



一类非线性大系统分散自适应预设性能有限时间跟踪控制

李小华, 胡利耀

引用本文:

李小华, 胡利耀. 一类非线性大系统分散自适应预设性能有限时间跟踪控制[J]. 控制与决策, 2020, 35(12): 3045–3052.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0623>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

参数未知的离散系统Q-学习优化状态估计与控制

Q-learning optimal state estimation and control for discrete systems with unknown parameters

控制与决策. 2020, 35(12): 2889–2897 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0180>

基于免疫优化的平面Acrobot线性自抗扰鲁棒镇定

Robust stabilization of planar Acrobot using linear active disturbance rejection control with immune optimization

控制与决策. 2020, 35(12): 3053–3058 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0289>

事件触发机制下分布时滞网络化控制系统 H_∞ 故障检测

Event-triggered H_∞ fault detection for networked control systems with distributed delays

控制与决策. 2020, 35(12): 3059–3065 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0456>

基于强化学习的小型无人直升机有限时间收敛控制设计

Finite time control based on reinforcement learning for a small-size unmanned helicopter

控制与决策. 2020, 35(11): 2646–2652 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2019.0328>

自适应事件触发的马尔科夫跳变多智能体系统一致性

Adaptive event-triggered consensus for Markovian jumping multi-agent systems

控制与决策. 2020, 35(11): 2780–2786 <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2018.1507>

一类非线性大系统分散自适应预设性能有限时间跟踪控制

李小华[†], 胡利耀

(辽宁科技大学 电子与信息工程学院, 辽宁 鞍山 114051)

摘要: 研究一类非线性互联大系统的分散自适应预设性能有限时间跟踪控制问题. 结合神经网络自适应技术、实际有限时间控制理论和预设性能控制方法, 提出一种新的预设性能控制设计方法, 以解决传统预设性能方法难以实现分散控制的问题. 所设计的控制器能够保证大系统中各个子系统的跟踪误差被有限时间性能函数约束, 在任意给定的停息时间内收敛到平衡点的一个给定的邻域内, 且该闭环大系统的所有信号是实际有限时间稳定的. 特别地, 该停息时间与系统初始状态无关. 两个仿真例子验证了所提出控制方法的有效性和优越性.

关键词: 非线性大系统; 预设性能控制; 有限时间控制; 分散控制; 自适应控制; 反步法

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2019.0623

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



引用格式: 李小华, 胡利耀. 一类非线性大系统分散自适应预设性能有限时间跟踪控制[J]. 控制与决策, 2020, 35(12): 3045-3052.

Decentralized adaptive prescribed performance finite-time tracking control for a class of large-scale nonlinear systems

LI Xiao-hua[†], HU Li-yao

(School of Electronic and Information Engineering, University of Science and Technology Liaoning, Anshan 114051, China)

Abstract: The decentralized adaptive prescribed performance finite-time tracking control problem is studied for a class of nonlinear interconnected large-scale systems. A new prescribed performance control design method is proposed combining the neural network adaptive technology, the practical finite-time control theory and the prescribed performance control method. The problem of that the traditional prescribed performance method is hard to realize decentralized control is solved. The designed controllers can guarantee that the tracking errors of all the subsystems in the large-scale system are constrained by a finite-time performance function, and the tracking errors can converge to a predetermined neighbourhood of the equilibrium within an arbitrarily given settling time. And all of the signals in the closed-loop large-scale system are practically finite-time stable. Especially, the settling time is irrelevant to the initial system states. Two simulation examples are given to illustrate the effectiveness and superiority of the proposed control method.

Keywords: nonlinear large-scale systems; prescribed performance control; finite-time control; decentralized control; adaptive control; backstepping method

0 引言

有限时间控制方法有着较快的收敛速度和较高的鲁棒性能, 当前已有许多学者在进行非线性系统有限时间控制问题的研究^[1-2], 特别是目前已有一些文献针对非线性大系统研究了有限时间控制问题^[3-5]. 为了提高非线性大系统的收敛速度和鲁棒性能, 文献[3]提出了一种模糊有限时间动态面控制方法; 文献[4]提出了一种分散有限时间有界的概念, 并基于所提出的概念设计了一类切换大系统的分散有限时间控制器; 文献[5]结合模糊逻辑系统和滤波状

态观测器, 解决了一类带有不可测状态的非线性大系统的有限时间分散控制问题. 然而, 目前未见文章研究非线性大系统的分散预设性能有限时间控制问题.

自从文献[6]提出了预设性能控制方法后, 该方法凭借着能够较好提升系统暂态性能的优点, 引起了众多专家学者的广泛关注^[7-10]. 文献[7-9]基于反步法, 分别研究了严格反馈、非严格反馈和非仿射非线性系统的预设性能控制问题; 文献[10]则结合预设性能控制方法和有限时间控制方法提出了一种新的预设性能函数, 称为有限时间性能函数. 基于该函数, 一

收稿日期: 2019-05-07; 修回日期: 2019-10-08.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61403177); 辽宁省科技厅自然科学基金项目(20180550319); 辽宁科技大学研究生教育改革和科技创新项目(LKDYC201812).

责任编辑: 关新平.

[†]通讯作者. E-mail: lixiaohua6412@163.com.

类非线性系统的预设性能有限时间跟踪控制器被设计出来,该控制器能够保证系统的跟踪误差在预先给定的停息时间内收敛到平衡点的一个给定的邻域内,且系统的停息时间与初始状态无关.然而,在这些预设性能控制方法的文章中存在一个共性问题,即在对系统进行误差转换时已设定了该误差是有界的,然后再去证明它的有界性,这是不合理的.文献[11]提出了一种新的预设性能控制器的设计方法,不需要提前设定误差是有界的.但文献[11]所用的性能函数只能保证系统在时间 $t \rightarrow \infty$ 时系统的状态误差收敛到平衡点的一个给定邻域内,这对于一些要求收敛时间较短的控制问题是不理想的.应该指出的是,文献[10-11]只研究了非线性SISO系统,目前还未见到对非线性大系统预设性能有限时间问题研究的报道.另外,由于预设性能进行了误差转换,难以做到大系统的分散控制.据查,目前已有两篇文章研究了非线性大系统的分散预设性能控制问题^[12-13].文献[12]研究了一类非仿射非线性大系统的分散预设性能控制问题,但它忽略了子系统间关联状态的影响;文献[13]针对带有时滞的随机非线性大系统获得了系统的分散预设性能控制器,但严格来说,该文没有做到真正意义的分散控制,这是因为该文在使用神经网络逼近函数时,被逼近的函数中还含有其他子系统的输出.同时,在这两篇文章中预设性能的共性问题仍然存在.

本文基于反步法,结合预设性能控制、实际有限时间控制以及神经自适应技术,研究一类严格反馈非线性互联大系统分散预设性能有限时间跟踪控制器的设计方法.主要创新点为:1)研究了严格反馈非线性互联大系统的分散预设性能有限时间跟踪控制问题;2)提出了一种新的预设性能控制器的设计方法,即通过一个不限制误差变量是有界的坐标变换来代替传统预设性能控制方法中有界误差等价变换,解决了预设性能控制方法的共性问题;3)通过一个特殊的数学技巧解决了互联大系统由于预设性能进行误差转换而难以做到分散控制的问题.

1 系统描述和预备知识

1.1 系统描述

考虑一类由 N 个子系统构成的严格反馈互联大系统,第 i ($i = 1, 2, \dots, N$)个子系统的数学描述如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_{i,j} = g_{i,j}(\bar{x}_{i,j})x_{i,j+1} + f_{i,j}(\bar{x}_{i,j}) + h_{i,j}(\bar{y}), \\ \dot{x}_{i,n_i} = g_{i,n_i}(\bar{x}_{i,n_i})u_i + f_{i,n_i}(\bar{x}_{i,n_i}) + h_{i,n_i}(\bar{y}), \\ y_i = x_{i,1}, \end{cases}$$

$$1 \leq j \leq n_i - 1. \quad (1)$$

其中: $x_i = [x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,n_i}]^T \in R^{n_i}$, $u_i \in R$ 和 $y_i \in R$ 分别表示该子系统的状态向量、控制输入和输出; $\bar{x}_{i,j} = [x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,j}]^T \in R^j$, $\bar{y} = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T \in R^N$; $f_{i,j}: R^j \rightarrow R$ 和 $h_{i,j}: R^N \rightarrow R$ ($j = 1, 2, \dots, n_i$)分别表示子系统中未知的光滑非线性函数和子系统间未知的非线性互联函数.系统(1)满足如下假设.

假设1 函数 $g_{i,j}(\bar{x}_{i,j})$ ($i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, n_i$)的符号不变且已知.不失一般性,假设 $g_{i,j}(\bar{x}_{i,j}) > 0$,并且存在未知常数 $b > 0$,使得 $b \leq g_{i,j}(\bar{x}_{i,j}) < \infty$.

本文研究互联大系统的跟踪问题,要求各个子系统的被跟踪的信号 $y_{i,d}(t)$ 满足下面假设.

假设2 被跟踪信号 $y_{i,d}(t)$ 及其 $y_{i,d}^{(k)}(t)$ 阶导数连续且有界, $k = 1, 2, \dots, n_i$.

假设3^[14] 非线性互联函数 $h_{i,j}(\bar{y})$ 满足

$$|h_{i,j}(\bar{y}) - h_{i,j}(\bar{y}_d)| \leq \sum_{k=1}^N |y_k - y_{k,d}| |\Psi_{i,j,k}(y_k, \bar{y}_d)|.$$

其中: $\bar{y}_d = [y_{1,d}, y_{2,d}, \dots, y_{N,d}]^T$, $\Psi_{i,j,k}(y_k, \bar{y}_d)$ 为未知光滑非线性函数.

令函数 $\bar{h}_{i,j}(\bar{y}, \bar{y}_d) = h_{i,j}(\bar{y}) - h_{i,j}(\bar{y}_d)$,因此 $h_{i,j}(\bar{y}) = \bar{h}_{i,j}(\bar{y}, \bar{y}_d) + h_{i,j}(\bar{y}_d)$,结合假设3有

$$|\bar{h}_{i,j}(\bar{y}, \bar{y}_d)| \leq \sum_{k=1}^N |e_k(t)| |\Psi_{i,j,k}(y_k, \bar{y}_d)|, \quad (2)$$

其中 $e_k(t) = y_k(t) - y_{k,d}(t)$ 为各个子系统跟踪误差.

1.2 预备知识

引理1^[14] 对任意实数 $\varepsilon > 0$,下面不等式成立:

$$xy \leq \frac{\varepsilon^p}{p} |x|^p + \frac{1}{q\varepsilon^q} |y|^q, \quad \forall (x, y) \in R^2,$$

其中 $p > 1$ 和 $q > 1$ 为常数,且满足 $(p-1)(q-1) = 1$.

定义1^[15] 考虑如下非线性系统:

$$\dot{x} = f(x). \quad (3)$$

其中: x 是状态向量; $f(x): \Omega \rightarrow R^N$ 是一个在平衡点的邻域 Ω 上连续的函数.如果当 $t \geq T(x_0)$ 时,对任何初始条件 $x(0) = x_0$ 都有 $|x| \leq \beta$,其中 $\beta > 0$ 是一个常数, $0 \leq T(x_0) < \infty$ 为系统的停息时间,则系统(3)为实际有限时间稳定的.

定义2^[10] 如果光滑函数 $\alpha(t)$ 满足:1) $\alpha(t) > 0$; 2) $\dot{\alpha}(t) \leq 0$; 3) $\lim_{t \rightarrow T_f} \alpha(t) = \alpha_{T_f}$; 4) 当 $t \geq T_f$ 时, $\alpha(t) = \alpha_{T_f}$.则称其为有限时间性能函数.其中 $\alpha_{T_f} > 0$ 和 $T_f > 0$ 均为任意大小的常数.

在本文中,有限时间性能函数选择为文献[10]中所提出的光滑函数,即

$$\alpha(t) = \begin{cases} \left(\alpha_0 - \frac{t}{T_f}\right)e^{\left(1 - \frac{T_f}{T_f - t}\right)} + \alpha_{T_f}, & t \in [0, T_f]; \\ \alpha_{T_f}, & t \in [T_f, +\infty). \end{cases} \quad (4)$$

其中 $T_f > 0, \alpha_0 \geq 1$ 和 $\alpha_{T_f} \geq 0$ 是设计参数, 并且 $\alpha(t)$ 的初始值为 $\alpha(0) = \alpha_0 + \alpha_{T_f}$. 该有限时间性能函数的光滑性证明见文献[10].

不同于文献[11], 这里只借用其思想定义一个误差转换函数, 有

$$Q_i = \frac{\frac{\pi}{2} \tan\left(\frac{\pi e_i(t)}{2\alpha(t)}\right)}{\cos^2\left(\frac{\pi e_i(t)}{2\alpha(t)}\right)}. \quad (5)$$

本文利用 RBFNN 在线逼近未知非线性函数 $\bar{f}(Z)$. 按照文献[14]中的方法, 即

$$\bar{f}(Z) = \vartheta^* S(Z) + \delta(Z), \quad \forall Z \in \bar{\Omega} \subset R^m. \quad (6)$$

其中: $Z \in \bar{\Omega} \subset R^m$ 为输入向量; m 为输入维数; ϑ^* 为理想的常数权向量; $S(Z)$ 为基函数向量, 下文用 $S_{i,j}$ 表示; $\delta(Z)$ 为逼近误差, 且满足 $|\delta| \leq \delta^*$, 这里 δ^* 为有界正常数, 在下文中分别用 $\delta_{i,j}$ 和 $\delta_{i,j}^*$ 表示.

本文的控制目标为: 针对非线性互联大系统(1)设计其分散自适应神经预设性能有限时间跟踪控制器, 使得每个子系统的跟踪误差 $e_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 被约束在有限时间性能函数 $(-\alpha(t), \alpha(t))$ 内, 并在给定的停息时间 T_f 内收敛到平衡点附近的给定邻域 $(-\alpha_{T_f}, +\alpha_{T_f})$ 内, 该停息时间与系统初始状态无关, 且闭环非线性大系统(1)的所有信号是实际有限时间稳定的.

为了简化推导过程, 将函数 $g_{i,j}(\bar{x}_{i,j})$ 、 $f_{i,j}(\bar{x}_{i,j})$ 以及一些相关的函数简写为 $g_{i,j}$ 、 $f_{i,j}$.

2 主要结果

为了设计大系统(1)的分散自适应神经预设性能有限时间跟踪控制器, 预先给出下面的坐标变换:

$$\begin{aligned} \xi_{i,1} &= \tan\left(\frac{\pi e_i}{2\alpha}\right), \\ \xi_{i,2} &= x_{i,2} - x_{i,2}^*, \\ &\vdots \\ \xi_{i,n_i} &= x_{i,n_i} - x_{i,n_i}^*, \\ u &= x_{i,n_i+1}^*. \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $x_{i,j+1}^*$ ($i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, n_i$) 表示第 i 个子系统的虚拟控制律和控制律, 是关于变量 $(\bar{x}_{i,j}, \alpha^{(0)}, \alpha^{(1)}, \dots, \alpha^{(j)}, \bar{y}_d^{(0)}, \bar{y}_d^{(1)}, \dots, \bar{y}_d^{(j-1)}, y_{i,d}, \hat{\theta}_{i,1}, \dots, \hat{\theta}_{i,j})$ 的 C^1 函数. 这里 $\hat{\theta}_{i,j}$ 是与神经网络权向

量相关的未知参数 $\theta_{i,j}$ 的估计值, $\theta_{i,j}$ 被定义为

$$\theta_{i,j} = \frac{1}{b} \|\vartheta_{i,j}^{*T}\|^2, \quad i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, n_i. \quad (8)$$

估计误差为 $\tilde{\theta}_{i,j} = \theta_{i,j} - \hat{\theta}_{i,j}$.

注1 这里采用一种新的坐标变换 $\xi_{i,1} = \tan\left(\frac{\pi e_i}{2\alpha}\right)$, 避免了一般预设性能方法对系统进行的误差转换, 从而解决预设性能控制方法的共性问题.

下面针对第 i 个子系统用反步法来设计分散自适应神经预设性能有限时间跟踪控制器.

第1步: 选择 Lyapunov 函数为

$$V_{i,1} = \frac{1}{2} \xi_{i,1}^2 + \frac{b}{2\beta_{i,1}} \tilde{\theta}_{i,1}^2, \quad (9)$$

其中 $\beta_{i,1}$ 为设计参数. 类似地, 在第2, 3, $\dots, n_i$ 步也有设计参数 $\beta_{i,j} > 0$ ($j = 2, 3, \dots, n_i$).

结合式(5)和(7), 对 $V_{i,1}$ 求导, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,1} &= \xi_{i,1} \dot{\xi}_{i,1} - \frac{b}{\beta_{i,1}} \tilde{\theta}_{i,1} \dot{\hat{\theta}}_{i,1} = \\ &Q_i \left(\frac{\dot{e}_i \alpha - e_i \dot{\alpha}}{\alpha^2} \right) - \frac{b}{\beta_{i,1}} \tilde{\theta}_{i,1} \dot{\hat{\theta}}_{i,1} = \\ &g_{i,1} \frac{Q_i}{\alpha} \xi_{i,2} + \frac{Q_i}{\alpha} \left(g_{i,1} x_{i,2}^* + f_{i,1} - \dot{y}_{i,d} - \frac{e_i \dot{\alpha}}{\alpha} \right) + \frac{Q_i}{\alpha} h_{i,1}(\bar{y}) - \frac{b}{\beta_{i,1}} \tilde{\theta}_{i,1} \dot{\hat{\theta}}_{i,1}. \end{aligned} \quad (10)$$

根据式(2)和引理1, 如下不等式成立:

$$\begin{aligned} \frac{Q_i}{\alpha} h_{i,1}(\bar{y}) &= \\ \frac{Q_i}{\alpha} \bar{h}_{i,1}(\bar{y}, \bar{y}_d) + \frac{Q_i}{\alpha} h_{i,1}(\bar{y}_d) &\leq \\ \frac{N}{2} \frac{Q_i^2}{\alpha^2} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N e_k^2 \Psi_{i,1,k}^2 + \frac{Q_i}{\alpha} h_{i,1}(\bar{y}_d), \end{aligned} \quad (11)$$

$$g_{i,1} \frac{Q_i}{\alpha} \xi_{i,2} \leq \frac{1}{2} \frac{Q_i^2}{\alpha^2} + \frac{1}{2} g_{i,1}^2 \xi_{i,2}^2. \quad (12)$$

将式(11)和(12)代入(10), 有

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,1} &\leq \frac{Q_i}{\alpha} Z_{i,1} + \frac{1}{2} g_{i,1}^2 \xi_{i,2}^2 + \\ &\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N e_k^2 \Psi_{i,1,k}^2 - \frac{b}{\beta_{i,1}} \tilde{\theta}_{i,1} \dot{\hat{\theta}}_{i,1}, \end{aligned} \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} Z_{i,1} &= g_{i,1} x_{i,2}^* + f_{i,1} - \dot{y}_{i,d} - \frac{e_i \dot{\alpha}}{\alpha} + \\ &\frac{N}{2} \frac{Q_i}{\alpha} + h_{i,1}(\bar{y}_d) + \frac{1}{2} \frac{Q_i}{\alpha}. \end{aligned}$$

第 j ($2 \leq j \leq n_i - 1$) 步: 选取 Lyapunov 函数为

$$V_{i,j} = \frac{1}{2} \xi_{i,j}^2 + \frac{b}{2\beta_{i,j}} \tilde{\theta}_{i,j}^2. \quad (14)$$

结合式(7), 对 $V_{i,j}$ 求导, 有

$$\dot{V}_{i,j} = g_{i,j} \xi_{i,j} \xi_{i,j+1} + \xi_{i,j} (g_{i,j} x_{i,j+1}^* + f_{i,j}) +$$

$$\xi_{i,j} h_{i,j}(\bar{y}) - \xi_{i,j} \dot{x}_{i,j}^* - \frac{b}{\beta_{i,j}} \tilde{\theta}_{i,j} \dot{\hat{\theta}}_{i,j}. \quad (15)$$

结合式(2)和引理1,有

$$\xi_{i,j} h_{i,j}(\bar{y}) \leq \frac{N}{2} \xi_{i,j}^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N e_k^2 \Psi_{i,j,k}^2 + \xi_{i,j} h_{i,j}(\bar{y}_d), \quad (16)$$

$$g_{i,j} \xi_{i,j} \xi_{i,j+1} \leq \frac{1}{2} \xi_{i,j}^2 + \frac{1}{2} g_{i,j}^2 \xi_{i,j+1}^2, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & -\xi_{i,j} \dot{x}_{i,j}^* \leq \\ & -\xi_{i,j} \sum_{m=1}^{j-1} \left(\frac{\partial x_{i,j}^*}{\partial x_{i,m}^*} (g_{i,m} x_{i,m+1} + f_{i,m}) \right) - \\ & \xi_{i,j} \sum_{m=0}^{j-1} \left(\frac{\partial x_{i,j}^*}{\partial \alpha^{(m)}} \alpha^{(m+1)} \right) - \xi_{i,j} \sum_{m=1}^{j-1} \left(\frac{\partial x_{i,j}^*}{\partial \hat{\theta}_{i,m}} \dot{\hat{\theta}}_{i,m} \right) - \\ & \xi_{i,j} \sum_{m=0}^{j-1} \left(\frac{\partial x_{i,j}^*}{\partial y_{i,d}^{(m)}} y_{i,d}^{(m+1)} \right) + \frac{N}{2} \sum_{m=1}^{j-1} \left(\xi_{i,j}^2 \left(\frac{\partial x_{i,j}^*}{\partial x_{i,m}} \right)^2 \right) - \\ & \xi_{i,j} \sum_{r=1, r \neq i}^N \sum_{m=0}^{j-2} \left(\frac{\partial x_{i,j}^*}{\partial y_{r,d}^{(m)}} y_{r,d}^{(m+1)} \right) - \\ & \sum_{m=1}^{j-1} \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} e_k^2 \Psi_{i,m,k}^2 + \sum_{m=1}^{j-1} \xi_{i,j} \left(\frac{\partial x_{i,j}^*}{\partial x_{i,m}} \right) h_{i,m}(\bar{y}_d). \end{aligned} \quad (18)$$

将式(16)~(18)代入(15)并整理,有

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,j} & \leq \frac{1}{2} g_{i,j}^2 \xi_{i,j+1}^2 + Z_{i,j} \xi_{i,j} + \\ & \sum_{m=1}^j \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} e_k^2 \Psi_{i,m,k}^2 - \frac{b}{\beta_{i,j}} \tilde{\theta}_{i,j} \dot{\hat{\theta}}_{i,j}, \end{aligned} \quad (19)$$

其中

$$\begin{aligned} Z_{i,j} & = \\ & g_{i,j} x_{i,j+1}^* + f_{i,j} + \frac{1}{2} \xi_{i,j} + \frac{N}{2} \xi_{i,j} + h_{i,j}(\bar{y}_d) - \\ & \sum_{m=1}^{j-1} \left(\frac{\partial x_{i,j}^*}{\partial x_{i,m}^*} (g_{i,m} x_{i,m+1} + f_{i,m}) \right) - \\ & \sum_{m=0}^{j-1} \left(\frac{\partial x_{i,j}^*}{\partial \alpha^{(m)}} \alpha^{(m+1)} \right) - \sum_{m=1}^{j-1} \left(\frac{\partial x_{i,j}^*}{\partial \hat{\theta}_{i,m}} \dot{\hat{\theta}}_{i,m} \right) - \\ & \sum_{m=0}^{j-1} \left(\frac{\partial x_{i,j}^*}{\partial y_{i,d}^{(m)}} y_{i,d}^{(m+1)} \right) - \sum_{r=1, r \neq i}^N \sum_{m=0}^{j-2} \left(\frac{\partial x_{i,j}^*}{\partial y_{r,d}^{(m)}} y_{r,d}^{(m+1)} \right) + \\ & \frac{N}{2} \sum_{m=1}^{j-1} \xi_{i,j} \left(\frac{\partial x_{i,j}^*}{\partial x_{i,m}} \right)^2 - \sum_{m=1}^{j-1} \left(\frac{\partial x_{i,j}^*}{\partial x_{i,m}} \right) h_{i,m}(\bar{y}_d). \end{aligned}$$

第 n_i 步: 选择Lyapunov函数为

$$V_{i,n_i} = \frac{1}{2} \xi_{i,n_i}^2 + \frac{b}{2\beta_{i,n_i}} \tilde{\theta}_{i,n_i}^2. \quad (20)$$

相似于第 $i, j (j = 2, 3, \dots, n_i - 1)$ 步,有

$$\dot{V}_{i,n_i} \leq$$

$$Z_{i,n_i} \xi_{i,n_i} + \sum_{m=1}^{n_i} \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} e_k^2 \Psi_{i,m,k}^2 - \frac{b}{\beta_{i,n_i}} \tilde{\theta}_{i,n_i} \dot{\hat{\theta}}_{i,n_i}, \quad (21)$$

其中

$$\begin{aligned} Z_{i,n_i} & = \\ & g_{i,n_i} u_i + f_{i,n_i} + \frac{N}{2} \xi_{i,n_i} - \\ & \sum_{m=1}^{n_i-1} \left(\frac{\partial x_{i,n_i}^*}{\partial x_{i,m}^*} (g_{i,m} x_{i,m+1} + f_{i,m}) \right) - \\ & \sum_{m=0}^{n_i-1} \left(\frac{\partial x_{i,n_i}^*}{\partial \alpha^{(m)}} \alpha^{(m+1)} \right) + h_{i,n_i}(\bar{y}_d) - \\ & \sum_{m=1}^{n_i-1} \left(\frac{\partial x_{i,n_i}^*}{\partial \hat{\theta}_{i,m}} \dot{\hat{\theta}}_{i,m} \right) - \sum_{m=0}^{n_i-1} \left(\frac{\partial x_{i,n_i}^*}{\partial y_{i,d}^{(m)}} y_{i,d}^{(m+1)} \right) - \\ & \sum_{r=1, r \neq i}^N \sum_{m=0}^{n_i-2} \left(\frac{\partial x_{i,n_i}^*}{\partial y_{r,d}^{(m)}} y_{r,d}^{(m+1)} \right) + \frac{N}{2} \sum_{m=1}^{n_i-1} \left(\xi_{i,n_i} \cdot \right. \\ & \left. \left(\frac{\partial x_{i,n_i}^*}{\partial x_{i,m}} \right)^2 \right) - \sum_{m=1}^{n_i-1} \left(\frac{\partial x_{i,n_i}^*}{\partial x_{i,m}} \right) h_{i,m}(\bar{y}_d). \end{aligned}$$

现在,针对第 i 个子系统,选择Lyapunov函数为

$$V_i = V_1 + \sum_{j=2}^{n_i-1} V_j + V_{n_i} = \sum_{j=1}^{n_i} \left(\frac{1}{2} \xi_{i,j}^2 + \frac{b}{2\beta_{i,j}} \tilde{\theta}_{i,j}^2 \right). \quad (22)$$

根据式(13)、(19)和(21),有

$$\begin{aligned} \dot{V}_i & \leq \frac{Q_i}{\alpha} Z_{i,1} + \sum_{j=2}^{n_i} \xi_{i,j} Z_{i,j} + \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{1}{2} g_{i,j}^2 \xi_{i,j+1}^2 - \\ & \sum_{j=1}^{n_i} \frac{b}{\beta_{i,j}} \tilde{\theta}_{i,j} \dot{\hat{\theta}}_{i,j} + \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{m=1}^j \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} e_k^2 \Psi_{i,m,k}^2, \end{aligned} \quad (23)$$

对于大系统(1),总的Lyapunov函数被选择为

$$\bar{V} = \sum_{i=1}^N V_i = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \left(\frac{1}{2} \xi_{i,j}^2 + \frac{b}{2\beta_{i,j}} \tilde{\theta}_{i,j}^2 \right), \quad (24)$$

则

$$\begin{aligned} \dot{\bar{V}} & \leq \sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{\alpha} Z_{i,1} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=2}^{n_i} \xi_{i,j} Z_{i,j} + \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{1}{2} g_{i,j}^2 \xi_{i,j+1}^2 - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \frac{b}{\beta_{i,j}} \tilde{\theta}_{i,j} \dot{\hat{\theta}}_{i,j} + \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{m=1}^j \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} e_k^2 \Psi_{i,m,k}^2. \end{aligned} \quad (25)$$

对于式(25)最后一项 $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{m=1}^j \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} e_k^2 \Psi_{i,m,k}^2$,

根据 $\tan^2 x \geq x^2$ 和 Q_i 的定义,易得

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{m=1}^j \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} e_k^2 \Psi_{i,m,k}^2 =$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{m=1}^j \sum_{k=1}^N \frac{1}{2 \cos^4 \left(\frac{\pi e_k}{2\alpha} \right)} \left(\frac{\pi e_k}{2\alpha} \right)^2 \times$$

$$\left(\cos^2 \left(\frac{\pi e_k}{2\alpha} \right) \frac{2\alpha}{\pi} \Psi_{i,m,k} \right)^2 \times$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{m=1}^j \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} Q_k^2 \bar{\Psi}_{i,m,k}^2, \quad (26)$$

其中 $\bar{\Psi}_{i,m,k} = \cos^2 \left(\frac{\pi e_k}{2\alpha} \right) \frac{2\alpha}{\pi} \Psi_{i,m,k}$.

注2 式(26)通过式(5)给出的误差转换函数作了一个巧妙的数学变换,使得所有互联项可以被分散到对应的子系统中,从而解决分散预设性能控制问题. 实际上,这个误差转换函数并没有对系统误差进行真正意义上的转换,只是一个中间代换变量.

式(25)能够被放大为

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{\alpha} Z_{i,1} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=2}^{n_i} \xi_{i,j} Z_{i,j} +$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i-1} \frac{1}{2} g_{i,j}^2 \xi_{i,j+1}^2 - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \frac{b}{\beta_{i,j}} \tilde{\theta}_{i,j} \dot{\theta}_{i,j} +$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{m=1}^j \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} Q_k^2 \bar{\Psi}_{i,m,k}^2. \quad (27)$$

由于式(28)的互联项 $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{m=1}^j \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} Q_k^2 \bar{\Psi}_{i,m,k}^2$ 仅与每一个子系统第1步中的变量有关,为了得到分散控制器,该项应该被分配到各个对应子系统的第1步中处理. 因此,式(13)被改写为

$$\dot{V}_{i,1} \leq$$

$$\frac{Q_i}{\alpha} g_{i,1} x_{i,2}^* + \frac{Q_i}{\alpha} \left(f_{i,1} - \dot{y}_{i,d} - \frac{e_i \dot{\alpha}}{\alpha} + \right.$$

$$\left. \frac{N}{2} \frac{Q_i}{\alpha} + h_{i,1}(\bar{y}_d) + \frac{1}{2} \frac{Q_i}{\alpha} \right) + \frac{1}{2} g_{i,1}^2 \xi_{i,2}^2 +$$

$$\sum_{j=1}^{n_i} \sum_{m=1}^j \frac{1}{2} Q_i^2 \bar{\Psi}_{1,m,i}^2 + \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{m=1}^j \frac{1}{2} Q_i^2 \bar{\Psi}_{2,m,i}^2 + \dots +$$

$$\sum_{j=1}^{n_i} \sum_{m=1}^j \frac{1}{2} Q_i^2 \bar{\Psi}_{n_i,m,i}^2 - \frac{b}{\beta_{i,1}} \tilde{\theta}_{i,1} \dot{\theta}_{i,1}. \quad (28)$$

1) 求虚拟控制律 $x_{i,2}^*$ 和自适应律 $\dot{\theta}_{i,1}$. 定义

$$F_{i,1} =$$

$$Z_{i,1} - g_{i,1} x_{i,2}^* + \alpha \left(\sum_{j=1}^{n_i} \sum_{m=1}^j \frac{1}{2} Q_i \bar{\Psi}_{1,m,i}^2 + \right.$$

$$\left. \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{m=1}^j \frac{1}{2} Q_i^2 \bar{\Psi}_{2,m,i}^2 + \dots + \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{m=1}^j \frac{1}{2} Q_i^2 \bar{\Psi}_{n_i,m,i}^2 \right),$$

则

$$\dot{V}_{i,1} \leq$$

$$\frac{Q_i}{\alpha} g_{i,1} x_{i,2}^* + \frac{Q_i}{\alpha} F_{i,1} + \frac{1}{2} g_{i,1}^2 \xi_{i,2}^2 - \frac{b}{\beta_{i,1}} \tilde{\theta}_{i,1} \dot{\theta}_{i,1}. \quad (29)$$

由于 $F_{i,1}$ 中包含未知连续函数,这里利用RBF神经网络对其进行估计. 根据式(6),有

$$F_{i,1} = \vartheta_{i,1}^T S_{i,1} + \delta_{i,1}, \quad |\delta_{i,1}| \leq \delta_{i,1}^*. \quad (30)$$

根据引理1和式(8),有

$$\frac{Q_i}{\alpha} F_{i,1} = \frac{Q_i}{\alpha} \vartheta_{i,1}^T S_{i,1} + \frac{Q_i}{\alpha} \delta_{i,1} \leq$$

$$\frac{b}{2} \frac{Q_i^2}{\alpha^2} \theta_{i,1} S_{i,1}^T S_{i,1} + \frac{b}{2} \frac{Q_i^2}{\alpha^2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2b} \delta_{i,1}^{*2}. \quad (31)$$

将式(31)代入(29),有

$$\dot{V}_{i,1} \leq$$

$$\frac{Q_i}{\alpha} \left(g_{i,1} x_{i,2}^* + \frac{b}{2} \frac{Q_i}{\alpha} \hat{\theta}_{i,1} S_{i,1}^T S_{i,1} + \frac{b}{2} \frac{Q_i}{\alpha} \right) + \frac{1}{2} +$$

$$\frac{1}{2b} \delta_{i,1}^{*2} - \frac{b \tilde{\theta}_{i,1}}{\beta_{i,1}} \left(\dot{\theta}_{i,1} - \frac{\beta_{i,1} Q_i^2}{2\alpha^2} S_{i,1}^T S_{i,1} \right) + \frac{1}{2} g_{i,1}^2 \xi_{i,2}^2. \quad (32)$$

选择虚拟控制律和自适应律分别为

$$x_{i,2}^* = -c_i \frac{4}{\pi^2} \alpha Q_i - \frac{1}{2} \frac{Q_i}{\alpha} \hat{\theta}_{i,1} S_{i,1}^T S_{i,1} - \frac{1}{2} \frac{Q_i}{\alpha}, \quad (33)$$

$$\dot{\theta}_{i,1} = \frac{\beta_{i,1} Q_i^2}{2\alpha^2} S_{i,1}^T S_{i,1} - \rho_{i,1} \hat{\theta}_{i,1}, \quad (34)$$

其中 $c_i > 0$ 和 $\rho_{i,1} > 0$ 为设计参数. 类似地,在第2,3,..., n_i 步同样定义设计参数 $\rho_{i,j} > 0$ ($j = 2, 3, \dots, n_i$).

将式(33)和(34)代入(32),可得

$$\dot{V}_{i,1} \leq -bc_i \xi_{i,1}^2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2b} \delta_{i,1}^{*2} +$$

$$\frac{\rho_{i,1} b}{\beta_{i,1}} \tilde{\theta}_{i,1} \hat{\theta}_{i,1} + \frac{1}{2} g_{i,1}^2 \xi_{i,2}^2. \quad (35)$$

2) 求虚拟控制律 $x_{i,j+1}^*$ 和自适应律 $\dot{\theta}_{i,j}$, 其中 $j = 2, 3, \dots, n_i - 1$. 定义

$$F_{i,j} = Z_{i,j} - g_{i,j} x_{i,j+1}^* + \frac{1}{2} g_{i,j}^2 \xi_{i,j}^2,$$

则

$$\dot{V}_{i,j} \leq \frac{1}{2} g_{i,j}^2 \xi_{i,j+1}^2 + g_{i,j} \xi_{i,j} x_{i,j+1}^* + \xi_{i,j} F_{i,j} -$$

$$\frac{b}{\beta_{i,1}} \tilde{\theta}_{i,1} \dot{\theta}_{i,1} - \frac{1}{2} g_{i,j}^2 \xi_{i,j}^2. \quad (36)$$

类似于式(30)和(31),根据引理1和式(6)可得

$$\xi_{i,j} F_{i,j} \leq \frac{b}{2} \xi_{i,j}^2 \theta_{i,j} S_{i,j}^T S_{i,j} + \frac{b}{2} \xi_{i,j}^2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2b} \delta_{i,j}^{*2}. \quad (37)$$

将式(37)代入(36),易得

$$\dot{V}_{i,j} \leq$$

$$\xi_{i,j} \left(g_{i,j} x_{i,j+1}^* + \frac{b}{2} \xi_{i,j} \hat{\theta}_{i,j} S_{i,j}^T S_{i,j} + \frac{b}{2} \xi_{i,j} \right) -$$

$$\frac{b}{\beta_{i,j}} \tilde{\theta}_{i,j} \left(\dot{\theta}_{i,j} - \frac{\beta_{i,j} \xi_{i,j}^2}{2} S_{i,j}^T S_{i,j} \right) + \frac{1}{2} +$$

$$\frac{1}{2b}\delta_{i,j}^{*2} - \frac{1}{2}g_{i,j}^2\xi_{i,j}^2 + \frac{1}{2}g_{i,j}^2\xi_{i,j+1}^2. \quad (38)$$

选择虚拟控制律和自适应律分别为

$$x_{i,j+1}^* = -c_i\xi_{i,j} - \frac{1}{2}\xi_{i,j}\hat{\theta}_{i,j}S_{i,j}^TS_{i,j} - \frac{1}{2}\xi_{i,j}, \quad (39)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{i,j} = \frac{\beta_{i,j}}{2}\xi_{i,j}^2S_{i,j}^TS_{i,j} - \rho_{i,j}\hat{\theta}_{i,j}, \quad (40)$$

则

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,j} \leq & -bc_i\xi_{i,j}^2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2b}\delta_{i,j}^{*2} + \frac{\rho_{i,j}b}{\beta_{i,j}}\tilde{\theta}_{i,j}\hat{\theta}_{i,j} - \\ & \frac{1}{2}g_{i,j}^2\xi_{i,j}^2 + \frac{1}{2}g_{i,j}^2\xi_{i,j+1}^2. \end{aligned} \quad (41)$$

3) 对于控制律 u_i 和自适应律 $\hat{\theta}_{i,n_i}$,定义

$$F_{i,n_i} = Z_{i,n_i} - g_{i,n_i}u_i + \frac{1}{2}g_{i,n_i}^2\xi_{i,n_i}.$$

相似于式(36)~(38)的过程,有

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,n_i} \leq & \xi_{i,n_i} \left(g_{i,n_i}u_i + \frac{b}{2}\xi_{i,n_i}\hat{\theta}_{i,n_i}S_{i,n_i}^TS_{i,n_i} + \right. \\ & \left. \frac{b}{2}\xi_{i,n_i} \right) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2b}\delta_{i,n_i}^{*2} - \frac{b}{\beta_{i,n_i}}\tilde{\theta}_{i,n_i}(\dot{\hat{\theta}}_{i,n_i} - \\ & \frac{\beta_{i,n_i}}{2}\xi_{i,n_i}^2S_{i,n_i}^TS_{i,n_i}) - \frac{1}{2}g_{i,n_i}^2\xi_{i,n_i}^2. \end{aligned} \quad (42)$$

选择控制律和自适应律分别为

$$u_i = -c_i\xi_{i,n_i} - \frac{1}{2}\xi_{i,n_i}\hat{\theta}_{i,n_i}S_{i,n_i}^TS_{i,n_i} - \frac{1}{2}\xi_{i,n_i}, \quad (43)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{i,n_i} = \frac{\beta_{i,n_i}}{2}\xi_{i,n_i}^2S_{i,n_i}^TS_{i,n_i} - \rho_{i,n_i}\hat{\theta}_{i,n_i}, \quad (44)$$

易得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,n_i} \leq & -bc_i\xi_{i,n_i}^2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2b}\delta_{i,n_i}^{*2} + \\ & \frac{\rho_{i,n_i}b}{\beta_{i,n_i}}\tilde{\theta}_{i,n_i}\hat{\theta}_{i,n_i} - \frac{1}{2}g_{i,n_i}^2\xi_{i,n_i}^2. \end{aligned} \quad (45)$$

至此,大系统(1)的分散控制器设计完毕. 本文的主要结果以如下定理形式给出.

定理1 如果非线性大系统(1)满足假设1~假设3及 $|e_i(0)| < \alpha(0)$,并且各个子系统的分散控制器按照式(33)、(34)、(39)、(40)、(43)和(44)求得,则各个子系统的跟踪误差 $e_i(t)$ 能够被预先给定的有限时间性能函数 $\alpha(t)$ 约束,并在给定的停息时间 T_f 内收敛到平衡点预先给定的邻域 $(-\alpha_{T_f}, +\alpha_{T_f})$ 内,该停息时间与系统初始状态无关,且该闭环大系统(1)的所有信号均为实际有限时间稳定的.

证明 结合式(24)、(35)、(38)和(45),有

$$\begin{aligned} \dot{\bar{V}} \leq & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \left(-bc_i\xi_{i,j}^2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2b}\delta_{i,j}^{*2} + \frac{\rho_{i,j}b}{\beta_{i,j}}\tilde{\theta}_{i,j}\hat{\theta}_{i,j} \right). \end{aligned} \quad (46)$$

因为 $\tilde{\theta}_{i,j}\hat{\theta}_{i,j} \leq -\frac{1}{2}\tilde{\theta}_{i,j}^2 + \frac{1}{2}\theta_{i,j}^2$,故有

$$\begin{aligned} \dot{\bar{V}} \leq & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \left(-bc_i\xi_{i,j}^2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2b}\delta_{i,j}^{*2} - \right. \\ & \left. \frac{1}{2}\frac{\rho_{i,j}b}{\beta_{i,j}}\tilde{\theta}_{i,j}^2 + \frac{1}{2}\frac{\rho_{i,j}b}{\beta_{i,j}}\theta_{i,j}^2 \right). \end{aligned} \quad (47)$$

结合式(24)和(47),有

$$\begin{aligned} \dot{\bar{V}} \leq & -\lambda \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \left(\frac{1}{2}\xi_{i,j}^2 + \frac{b}{2\beta_{i,j}}\tilde{\theta}_{i,j}^2 \right) \right) + d = \\ & -\lambda\bar{V} + d. \end{aligned} \quad (48)$$

其中 λ 和 d 为有界常数,即

$$\lambda =$$

$$\min\{2bc_i, \rho_{i,j}(i=1,2,\dots,N, j=1,2,\dots,n_i)\},$$

$$d = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2b}\delta_{i,j}^{*2} + \frac{1}{2}\frac{\rho_{i,j}b}{\beta_{i,j}}\theta_{i,j}^2 \right).$$

对式(48)两边进行积分,得

$$0 \leq \bar{V} \leq \left[\bar{V}(0) - \frac{d}{\lambda} \right] e^{-\lambda t} + \frac{d}{\lambda}. \quad (49)$$

从式(49)易知 $\bar{V}$ 有界. 根据 $\bar{V}$ 的定义,有 $V_{i,1} = \frac{1}{2}\tan^2\left(\frac{\pi e_i}{2\alpha}\right) + \frac{b}{2\beta_{i,1}}\tilde{\theta}_{i,1}^2$ 有界. 结合 $V_{i,1}$ 的有界性和 $\tan\left(\pm\frac{\pi}{2}\right) = \infty$,当 $|e_i(0)| < \alpha(0)$ ($i=1,2,\dots,N$)时, $|e_i(t)| < \alpha(t)$ 恒成立. 又因为 $\alpha(t)$ 在给定的时间 T_f 内衰减到 α_{T_f} ,所以 $e_i(t)$ 在停息时间 T_f 内收敛到平衡点的邻域 $(-\alpha_{T_f}, +\alpha_{T_f})$ 内. 根据定义1,跟踪误差 $e_i(t)$ 为实际有限时间稳定的.

设计参数 T_f 和 α_{T_f} 可以设置为任意大小的正实数,因此停息时间与系统初始状态无关. 应该指出,当跟踪误差初始值 $\max\{|e_i(0)|, i=1,2,\dots,N\}$ 较大时,只需要增大设计参数 α_0 而不需要改变 α_{T_f} ,即可使得 $|e_i(0)| < \alpha(0) = \alpha_0 + \alpha_{T_f}$ 恒成立.

明显地,由于各个子系统跟踪误差 e_i 为实际有限时间稳定,大系统所有信号均为实际有限时间稳定的. $\square$

3 仿真研究

下面给出两个仿真示例验证所提方法的有效性和优越性.

例1 考虑文献[16]中研究的非线性互联大系统:

$$S_A \begin{cases} \dot{x}_{1,1} = x_{1,2} + y_1 y_2, \\ S_1 \begin{cases} \dot{x}_{1,2} = u_1 + x_{1,1} x_{1,2} + y_1 + y_2, \\ y_1 = x_{1,1}; \end{cases} \\ \dot{x}_{2,1} = x_{2,2} - y_1^2 y_2, \\ S_2 \begin{cases} \dot{x}_{2,2} = u_2 + x_{2,1} \sin(x_{2,2}) + y_1^2 + y_2^2, \\ y_2 = x_{2,1}. \end{cases} \end{cases} \quad (50)$$

被跟踪信号 $y_{1,d}$ 和 $y_{2,d}$ 分别选为 $y_{1,d} = 0.5 \sin t + 0.5 \sin 0.5t$, $y_{2,d} = \sin 0.5t$. 设计参数选为 $c_1 = c_2 = 5$, $\beta_{1,1} = \beta_{1,2} = \beta_{2,1} = \beta_{2,2} = 1$, $\rho_{1,1} = \rho_{1,2} = \rho_{2,1} = \rho_{2,2} = 0.8$, $\alpha_0 = 1.8$, $\alpha_{T_f} = 0.02$, $T_f = 8$; 自适应参数初始值为 $\hat{\theta}_{1,1}(0) = 0.6$, $\hat{\theta}_{1,2}(0) = 0.3$, $\hat{\theta}_{2,1}(0) = 0.3$ 和 $\hat{\theta}_{2,2}(0) = 0.5$; 状态初始值分别选为 $x_1(0) = [1, -0.8]^T$, $x_2(0) = [1, 1.2]^T$ 和 $x_1(0) = [0.5, -0.3]^T$, $x_2(0) = [0.7, 0.8]^T$. 神经网络 $\vartheta_{1,1}^T S_{1,1}$ 包含 7^6 个节点, 中心平均分配在 $[-3, 3] \times [-3, 3] \times [-3, 3] \times [-3, 3] \times [-3, 3]$ 上, 宽度为 2; $\vartheta_{1,2}^T S_{1,2}$ 包含 7^{11} 个节点, 中心平均分配在 $[-3, 3] \times [-3, 3] \times [-3, 3] \times [-3, 3] \times [-3, 3] \times [-3, 3] \times [-3, 3] \times [-3, 3] \times [-3, 3] \times [-3, 3] \times [-3, 3]$ 上, 宽度为 2; $\vartheta_{2,1}^T S_{2,1}$ 和 $\vartheta_{2,2}^T S_{2,2}$ 的选取与 $\vartheta_{1,1}^T S_{1,1}$ 和 $\vartheta_{1,2}^T S_{1,2}$ 一样. 通过定理 1 得到系统的控制器进行仿真研究. 仿真结果如图 1 和图 2 所示, 分别给出了系统在不同初始状态下的子系统 S_1 和 S_2 的跟踪误差 e_1 和 e_2 的曲线, 其中点线为 $\pm\alpha(t)$.

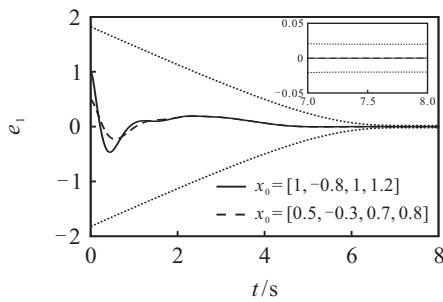


图 1 子系统 S_1 跟踪误差 e_1 的曲线(例 1)

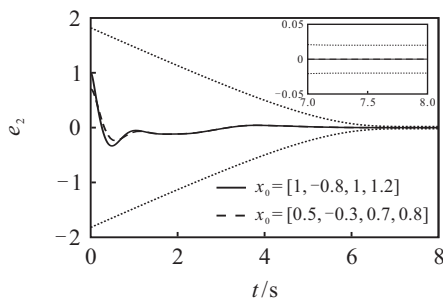


图 2 子系统 S_2 跟踪误差 e_2 的曲线(例 1)

由图 1 和图 2 可知, 即使系统的初始状态不同, 子系统 S_1 和 S_2 的跟踪误差仍能被有限时间性能函数约束, 并且在给定的停息时间 8 s 内均收敛到预先给定的邻域 $(-0.02, 0.02)$ 内, 从而验证了本文所提控制方法的有效性.

为了验证本文控制方法的优越性, 考虑文献[14]中的一个由弹簧连接的耦合倒立摆系统, 这里将本文控制方法与文献[14]中的方法进行对比研究.

例 2 耦合倒立摆系统数学描述如下式所示:

$$S_B \left\{ \begin{array}{l} S_1 \left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_{1,1} = x_{1,2}, \\ \dot{x}_{1,2} = \left(\frac{m_1 g r}{J_1} - \frac{s r^2}{4 J_1} \right) \sin x_{1,1} + \frac{s r}{2 J_1} (l - B) + \frac{1}{J_1} u_1 + \frac{s r^2}{4 J_1} \sin y_2, \\ y_1 = x_{1,1}; \end{array} \right. \\ S_2 \left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_{2,1} = x_{2,2}, \\ \dot{x}_{2,2} = \left(\frac{m_2 g r}{J_2} - \frac{s r^2}{4 J_2} \right) \sin x_{2,1} + \frac{s r}{2 J_2} (l - B) + \frac{1}{J_2} u_2 + \frac{s r^2}{4 J_2} \sin y_1, \\ y_2 = x_{2,1}. \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (51)$$

各系统参数及被跟踪信号见文献[14]. 设计参数选为 $c_1 = c_2 = 10$, $\beta_{1,1} = \beta_{1,2} = \beta_{2,1} = \beta_{2,2} = 1$, $\rho_{1,1} = \rho_{1,2} = \rho_{2,1} = \rho_{2,2} = 0.8$; $\alpha_0 = 1.8$, $\alpha_{T_f} = 0.02$, $T_f = 0.1$; 自适应参数初始值为 $\hat{\theta}_{1,1}(0) = 0.6$, $\hat{\theta}_{1,2}(0) = 0.3$, $\hat{\theta}_{2,1}(0) = 0.3$ 和 $\hat{\theta}_{2,2}(0) = 0.5$; 初始状态为 $x_1(0) = [1, -3]^T$ 和 $x_2(0) = [0.5, 2.5]^T$. 神经网络的选取与例 1 一致. 分别由文献[14]和定理 1 得到两种方法对应的控制器, 并进行仿真. 仿真结果如图 3 和图 4 所示, 分别给出了两种不同控制方法所得到的子系统 S_1 和 S_2 的跟踪误差 e_1 和 e_2 的曲线, 其中点线为 $\pm\alpha(t)$.

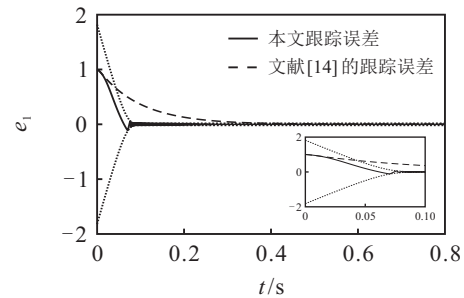


图 3 子系统 S_1 跟踪误差 e_1 的曲线(例 2)

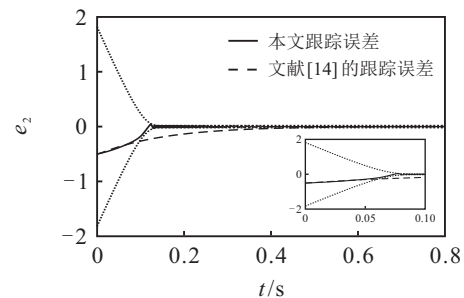


图 4 子系统 S_2 跟踪误差 e_2 的曲线(例 2)

由图 3 和图 4 可知, 子系统 S_1 和 S_2 的跟踪误差一直被有限时间性能函数约束, 并在给定的停息时间 0.1 s 内收敛到预先给定的平衡点的邻域 $(-0.02,$

0.02) 之间,而文献[14]控制方法不仅达不到这个收敛速度,且不能够满足给定的预设性能指标,这验证了本文所提控制方法的优越性。

注3 在本文中,系统控制器的设计参数主要有 c_i 、 $\beta_{i,j}$ 、 $\rho_{i,j}$ 、 α_0 、 α_{T_f} 和 T_f 。一般地,增大 c_i 或减小 T_f 的值能使系统跟踪误差 $e_i(t)$ 更快地收敛到平衡点给定的邻域内 $(-\alpha_{T_f}, +\alpha_{T_f})$,但是较大的 c_i 或较小的 T_f 可能会导致控制信号 u_i 过大;减小 $\rho_{i,j}$ 的值能够使得系统有更快的收敛速度和较小的控制信号; α_{T_f} 的值越小,控制精度越高,控制信号越大;特别地,过大或过小的参数 $\beta_{i,j}$ 和 α_0 均会使得系统有较大的控制信号 u_i ,因此这两个参数的选择要根据实际情况来选定。应该说明的是,一般选择 α_0 满足 $1.1|e_i(0)| \leq \alpha_0 \leq 2|e_i(0)|$ 时,系统控制效果较好。

4 结论

本文针对一类严格反馈非线性互联大系统提出了一种自适应分散预设性能有限时间跟踪控制的设计方法,该设计方法不仅避免了预设性能的共性问题,而且解决了预设性能控制方法难以做到分散控制的问题。文中给出了互联大系统的分散预设性能有限时间跟踪控制器,该控制器能够保证大系统中各个子系统的跟踪误差有较好的暂态性能,并且能够在给定的停息时间内收敛到平衡点的一个给定的邻域内,且该停息时间与系统初始状态无关。与此同时,该闭环大系统中的所有信号均为实际有限时间稳定的。仿真结果验证了所设计控制器的有效性及优越性。本文的研究结果还可以进一步推广到随机非线性大系统以及切换大系统等,对这些系统的研究也是当前控制理论研究的热门问题。

参考文献(References)

- [1] Zheng S Q, Li W J. Fuzzy finite time control for switched systems via adding a barrier power integrator[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 49(7): 2693-2706.
- [2] 蒲明, 周蓉, 熊皓. 一类非匹配不确定非线性系统快速加幂积分控制[J]. 控制与决策, 2018, 33(6): 1017-1025.
(Pu M, Zhou R, Xiong A. Fast adding one power integrator control for a class of nonlinear systems with mismatched uncertainties[J]. Control and Decision, 2018, 33(6): 1017-1025.)
- [3] Han S I, Ha H, Lee J M. Fuzzy finite-time dynamic surface control for nonlinear large-scale systems[J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2016, 18(4): 570-584.
- [4] Han L, Xiao J, Qiu C Y, et al. Decentralised H_∞ finite-time control equation of large-scale switched systems using robust performance minimisation[J]. International Journal of Systems Science, 2016, 47(10): 2302-2317.
- [5] Sui S, Tong S C, Chen C, et al. Finite-time filter decentralized control for nonstrict-feedback nonlinear large-scale systems[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2018, 26(6): 3289-3300.
- [6] Bechlioulis C P, Rovithakis G A. Robust adaptive control of feedback linearizable MIMO nonlinear systems with prescribed performance[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(9): 2090-2099.
- [7] Wang M, Wang C, Liu X P. Dynamic learning from adaptive neural control with predefined performance for a class of nonlinear systems[J]. Information Sciences, 2014, 279: 874-888.
- [8] Zhou Q, Li H Y, Wang L J, et al. Prescribed performance observer-based adaptive fuzzy control for nonstrict-feedback stochastic nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2018, 48(10): 1747-1758.
- [9] Wang Y Y, Hu J B, Wang J H, et al. Adaptive neural novel prescribed performance control for non-affine pure-feedback systems with input saturation[J]. Nonlinear Dynamics, 2018, 93(3): 1241-1259.
- [10] Liu Y, Liu X P, Jing Y W. Adaptive neural networks finite-time tracking control for non-strict feedback systems via prescribed performance[J]. Information Sciences, 2018, 468: 29-46.
- [11] Zhang J X, Yang G H. Prescribed performance fault-tolerant control of uncertain nonlinear systems with unknown control directions[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(12): 6529-6535.
- [12] Wei C S, Luo J J, Yin Z Y, et al. Robust estimation-free decentralized prescribed performance control of nonaffine nonlinear large-scale systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2018, 28(1): 174-196.
- [13] Hua C C, Zhang L L, Guan X P. Decentralized output feedback adaptive NN tracking control for time-delay stochastic nonlinear systems with prescribed performance[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2015, 26(11): 2749-2759.
- [14] Li X H, Liu X P. Backstepping-based decentralized adaptive neural H_∞ tracking control for a class of large-scale nonlinear interconnected systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2018, 355(11): 4533-4552.
- [15] Wang H H, Chen B, Lin C, et al. Adaptive finite-time control for a class of uncertain high-order non-linear systems based on fuzzy approximation[J]. IET Control Theory & Applications, 2017, 11(5): 677-684.
- [16] 陈为胜, 李俊民. 全局稳定的分散自适应神经网络反推跟踪控制[J]. 控制与决策, 2009, 24(6): 819-824.
(Chen W S, Li J M. Globally stable decentralized adaptive neural network backstepping tracking control[J]. Control and Decision, 2009, 24(6): 819-824.)

作者简介

李小华(1964—),女,教授,博士生导师,从事线性系统鲁棒控制理论与应用、非线性大系统分散自适应智能鲁棒控制等研究, E-mail: lixiaohua6412@163.com;

胡利耀(1995—),男,硕士,从事非线性系统控制、有限时间控制、自适应控制的研究, E-mail: huliyaoy1995@163.com.