative optimization for metro train scheduling and train connections combined with passenger flow control strategy[J]. *Omega*, 2019, DOI: 10.1016/j.omega.2018.10.020.
- [23] 陈峰, 吴奇兵, 张慧慧, 等. 北京地铁1号线车站设施与客流关系分析[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2009, 9(2): 93-98.
(Chen F, Wu Q B, Zhang H H, et al. Relationship analysis on station capacity and passenger flow: A case of Beijing subway line 1[J]. *Journal of Transportation on Systems Engineering and Information Technology*, 2009, 9(2): 93-98.)
- [24] Kuhn H W. The Hungarian method for the assignment problem[J]. *Naval Research Logistics*, 1955, 2(1/2): 83-97.
- [25] Munkres James. Algorithms for the assignment and transportation problems[J]. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 1957, 5(1): 32-38.
- [26] 北京地铁公司. 官方网站客流信息[EB/OL]. (2019-04-11)[2019-07-15]. <https://www.bjsubway.com/support/cxyd/klxx>.
(Beijing Metro Corporation. Passenger flow information on official website[EB/OL]. (2019-04-11)[2019-07-15]. <https://www.bjsubway.com/support/cxyd/klxx>.)
- [27] 京港地铁微博. 官方网站客流信息[EB/OL]. (2019-03-12)[2019-07-15]. <https://weibo.com/bjmtr>.
(Jinggang Metro Weibo. Passenger flow information on the official website[EB/OL]. (2019-03-12)[2019-07-15]. <https://weibo.com/bjmtr>.)

作者简介

王立夫(1980—), 男, 副教授, 博士, 从事复杂网络、同步控制、能控性、交通网络等研究, E-mail: wlfkz@qq.com;

朱枫(1995—), 女, 硕士生, 从事复杂网络、能控性、交通网络的研究, E-mail: 1174751450@qq.com;

郭戈(1972—), 男, 教授, 博士生导师, 从事网联车辆协同控制、智能交通系统、共享出行系统优化与控制等研究, E-mail: geguo@yeah.net;

赵国涛(1996—), 男, 硕士生, 从事复杂网络、能控性的研究, E-mail: 1723108695@qq.com.

(责任编辑: 郑晓蕾)