

控制与决策

Control and Decision

十字形二维稀疏混合MIMO相控阵雷达收发阵列设计

王布宏, 刘巧鸽, 刘帅琦, 李夏, 程天昊, 沈海鸥

引用本文:

王布宏, 刘巧鸽, 刘帅琦, 等. 十字形二维稀疏混合MIMO相控阵雷达收发阵列设计[J]. *控制与决策*, 2020, 35(12): 2875–2882.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0221>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

阴影条件下基于迁移强化学习的光伏系统最大功率跟踪

Transfer reinforcement learning based maximum power point tracker of PV systems under partial shading condition

控制与决策. 2020, 35(12): 2939–2949 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0412>

一种高匹配性的多层代价地图生成算法

A high matching layered costmap generation algorithm

控制与决策. 2020, 35(12): 2883–2888 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.0721>

FMM与改进GBNN模型相结合的多AUV实时围捕算法

Multi-AUV real-time hunting control based on FMM and improved GBNN model

控制与决策. 2020, 35(12): 2845–2854 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0393>

基于SRCSAC评价框架挖掘的跨语言查询译后扩展

Cross language query post-translation expansion based on the SRCSAC evaluation framework mining

控制与决策. 2020, 35(11): 2787–2796 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1647>

一种基于稀疏系数匹配学习的图像去雾算法

An image dehazing method based on learning framework with sparse coefficient matching

控制与决策. 2020, 35(11): 2797–2802 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1764>

十字形二维稀疏混合 MIMO 相控阵雷达收发阵列设计

王布宏¹, 刘巧鹤^{1†}, 刘帅琦², 李 夏¹, 程天昊¹, 沈海鸥³

(1. 空军工程大学信息与导航学院, 西安 710077; 2. 中国人民解放军 93995 部队, 西安 710306;
3. 中国人民解放军 95486 部队, 成都 610043)

摘要: 针对二维混合多输入多输出 (MIMO) 相控阵雷达发射子阵分割带来的自由度损失进而影响雷达系统参数估计性能的问题, 提出一种基于十字阵的二维稀疏混合 MIMO 相控阵雷达收发阵列设计方法. 首先, 结合稀疏阵列-共轭嵌套阵对混合 MIMO 相控阵雷达的收发端进行稀疏设计; 其次, 对混合 MIMO 相控阵雷达产生的合阵进行做差处理, 得到阵元位置差的差异阵列; 最后, 通过空间平滑处理进行波达方向估计. 仿真实验表明, 相较于传统的二维混合 MIMO 相控阵雷达, 所提出方法仅利用两个互相垂直的一维线阵便可形成阵列的二维平面扩展, 同时, 在不增加阵元个数的前提下可有效扩展雷达阵列虚拟阵元数目, 提高阵列的自由度以及波达方向估计性能.

关键词: 混合 MIMO 相控阵雷达; 十字形阵; 稀疏阵列; 共轭嵌套阵列; 自由度; 波达方向估计

中图分类号: TN820

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.0221

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 王布宏, 刘巧鹤, 刘帅琦, 等. 十字形二维稀疏混合 MIMO 相控阵雷达收发阵列设计 [J]. 控制与决策, 2020, 35 (12): 2875-2882.

Joint design of transceiver array for cross-shaped two-dimensional sparse hybrid MIMO phased array radar

WANG Bu-hong¹, LIU Qiao-ge^{1†}, LIU Shuai-qi², LI Xia¹, CHENG Tian-hao¹, SHEN Hai-ou³

(1. School of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China; 2. People's Liberation Army 93995 Troops, Xi'an 710306, China; 3. People's Liberation Army 95486 Troops, Chengdu 610043, China)

Abstract: Aiming at the problem of the loss of degree of freedom caused by the transmitting array partitioning of two-dimensional hybrid multiple input multiple output (MIMO) phased array radar and its influence on the parameter estimation performance of radar system, the design of a transceiver array for two-dimensional hybrid MIMO phased array radar based on a cross array is proposed. Firstly, a sparse array-conjugated nested array is introduced into the design of the transceiver array of hybrid MIMO phased array radar. Then, the coarray generated by the hybrid MIMO phased array radar is processed to obtain the difference coarray of the position difference of the array elements. The difference coarray is finally subjected to spatial smoothing processing to estimate the direction of arrival. Simulation experiments show that compared with the traditional two-dimensional hybrid MIMO phased array radar, the proposed radar can form two-dimensional planar array expansion by two mutually perpendicular one-dimensional linear arrays, and does not increase the number of array elements. Under the premise, the number of virtual array elements of the radar array can be effectively expanded, and the degree of freedom of the array can be improved to improve the estimation performance of the direction of arrival.

Keywords: hybrid MIMO phased array radar; cross array; sparse array; conjugate nested array; degree of freedom; direction of arrival estimation

0 引言

近年来,随着混合 MIMO 相控阵雷达^[1-3]概念的提出,越来越多的学者致力于这方面的研究.其本质是在相干 MIMO 雷达^[4-5]的基础上,对发射阵列进行合理的子阵分割,使得子阵内发射相干信号,子阵之

间发射相互正交的信号,从而既保留了 MIMO 雷达的波形分集增益,又兼具相控阵雷达^[6-7]相干处理增益的优势.

然而,发射端子阵分割在带来相控阵雷达相干处理增益的同时,会造成混合 MIMO 相控阵雷达自由

收稿日期: 2019-02-28; 修回日期: 2019-05-19.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61671465, 61871396).

†通讯作者. E-mail: 18829292513@163.com.

度的损失,而自由度是衡量雷达性能的一个重要参数.更多的自由度可以用来对抗更多的干扰,估计出更多目标的来向^[8].因此,如何在保留混合MIMO相控阵雷达优势的前提下提高自由度,成为一个制约混合MIMO相控阵雷达发展的问题.

目前,学术界关于这个问题的研究大都集中于利用混合MIMO相控阵雷达接收阵列的稀疏优化提高自由度,对于提高自由度更有效的方法——收发阵列的联合稀疏优化设计则未见相关报道.造成这一现象的原因是,发射端子阵分割的存在给发射端阵列结构设计造成了一定的困难,尤其是对于二维混合MIMO相控阵雷达这种结构设计更为复杂的雷达系统.文献[9-10]中仅作为接收阵列的十字形阵列降低收发阵列稀疏优化设计的复杂度提供了新思路,基于此,本文初步提出一种新的十字形阵的横轴线阵作为二维混合MIMO相控阵雷达的发射端,纵轴线阵作为接收端的十字形二维混合MIMO相控阵雷达.最终十字形二维混合MIMO相控阵雷达所形成的虚拟阵列为一个二维面阵,从而达到利用两个线阵便可形成二维混合MIMO相控阵雷达的目的.这种通过两个互相垂直放置的一维线阵来形成二维平面的阵元扩展,不仅可以实现利用较少的阵元形成较高的孔径扩展,大大降低雷达硬件成本,而且因为收发端由传统的面阵降为线阵使得收发端的阵列稀疏优化复杂度有所降低.

目前,关于阵列稀疏优化学术界已有大量文献研究,如:文献[11]基于遗传算法对实际阵元位置分布进行稀疏,达到了提高阵列自由度的目的;文献[12-13]提出的最小冗余阵,可以在给定实际阵元个数的情况下得到具有更大虚拟孔径的均匀线阵,提高了阵列自由度,但是,阵元位置以及自由度不具有闭合表达式,且需要通过复杂的算法才能得到,造成了计算量过大的问题,不便于实际应用研究;文献[14-15]提出的互质阵列,可以在实际阵元个数相等的情况下相比于均匀线阵得到更多的自由度,且无需应用复杂算法,大大降低了计算量,但是,其虚拟阵列不是均匀线阵,会对后续波达方向(direction of arrival, DOA)估计产生影响,使得空间平滑多重信号分类(multiple signal classification, MUSIC)算法估计误差急剧增大.针对以上方法存在的问题,文献[16]提出的共轭嵌套阵列,通过计算接收信号的二阶统计量,可以实现在仅有 K 个实际阵元的情况下获得 $O(K^2)$ 的自由度,且阵元位置以及自由度具有闭合表达式,虚拟阵列是一个均匀线阵,在降低计算复杂

度的情况下,还可以应用空间平滑MUSIC算法进行DOA估计.

基于以上分析,本文在发射端采取不重叠的均匀子阵分割^[1]方式基础上,将共轭嵌套阵列引入十字形二维混合MIMO相控阵雷达的收发端,并对形成的虚拟阵列进行做差处理,得到一个具有更大孔径的虚拟阵元均匀分布的差异阵列,即本文提出的雷达-十字形二维稀疏混合MIMO相控阵雷达,从而实现大幅度提高阵列自由度的同时兼顾硬件成本的目的,这对于推进雷达的实际应用具有一定的理论研究意义.

本文首先介绍共轭嵌套阵列的数据模型;其次,结合共轭嵌套阵列数据模型对十字形二维稀疏混合MIMO相控阵雷达的信号模型进行推导;再次,通过对十字形二维稀疏混合MIMO相控阵雷达的合阵做差处理得到虚拟的差异阵列,并推导差异阵列的阵列流形;最后,推导出利用空间平滑MUSIC算法对差异阵列进行DOA估计的过程.仿真实验验证了本文所提出雷达的性能优势.

1 共轭嵌套阵列模型

与嵌套阵列^[17]结构类似,由 K 个阵元组成的共轭嵌套阵列如图1所示,其为两个均匀线阵的组合,这两个均匀线阵分别由阵元间距为 d 的 K_1 个阵元以及阵元间距为 K_1d 的 K_2 个阵元组成,并且这两个均匀线阵共用序号为 K_2 的阵元.图1中:阵元上方的数字表示阵元序号;下方的数字表示以序号 K_2 的阵元为参考点,其余阵元相对于参考点的阵元位置.

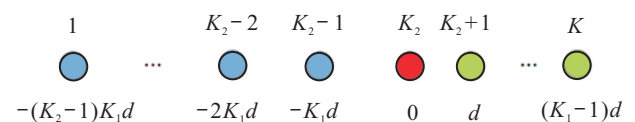


图1 共轭嵌套阵列结构

从图1可以很明显得出阵元总数为

$$K = K_1 + K_2 - 1, \quad (1)$$

孔径长度为

$$L = (K_2 - 1)K_1d + (K_1 - 1)d = (K_1K_2 - 1)d. \quad (2)$$

根据差集阵列的对称特性^[17],共轭嵌套阵列的自由度为

$$D_M = 2\frac{L}{d} + 1 = 2K_1K_2 - 1. \quad (3)$$

在阵元总数固定为 $K = K_1 + K_2 - 1$ 的情况下,与式(3)联合,通过算术-几何平均不等式可以得到使得自由度取最大值的 K_1 和 K_2 ,如表1所示.

表1 共轭嵌套阵列 K_1 和 K_2 的最优取值与自由度

阵元总数 K	K_1 、 K_2 的最优值	自由度
偶数	$K_1 = \frac{1}{2}K, K_2 = \frac{1}{2}(K + 2)$	$\frac{K^2 - 2}{2} + K$
奇数	$K_1 = K_2 = \frac{1}{2}(K + 1)$	$\frac{K^2 - 1}{2} + K$

2 十字形二维稀疏混合MIMO相控阵雷达信号模型

一个典型的十字形二维稀疏混合MIMO相控阵雷达如图2所示。

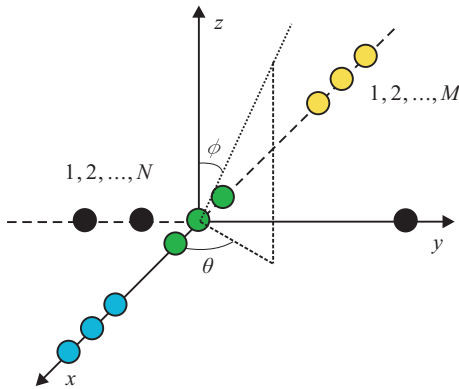


图2 十字形二维稀疏混合MIMO相控阵雷达

该雷达由分别位于 x 轴上的 M 个发射阵元以及 y 轴上的 N 个接收阵元组成, x 轴上不同颜色的圆点代表不同的子阵, θ 和 ϕ 分别表示俯仰角和方位角.其基本思想是先对 x 轴的发射阵作不重叠的均匀子阵分割,子阵分割数目为 $K(1 \leq K \leq M)$,所有子阵包含相同数目 $M_K = M/K$ 的阵元,随后,将 K 个子阵以每个子阵中心阵元作为等效发射子阵,按照具有更大最小子阵间距 M_K 的共轭嵌套阵形式排列,子阵内阵元间隔 d 为半波长. K 个等效发射子阵的位置(即子阵中心阵元的位置)表示为

$$\{p_{T,k}\} = \{t_k d \cdot M_K | k = 1, 2, \dots, K\}, \quad (4)$$

其中 $\{t_k d\}_{k=1}^K$ 表示共轭嵌套阵列阵元位置.

K 个子阵的发射信号集表示为 $\varphi(t) = [\varphi_1(t) \dots \varphi_K(t)]^T$,其满足正交条件,即 $\int_T \varphi(t) \varphi^H(t) dt = \mathbf{I}_K$.其中: T 为雷达脉冲宽度, \mathbf{I}_K 是大小为 $K \times K$ 的单位矩阵, $(\cdot)^T$ 代表矩阵的转置, $(\cdot)^H$ 代表Hermitian转换.引入由0和1组成的 $M \times 1$ 维矢量 \mathbf{P}_k 来表示第 k 个子阵包含的阵元位置.其中:0表示阵元不在该子阵内,1表示该子阵包含这个位置的阵元.因此,矢量 \mathbf{P}_k 定义了第 k 个子阵,其发射导向矢量可以表示为

$$\alpha_k(\theta, \phi) = \mathbf{P}_k \odot \alpha(\theta, \phi). \quad (5)$$

其中: \odot 表示Hadamand乘积,且

$$\alpha(\theta, \phi) = \left[e^{j2\pi \left(M_K t_1 - \frac{M_K - 1}{2} \right) d \sin \theta \cos \phi} \dots \right]$$

$$\begin{aligned} & e^{j2\pi \left(M_K t_1 + \frac{M_K - 1}{2} \right) d \sin \theta \cos \phi} \dots \\ & e^{j2\pi \left(M_K t_K - \frac{M_K - 1}{2} \right) d \sin \theta \cos \phi} \dots \\ & e^{j2\pi \left(M_K t_K + \frac{M_K - 1}{2} \right) d \sin \theta \cos \phi} \end{aligned} \Big]^T \quad (6)$$

是发射阵列对处于空间 (θ, ϕ) 方位目标的 $M \times 1$ 维发射导向矢量.第 k 个子阵的发射波束为

$$\mathbf{s}_k(t) = \sqrt{\frac{M}{K}} \mathbf{w}_k \varphi_k(t), \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (7)$$

其中 \mathbf{w}_k 表示第 k 个子阵的 $M \times 1$ 维发射权值矢量.

发射信号经过处于空间 (θ, ϕ) 方向的目标反射之后得到的信号为

$$\begin{aligned} r(t, \theta, \phi) = & \sqrt{\frac{M}{K}} \beta(\theta, \phi) \sum_{k=1}^K \mathbf{w}_k^H \alpha_k(\theta, \phi) e^{-j\tau_k(\theta, \phi)} \varphi_k(t). \end{aligned} \quad (8)$$

其中: $\beta(\theta, \phi)$ 是目标的反射系数, $\tau_k(\theta, \phi)$ 是回波到达第 k 个子阵的第1个阵元相对于到达发射阵的第1个阵元的时延.

引入 $K \times 1$ 维的发射相干处理增益矢量

$$\begin{aligned} \mathbf{c}(\theta, \phi) = & [\mathbf{w}_1^H \alpha_1(\theta, \phi) \dots \mathbf{w}_K^H \alpha_K(\theta, \phi)]^T = \\ & [c_1(\theta, \phi) \dots c_K(\theta, \phi)]^T, \end{aligned} \quad (9)$$

$K \times 1$ 维的波形分集矢量

$$\mathbf{d}(\theta, \phi) = [e^{-j\tau_1(\theta, \phi)} \dots e^{-j\tau_K(\theta, \phi)}]^T, \quad (10)$$

因而式(8)又可以表示为

$$r(t, \theta, \phi) = \sqrt{\frac{M}{K}} \beta(\theta, \phi) (\mathbf{c}(\theta, \phi) \odot \mathbf{d}(\theta, \phi))^T \varphi(t). \quad (11)$$

为了进一步对虚拟阵列进行扩展,提高阵列的自由度,将 y 轴接收阵的 N 个阵元同样按照共轭嵌套阵的形式排列,最小阵元间距 d 为半波长,如图2所示,则接收阵元的位置可以表示为

$$\{p_{R,n}\} = \{r_n d | n = 1, 2, \dots, N\}. \quad (12)$$

接收导向矢量表示为 $N \times 1$ 维的 $\mathbf{b}(\theta, \phi)$,则雷达接收端接收到的信号为

$$\mathbf{x}(t) = r(t, \theta, \phi) \mathbf{b}(\theta, \phi) + \mathbf{n}(t), \quad (13)$$

其中 $\mathbf{n}(t)$ 代表零均值的高斯白噪声矢量.通过将 $\mathbf{x}(t)$ 与信号波形 $\{\varphi_k(t)\}_{k=1}^K$ 进行匹配滤波,可以得到 $KN \times 1$ 维的接收数据矢量

$$\mathbf{y} = [\mathbf{x}_1^T \dots \mathbf{x}_K^T]^T = \sqrt{\frac{M}{K}} \beta(\theta, \phi) \mathbf{u}(\theta, \phi) + \tilde{\mathbf{n}}. \quad (14)$$

其中: $KN \times 1$ 维的矢量

$$\mathbf{u}(\theta, \phi) = (\mathbf{c}(\theta, \phi) \odot \mathbf{d}(\theta, \phi)) \otimes \mathbf{b}(\theta, \phi) =$$

$$\begin{aligned}
& (c_1(\theta, \phi)e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M_K t_1 d \sin \theta \cos \phi + r_1 d \sin \theta \sin \phi)} \dots \\
& c_1(\theta, \phi)e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M_K t_1 d \sin \theta \cos \phi + r_N d \sin \theta \sin \phi)} \dots \\
& c_K(\theta, \phi)e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M_K t_K d \sin \theta \cos \phi + r_1 d \sin \theta \sin \phi)} \dots \\
& c_K(\theta, \phi)e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M_K t_K d \sin \theta \cos \phi + r_N d \sin \theta \sin \phi)})^T \quad (15)
\end{aligned}$$

是十字形二维稀疏混合MIMO相控阵雷达的虚拟导向矢量,符号 \otimes 表示Kronecker乘积, $\tilde{\mathbf{n}}$ 是自相关矩阵为 $\mathbf{R}_n = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{KN \times KN}$ 的噪声矢量, σ_n^2 为噪声方差.

为了降低计算复杂度,本文采用传统的非自适应发射波束形成.因为每个子阵所含阵元个数相同,子阵内阵元间距相等,所以子阵孔径相等.此种情况下,权重矢量可以表示为

$$\mathbf{w}_k = \frac{\boldsymbol{\alpha}_k(\theta, \phi)}{\|\boldsymbol{\alpha}_k(\theta, \phi)\|}, k = 1, 2, \dots, K. \quad (16)$$

于是,式(9)的发射相干处理增益矢量可表示为

$$\begin{aligned}
\mathbf{c}(\theta, \phi) = & \left[\frac{\boldsymbol{\alpha}_1^H(\theta, \phi)\boldsymbol{\alpha}_1(\theta, \phi)}{\|\boldsymbol{\alpha}_1(\theta, \phi)\|} \dots \frac{\boldsymbol{\alpha}_K^H(\theta, \phi)\boldsymbol{\alpha}_K(\theta, \phi)}{\|\boldsymbol{\alpha}_K(\theta, \phi)\|} \right]^T = \\
& [\sqrt{M_K} \dots \sqrt{M_K}]^T. \quad (17)
\end{aligned}$$

将式(17)代入(15),得到

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}(\theta, \phi) = & (\mathbf{c}(\theta, \phi) \odot \mathbf{d}(\theta, \phi)) \otimes \mathbf{b}(\theta, \phi) = \\
& (\sqrt{M_K} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M_K t_1 d \sin \theta \cos \phi + r_1 d \sin \theta \sin \phi)} \dots \\
& \sqrt{M_K} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M_K t_1 d \sin \theta \cos \phi + r_N d \sin \theta \sin \phi)} \dots \\
& \sqrt{M_K} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M_K t_K d \sin \theta \cos \phi + r_1 d \sin \theta \sin \phi)} \dots
\end{aligned}$$

$$\mathbf{U} = \sqrt{M_K} \begin{bmatrix} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M_K t_1 d \sin \theta_1 \cos \phi_1 + r_1 d \sin \theta_1 \sin \phi_1)} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M_K t_1 d \sin \theta_Q \cos \phi_Q + r_1 d \sin \theta_Q \sin \phi_Q)} \\ \vdots & & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M_K t_1 d \sin \theta_1 \cos \phi_1 + r_N d \sin \theta_1 \sin \phi_1)} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M_K t_1 d \sin \theta_Q \cos \phi_Q + r_N d \sin \theta_Q \sin \phi_Q)} \\ \vdots & & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M_K t_K d \sin \theta_1 \cos \phi_1 + r_1 d \sin \theta_1 \sin \phi_1)} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M_K t_K d \sin \theta_Q \cos \phi_Q + r_1 d \sin \theta_Q \sin \phi_Q)} \\ \vdots & & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M_K t_K d \sin \theta_1 \cos \phi_1 + r_N d \sin \theta_1 \sin \phi_1)} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M_K t_K d \sin \theta_Q \cos \phi_Q + r_N d \sin \theta_Q \sin \phi_Q)} \end{bmatrix},$$

表示最初的虚拟阵列流形; $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1(\theta_1, \phi_1), \dots, \beta_Q(\theta_Q, \phi_Q)]^T$ 是信源反射系数矢量.根据文献[17]中求差异阵列的做差算法,构造 $\tilde{\mathbf{y}}$ 的协方差矩阵

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}} = & \mathbf{E}[\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}^H] = \\
& \mathbf{E}\left[\left(\mathbf{U}\boldsymbol{\beta} + \sqrt{\frac{K}{M}}\tilde{\mathbf{n}}\right)\left(\mathbf{U}\boldsymbol{\beta} + \sqrt{\frac{K}{M}}\tilde{\mathbf{n}}\right)^H\right] = \\
& \mathbf{U} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & & \\ & \sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma_Q^2 \end{bmatrix} \mathbf{U}^H + \frac{K}{M}\sigma_n^2 \mathbf{I}_{KN \times KN}. \quad (20)
\end{aligned}$$

$$\sqrt{M_K} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(M_K t_K d \sin \theta \cos \phi + r_N d \sin \theta \sin \phi)}]^T. \quad (18)$$

3 基于十字形二维稀疏混合MIMO相控阵雷达信号模型的差异阵列

第2节得到的十字形二维稀疏混合MIMO相控阵雷达的虚拟合阵不是一个均匀面阵,存在某些位置阵元的缺失,因此,会影响后续的DOA估计算法精度.针对以上问题,对十字形二维稀疏混合MIMO相控阵雷达的虚拟合阵进行做差处理,得到虚拟阵元均匀分布的差异阵列,这不只解决了虚拟合阵不是均匀面阵的问题,而且极大程度地扩展了阵列孔径,提高了阵列的自由度.差异阵列可通过求解接收信号矩阵的协方差矩阵得到.

假设有 Q 个信源,其空间位置表示为 $\{(\theta_q, \phi_q)\}_{q=1}^Q$,反射系数为 $\beta_q(\theta_q, \phi_q)$, $q = 1, 2, \dots, Q$,则式(14)的接收数据矢量可重写为

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{M}{K}} \sum_{q=1}^Q \beta_q(\theta_q, \phi_q) \mathbf{u}(\theta_q, \phi_q) + \tilde{\mathbf{n}}.$$

对这个式子两边同乘 $\sqrt{K/M}$,得到

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{y}} = & \sqrt{\frac{K}{M}} \mathbf{y} = \sum_{q=1}^Q \beta_q(\theta_q, \phi_q) \mathbf{u}(\theta_q, \phi_q) + \sqrt{\frac{K}{M}} \tilde{\mathbf{n}} = \\
& \mathbf{U}\boldsymbol{\beta} + \sqrt{\frac{K}{M}} \tilde{\mathbf{n}}. \quad (19)
\end{aligned}$$

其中

将式(20)矢量化,得到

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{y}} = & \text{vec}(\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{y}}\tilde{\mathbf{y}}}) = \\
& \text{vec}\left[\sum_{i=1}^Q \sigma_i^2 \mathbf{u}(\theta_i, \phi_i) \mathbf{u}^H(\theta_i, \phi_i)\right] + \frac{K}{M}\sigma_n^2 \mathbf{I} = \\
& (\mathbf{U}^* \oplus \mathbf{U})\mathbf{p} + \frac{K}{M}\sigma_n^2 \mathbf{I}. \quad (21)
\end{aligned}$$

其中: $(\cdot)^*$ 表示共轭;信源功率矢量 $\mathbf{p} = [\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_Q^2]^T$, $\mathbf{I} = [\mathbf{e}_1^T, \mathbf{e}_2^T, \dots, \mathbf{e}_N^T]^T$, \mathbf{I} 中元素 \mathbf{e}_i 代表第 i 个元素为1、其他元素都为0的列矢量;符号 \oplus 表示做Khatri-Rao乘积.新的差异阵列的虚拟阵列流形为

$$\mathbf{U}^* \oplus \mathbf{U} =$$

$$M_K = \begin{bmatrix} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[M_K(t_1-t_1)d \sin \theta_1 \cos \phi_1 + (r_1-r_1)d \sin \theta_1 \sin \phi_1]} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[M_K(t_1-t_1)d \sin \theta_Q \cos \phi_Q + (r_1-r_1)d \sin \theta_Q \sin \phi_Q]} \\ \vdots & & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[M_K(t_1-t_1)d \sin \theta_1 \cos \phi_1 + (r_N-r_1)d \sin \theta_1 \sin \phi_1]} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[M_K(t_1-t_1)d \sin \theta_Q \cos \phi_Q + (r_N-r_1)d \sin \theta_Q \sin \phi_Q]} \\ \vdots & & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[M_K(t_K-t_1)d \sin \theta_1 \cos \phi_1 + (r_1-r_1)d \sin \theta_1 \sin \phi_1]} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[M_K(t_K-t_1)d \sin \theta_Q \cos \phi_Q + (r_1-r_1)d \sin \theta_Q \sin \phi_Q]} \\ \vdots & & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[M_K(t_K-t_1)d \sin \theta_1 \cos \phi_1 + (r_N-r_1)d \sin \theta_1 \sin \phi_1]} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[M_K(t_K-t_1)d \sin \theta_Q \cos \phi_Q + (r_N-r_1)d \sin \theta_Q \sin \phi_Q]} \\ \vdots & & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[M_K(t_1-t_K)d \sin \theta_1 \cos \phi_1 + (r_1-r_N)d \sin \theta_1 \sin \phi_1]} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[M_K(t_1-t_K)d \sin \theta_Q \cos \phi_Q + (r_1-r_N)d \sin \theta_Q \sin \phi_Q]} \\ \vdots & & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[M_K(t_1-t_K)d \sin \theta_1 \cos \phi_1 + (r_N-r_N)d \sin \theta_1 \sin \phi_1]} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[M_K(t_1-t_K)d \sin \theta_Q \cos \phi_Q + (r_N-r_N)d \sin \theta_Q \sin \phi_Q]} \\ \vdots & & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[M_K(t_K-t_K)d \sin \theta_1 \cos \phi_1 + (r_1-r_N)d \sin \theta_1 \sin \phi_1]} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[M_K(t_K-t_K)d \sin \theta_Q \cos \phi_Q + (r_1-r_N)d \sin \theta_Q \sin \phi_Q]} \\ \vdots & & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[M_K(t_K-t_K)d \sin \theta_1 \cos \phi_1 + (r_N-r_N)d \sin \theta_1 \sin \phi_1]} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[M_K(t_K-t_K)d \sin \theta_Q \cos \phi_Q + (r_N-r_N)d \sin \theta_Q \sin \phi_Q]} \end{bmatrix}$$

从上式可以看出, 差异阵列的虚拟阵列流形 $U^* \oplus U$ 是一个 $K^2 N^2 \times Q$ 的矩阵, 而最初的虚拟阵列流形 U 是一个 $KN \times Q$ 的矩阵, 并且差异阵列的虚拟阵列流形中出现了阵元位置差, 这一变化表明阵列的有效孔径得到了大幅度的扩展. 同时, 由于共轭嵌套阵的差异阵列是一个均匀线阵, 本文所提出的雷达最终形成的差异阵列为一个均匀矩形面阵, 从 $U^* \oplus U$ 也可得出这一结论. 在阵列流形的变化中还可得出相干处理增益变大的结论, 每个发射子阵的相干处理增益由 $\sqrt{M_K}$ 变为了 M_K .

图3~图5展示了一个具有12个发射阵元、4个接收阵元、子阵个数为4的十字形二维稀疏混合MIMO相控阵雷达的实际阵元分布、虚拟合阵以及差异阵列的示例. 可以看出, 在收发端阵元总数为15的情况下(收发端共用了一个阵元, 所以阵元总数由

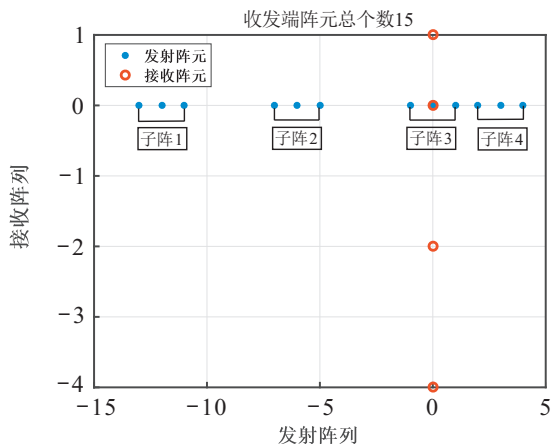


图3 十字形二维稀疏混合MIMO相控阵雷达实际阵元

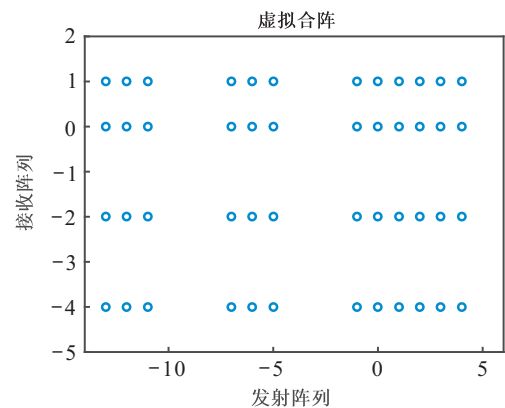


图4 十字形二维稀疏混合MIMO相控阵雷达的虚拟合阵

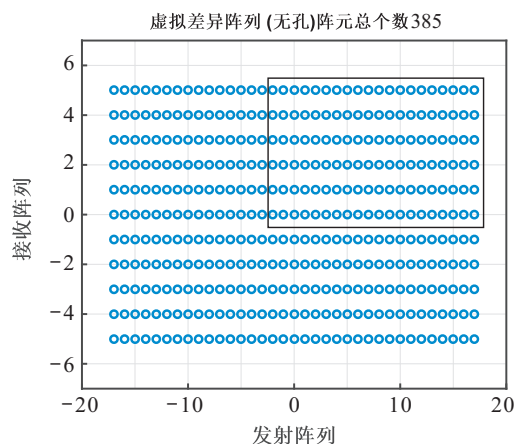


图5 十字形二维稀疏混合MIMO相控阵雷达的差异阵列 (16变为15), 通过对十字形二维稀疏混合MIMO相控阵雷达的虚拟合阵进行做差处理, 可以得到一个拥有385个虚拟阵元的差异阵列. 从这个例子可以看出, 利用两个线阵便可形成一个二维的均匀矩形面阵, 在降低硬件成本的基础上极大地扩展了阵列孔径.

4 空间平滑MUSIC算法

对接收信号进行做差处理后,差异阵列的等效信源被认为是相干信源,因此,本文先采用空间平滑算法对相干信源解相关,再应用MUSIC算法进行DOA估计,即空间平滑MUSIC算法^[18-19].

$U^* \oplus U$ 的列向量中存在大量的冗余元素,并且元素排列不连续,因此,会对DOA估计的效果产生较大的误差.去掉这些冗余元素,并且将元素按顺序排列,则新的虚拟阵列流形变为 $\left(\frac{K^2-2}{2} + K\right)\left(\frac{N^2-2}{2} + N\right) \times Q$ 维的矩阵 U^D ,而虚拟阵列包含 $\left\{M_K\left(\frac{K^2-2}{2} + K\right) + M_K - 1\right\}\left(\frac{N^2-2}{2} + N\right)$ 个阵元.于是,式(21)变为

$$\hat{y} = U^D p + \frac{K}{M} \sigma_n^2 I^D, \quad (22)$$

其中 I^D 为列矢量去除冗余元素对应位置后形成的列矢量.

经过做差处理后,虚拟阵元数目虽然有了大幅度增长,但接收信号协方差矩阵 \hat{y} 的秩变为1,等效于雷达单次快拍数据,因此,基于子空间的DOA估计算法不能使用.为了解决这个问题,本文首先应用空间平滑算法对式(22)进行处理以解决信号矩阵秩亏损的问题;其次,对得到的空间平滑协方差矩阵应用MUSIC算法进行DOA估计.具体做法如下.

将图5的差异阵列分成 $KK = \left(\frac{K^2}{4} + \frac{K}{2}\right) \times \left(\frac{N^2}{4} + \frac{N}{2}\right)$ 个满重叠的子阵列,每个子阵列包含 $\left[M_K\left(\frac{K^2}{4} + \frac{K}{2}\right) + M_K - 1\right]\left(\frac{N^2}{4} + \frac{N}{2}\right)$ 个虚拟阵元,且各子阵列的阵列流形相同,相邻子阵之间具有

相同的相位差.

取图5中黑色实线框内的子阵为虚拟流形矩阵 U_1^D ,可得空间平滑协方差矩阵为

$$\hat{R} = \frac{1}{\sqrt{KK}} (U_1^D R_{ss} U_1^{D*H} + \sigma_n^2 I) \left(\frac{K^2}{4} + \frac{K}{2}\right) \left(\frac{N^2}{4} + \frac{N}{2}\right), \quad (23)$$

其中 R_{ss} 为信源功率协方差矩阵.可以看出, \hat{R} 是一个满秩矩阵,因此,可对其作MUSIC谱来进行DOA估计.

5 计算机仿真

本节主要对所提出雷达的自由度增长以及DOA估计性能的提升进行仿真验证,实验均在高斯白噪声环境下进行.

5.1 实验1(自由度对比)

表2对比了二维混合MIMO相控阵雷达、二维MIMO雷达以及本文所提出雷达在发射阵元和接收阵元数目相同,并且本文所提出雷达与二维混合MIMO相控阵雷达子阵分割方式以及数目都相同的情况下,3种雷达最终得到的自由度.可以看出,混合MIMO相控阵雷达的自由度低于MIMO雷达的自由度,这是因为混合MIMO相控阵雷达发射端的子阵分割导致了自由度的损失.但本文所提出雷达的自由度在一定条件下却高于MIMO雷达和混合MIMO相控阵雷达的自由度,这是因为本文所提出的雷达在收发端引入共轭嵌套阵列的情况下,形成的差异阵列所带来的虚拟孔径的大幅扩展使得所提出的雷达不仅弥补了混合MIMO相控阵雷达自由度的损失,而且还在一定程度上超过了MIMO雷达的自由度.

表2 3种雷达自由度对比

雷达类别	发射阵元数目	子阵数目	接收阵元数目	自由度
传统二维混合MIMO相控阵雷达	M	K	N	$O(K)O(N)$
传统二维MIMO雷达	M	M	N	$O(M)O(N)$
本文所提出的雷达	M	K	N	$O(K^2)O(N^2)$

5.2 实验2(DOA估计性能对比)

为了验证收发端阵元稀疏形成的虚拟阵元数目扩展以及自由度增加对DAO估计性能的影响,在接收端阵元数目都为4、发射端阵元数目都为12、子阵个数都为4且子阵分割方式都为不重叠的均匀分割情况下,对本文所提出的雷达(图3所示)与收发端皆为均匀面阵的传统二维混合MIMO相控阵雷达以及收发端都为二维均匀线阵的十字形二维混合MIMO相控阵雷达的DOA估计性能进行比较,主要从可估计信源个数和DOA估计精度两个方面进行比较.这里采用的DOA估计算法为第4节的空间平滑MUSIC

算法.蒙特卡洛仿真次数为100,快拍数为500.

首先,假设空间存在位于 $(10i, 10i)(i = 1, 3, 5, 6, 7, 8)$ 的6个信源,信噪比设为10 dB.图6比较了上面所提3种雷达系统对这6个信源的空间谱估计.从图6可以看出,3种雷达系统都可以成功估计出这6个目标的空间位置,但本文所提出雷达的空间谱效果图最好,MUSIC谱角度范围最窄,谱峰冲击度最高;其次是十字形二维混合MIMO相控阵雷达;传统二维混合MIMO相控阵雷达MUSIC谱角度范围最宽,效果图最差.这一现象表明,仅仅将十字形阵运用到二维混合MIMO相控阵雷达中对于雷达DOA估计的性能

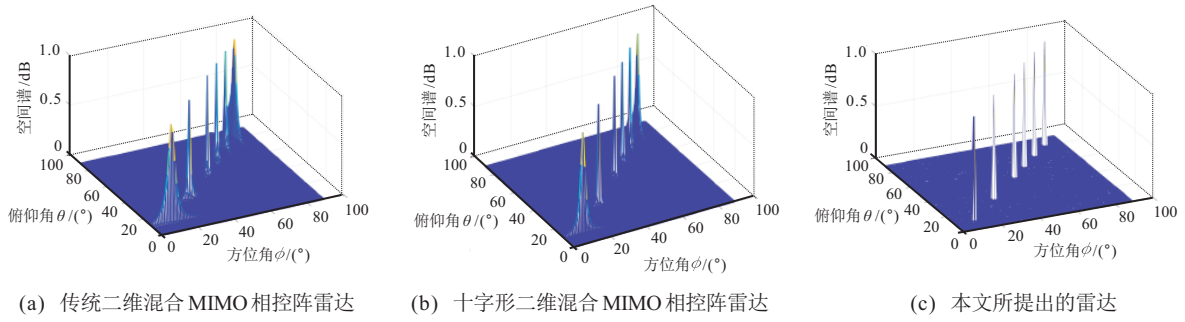


图6 空间存在6个信源时的空间谱比较

也是有所提升的。

随后,为了验证自由度对信源估计个数的影响,将信源个数增加到18个,其他条件不变,假设这18个信源的空间位置分别为{(10i, 10i), i = 1, 2, ..., 8, (10i, 10(i + 1)), i = 1, 2, ..., 7, (80, 70), (30, 10), (40, 60)}. 图7比较了3种雷达系统对这18个信源的空间谱估计,可以看出:当信源个数增加时,传统二维混合MIMO相控阵雷达的MUSIC谱杂乱无章,根本无法

估计出信源的空间位置;十字形二维混合MIMO相控阵雷达的MUSIC谱较为清晰,但存在信源位置估计错误的问题;而本文所提出雷达的MUSIC谱谱峰清晰可辨,可以准确地估计出所有信源的位置. 这主要是因为本文方法从收发端入手极大地提高了雷达的自由度,而自由度又决定了可检测的信源个数,所以在同等条件下,本文所提出的雷达可以检测到更多的信源。

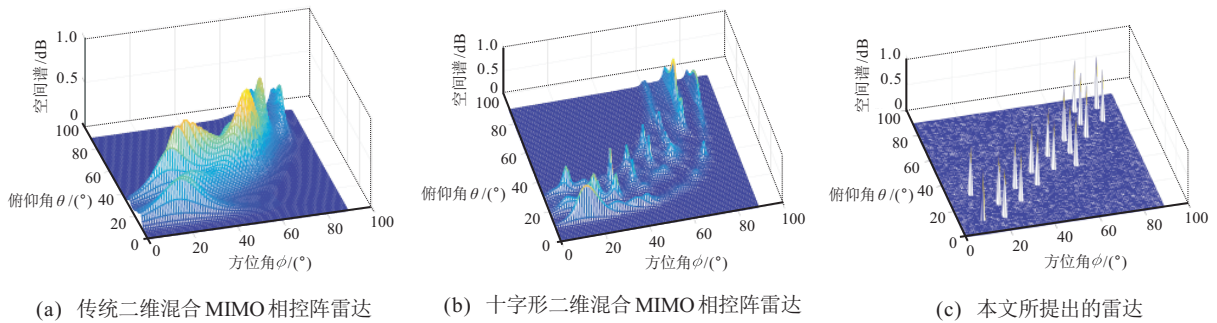


图7 空间存在18个信源时的空间谱比较

除了比较可检测信源个数,对DOA估计的精度对比也是很必要的. 以图6中的6个信源为例,信噪比从-15 dB开始,以5 dB递增到15 dB,比较3种雷达系统对这6个信源空间位置的估计均方根误差. 图8展示了估计均方根误差与信噪比SNR的关系,可以看出:3种雷达系统估计均方根误差均随着信噪比的增

加而减小,但是在信噪比相同的条件下,本文所提出雷达的方位角和俯仰角的估计均方根误差最小,估计精度最高;其次是十字形二维混合MIMO相控阵雷达;传统二维混合MIMO相控阵雷达估计均方根误差最高,估计精度最低。

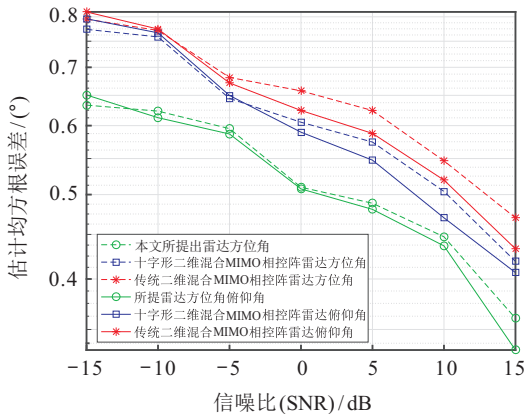


图8 均方根误差与信噪比的关系

以上仿真实验及结果表明:相同环境下,十字形二维混合MIMO相控阵雷达相较于传统二维混合MIMO相控阵雷达的DOA估计性能有所提升,这是由于将十字形阵运用到二维混合MIMO相控阵雷达中扩展了虚拟阵列孔径大小;而本文所提出的雷达通过对十字形二维混合MIMO相控阵雷达收发端阵列的阵元分布稀疏以及做差处理,进一步扩展了虚拟阵列孔径,使得本文所提出雷达的DOA估计性能进一步得到了提升. 另外,也验证了十字形阵列的应用以及收发端阵列的稀疏在一定程度上可以弥补子阵分割带来的自由度损失,使得可估计信源个数增加,同时提高了DOA估计精度。

6 结论

本文提出了一种结合共轭嵌套阵列对收发端阵列稀疏的十字形二维稀疏混合MIMO相控阵雷达的新方法,解决了由于二维混合MIMO相控阵雷达发射阵列的子阵分割所导致自由度损失的问题,使得本文所提出的雷达可以检测到更多的信源.其中十字形收发阵列的设计也为以后收发阵列的结构设计复杂度降低提供了一条新途径.另外,空间平滑算法的应用解决了做差处理造成的信源相干问题,使得MUSIC算法可以用来进行DOA估计.仿真实验验证了本文所提出的雷达在不增加实际阵元数目的情况下,可以通过虚拟阵元数目的扩展极大程度地提高雷达的自由度以及得到更好的DOA估计性能.但是,本文采用的子阵分割方法为不重叠的均匀分割,难以将最优的满重叠的子阵分割方法引入本文所提出的雷达.未来的工作中,将针对混合MIMO相控阵雷达的子阵分割问题开展进一步的研究.

参考文献(References)

- [1] Hassanien A, Vorobyov S A. Phased-MIMO radar: A tradeoff between phased-array and MIMO radars[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(6): 3137-3151.
- [2] Butt F A, Naqvi I H, Riaz U. Hybrid phased-MIMO radar: A novel approach with optimal performance under electronic countermeasures[J]. *IEEE Communications Letters*, 2018, 22(6): 1184-1187.
- [3] Liu S Q, Wang B H, Li X, et al. Transceiver beam space design of two-dimensional hybrid MIMO phased array radar[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2017, 39(10): 2221-2227.
- [4] Wang Y X, Huang G C, Li W, et al. Colocated MIMO radar waveform-design based on two-step optimizations in spatial and spectral domains[J]. *Frontiers of Information Technology and Electronic Engineering*, 2017, 18(7): 1021-1032.
- [5] Xu J W, Liao G S, Zhu S Q, et al. Joint range and angle estimation using MIMO radar with frequency diverse array[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(13): 3396-3410.
- [6] Wu J, Cheng T. Research on phased array radar resource management in searching mode[J]. *MATEC Web of Conferences*, 2016, 59: 07005.
- [7] Charlish A, Woodbridge K, Griffiths H. Phased array radar resource management using continuous double auction[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2015, 51(3): 2212-2224.
- [8] Li H B, Himed B. Transmit subaperturing for MIMO radars with co-located antennas[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 4(1): 55-65.
- [9] Ke S L, Wang B, Huang H, et al. Plasmonic absorption enhancement in periodic cross-shaped graphene arrays[J]. *Optics Express*, 2015, 23(7): 8888-8900.
- [10] Zhao T Q, Sun D F, Liang X B, et al. Wideband signal DOA estimation based on cross-shaped acoustic array[C]. *Proceedings of the 2017 National Acoustics Academic Conference of the Chinese Acoustics Society*. Harbin, 2017: 755-756.
- [11] Cen L, Ser W, Yu Z L, et al. Linear sparse array synthesis with minimum number of sensors[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2010, 58(3): 720-726.
- [12] Chen C Y, Vaidyanathan P P. Minimum redundancy MIMO radars[C]. *2008 IEEE International Symposium on Circuits and Systems*. Newcastle: IEEE, 2008: 45-48.
- [13] Dong J, Li Q X, Guo W. A combinatorial method for antenna array design in minimum redundancy MIMO radars[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2009, 8: 1150-1153.
- [14] Qin S, Zhang Y D, Amin M G. Generalized coprime array configurations for direction-of-arrival estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(6): 1377-1390.
- [15] Liu L T, Li N. Estimation of source number based on coherent array[J]. *Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition*, <https://doi.org/10.13229/j.cnki.jdxbgxb20171207>.
- [16] Wang L P, Dong Y Y. A non-uniform L-shaped array and its fast two-dimensional DOA estimation algorithm[J]. *Journal of Xi'an University of Posts and Telecommunications*, 2017, 22(6): 66-72.
- [17] Pal P, Vaidyanathan P P. Nested arrays: A novel approach to array processing with enhanced degrees of freedom[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(8): 4167-4181.
- [18] Pal P, Vaidyanathan P P. Nested arrays in two dimensions, Part II: Application in two dimensional array processing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(9): 4706-4718.
- [19] Tan Z, Nehorai A. Sparse direction of arrival estimation using co-prime arrays with off-grid targets[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2014, 21(1): 26-29.

作者简介

王布宏(1975—),男,教授,博士生导师,从事阵列信号处理、网络安全等研究, E-mail: wbhgroup@aliyun.com;

刘巧鸽(1995—),女,硕士生,从事阵列信号处理的研究, E-mail: 18829292513@163.com;

刘帅琦(1992—),女,助教,硕士,从事阵列信号处理的研究, E-mail: 452156104@qq.com;

李夏(1991—),男,博士生,从事阵列信号处理的研究, E-mail: bkspade@163.com;

程天昊(1996—),男,硕士生,从事阵列信号处理的研究, E-mail: m18691805592@163.com;

沈海鸥(1990—),女,工程师,博士,从事阵列信号处理的研究, E-mail: 326519166@qq.com.

(责任编辑:李君玲)