书法机器人研究综述

郭冬梅[1,2†], 闵华松[1]

(1. 武汉科技大学 1 信息科学与工程学院，湖北 武汉 430080；2. 安徽理工大学 2 计算机科学与工程学院, 安徽 淮南 232001)

摘　要: 书法机器人将书法创作与机器人技术相融合，通过控制机械臂模拟人的书写行为和书法创作，再现艺术魅力。机器人书法作为机器人运动规划的典型应用，对传统书法文化的传承和教育具有重要深远的意义。按照书法机器人的研究脉络，回顾分析了书法机器人的发展历程。首先介绍笔画分离与提取关键技术，总结虚拟笔刷建模的两种经典笔触模型，然后详细阐述书写轨迹涉及到的核心技术，应用不同的书写轨迹规划控制书写路径。在此基础上分析目前书写评价指标，讨论了书法机器人的评价模型。最后回顾总结已有的研究进展及流程，对比了传统书法机器人和智能书法机器人各自的优缺点，提出将传统的书写轨迹路径、笔触模型融入到智能书法机器人训练模块中, 以弥补其在笔画书写顺序方面的不足。同时，展望书法机器人未来的研究方向和发展趋势, 指出未来书法机器人可围绕深度神经网络、深度神经进化、深度强化学习等开展研究

关键词: 书法机器人；笔画分离；笔触模型；轨迹提取；轨迹控制；评价指标

中图分类号: TP242.6　　　　**文献标志码:** A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0132　　　　**开放科学 (资源服务) 标识码 (OSID):**

Survey of Calligraphy Robot

GUO Dong-mei[1,2†], *MIN Hua-song*[1]

(1. College of Information Science and Technology，Wuhan University of Science and Technology，Wuhan 430080，China；2. College of Computer Science and Technology, Anhui University of Science and Technology，Huainan 232001，China)

Abstract: The calligraphy robot integrates calligraphy creation and robotics technology, simulates human writing behavior and calligraphy creation by controlling mechanical arm,reproduces the charm of art.As a typical application of robot motion planning, robot calligraphy has important and far-reaching significance for the inheritance and education of traditional calligraphy culture. According to the research phase of calligraphy robot, the development course of calligraphy robot is reviewed and analyzed. This paper first introduces the key techniques of stroke separation and extraction, summarizes the two classic stroke models of virtual brush, Then elaborates on the core technologies involved in writing trajectory, and applies different writing trajectory planning to control writing path. On this basis, the current writing evaluation metrics is analyzed, and the evaluation model of calligraphy robot is discussed. Finally, the existing research progress and process are reviewed, the advantages and disadvantages between traditional calligraphy robot and intelligent calligraphy robot are compared. It is presented to integrate the traditional writing trajectory path and stroke model into the training module of intelligent calligraphy robot to make up for its shortcomings in the writing sequence of strokes.At the same time,look forward to the future research direction and development trend of calligraphy robots. It is pointed out that the future research of calligraphy robot could focus on deep neural network, deep neural evolution and deep reinforcement learning et al.

Keywords: calligraphy robot; Stroke separation; stroke model; trajectory extraction; trajectory control; evaluation metric

0　引　言

在中国传统文化中，汉字是中华文明传承的重要手段。虽然汉字有几千个，但它们可以由有限个简单笔画组成，书法家将这些笔画以流畅的方式组合成一个完整的汉字。中国书法是一种富有魅力的古老的汉字艺术表现形式，具有很高的艺术欣赏价值，发展历史源远流长，是中国艺术的重要组成部分。作为人类非物质文化遗产的代表，中国书法

收稿日期: 2021-01-22；**修回日期:** 2021-03-22.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62073249), 国家重点研发 (2017YFB1300400), 湖北省科技创新专项重大项目 (2019AAA071), 武汉市应用基础前沿项目 (2018010401011275).

†通讯作者. E-mail: mhuasong@wust.edu.cn.

应受到保护，对其普及教育成为非常重要的传承手段。然而近年来中国书法教育陷入了困境。一是由于书法的承载体在日积月累的风化和腐蚀后已经脆弱不堪。二是当代人对传统文化重视程度不够，书法教育相关的师资和专业匮乏，书法文化的普及变得十分困难。书法机器人的出现改变了这一现状。书法机器人将书法创作与机器人技术相融合，模拟人类书写创作再现艺术魅力，对传统书法艺术的传承、推广、教育具有重要深远的意义。

机器人书法作为机器人运动规划的典型应用，目前得到了广泛的关注[1]。书法机器人获取合适的轨迹关键点，通过位姿计算和运动学逆解计算机械臂各个关节角，模拟人的书写创作过程，实现字符书法。机器人书法是引导机器人学习人类文化和知识的尝试，可以让智能机器人应用手眼协调技术参与到人类社会的认识和实践中来[2]。目前书法机器人主要包括复现作品和创作作品两种类型。本文主要针对书法机器人复现作品的相关工作展开研究。作为一项非常具有挑战性的任务，机器人写作涉及复杂的运动学控制算法、计算机图形学、图像处理、机器学习、神经网络等多种工作。现有的此类机器人的实现往往存在字体生成和评估能力有限的问题，导致书写风格多变性和书写质量较差，与理想目标相比还存在着一定的差距。因此，有必要探讨书法机器人的研究历程和未来发展方向，以促进其进一步发展。本文按照如图 1 所示的脉络展开论述。第一章介绍笔画分离与提取关键技术，第二章总结虚拟毛笔笔触模型的两大类型，第三章详细阐述书写轨迹生成方法，第四章论述书写轨迹规划控制，第五章对比目前书法机器人书写评价指标，分析评价模型研究现状，最后回顾总结书法机器人已有的研究进展，展望未来的发展趋势。

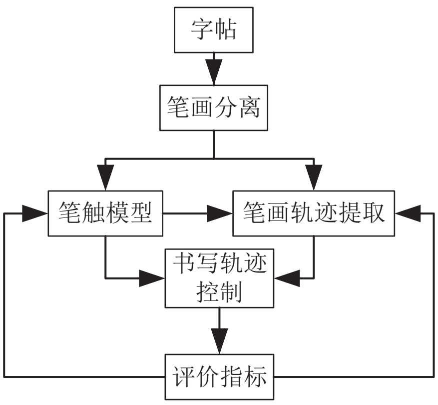

图 1 书法机器人研究脉络

1 笔画分离与提取

笔画是汉字的基石，笔画分离是复现书法汉字的首要工作。主要集中在笔画图像分离算法和图像外形轮廓等图像处理方式提取笔画特征。

1.1 笔画图像分离算法

1.1.1 CPD 算法

一致性点漂 Coherent Point Drift(CPD) 建立目标字符图像和参考轮廓之间的对应关系，实现模糊匹配提取参考笔画，自动获取目标图像每个笔画的书写轨迹[3]。Gan L[4] 使用 CPD 算法生成笔画图像。

1.1.2 点集匹配算法

Zhao B 采用约束全局能量函数 constrained global energy function (CGE) 匹配算法[5] 匹配汉字点集，利用全局空间分布能量函数 energy function(EF) 评估点集之间的关系。与现有的点匹配算法相比，该算法在准确性和稳定性方面具有显著优势。

1.1.3 BBOD 算法

Li J[6] 优化了基于二值图像区域分解的分离方法, 利用像素的 boundary to boundary orientation distance(BBOD) 边到边方向的距离分布曲线，分离笔画，提高了计算效率。同时提出笔画合并规则，解决了笔画过度分离的现象。

综合以上三种算法，CPD 算法在测试样本噪声点、异常点和缺失点方面表现出准确的结果，且其为线性计算复杂度；CGE 算法的汉字点集匹配正确率可达到 94%, 对不同汉字结构的提取稳定性优良；应用 BBOD 算法分别对简体、楷体和颜体字进行了笔画分离实验，该算法对这三种字体的正确提取率均在 90% 以上，平均用时仅为 20s。

1.2 笔画图像分离算法

Sun Y[7] 提出使用几何外形轮廓属性来提取笔画特征。Yao F[8-10] 检测穿过笔画骨架中心线 TCLS 的线条坐标，提取 5 种基本字体轮廓。Yang L[11] 考虑不同的基本笔画形状，检测笔画外形轮廓轨迹关键点。Xu S[12] 研究如何基于已有的基本笔画形状生成新的笔画形状。然而从图像中提取笔画，再将笔画合并成新毛笔字。不仅过程复杂，而且效果也取决于笔画提取算法的优劣[13]。

2 笔触模型

从笔刷模拟效果的角度研究笔触模型。虚拟毛笔笔触模型分为两类，即基于物理笔刷模型和基于经验笔刷模型，如图 2 所示。

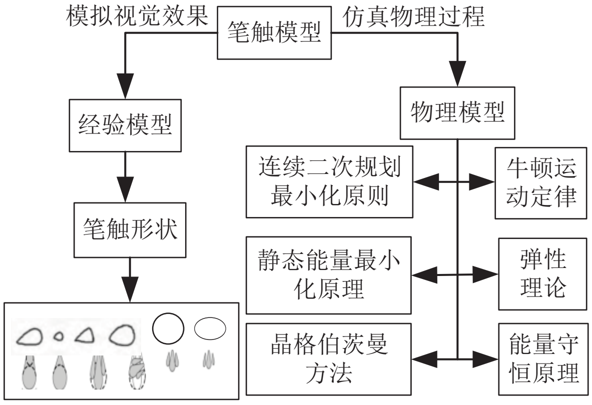

图 2 笔触模型分类

2.1 基于虚拟笔刷的物理模型

Chu[14-15] 提出了一个实时 3D 笔刷仿真模型，应用受限能量最小化原理控制变形，递增势能的连续二次规划最小化原则预测笔刷的运动。Nelson Chu[16] 提出仿真笔墨扩散问题，选择流体力学里的晶格伯茨曼方法模拟水墨在纸上的流动。Chen T D[17] 通过弯曲弹簧机械模型仿真笔刷的变形，使用牛顿运动定律建立二阶微分方程。定义能量最小化函数构建笔刷动力学模型。Guo C[18]BAXTER 等[19-21] 应用弹簧理论的力反馈技术构建笔刷模型。

2.2 基于虚拟笔刷的经验模型

Strassmann[22] 提出了第一个非物理二维虚拟笔刷模型，能对书法纹理效果进行简单绘制。考虑到 Strassmann 在笔画生成方面的不足，Wong and IP[23] 重点对笔头进行设计，构建一个呈倒圆锥状的三维几何模型，生成椭圆的笔触形状。BenduBai[24-26] 在此基础上做了改进，使用点来仿真整个笔刷，极大地降低传统笔刷方法固有的复杂性。Yin J[27] 将笔触模型初始设置为圆形。宓晓峰[28-29] 等人用参数化的“雨滴”模型模拟纸面和毛笔的接触区域。张俊松[30] 使用两条对称的 3 次贝塞尔曲线建立笔触模型参数。Joshi A[31] 提出了笔触和笔画相结合的方法，将笔画的形成看作是圆形笔触沿着笔画的轨迹方向不断叠加的过程。Xia Y[32] 设计的笔触模型是由两个圆及其公共切线包围组成。Lam J H M[33] 笔触模型是由线性回归建立的 8 个顶点多边形。以上模型参数设置比较复杂，大多需要人为调整控制点参数，增加了操作难度。

类似于 Wong 等人的建模方法，Xu 等[34] 采用实体模型构建虚拟毛笔，提出书写基元的概念。Ross B. Girshick[35] 设计新型参数化的毛笔模型 PHB。PHB 能实时满足绘画需求，但不能模拟真正的笔刷绘画。Xu 和 Girshick 的模型不需用户指定关键点位置，移动鼠标即可实现书法创作。

基于经验的模型在笔、墨、纸的动态交互等细节方面，模拟效果与真实书法之间存在一定差距。

3 书写轨迹生成方法

轨迹提取是书法机器人书写汉字的关键所在，研究方法大致可分为三类：第一类直接提取汉字书法的书写轨迹。第二类从实验中获得画笔笔触模型及相应参数，叠加模型绘制汉字的轨迹。第三类对笔画图像参数化并调整参数模型。

目前智能书法机器人主要由笔画生成模块、笔画训练模块、笔画评估模块、控制书写模块组成，其功能结构如图 3 所示。

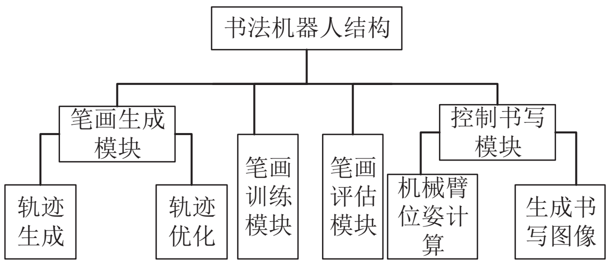

图 3 书法机器人结构图

3.1 基于 Bezier 曲线和 B-Spline 曲线

Yao F[8-10] 使用 B-Spline 样条曲线插值生成笔刷的书写轨迹。Li J[6] 采用三次 B 样条算法规划笛卡尔空间路径，优化毛笔字笔画的轨迹。Yang L[11] 使用椭圆作为笔触模型构造笔尖，分段 B 样条插值来平滑笔画段的轮廓。Mueller S[36] 等人基于 B-Spline 曲线训练基本笔画，但该书写系统仅仅能复现数据库中的简单笔画。Yin J[27] 使用 Bezier 曲线连接离散采样点，修正圆形笔触。郭丽[37] 等人在椭圆笔触的基础上，使用贝塞尔曲线拟合生成笔画。

3.2 基于学习控制和最优控制

Huebel N[38] 依据投影位置计算纸面坐标（x,y）。学习节点应用 p 型迭代学习控制器得到 z 坐标, 最终形成机器人轨迹点 (x,y,z)。Wang S[39] 应用伪谱最优控制方法优化机器人末端执行器控制轨迹。

3.3 基于机器学习

Ma Z[40] 通过 C4.5 决策树推理笔画方向，生成笔画书写序列。Lin H I[41] 介绍了基于视觉匹配的汉字笔画书写顺序自动提取方法。Kwok K W[42] 等人采用 Bezier 曲线描述笔刷的笔触轨迹，以 Bezier 曲线控制点 (x, y) 和画笔深度 z-depth 作为染色体结构。Lam J H M[33] 应用遗传算法沿着笔画的中轴线映射笔刷轨迹。

3.4 基于深度学习

深度学习是机器学习研究的一个崭新的领域，通过对笔画生成和训练评估模型分析，总结出主要包括两个部分：一是构建适合的神经网络模型，二是在此基础上选择学习算法对模型进行训练。常用的神经网络结构大体划分为以下两种，使用单一网络模型，如使用生成对抗网络 Generative adversarial nets(GAN)、卷积神经网络 Convolutional Neural Network(CNN)、循环神经网络 Recurrent Neural Network(RNN) 和长短期记忆网络 Long Short-Term Memory Network(LSTM) 等；使用复合网络模型，如使用 GAN 和 LSTM 相结合、CNN 和 LSTM 相结合、GAN 和 CNN 相结合、GAN、CNN 和 LSTM 相结合等。笔画训练模型所使用的学习算法大致分为以下几类：1) 进化算法、遗传算法等；2) 策略梯度算法；3) 融入强化学习的策略梯度算法。图 4 和图 5 分别代表复合网络类型和单一网络类型的框架图。

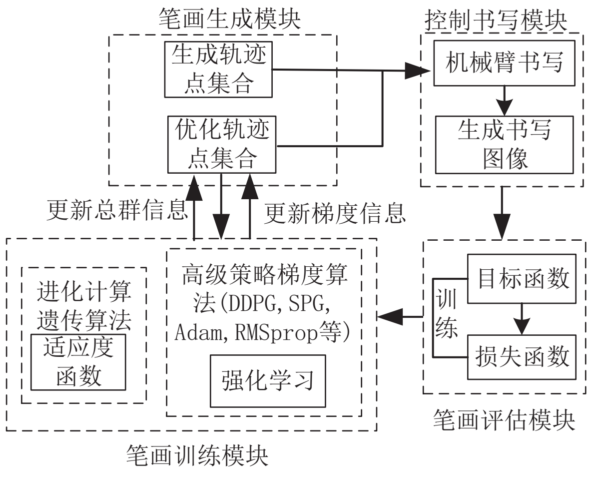

图 4　书法机器人复合网络框架图

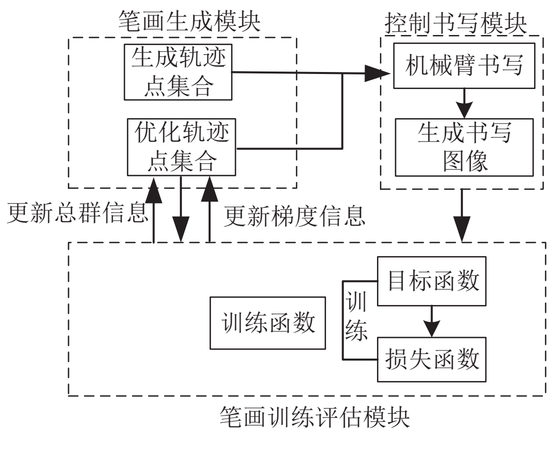

图 5　书法机器人单一网络框架图

3.4.1 基于 GAN 的系统模型

GAN 是一种有效的深度学习模型，它主要由生成模型 G 和判别模型 D 组成, 模型流程图如图 6。生成模型由无监督深度网络训练得到，输入为一组高斯噪声。判别模型由有监督深度网络训练得到，用于判别数据来源的真假，即是真实数据还是由 G 网络生成的数据。将 GAN 应用到书法复现中，机器人根据提供的图像生成并执行书写动作, 训练机械臂学习编写基本笔画的样式类型。

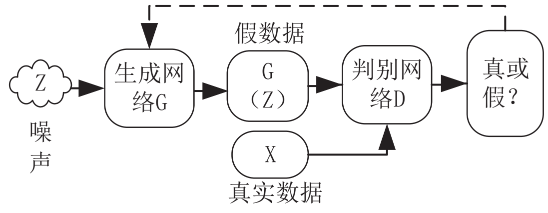

图 6　GAN 模型流程图

Chao F[43] 等人将机器人书写的学习过程视为对抗过程，G 网络负责生成笔画轨迹的概率分布。LSTM-GAN[44] 使机器人能够学习和生成汉字笔画序列即书写轨迹。在机器人的运动轨迹数据集缺失的情况下，LSTM-GAN 相结合的网络结构可以将像素笔画图像转换为机器人控制的矢量轨迹序列。Wu R[45] 等人的 GAN 判别网络学习训练数据包含审美标准，评价笔画图像的质量。Wu R 等人[46] 设计的 G 网络使用 U-Net 结构，整个训练目标函数采用 minmax 极小极大最优化过程。

受到 InfoGAN 的启发，GANCCRobot[47] 改进了传统的 GAN 框架，增加辅助分配模块。G 网络中除了随机噪声，还加入了笔画类型和代表笔画特征的潜码信息。引入策略梯度法训练 GAN 模型，应用潜码能最大限度地提高笔画的风格质量。GAN 主要解决图像到图像的转换问题，并没有根据图像生成相应的动作。

3.4.2 基于 RNN 和 LSTM 的笔画生成模型

由于 RNN 和 LSTM 在处理运动序列时强大的学习能力，研究者们应用 RNN 和 LSTM 生成轨迹点写入序列。图 7 给出了 LSTM 生成笔画模型。

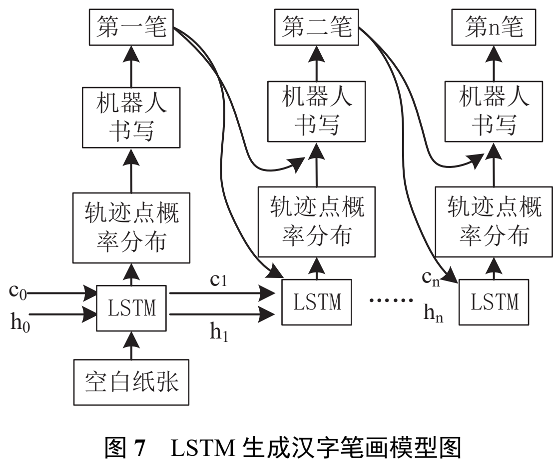

图 7　LSTM 生成汉字笔画模型图

LSTM-GAN[44] 生成对抗体系结构的每一个生成过程都包含若干个 LSTM 循环。Kotani A 等人[48] 使用示教数据集完成书写。对于给定的汉字字符目标图像，RNN 预测动作序列，LSTM 保证动作的连续性。定义了局部模型和全局模型。局部模型预测下一步笔尖的移动位置，全局模型预测新笔画的下一个位置。Aksan E[49] 等人采用 LSTM RNN 生成复杂的手写体文本序列。使用数据驱动模型区分手写体文本的内容和形式要素，高斯混合模型 GMM 捕获内容信息，应用连续的隐含层变量捕获同性正态分布样式属性。

3.4.3 基于 CNN 的笔画评估模型

LSTM-GAN [44] 使用 CNN 代替判别网络评估 LSTM 网络的最终输出，生成目标评估函数和损失函数，训练更新 CNN 输出字符图像，根据像素图像，编写高质量汉字笔画信息控制机器人书写。Wu R [50] 等人应用 CNN 对书写笔画图像进行重构，获取示例笔画图像和生成图像的余弦相似度。Zhang X 等[51] 采用形状字符向量描述笔触骨架的形状，CNN 识别字符轮廓中每个笔画，系统能够将用户输入的笔迹转换为机械臂书写的实体书法。

3.4.4 基于自动编码器网络的笔画模型

卷积自动编码器 Convolutional Auto-encoders (CAE) 由于强大的特征提取能力，非常适用于图像重构。主要包括编码器和解码器，编码器用于降低维度和提取特征，解码器生成重构数据。Gao X[52] 等人提出卷积自动编码器生成编码评估笔刷的书写质量以支持自动书写轨迹模型的生成；应用差分进化算法操作机器人生成书写轨迹模型。

3.5 基于深度强化学习

近年来，深度强化学习 Deep reinforcement learning (DRL) 在解决不同领域的挑战性问题方面取得了重大进展。复制现有作品使深层 RL 结果更具可重复性[53]。图 8 为书法机器人 DRL 算法框架。

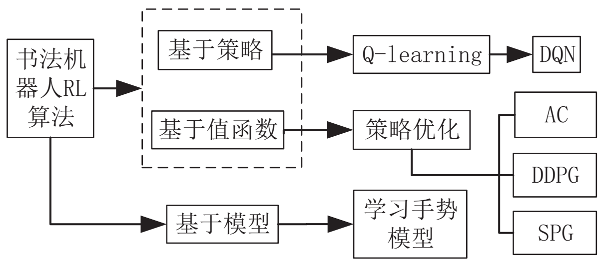

图 8 书法机器人 DRL 算法框架

3.5.1 基于策略梯度算法

GAN-AC[45] 将 GAN 与 AC 模型相结合，应用 DDPG 算法训练书写动作序列。强化学习能够基于高维状态信息的输入直接输出相应的控制操作。Wu R[50] 采用 SPG 产生当前书写结果的概率分布训练智能体。由于直接从笔画图像中学习书写笔画，没有事先设定好书写轨迹和笔画轮廓，无法直接生成精确的轨迹点位置。LSTM-GAN[44] 基于策略梯度算法的深度强化学习用来帮助机器人找到最好的书写轨迹策略。

3.5.2 基于手势模型

强化学习算法在人与机器人的感知中建立对输入手势的理解，将手势映射为机器人的行动。

3.6 基于模仿学习

主要通过运动感知设备提取书写者在书写过程中的轨迹参数。常用方法：基于传感器和触摸屏。

3.6.1 基于传感器

Y Ohnishi[54] 使用自制触觉传感器进行书写，然而系统束缚了操作，书写效果并不理想。Chao F[55-56] 建立汉字基本笔画和英文字母字库。在此基础上，Chao F[57] 使用拐角检测技术将汉字字符自动分解成笔画，学习人体姿势并按书写顺序依次匹配，获取书写轨迹。Callibot 书法机器人从演示者中获得训练数据，应用局部加权线性回归将笔画参数映射到笔画轨迹上，从图像中复制书法[58]。

3.6.2 基于触模屏

Li J[59] 采用触摸屏示教机器人书写，实现书写字符的生动复现。书法机器人从中生成执行书法复制的轨迹和程序。

3.6.3 基于运动基元

运动基元方法常常被用于人类字体书写，特别是英文字母书写的轨迹复现。由于人类手写轨迹的复杂性，作为模仿学习一种应用的书写机器人已成为具有挑战性的研究课题。文献[60] 介绍了一种用于机器人的通用手写学习系统，从人类手写示例中学习绘制字母数字字符。能够模仿人类的书写方式重写字母，并以类似的书写风格创建新字母。

4 书写轨迹控制方式

Yang L[61] 书写绘画过程中只是简单的采用以末端路径为主的轨迹控制，导致机械臂末端以外的各个关节不能够平滑运动，容易出现卡顿的现象。为了达到机械臂书写轨迹的流畅自如，Li J[6] 先由末端路径应用机器人运动学的逆解[62] 得出各关节的

运动轨迹，再利用 S 型曲线算法对关节角进行轨迹规划，在约束末端路径的同时保证各关节平滑的运动。以上只是单纯使用动力学、运动学控制方式，Garrido J 等人综合应用 Lloyd 算法和改进的隐马尔可夫模型训练关节空间期望轨迹，有效解决关节连接空间学习的问题[63]，达到智能控制的效果。

5 书法机器人评价模型研究现状

由于书法具有艺术性，很难建立一个统一的审美评价标准。因此，如何建立合适的机器人书法书写行为评价机制是一项具有挑战性的任务。书法评价指标大致分为三种，如图 9 所示。

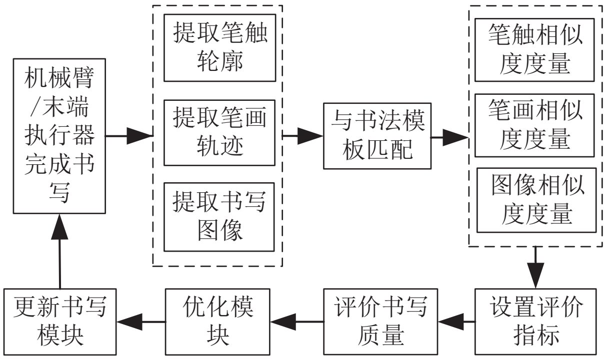

图 9 书法机器人评价模型流程图

5.1 基于书写轨迹的书法评价指标

Xu P[64] 等人开发了新型模型 MCNN-LSTM，MCNN 输出帧序列特征向量，作为 LSTM 的输入识别笔刷状态。应用线性回归模型提取笔刷的运动轨迹，相似性计算公式评估书写质量。Wang M[65] 等人提出使用向量化方法和迭代最近点算法。

5.2 基于笔画轮廓覆盖的书法评价指标

Mueller S[36] 等人提出基于视觉反馈的迭代优化书写方法，对比书写结果与参考笔画的覆盖情况，但其迭代优化过程计算较为复杂，十分耗时。文献[51] 采用形状 -字符向量来描述标准笔画的形状。章夏芬等[66] 利用轮廓形状相似性算法精确匹配候选字符集，排序检索结果。基于笔画轮廓匹配的书法字符存在计算量大、检索效率低下等问题[66]。

5.3 基于特征学习的书法评价指标

Gao X[52] 等人使用 CAE 提取笔画图像获得笔画特征，使用特征值重建图像。将重新获得的笔画图像和原始的笔画图像进行对比，生成余弦相似度，根据余弦相似度大小来衡量笔画书写的质量。使用最小平方误差 MSE 作为目标函数，训练 CAE 得到分数，作为 DE 的适应度函数。期望在多次迭代中得到书写运动轨迹路径样本的平均值（期望值 E）。Wu R[45] 等人训练生成对抗网络生成和重建笔画特征图像，评价笔画图像的质量。文献[67] 设计倾斜度、平衡性和写作强度三个相似度评价指标。Ma Z[68] 建立闭环书法系统以减小建模误差带来的影响。Zhou D[69] 等人将统计学中概率论方法应用到机器人书法特征评价中。

6 比较与讨论

书法机器人系统，探究其流程大致归纳为三个步骤: 1）从毛笔字中提取目标特征作为特征数据集；2）根据特征建立模型；3）利用模型控制机器人或末端执行器复现毛笔字。

表 1 对比了轨迹提取的三种方法，方法一（M1）和方法二（M2）的两个主要研究方向是笔画轨迹点顺序和笔画轮廓。主要集中在控制笔刷的轨迹、压力、速度和加速度，通过实验获得参数建立笔触模型，将笔触模型沿着轨迹点叠加生成汉字笔画轮廓；在数据库中预先定义目标字符的运动轨迹和书写规则，以存储笔画的书写顺序。方法三（M3）与 M1、M2 的区别在于不需要预先定义目标字符的运动轨迹和书写规则，直接从书法图像中自动地学习书法书写行为，优化书写效果。主要表现为其特征提取方式及模型构建的不同，方法一和二提取汉字的轨迹和笔触特征，进行特征建模，生成汉字模型；而方法三将图像作为特征提取的目标，输入到网络模型中训练，反复迭代优化得到汉字轨迹。如图 10 所示。究其原因在于轨迹提取和图像之间的先后顺序不同：M1 和 M2 先有轨迹再书写汉字，M3 则是给定汉字图像再得出轨迹。表 2 对比分析了三种方法的研究顺序，按照笔画分离、笔触模型、轨迹提取、轨迹控制四个部分依次排列，表 2 中数字表示执行步骤。从表 2 中可以看出，M1 与 M2 的本质区别在于 M1 没有笔触模型，直接由分离的笔画提取轨迹。

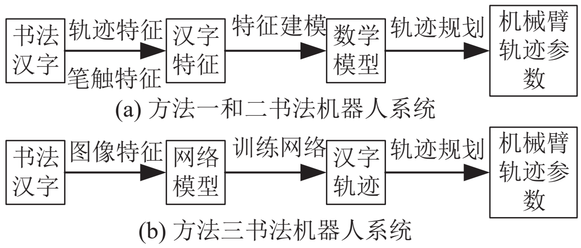

图 10 不同方法的书法机器人系统比较

表 1 轨迹提取方法对照表

提取方法	笔触模型	轨迹序列	采集特征	建模方式
$M1$	无	有序	轨迹	数据建模
$M2$	有	有序	笔触轨迹	数据建模
$M3$	无	无序	图像	网络模型

表 2　各方法研究脉络对照表

提取方法	笔画分离	笔触模型	轨迹提取	轨迹控制
$M1$	1		2	3
$M2$	1	2	3	4
$M3$	1		3	2

未来研究展望可从以下领域深入：1）深度神经网络机器学习和人工智能领域的最新研究趋势表明，配备足够的计算资源和数据，以往常用的梯度下降算法效果非常好，例如将反向传播应用于深层神经网络的监督学习任务；深层反向传播神经网络与传统加强学习算法相结合，如 Q 学习[70] 或策略梯度 PG 方法[71-72]；应用强化学习的进化策略 ES[73]。作为深度学习的基本结构，深度人工神经网络 DNN 和 BP 神经网络类似，也是通过基于梯度的学习算法进行典型训练的，即反向传播算法。在训练过程中不断修正权重使得网络误差最小。深层网络结构的设计中要保证各结构层具有学习较为复杂结构的能力; 保证深层网络结构的性能增益。然而如何设计结构保证较好的网络性能，没有可以借鉴参考的标准。比如在 CNN 结构设计上，卷积层数目、卷积核数大小等设定多是凭经验给出。目前智能书写机器人多使用 M3 提取轨迹。训练模型主要涉及训练算法、网络结构、目标函数等。训练算法主要以梯度下降法、遗传算法为主。就网络类型而言，有些研究者选择单一网络类型，也有使用复合网络类型。单一训练网络通常将笔画评价模块和训练模块融合成一个训练模块，在给定训练函数作用下，运用某种策略快速寻优，寻找目标最优解。复合网络则是对笔画评价、训练模块分别设计各自的网络结构、损失函数。根据损失函数训练评价网络，训练网络使用某种策略更新优化目标值。除了网络类型，还需设计合适的网络结构，对机器人书写图像进行重构。由训练算法、网络结构可得出相应的目标函数，比如适应度函数用于进化计算、遗传算法的目标函数，在适应度函数的选择上并没有统一的标准，研究者提出了各自不同的选取函数，主要集中在图像的余弦相似度、外形相似度。使用强化学习时，梯度下降法通常选择强化学习的奖励函数作为目标函数。有时很难为某些任务设计一个合适的奖励函数。如何设计性能优良的训练函数更新优化笔画图像，为后续的研究工作提出了思考，未来研究可以围绕在这些方面开展。

智能书写机器人在生成书法动作时也存在一些局限性。由于训练网络的输入是书法图像，模型没有考虑书写动作的书写顺序信息，可能生成错误的书写序列，不符合书法规则。可以考虑将其与传统书写模型（M1 和 M2）相结合，将传统的书写轨迹路径、笔触模型融入到智能书法机器人训练模块中，以弥补智能书写控制模块在笔画书写顺序方面的不足，更好地发挥其自主学习、训练的优势。

2）模仿学习众所周知，演示学习 Learning by demonstration (LbD) 方法面临着许多挑战，例如如何将所学到的行动转移到新的任务环境[74]。由于外界的干扰等不确定因素存在，任何位姿出现偏差都会导致书写效果不够理想。改善机械臂的稳定性，保证生成笔画的书写质量可作为后续的研究工作。

3）深度强化学习基于深度 Q 网络 (deep Q-network, DQN)DQN 已成功应用于随机和确定性情况下许多挑战性的问题，符合书写轨迹生成特点。

4）深度神经进化: 遗传算法是训练深度神经网络进行强化学习的一个强有力的选择[75]。进化策略 ES[76] 可以与基于反向传播算法相抗衡。Felipe[75] 研究表明某些情况下渐变不是优化的最佳选择。考虑采用基于 DNN 的非梯度进化算法训练书法网络。

7　结束语

通过对该领域相关文献的仔细研读，在此基础上的深入思考，初步归纳总结出书法机器人的研究脉络及主要研究内容。其中笔画分离与提取主要包括笔画分离算法和笔画图像外形轮廓提取；虚拟笔刷的笔触模型分为经验模型和物理模型；笔画轨迹提取作为书法机器人核心所在，研究手段丰富多样，涵盖计算机图形学、机器学习、深度学习、模仿学习、强化学习等众多领域。探究总结出轨迹提取的三种不同方法，由此将书法机器人的研究大致划分为两个发展阶段：传统书法机器人和智能书法机器人。阐述了每个历经阶段涉及的研究现状、研究问题、采用的方法途径、建立的模型、算法策略等关键技术，并对比讨论了各自的优缺点。在轨迹控制方面，综合评判运动学及动力学、智能控制多种不同的书写轨迹规划控制方式。在此基础上分析目前书写评价指标，讨论评价模型。对未来的研究趋势做了总结展望。

机器人书写作为智能机器人的一项重要应用，其研究成果为解决其他类似问题提供可以借鉴参考的思路，推进了智能机器人进一步发展。毛笔字书法作为一门极为复杂精细的艺术，它对机器人“手”在复杂情况下的灵活性、稳定性及鲁棒性要求十分严格。控制精度已经达到微米级别，完全可以胜任再现人类的精准操作。书法机器人的应用不

仅仅体现在书写方面，还能衍生到其他机器人作业领域，具有广泛的市场前景和应用价值。

参考文献 (References)

[1] 曾华琳, 黄雨轩, 晁飞, 等. 书写机器人研究综述 [J]. 智能系统学报, 2016(1): 15-26.
(Zeng H L, Huang Y X, Chao F, et al. A survey of writing robot research[J]. Journal of Intelligent Systems, 2016(1): 15-26.)

[2] CHAO Fei, ZHANG Xin, LIN Haixiong, et al. Learning robotic hand-eye coordination through a developmental constraint driven approach[J]. International journal of automation and computing, 2013, 10(5): 414-424.

[3] Lian Z, Zhao B, Xiao J. Automatic generation of large-scale handwriting fonts via style learning[M]. New York:SIGGRAPH ASIA Technical Briefs. 2016:1-4.

[4] Gan L, Fang W, Chao F, et al. Towards a Robotic Chinese Calligraphy Writing Framework[C]. 2018 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics(ROBIO). Kuala Lumpur: IEEE, 2018: 493-498.

[5] Zhao B, Yang M, Pan H, et al. Nonrigid point matching of Chinese characters for robot writing[C]. 2017 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics(ROBIO). Macau: IEEE, 2017: 762-767.

[6] Li J, Min H, Zhou H, et al. Robot Brush-Writing System of Chinese Calligraphy Characters[C]. International Conference on Intelligent Robotics and Applications. Shenyang: Springer, Cham, 2019: 86-96.

[7] Sun Y, Qian H, Xu Y.A geometric approach to stroke extraction for the Chinese calligraphy robot[C]. 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation(ICRA). Hong Kong: IEEE, 2014: 3207-3212.

[8] Yao F, Shao G, Yi J. Extracting the trajectory of writing brush in Chinese character calligraphy[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2004, 17(6): 631-644.

[9] Yao F, Shao G, Yi J. Trajectory generation of the writing–brush for a robot arm to inherit block–style Chinese character calligraphy techniques[J]. Advanced robotics, 2004, 18(3): 331-356.

[10] Yao F, Shao G. Modeling of ancient-style chinese character and its application to ccc robot[C]. 2006 IEEE International Conference on Networking,Sensing and Control. Florida: IEEE, 2006: 72-77.

[11] Yang L, Li X. Animating the brush-writing process of Chinese calligraphy characters[C]. Eighth IEEE/ACIS International Conference on Computer and Information Science. Shanghai: IEEE, 2009: 683-688.

[12] Xu S, Jiang H, Jin T, et al. Automatic generation of chinese calligraphic writings with style imitation[J]. IEEE Intelligent Systems, 2009(2): 44-53.

[13] Lyu P, Bai X, Yao C, et al. Auto-encoder guided gan for chinese calligraphy synthesis[C]. 14th IAPR International Conference on Document Analysis and Recognition(ICDAR). Kyoto: IEEE, 2017:1095-1100.

[14] Chu N S H, Tai C L. An efficient brush model for physically-based 3D painting[C]. 10th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications. Beijing: IEEE, 2002: 413-421.

[15] Chu N S H, Tai C L. Real-time painting with an expressive virtual Chinese brush[J]. IEEE Computer Graphics and applications, 2004, 24(5): 76-85.

[16] Chu N S H, Tai C L. MoXi: real-time ink dispersion in absorbent paper[J]. ACM Transactions on Graphics(TOG), 2005, 24(3): 504-511.

[17] Chen T D. Hairy Brush and Rice Paper Interactive Model with Chinese Ink Painting Style[J]. International Journal of Digital Content Technology and its Applications, 2011, 5(1): 63-75.

[18] Guo C, Hou Z, Yang G, et al. The simulation of the brush stroke based on force feedback technology[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2015(14): 1-10.

[19] Baxter B, Scheib V, Lin M C, et al. DAB: interactive haptic painting with 3D virtual brushes[C]. Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques.SIGGRAPH:Association for Computing Machinery, 2001: 461-468.

[20] Baxter W, Govindaraju N. Simple data-driven modeling of brushes[C]. Proceedings of the 2010 ACM SIGGRAPH symposium on Interactive 3D Graphics and Games.Bethesda:Association for Computing Machinery, 2010: 135-142.

[21] Baxter W V, Lin M C. A versatile interactive 3D brush model[C]. 12th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications. Seoul: IEEE, 2004: 319-328.

[22] Strassmann S. Hairy brushes[J]. ACM Siggraph Computer Graphics, 1986, 20(4): 225-232.

[23] Wong H T F, Ip H H S. Virtual brush: a model-based synthesis of Chinese calligraphy[J]. Computers & Graphics, 2000, 24(1): 99-113.

[24] 白本督, 张艳宁, 李映. 基于中国书法的虚拟毛笔模型 [J]. 西北工业大学学报, 2008, 26(3): 391-394.
(Bai B D, Zhang Y N, Li Y. Virtual brush model based on Chinese calligraphy[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2008, 26(3): 391-394.)

[25] Bai B,Wong K W, Zhang Y. An efficient physically-based model for chinese brush[C]. International Workshop on Frontiers in Algorithmics. Berlin: Springer, 2007: 261-270.

[26] Bai B, Wong K W, Zhang Y. A virtual Chinese hairy brush model for E-Learning[C]. International Conference on Web-Based Learning. Berlin: Springer, 2007: 320-330.

[27] Yin J, Ren X, Ding H. HUA: An interactivecalligraphy and ink-wash painting system[C]. The Fifth International Conference on Computer and Information Technology. Shanghai: IEEE, 2005: 989-995.

[28] 宓晓峰, 唐敏, 林建贞, 等. 基于经验的虚拟毛笔模型

[J]. 计算机研究与发展, 2003, 40(8): 1244-1251.
(Mi X F, Tang M, Lin J Z, et al. Virtual brush model based on experience[J]. Journal of Computer Research and Development, 2003, 40(8): 1244-1251.)

[29] Mi X, Xu J, Tang M, et al. The droplet virtual brush for Chinese calligraphic character modeling[C]. Sixth IEEE Workshop on Applications of Computer Vision. Orlando: IEEE, 2002: 330-334.

[30] 张俊松, 张悠苗, 周昌乐. 书法临摹过程的交互式动画建模方法 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2014, 26(6): 963-972.
(Zhang J S, Zhang Y M, Zhou C L. Interactive animation modeling method of calligraphy copying process[J]. Journal of Computer Aided Design and Graphics, 2014, 26(6): 963-972.)

[31] Joshi A. Efficient Rendering of Linear BrushStrokes[J]. Journal of Computer Graphics Techniques, 2018, 7(1):1-16.

[32] Xia Y, Li F, Wu Z, et al. Research and development of brush calligraphy system based on mobile terminal[C]. 2015 International Conference on Automation, Mechanical Control and Computational Engineering. Jinan: Atlantis Press, 2015(4):741-747.

[33] Lam J H M, Yam Y. Stroke trajectory generation experiment for a robotic Chinese calligrapher using a geometric brush footprint model[C]. 2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Missouri: IEEE, 2009: 2315-2320.

[34] Xu S, Tang M, Lau F, et al. A solid model based virtual hairy brush[C].Computer Graphics Forum. Oxford: Blackwell Publishing, Inc, 2002, 21(3): 299-308.

[35] Girshick R B. Simulating Chinese brush painting: the parametric hairy brush[M].ACM SIGGRAPH Posters. 2004: 22.

[36] Mueller S, Huebel N, Waibel M, et al.Robotic calligraphy — learning how to write single strokes of Chinese and Japanese characters[C]. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Chicago: IEEE, 2013: 1734-1739.

[37] 郭丽, 任向实, 丁怀东. 电子书画系统中毛笔笔型的模拟研究 [J]. 昆明理工大学学报: 理工版, 2002, 27(6): 83-87.
(Guo L, Ren X S, Ding H D. Simulation Research on Brush Pen Shapes in Electronic Painting and Calligraphy System[J]. Journal of Kunming University of Science and Technology: Science and Technology Edition, 2002, 27(6): 83-87.)

[38] Huebel N, Mueggler E, Waibel M, et al. Towards robotic calligraphy[C]. 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Algarve: IEEE, 2012: 5165-5166.

[39] Wang S, Chen J, Deng X, et al. Robot Calligraphy using Pseudospectral Optimal Control in Conjunction with a Novel Dynamic Brush Model[J]. arXiv:2003.01565, 2020.

[40] Ma Z, Su J. Stroke reasoning for robotic chinese calligraphy based on complete feature sets[J]. International Journal of Social Robotics, 2017, 9(4): 525-535.

[41] Lin H I, Huang Y C. Visual matching of stroke order in robotic calligraphy[C]. 2015 International Conference on Advanced Robotics (ICAR). Istanbul: IEEE, 2015: 459-464.

[42] Kwok K W, Wong S M, Lo K W, et al. Genetic algorithm-based brush stroke generation for replication of Chinese calligraphic character[C].2006 IEEE International Conference on Evolutionary Computation. Vancouver: IEEE, 2006: 1057-1064.

[43] Chao F, Lv J, Zhou D, et al. Generative adversarial nets in robotic Chinese calligraphy[C].IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Brisbane: IEEE, 2018: 1104-1110.

[44] Chao F, Lin G, Zheng L, et al. An LSTM Based Generative Adversarial Architecture for Robotic Calligraphy Learning System[J]. Sustainability, 2020, 12(21): 9092-9102.

[45] Wu R, Zhou C, Chao F, et al. Integration of an actor-critic model and generative adversarial networks for a Chinese calligraphy robot[J]. Neurocomputing, 2020, 388: 12-23.

[46] Wu R, Chen Z, Wang Z, et al. Brush stroke synthesis with a generative adversarial network driven by physically based simulation[C].Proceedings of the Joint Symposium on Computational Aesthetics and Sketch-Based Interfaces and Modeling and Non-Photorealistic Animation and Rendering. New York: Association for Computing Machinery, 2018: 1-10.

[47] Wu R, Zhou C, Chao F, et al. GANCCRobot: Generative adversarial nets based chinese calligraphy robot[J]. Information Sciences, 2020, 516: 474-490.

[48] Kotani A, Tellex S. Teaching robots to draw[C].2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Montreal: IEEE, 2019: 4797-4803.

[49] Aksan E, Pece F, Hilliges O. Deepwriting: Making digital ink editable via deep generative modeling[C]. Proceedings of the 2018 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems. Montreal: Association for Computing Machinery, 2018: 1-14.

[50] Wu R, Fang W, Chao F, et al. Towards deep reinforcement learning based Chinese calligraphy robot[C]. 2018 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO). Kuala Lumpur: IEEE, 2018: 507-512.

[51] Zhang X, Li Y, Zhang Z, et al. Intelligent Chinese calligraphy beautification from handwritten characters for robotic writing[J]. The Visual Computer, 2019, 35(6-8): 1193-1205.

[52] Gao X, Zhou C, Chao F, et al. A data-drivenrobotic Chinese calligraphy system using convolutional auto-encoder and differential evolution[J].

Knowledge-Based Systems, 2019, 182: 104802.
[53] Henderson P, Islam R, Bachman P, et al. Deep reinforcement learning that matters[J]. arXiv:1709.06560, 2017.
[54] Ohnishi Y, Katsura S. Modeling and personal recognition of calligraphy task using haptic data[C].IECON 38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society. Montreal: IEEE, 2012: 2613-2618.
[55] Chao F, Sun Y, Wang Z, et al. A reduced classifier ensemble approach to human gesture classification for robotic Chinese handwriting[C]. 2014 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE). Beijing: IEEE, 2014: 1720-1727.
[56] Chao F, Huang Y, Zhang X, et al. A robot calligraphy system: From simple to complex writing by human gestures[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2017, 59: 1-14.
[57] Chao F, Huang Y, Lin C M, et al. Use of automatic Chinese character decomposition and human gestures for Chinese calligraphy robots[J]. IEEE Transactions on Human-Machine Systems, 2018, 49(1): 47-58.
[58] Sun Y, Qian H, Xu Y. Robot learns Chinese calligraphy from demonstrations[C]. 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Chicago: IEEE, 2014: 4408-4413.
[59] Li J, Sun W, Zhou M C, et al. Teaching a calligraphy robot via a touch screen[C]. 2014 IEEE International Conference on Automation Scienceand Engineering (CASE). Taipei: IEEE, 2014: 221-226.
[60] Luo Q, Wu J, Gombolay M. A Generalized Robotic Handwriting Learning System based on Dynamic Movement Primitives (DMPs)[J]. arXiv:2012.03898, 2020.
[61] Yang L, Xu T, Li X. An image-based approach in animating painting procedure of chinese ink painting[J]. Stroke, 2011, 1(1): 1-4.
[62] Perumaal, Saravana, et al. Synchronized trigonometric S-curve trajectory for jerk bounded time-optimal pick and place operation[J]. International Journal of Robotics and Automation, 2012, 27(4): 385-389.
[63] Garrido J, Yu W, Soria A. Human behaviorlearning for robot in joint space[J]. Neurocomputing, 2015, 155: 22-31.
[64] Xu P, Wang L, Guan Z, et al. Evaluating brush movements for Chinese calligraphy: a computer vision based approach[C].27th International Joint Conference on Artificial Intelligence. Sweden: IJCAI, 2018: 1050-1056.
[65] Wang M, Fu Q, Wang X, et al. Evaluation of Chinese calligraphy by using DBSC vectorization and ICP algorithm[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2016(4):1-11.
[66] 章夏芬, 张龙海, 韩德志等. 自适应书法字图像匹配和检索 [J]. 浙江大学学报: 工学版, 2016, 50(4): 766-776. (Zhang X F, Zhang L H, Han D Z, et al. Adaptive calligraphy character image matching and retrieval[J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Edition, 2016, 50(4): 766-776.)
[67] Liang D, Liang D, Xing S, et al. A robot calligraphy writing method based on style transferring algorithm and similarity evaluation[J]. Intelligent Service Robotics, 2020, 13(1): 137-146.
[68] Ma Z, Su J. Aesthetics evaluation for robotic Chinese calligraphy[J]. IEEE Transactions on Cognitive and Developmental Systems, 2016, 9(1): 80-90.
[69] Zhou D, Ge J, Wu R, et al. A computational evaluation system of Chinese calligraphy via extended possibility-probability distribution method[C]. 2017 13th International Conference on Natural Computation, Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (ICNC-FSKD). Guilin: IEEE, 2017: 884-889.
[70] Mnih V, Kavukcuoglu K, Silver D, et al. Human-level control through deep reinforcement learning[J]. nature, 2015, 518(7540): 529-533.
[71] Sehnke F, Osendorfer C, Rückstieß T, et al.Parameter-exploring policy gradients[J]. Neural Networks, 2010, 23(4): 551-559.
[72] Mnih V, Badia A P, Mirza M, et al. Asynchronous methods for deep reinforcement learning[C].International conference on machine learning. New York:PMLR, 2016:1928-1937.
[73] Salimans T, Ho J, Chen X, et al. Evolution strategies as a scalable alternative to reinforcement learning[J]. arXiv :1703.03864, 2017.
[74] Savarimuthu T R, Buch A G, Schlette C, et al. Teaching a robot the semantics of assembly tasks[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics: Systems, 2017, 48(5): 670-692.
[75] Such F P, Madhavan V, Conti E, et al. Deep neuroevolution: Genetic algorithms are a competitive alternative for training deep neural networks for reinforcement learning[J]. arXiv:1712.06567, 2017.
[76] Salimans T,Ho J,Chen X,et al.Evolution strategies as a scalable alternative to reinforcement learning[J]. arXiv:1703.03864,2017.

作者简介

郭冬梅 (1982−), 女, 讲师, 博士, 从事深度学习、智能机器人等研究, E-mail: dmguo@aust.edu.cn;

闵华松 (1969−), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 从事嵌入式系统、智能机器人等研究, E-mail: mhuasong@wust.edu.cn;