

基于小波精英解学习和多角度搜索的新型阴阳平衡优化算法

许秋艳^{1,2†}, 马良¹, 刘勇¹

(1. 上海理工大学 管理学院, 上海 200093; 2. 盐城工学院 信息工程学院, 江苏 盐城 224051)

摘要: 针对基本阴阳平衡优化算法计算精度低和优化速度慢等问题, 提出一种新型阴阳平衡优化算法. 首先, 设计小波精英解学习策略, 充分利用精英解的进化信息来产生高质量的解, 用于算法的全局勘探和局部开发; 然后, 将搜索角度引入到解更新方程中, 以实现算法搜索空间的全方位搜索. 对新算法的收敛性进行了理论分析. 采用连续优化测试函数和瓶颈旅行商问题进行数值实验, 并将新算法和多种智能优化方法进行比较. 实验结果表明新算法具有更好的优化性能.

关键词: 阴阳平衡优化算法; 小波精英解; 多角度搜索; 最优化; 智能计算

中图分类号: TP301.6

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0251

A novel Yin-Yang pair optimization algorithm based on the Wavelet elite solutions learning and multi-angle search

XU Qiu-yan^{1,2†}, MA Liang¹, LIU Yong¹

(1. School of Management, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China; 2. College of Information Engineering, Yancheng Institute of Technology, Yancheng 224051, China)

Abstract: In order to solve the problem of low calculation accuracy and slow convergence velocity of the Yin-Yang pair optimization (YYPO) algorithm, a novel YYPO (NYYPO) algorithm, based on the Wavelet elite solutions learning and multi-angle search, is presented in this paper. Firstly, the strategy of Wavelet elite solutions learning is proposed to make full use of the evolutionary information of elite solutions. High-quality solutions generated by this strategy are used in the global exploration and local exploitation of algorithm. Secondly, the search angle is introduced into the solution update equation, which can realize the all-round search of algorithm search space. The convergence of the proposed algorithm is analysed. The continuous functions and the bottleneck traveling salesman problem are employed in the numerical experiments. NYYPO is compared with many intelligent optimization algorithms. Experimental results demonstrate that the presented NYYPO algorithm has better optimization performance.

Keywords: Yin-Yang pair optimization algorithm; Wavelet elite solutions; multi-angle search; optimization; intelligent computing

0 引言

最近, Punathanam 等在研究中国传统文化——阴阳学说时, 发现阴阳平衡和智能计算中的全局探索和局部开发间的均衡有相同之处, 进而提出了一种新颖的智能优化算法——阴阳平衡优化 (Yin-Yang-Pair Optimization, YYPO) 算法^[1]. 现有智能优化方法如遗传算法、蚁群优化算法、人工蜂群优化算法、微粒群优化算法、禁忌搜索算法、模拟退火算法和自适应大邻域搜索算法等, 其优化原理主要包括生物学规律、物理学规律和邻域搜索规则等. 也正因为受到这些优化原理的限制, 在实际应用时

这些优化方法会暴露其一些固有缺陷^[2]. 因此, 需要进一步完善智能优化算法的设计方法. 阴阳平衡优化算法不是对任何特定机制的模拟, 而是期望能从阴阳平衡的角度来实现全局搜索和局部搜索的均衡, 为算法研究提供了别具特色的优化策略^[3].

但是近期的研究表明, 在求解复杂困难的优化问题时, 和其它智能优算法一样, 阴阳平衡优化算法也存在易陷入局部极值和优化速度慢等问题. 为此, 文献 [4] 将微粒群优化算法引入到阴阳平衡优化算法中, 进一步提高其计算精度. 文献 [5] 提出一种根据决策变量维数选择解更新方法的阴阳

收稿日期: 2021-02-07; 修回日期: 2021-05-26.

基金项目: 上海市“科技创新行动计划”软科学研究重点项目 (18692110500); 上海市哲学社会科学规划课题 (2019BGL014); 上海理工大学科技发展资助项目 (2020KJFZ040).

†通讯作者. E-mail: 44424072@qq.com.

平衡优化算法,以提高算法的优化速度.文献[6]提出一种混合阴阳平衡优化算法,将混沌搜索和错卦变换融入到算法,提高算法跳出局部极值的能力.文献[7-9]也进行了类似的研究.现有的研究工作在一定程度上解决上阴阳平衡优化算法不足,但只是针对其部分缺点进行改进,对算法自身的搜索机制涉及的较少,无法同时提高算法的计算精度和收敛速度.此外,作为一种新型智能优化算法,阴阳平衡优化算法的搜索潜力有待进一步挖掘.为此,本文提出一种新型阴阳平衡优化(Novel Yin-Yang-Pair Optimization, NYIPO)算法.新算法 NYIPO 构造一种小波精英解学习策略来产生高质量的解,用于引导算法进行全局和局部的搜索;将搜索角度引入到全局勘探和局部开发中,从各个角度进行优化搜索.大量的数值实验结果表明在计算精度和收敛速度两方面,新型阴阳平衡优化算法 NYIPO 的优势显著.

1 基本阴阳平衡优化算法

在阴阳平衡优化算法中,在半径为1的超球体内使用两个点 P_1 和 P_2 分别进行局部开发和全局勘探.基于点 P_1 的搜索半径 δ_1 会越来越小,有向内收缩的含义,与阴对应;而基于点 P_2 的搜索半径 δ_2 会越来越大,有向外扩展的含义,与阳对应.在任何一种智能优化算法中,局部开发和全局勘探既互补又竞争,分别与阴阳互根和阴阳对立对应.在计算过程中,不断加强基于点 P_1 和 P_2 的局部搜索和全局搜索,与阴阳皆长对应.如果点 P_2 优于点 P_1 ,那么这两点互换,与阴阳交感对应.算法反复进行基于点 P_1 和 P_2 的优化搜索,期望达到局部开发和全局搜索的平衡,与阴阳平衡对应.在具体实现时,阴阳平衡优化算法主要包括基于档案集的解更新和基于超球体的解更新两个阶段^[1].以下分别给出这两个阶段的主要内容.

1.1 基于档案集的解更新阶段

在每次迭代时,算法将 P_1 和 P_2 两个点保存到档案集中.每间隔 I 次迭代,就利用档案集中的 $2I$ 个点当前的 P_1 和 P_2 进行更新.采用的更新方法如下:首先从档案集中找出最好的点,并将该点和 P_1 进行比较,如果前者优于后者,那么这两个点互换;然后再从档案集中找出最好的点,并将该点和 P_2 进行比较,如果前者优于后者,那么这两个点互换;最后将该档案集置为空集,并在上界 I_{max} 和下界 I_{min} 之间随机产生更新频率 I .

此外,还对搜索半径 δ_1 和 δ_2 进行更新,计算方

法如下:

$$\delta_1 = \delta_1 - (\delta_1/\alpha) \quad (1)$$

$$\delta_2 = \delta_2 + (\delta_2/\alpha) \quad (2)$$

其中, α 表示缩放因子.

1.2 基于超球体的解更新阶段

在该阶段,分别以 P_1 为中心, δ_1 为半径, P_2 为中心, δ_2 为半径在超球体内进行局部搜索和全局搜索.根据算法设计,这两种搜索采用相同的解更新方程,为了表达方便,令 P 和 δ 表示搜索中心和半径.在进行解更新前,首先生成 $2D$ 个完全相同的点 P ,分别用 $NP_1, NP_2, \dots, NP_{2D}$ 表示;然后对这 $2D$ 个点进行更新操作.在算法中,可以对点的一个分量或者所有分量进行更新.对点的一个分量更新方程如下:

$$NP_k^j = \begin{cases} P^j + \delta \times \frac{r}{\sqrt{2}}, & k = 1, 2, \dots, D \\ P^j - \delta \times \frac{r}{\sqrt{2}}, & k = D + 1, D + 2, \dots, 2D \end{cases} \quad (3)$$

其中, NP_k^j 代表点 NP_k 的第 j 个分量; P^j 代表点 P 的第 j 个分量; r 代表 0 1 之间的随机数; $j = 1, 2, \dots, D$.

在对点的所有分量进行更新时,还要用到一个 $2D \times D$ 的二进制矩阵 B ,并要求该矩阵每个二进制字符串都是唯一的.对点的所有分量更新方程如下:

$$NP_k^j = \begin{cases} P^j + \delta \times r, & B_k^j = 1 \\ P^j - \delta \times r, & B_k^j = 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中, B_k^j 代表在第 k 行、第 j 列的矩阵元素.

在算法中,以 50% 的概率选择上述两种更新方式的一种.此外,分别从 P_1 和 P_2 生成的新解种选择最好的解,无论其是否优于 P_1 和 P_2 ,都用于替换 P_1 和 P_2 .需要指出的是,虽然 P_1 和 P_2 都采用这两种更新策略,但是实现的搜索效果是不同的.对 P_1 而言,而言,搜索半径 δ_1 越来越小,这里的更新策略等价于做局部搜索.对 P_2 而言,搜索半径 δ_2 越来越大,这里的更新策略等价于做全局探索^[1,3].

2 基于小波精英解学习和多角度搜索的新型阴阳平衡优化算法

阴阳平衡优化算法的解更新方法对计算精度和优化速度影响最大.以式(3)和(4)为例,无论利用 P_1 进行局部开发还是利用 P_2 进行全局探索, P_1 和 P_2 自身的优劣直接影响算法的性能.在对 P_1 和 P_2 随机初始化后,算法直接利用档案集中保存的精英解对这两个点进行更新.如果能够学习精英解中的

优化信息,产生更高质量的解,提高优化性能,也可以避免陷入局部极值.此外,在进行局部开发和全局勘探时,相当于分别以以 P_1 为中心, δ_1 为半径, P_2 为中心, δ_2 为半径进行优化搜索.在上述的寻优方法中,考虑了搜索中心和半径,但是忽略了搜索角度.如果搜索的角度不够全面,容易造成算法的早熟收敛.因此,本文结合上述两方面的分析,从算法核心迭代方程出发,提出一种基于小波精英解学习和多角度搜索的新型阴阳平衡优化算法.

2.1 小波精英解学习策略

在阴阳平衡优化算法中,搜索个体的寻优行为主要受到 P_1 和 P_2 的控制,这两个点直接决定了算法的计算精度和优化速度.在对 P_1 和 P_2 初始化后,算法每间隔 I 次迭代,就利用保存的 $2I$ 个精英解对当前的 P_1 和 P_2 进行比较更新.其实这 $2I$ 个体是由解质量较高的个体组成,类似于算法中搜索群体的历史最优解,比普通解包含了更多的待求解问题的优化信息^[10-11].可以通过这些精英解的学习,促进优化信息的继承与发展,产生更好的 P_1 和 P_2 ,更好地进行在超球体阶段的解更新操作,加快算法向全局最优解逼近.因此,既要保留精英解的优化信息,又要对这些解进行更新.本文采用小波函数对这些精英解进行微调,期望发现更好的解.小波 (Wavelet),顾名思义就是小区域的波形,具有微调能力强等特征^[12],将小波应用到对这些精英解的学习中.设 X 为档案集中一个精英解,通过小波精英解学习后的新解为 X^* ,具体方法如下:

$$X^* = \gamma X + r(L + U) \quad (5)$$

其中, γ 是小波函数值; r 在 0 到 1 之间的随机数; U 和 L 是变量 X 的上下界.

由于 Morlet 小波具有优良的时频特性和动态特性,是小波函数动态变化空间的典型代表,本文在式 (5) 的计算中将采用 Morlet 小波^[13-14],其计算方法如下:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{a}} \exp\left(-\left(\frac{\phi}{a}\right)^2\right) \cos\left(5\left(\frac{\phi}{a}\right)\right) \quad (6)$$

其中, ϕ 的可行域为 $[-2.5a, 2.5a]$, 而 a 的计算方法如下:

$$a = \exp(-\ln g \times (1 - \frac{t}{T})^\xi) + \ln g \quad (7)$$

其中, g 表示 a 的上界; t 表示算法当前的迭代次数; T 表示最大迭代次数; ξ 表示形状参数.

在算法中,对档案集中保留的精英解和采用小波精英解学习后的新解进行比较,取最好的两个解分别赋值给 P_1 和 P_2 .此外,如果这些精英解是局部

最优解的话,也可以通过对这些解的学习,跳出局部极值点,避免算法的早熟收敛.

2.2 多角度搜索策略

在产生 P_1 和 P_2 两个点后,算法在超球体内以点 P_1 为中心和 δ_1 为半径进行局部开发,并以点 P_2 为中心和 δ_2 为半径进行全局勘探,解更新方程如式 (3) 和 (4) 所示.这两种寻优方式都考虑了搜索中心和半径,但都忽略了搜索的角度.在没有优化问题先验信息的情况下,如果不考虑搜索角度或者搜索角度不全,对专注于局部开发的 P_1 而言,会错失质量更好的解;对专注于全局探索的 P_2 而言,会错失潜在的高质量解区域.这也是基本阴阳平衡优化算法计算精度低和优化速度慢的原因之一.因此,将搜索角度引入到基于超球体的解更新方程中,将式 (3) 和 (4) 的更新方程修改为:

$$NP_k^j = P^j + \delta \times \sin(\theta) \quad (8)$$

其中, NP_k^j 代表点 NP_k 的第 j 个分量; P^j 代表点 P 的第 j 个分量; δ 表示搜索步长; θ 表示搜索角度.

搜索角度 θ 可以在 0 和 2π 之间任意取值.这样,利用式 (8) 通过角度 θ 的变化就可以在超球体内对任意位置进行搜索,实现对算法搜索空间全方位的搜索,既可以提高算法的全局勘探能力又可以提高算法的局部开发能力.此外,式 (3) 和 (4) 的解更新方程中的随机数 r 取值范围在 0 到 1 之间.从搜索角度来看,相当于 θ 的取值范围在 0 到 $\frac{\pi}{2}$ 或者 $\frac{\pi}{2}$ 到 π 之间,不能覆盖到所有角度.

综上所述,基于小波精英解学习和多角度搜索的新型阴阳平衡优化算法描述如下:

算法 1: 新型阴阳平衡优化算法 NYPO

输入: 参数 I_{min} , I_{max} , α , g , ξ

输出: 算法产生的最好解

1: 对 P_1 和 P_2 进行随机初始化

2: WHILE(不满足算法停止条件)

3: 计算 P_1 和 P_2 适应值

4: IF P_2 优于 P_1 ,

5: 交换 P_2 和 P_1 的取值和搜索半径

6: END IF

7: 将 P_1 和 P_2 保存到档案集中

8: IF 迭代的间隔数等于更新的频率

9: 按式(5)采用小波精英解学习策略

10: END IF

11: 按式(8)采用多角度搜索策略

12: END WHILE

图 1 : NYPO 算法基本流程

3 新型阴阳平衡优化算法的收敛性分析

对于每种智能优化算法,都需要考虑其收敛性. 基于马尔可夫链的收敛性分析是一种常用方法^[15,16], 本文也采用该方法对新型阴阳平衡优化算法 NYYPPO 的收敛性进行论证. 首先分析新型阴阳平衡优化算法 NYYPPO 的迭代过程可以采用齐次马尔可夫链进行刻画, 然后利用 NYYPPO 算法计算过程中的状态转移概率, 证明 NYYPPO 算法以概率 1 收敛到全局最优解. 假设算法的群体规模为 N , Q^k 表示第 k 次迭代时的搜索群体.

定义 1 NYYPPO 算法在第 k 次迭代时的搜索群体为 $Q(k) = \{q_1(k), \dots, q_i(k), \dots, q_N(k)\}$. 其中, $q_i(k)$ 表示第 k 次迭代时第 i 个体对应的解, N 表示搜索群体的规模. 解序列 $\{Q(k), k \geq 0\}$ 组成了一种离散时间的随机过程. 所有可能的群体 $Q(k)$ 组成集合记为 S , 称之为状态空间.

采用计算机进行数值计算时要受到编码精度的限制, 例如采用浮点编码时, 设编码精度为 ϵ , $q_i(k)$ 所有可能取值共有 $\frac{b_i - a_i}{\epsilon}$ 种^[17], $Q(k)$ 所有可能的取值共有 $\prod_{i=1}^n \frac{b_i - a_i}{\epsilon}$. 这就意味着状态空间 S 为有限集.

定理 1 NYYPPO 算法的迭代过程 $\{Q(k), k \geq 0\}$ 是有限齐次马尔可夫链.

证明. 设第 k 次迭代时解的集合为 $Q(k)$, NYYPPO 算法根据式 (5) 采用多角度搜索策略对解进行更新. 如果满足条件, 算法根据式 (8) 采用小波精英解策略对解进行更新. 在此基础上, 算法得到第 $k+1$ 次迭代时解的集合为 $Q(k+1)$. 这就说明下一次迭代解的状态仅和当前解的状态有关, 与以前的状态无关. 因此, 状态序列 $\{Q(k), k \geq 0\}$ 可以构成马尔可夫链. 根据 NYYPPO 算法设计, 状态转移概率 $Pr(Q(k+1)|Q(k))$ 仅和第 k 次迭代时的状态 $Q(k)$ 有关, 而与迭代次数 k 无关, 即

$$Pr(Q(k+1) = s_i | Q(k) = s_j) > 0 \quad (9)$$

其中, s_i 和 s_j 是任意两个状态, 且 $s_i, s_j \in S$. 因此, 解序列 $\{Q(k), k \geq 0\}$ 对应的是齐次马尔可夫链. 此外, 由于状态空间 S 是有限集, NYYPPO 算法的搜索空间是半径为 1 的超球体. 因此, 解序列 $\{Q(k), k \geq 0\}$ 是有限齐次马尔可夫链.

定义 2 最小化问题 $f(t)$ 的全局最优解集合是

$$T^* = \{t^* | \nexists t \neq t^*, f(t) \leq f(t^*)\} \quad (10)$$

令 $G(Q(k)) = |f(Q(k)) = f(t^*)|$ 表示算法获得的最优函数值个数. 需要说明的是因为 NYYPPO 算法采用群体搜索策略, 只要有一个个体搜索到最优函数值, 算法就是收敛的^[16].

定义 3 若对于任意初始解状态 $Q(0)$ 都满足

$$\lim_{k \rightarrow \infty} Pr(G(Q(k)) > 0) = 1 \quad (11)$$

则称算法以概率 1 收敛到全局最优解.

定理 2 随迭代次数增加, NYYPPO 算法解集对应的最优函数值个数是单调不递减的. 即对于任意的 $\forall k \geq 0$, 有

$$Pr(G(Q(k+1)) < M | G(Q(k)) = M) = 0, M \geq 0 \quad (12)$$

证明. 在 NYYPPO 算法中, 利用档案集保留最好的 $2I$ 个解, 并利用小波精英解学习策略对这些解进行更新, 通过比较保留更好的解. 因此, 在第 k 次迭代时, 解集 $Q(k)$ 对应的最优函数值数量为 M , 在第 $k+1$ 次迭代时, 解集 $Q(k+1)$ 对应的最优函数值数量不可能小于 M .

定理 3 即使 NYYPPO 算法在第 k 次迭代时 $G(Q(k)) = 0$, 在第 $k+1$ 次迭代时搜索到全局最优解的概率大于 0, 即

$$Pr(G(Q(k+1)) > 0 | G(Q(k)) = 0) > 0, \forall k \geq 0 \quad (13)$$

证明. 根据式 (9), 任意两个解之间的状态转移概率大于 0. 因此, 即使在第 k 次迭代时 $G(Q(k)) = 0$, 转移概率 $Pr(G(Q(k+1)) > 0 | G(Q(k)) = 0)$ 也大于 0. 此外, 根据 NYYPPO 算法设计, 即使在第 k 次迭代未产生全局最优解, 在下次迭代时继续采用多角度搜索策略, 可以在搜索空间任意位置产生新解. 这就表明产生任何一个新解的概率大于 0, 那么产生最优解的概率也大于 0.

定理 4 NYYPPO 算法以概率 1 收敛到全局最优解, 即

$$\lim_{k \rightarrow \infty} Pr(G(Q(k)) > 0) = 1 \quad (14)$$

证明. 令 NYYPPO 算法在第 k 次时最优函数值个数为 i 的概率为 $H_i(k) = Pr(G(Q(k)) = i)$, 根据贝叶斯条件概率公式可以得到以下结论: $H_0(k+1) = Pr(G(Q(k+1)) = 0 | G(Q(k)) = 0) \times Pr(G(Q(k)) = 0) + Pr(G(Q(k+1)) = 0 | G(Q(k)) \neq 0) \times Pr(G(Q(k)) \neq 0)$

根据定理 2 可知: $Pr(G(Q(k+1)) = 0 | G(Q(k)) \neq 0) \times Pr(G(Q(k)) \neq 0) = 0$. 因此, $H_0(k+1) = Pr(G(Q(k+1)) = 0 | G(Q(k)) = 0) \times H_0(k)$.

又根据定理 3 可得: $Pr(G(Q(k+1)) > 0 | G(Q(k)) = 0) > 0$. 令 $\rho = \min(Pr(G(Q(k+1)) > 0 | G(Q(k)) = 0), k = 0, 1, 2, \dots)$, 即

$$Pr(G(Q(k+1)) > 0 | G(Q(k)) = 0) \geq \rho > 0 \quad (15)$$

根据式 (15), 可以得到:

$$Pr(G(Q(k+1)) = 0 | G(Q(k)) = 0)$$

$$= 1 - Pr(G(Q(k+1)) \neq 0 | G(Q(k)) = 0)$$

$$= 1 - Pr(G(Q(k+1)) > 0 | G(Q(k)) = 0)$$

$$\leq 1 - \rho < 1 (k = 0, 1, \dots)$$

因此,

$$H_0(k+1) \leq (1-\rho)H_0(k) \leq \dots \leq (1-\rho)^{k+1}H_0(0).$$

进一步可以得到:

$$0 \leq H_0(k+1) \leq (1-\rho)^{k+1}H_0(0) \quad (16)$$

因为 $0 < \rho \leq 1$, 所以 $\lim_{k \rightarrow \infty} (1-\rho)^{k+1} = 0$.

又因为 $0 \leq H_0(0) \leq 1$, 所以 $\lim_{k \rightarrow \infty} (1-\rho)^{k+1}H_0(0) = 0$.

根据式 (16) 和极限的夹逼准则可知:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} H_0(k+1) = 0.$$

综上可得:

$$\begin{aligned} & \lim_{k \rightarrow \infty} Pr(G(Q(k+1)) > 0) \\ &= 1 - \lim_{k \rightarrow \infty} Pr(G(Q(k+1)) = 0) \\ &= 1 - \lim_{k \rightarrow \infty} H_0(k+1) \\ &= 1 - 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

因此, $\lim_{k \rightarrow \infty} Pr(G(Q(k)) > 0) = 1$.

4 数值实验

采用连续优化问题和组合优化问题两类问题来测试新型阴阳平衡优化算法 NYYPPO 的计算性能, 并采用多种智能优化算法进行对比测试. 所有数值实验都在 Intel Xeon(R)、16G 内存、3.20GHz 的计算机上运行, 软件运行环境为 Windows 10 和 Matlab R2016a.

4.1 连续优化问题

采用 11 个具有不同特征的测试函数进行数值实验, 这些函数常用于测试智能优化算法的搜索性能, 表 1 给出了这些函数的定义.

表 1: 测试函数

函数	名称	范围	最优解
f_1	Schwefel 2.21	$[-100, 100]$	0
f_2	Step	$[-100, 100]$	0
f_3	Ackley	$[-32, 32]$	0
f_4	Sum of different power	$[-1, 1]$	0
f_5	Hyper-Ellipsoid	$[-1, 1]$	0
f_6	Non-Continuous Rastrigin	$[-500, 500]$	0
f_7	Scaled Rastrigin	$[-5, 5]$	0
f_8	Generalized Griewank	$[-600, 600]$	0
f_9	Schaffer	$[-100, 100]$	0
f_{10}	Wavy	$[-\pi, \pi]$	0
f_{11}	Xin-She Yang 1	$[-5, 5]$	0

在实验中, 将 NYYPPO 算法和遗传算法 (genetic algorithm, GA)、微粒群优化算法 (particle swarm optimization algorithm, PSO) 和模拟退火算法 (simulated annealing, SA) 等常用算法, 蚁狮优化算法 (Ant Lion Optimizer, ALO)、灰狼优化算法 (Grey Wolf Optimizer, GWO) 和正弦余弦算法 (Sine Cosine Algorithm, SCA) 等新型优化算法, 基本阴阳平衡优化算法 YYPO、基于混沌搜索和错卦变换的阴阳平衡优化算法 (Yin-Yang-pair optimization algorithm based on chaos search and intricate operator, CSIOYYPO) 等同类型算法的计算结果进行比较.

在实验中, 固定每种算法的函数评价次数都是 40000, 并且对每个函数, 各个算法独立运行 30 次. 新型阴阳平衡优化算法 NYYPPO 的参数设置如下: $I_{min} = 3$, $I_{max} = 9$, $\alpha = 10$, $g = 10000$, $\xi = 5$. GA、PSO、SA、ALO、GWO、SCA、YYPO 和 CSIOYYPO 算法采用文献 [1]、[2]、[6] 和 [18-20] 的参数设置. 测试函数的维数为 30. 为充分比较这 9 种算法的收敛精度, 分别统计最优值、最差值、平均值和标准差等指标, 具体计算结果如表 2 所示.

表 2: 各算法计算精度对比

函数	算法	最优值	最差值	平均值	标准差
f_1	GA	1.3206	2.9977	1.9633	0.4433
	PSO	2.4287	10.0174	6.1587	1.9930
	SA	54.7380	75.8972	65.3516	6.3290
	ALO	4.1708	15.5633	10.0887	2.7055
	GWO	4.5616e-15	3.9601e-13	8.8501e-14	1.0114e-13
	SCA	2.9238	57.7294	20.1788	14.3093
	YYPO	6.8081	20.2865	11.9075	3.9555
	CSIOYYPO	2.8011	7.1812	5.0510	1.1934
	NYYPPO	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

f_2	GA	4.0000	26.0000	12.1500	6.6434
	PSO	0.0000	4.0000	0.8500	1.1367
	SA	6.0000	16.0000	10.4000	2.7028
	ALO	6.0000	25.0000	13.3500	4.6371
	GWO	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	SCA	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	YYPO	26.0000	522.0000	126.2000	108.0529
	CSIOYYPO	2.0000	11.0000	6.0500	2.9285
	NYYPPO	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
f_3	GA	0.0137	1.0162	0.1123	0.2385
	PSO	0.0012	19.9668	16.3956	7.5105
	SA	18.3371	20.3149	19.8097	0.4359
	ALO	6.9379e-04	3.0269	1.9880	0.6929
	GWO	1.5099e-14	2.2204e-14	1.7586e-14	3.0713e-15
	SCA	8.8006e-04	20.2727	11.8810	9.9791
	YYPO	2.4610	4.7961	3.7068	0.7014
	CSIOYYPO	0.3606	2.1025	1.2001	0.4725
	NYYPPO	8.8818e-16	8.8818e-16	8.8818e-16	0.0000
f_4	GA	7.6082e-08	0.0156	8.7276e-04	0.0035
	PSO	7.1212e-10	3.6878e-08	7.6244e-09	9.3163e-09
	SA	0.0103	0.0344	0.0243	0.0073
	ALO	3.8312e-08	4.7976e-07	1.8960e-07	1.1724e-07
	GWO	3.6016e-197	1.1022e-182	5.5140e-184	0.0000
	SCA	1.5982e-17	1.1447e-07	1.0627e-08	3.0191e-08
	YYPO	3.0440e-07	7.5335e-05	1.2068e-05	1.7030e-05
	CSIOYYPO	1.8326e-13	3.6190e-08	4.3840e-09	1.0010e-08
	NYYPPO	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
f_5	GA	0.0107	0.5668	0.1823	0.1703
	PSO	6.6509e-08	3.9997e-06	5.1630e-07	1.0029e-06
	SA	0.4498	2.5618	1.4206	0.6192
	ALO	0.0249	1.7487	0.7332	0.4753
	GWO	4.6308e-60	2.2699e-56	3.1173e-57	5.7195e-57
	SCA	6.9420e-08	0.0019	1.7839e-04	4.1582e-04
	YYPO	0.4638	4.0214	1.7999	0.9820
	CSIOYYPO	0.0295	0.3616	0.1222	0.0927
	NYYPPO	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
f_6	GA	17.0002	36.0000	26.1001	5.9639
	PSO	45.0303	248.1838	85.5560	43.3908
	SA	537.0000	1.4173e+03	822.0627	221.3063
	ALO	173.0000	609.7500	379.0125	124.2663
	GWO	1.1026e-291	16.0000	7.4322	5.2843
	SCA	34.2497	175.9404	103.1888	43.0270
	YYPO	713.9586	2.0682e+04	4.4111e+03	4.6147e+03
	CSIOYYPO	110.2768	545.0879	302.3923	119.0713

	NYYP0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
f_7	GA	29.2175	79.5877	49.2461	14.0688
	PSO	33.8290	102.4803	69.9035	18.6560
	SA	310.4833	740.3845	532.0421	114.8196
	ALO	118.9257	383.8154	228.2869	60.9012
	GWO	2.4533e-287	4.5427	0.2271	1.0158
	SCA	3.0760e-05	39.9020	11.8182	14.0107
	YYPO	25.6490	75.3138	51.1499	12.5289
	CSIOYYPO	8.8590	28.5630	16.7469	5.4526
	NYYP0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
f_8	GA	2.3140e-05	2.9264e-04	1.2096e-04	7.2652e-05
	PSO	2.8497e-06	0.0344	0.0091	0.0104
	SA	4.8586	10.6981	7.5590	1.4808
	ALO	2.9413e-04	0.0364	0.0126	0.0121
	GWO	1.2958e-213	0.0381	0.0033	0.0089
	SCA	0.0049	0.9666	0.2459	0.2740
	YYPO	1.0863	3.6684	1.9127	0.5916
	CSIOYYPO	1.0102	1.1442	1.0519	0.0323
	NYYP0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
f_9	GA	10.8744	24.6323	15.8319	3.2858
	PSO	4.8091	84.8377	18.0684	17.3206
	SA	225.9195	258.2858	243.2176	10.4113
	ALO	113.9241	171.0099	140.7389	16.1753
	GWO	9.1997e-15	4.3068e-14	2.1659e-14	9.6676e-15
	SCA	0.0225	2.2684	0.7216	0.7075
	YYPO	37.1509	80.4017	57.0122	11.5057
	CSIOYYPO	26.8275	56.8246	40.8424	8.7510
	NYYP0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
f_{10}	GA	0.1014	0.2604	0.1851	0.0444
	PSO	0.2454	0.7414	0.4549	0.1458
	SA	0.6429	0.7212	0.6871	0.0264
	ALO	0.2520	0.5924	0.4346	0.0802
	GWO	3.0811e-206	0.0397	0.0036	0.0103
	SCA	2.5958e-06	0.1624	0.0219	0.0444
	YYPO	0.0297	0.0856	0.0645	0.0172
	CSIOYYPO	0.0022	0.0313	0.0113	0.0069
	NYYP0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
f_{11}	GA	1.9838e-04	9.2125	0.4902	2.0536
	PSO	1.7375e-07	11.8915	1.4754	2.8277
	SA	1.1554e+05	1.1082e+11	7.1629e+09	2.4749e+10
	ALO	32.0452	3.5989e+08	2.4414e+07	8.1121e+07
	GWO	4.0942e-76	1.5444e-46	7.7273e-48	3.4532e-47
	SCA	2.4812e-08	0.7097	0.0456	0.1616
	YYPO	0.0083	55.6939	3.3013	12.3433

CSIOYYPO	2.8562e-04	0.3747	0.0274	0.0824
NYYPPO	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

由表 2 可以发现: 1) 基本阴阳平衡优化算法 YYPO 在求解上述优化问题的计算精度都不理想, 说明该优化方法的搜索性能需要进一步提高. CSIOYYPO 算法计算精度的提高十分有限. 而新型阴阳平衡优化算法 NYYPPO 在所有测试函数的计算精度上都有显著的提升, 计算结果明显优于 YYPO 算法和 CSIOYYPO 算法. 和其他类型的智能优化算法相比, 在测试函数 f_2 上, 灰狼优化算法 GWO、正弦余弦算法 SCA 和新型阴阳平衡优化算法 NYYPPO 的计算精度相同. 对其它 10 个测试函数而言, 新型阴阳平衡优化算法 NYYPPO 的计算精度的优势十分显著. 2) 和其它 8 种算法相比, 本文算法 NYYPPO 的在所有测试函数上的所获得的标准差是最小的, 这表明 NYYPPO 算法的优化性能更加稳定.

此外, 还给出了这 9 种优化方法的非参数 Friedman 检验的 Average rank 值, 分别为 4.7273、5.2727、8.5455、6.8182、2.0909、4.6364、7.2727、4.5455 和 1.0909. P 值为 $2.3254\text{e-}11$, 远小于显著性水平 0.05. 在结果中, Average rank 指标值越小, 算法性能越好. 新型阴阳平衡优化算法排名第一, 从统计学上也表明新算法 NYYPPO 具有更好的优化性能.

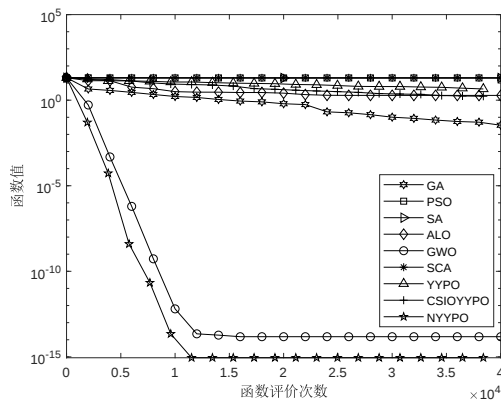


图 2 : 算法寻优曲线对比

此外, 为更加形象表达新型阴阳平衡优化算法搜索性能的优势, 图 2 给出了这 9 种算法在函数 f_3 上的寻优曲线对比结果. 从图中可以发现, NYYPPO 算法的计算精度和优化速度优于其它 8 种算法. 在新算法中, 利用小波精英解学习策略, 一方面可以保留算法的进化方向, 另一方面也可以产生更好的 P_1 和 P_2 , 更好地引导算法进行局部搜索和全局探索. 此外, 采用多角度搜索策略, 能够进行全方位的寻优,

提高算法发现全局最优解的概率. 因此, 新型阴阳平衡优化算法 NYYPPO 具有更好的优化性能.

4.2 组合优化问题

除采用连续优化问题测试 NYYPPO 算法性能外, 还采用瓶颈旅行商问题 (bottleneck traveling salesman problem, BTSP) 进一步测试算法的优化性能. BTSP 问题是一种扩展形式的旅行商问题, 要求在 Hamilton 回路中两城市间最远距离最短, 即瓶颈距离尽可能最小^[21].

这里, 采用图论来描述 BTSP 问题. 令 $G = (V, E)$ 表示赋权完全图, V 和 E 分别表示顶点集和边集. 任意两个顶点之间的距离 d_{ij} 已知. 如果 (i, j) 在回路路径上, 令 $x_{ij} = 1$; 否则, 令 $x_{ij} = 0$. 则瓶颈旅行商问题的数学模型可表示为:

$$\min Z = \max\{d_{ij}x_{ij} | i, j \in V\} \quad (17)$$

$$s.t. \begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i \in V \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j \in V \\ \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \forall S \in V \\ x_{ij} \in \{0, 1\} \end{cases} \quad (18)$$

其中, n 表示图 G 中的顶点个数; $|S|$ 表示点集 S 包含图 G 中的顶点个数; 式 (18) 前两个约束条件可保证每个顶点只被访问一次; 第 3 个约束条件可保证不会产生何子回路. 满足式 (18) 的解就可以表示为 Hamilton 回路.

为充分发挥 NYYPPO 算法解决连续优化问题的优势, 算法搜索空间设置在 $[0, 1]^n$ 内, 但是需要将其连续形式的个体位置表示成 BTSP 问题离散形式的解. 这里, 采用随机键方法实现两者的转换. 此外, 采用上述解的表示方法, 就可以直接产生 BTSP 问题的可行解. 在实验中, 采用 TSPLIB 中的算例测试 NYYPPO 算法的优化性能, 并将其和遗传算法 (GA)、模拟退火算法 (SA)、微粒群优化算法 (PSO) 和蚁群优化算法 (ACO) 的计算结果进行比较. 最大函数评价次数设为 50000, NYYPPO 算法其它参数设置保持不变, 其它算法的参数根据文献 [2] 进行设置. 每种算法独立运行 30 次, 统计其平均值, 实验结果如表 3 所示.

表 3: BTSP 计算结果比较

问题类型	GA	SA	PSO	ACO	NYYPPO	已知最优值
<i>Eil101</i>	14.2	15.3	13.9	13.0	13.0	13.0
<i>Lin105</i>	516.5	588.3	532.6	501.2	487.0	487.0
<i>b127</i>	7996.2	8533.4	8012.9	7982.3	7851.3	7846.0
<i>ch130</i>	156.7	168.9	154.4	146.3	135.5	132.0
<i>pr136</i>	3012.9	3698.1	3455.6	3365.8	2979.8	2976.0
<i>ch150</i>	107.3	123.8	138.6	112.4	92.8	89.0
<i>KroB150</i>	479.6	505.1	498.5	475.8	411.3	366.0
<i>Rat195</i>	28.9	35.6	39.9	27.5	21.8	21.0
<i>KroA200</i>	456.9	523.1	606.1	502.3	356.6	340.0
<i>gil262</i>	42.1	58.7	61.4	39.2	25.3	22.0

从表 3 可以发现, 和遗传算法 (GA)、模拟退火算法 (SA)、微粒群优化算法 (PSO) 和蚁群优化算法 (ACO) 相比, 算法 NYYPPO 在求解绝大多数 BTSP 问题上优势显著, 为该问题的解决提供了有效方法, 也为其它组合优化问题的求解提供参考。

5 结论

为提高基本阴阳平衡优化算法的性能, 本文提出一种新型阴阳平衡优化算法 NYYPPO. 该方法主要包括以下两个特征: 1) 设计小波精英解学习策略来产生更高质量的解, 引导算法更好地进行全局搜索和局部搜索; 2) 将搜索角度引入全局勘探和局部开发的解更新方程中, 从各个角度进行优化搜索. 数值实验表明 NYYPPO 算法计算精度更好, 优化速度更快. 将新算法用于求解多目标优化问题是下一步的研究工作.

参考文献 (References)

- [1] Punathanam V, Kotecha P. Yin-Yang-pair optimization: a novel lightweight optimization algorithm [J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2016, 54: 62-79.
- [2] 刘勇, 马良, 张惠珍, 等.[M]. 上海: 上海人民出版社, 2019.
(Liu Y, Ma L, Zhang H Z, et al. Intelligent optimization algorithms[M]. Shanghai: Shanghai People's Publishing House, 2019.)
- [3] 李士勇, 李研, 林永茂. 智能优化方法与涌现计算 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2019.
(Li S Y, Li Y, Lin Y M. Intelligent optimization algorithms and emergent computation [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2019.)
- [4] Heidari A A, Kazemzade O, Hakimpour F. A new hybrid yin-yang-pair-particle swarm optimization algorithm for uncapacitated warehouse location (UWL) problems[J]. International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing & Spatial Information Sciences, 2017, 42:7-10.
- [5] Maharana D, Kommadath R, Kotecha P. Dynamic Yin-Yang Pair Optimization and its performance on single objective real parameter problems of CEC 2017 [C]. Proceedings of the 2017 Congress on Evolutionary Computation, Piscataway: IEEE, 2017: 2390-2396.
- [6] 许秋艳, 马良, 刘勇. 基于混沌搜索和错卦变换的阴阳平衡优化算法 [J]. 计算机应用, 2020, 40(8): 2305-2312.
(Xu Q Y, Ma L, Liu Y. Yin-Yang-pair optimization algorithm based on chaos search and intricate operator[J]. Journal of Computer Applications, 2020, 40(8): 2305-2312.)
- [7] Punathanam V, Kotecha P. Reduced Yin-Yang-Pair optimization and its performance on the CEC 2016 expensive case[C]. 2016 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). IEEE, 2016: 2996-3002.
- [8] Yang B, Yu T, Shu H, et al. Perturbation observer based fractional-order PID control of photovoltaics inverters for solar energy harvesting via Yin-Yang-Pair optimization[J]. Energy Conversion and Management, 2018, 171: 170-187.
- [9] Song D, Liu J, Yang J, et al. Optimal design of wind turbines on high-altitude sites based on improved Yin-Yang pair optimization [J]. Energy, 2020, 193:1116794.
- [10] 张勇, 夏长红, 巩敦卫, 等. 基于多种群协同微粒群优化的流数据聚类算法 [J]. 控制与决策, 2016, 31(10): 1879-1883.
(Zhang Y, Xia C H, Gong D W, et al. Streaming data clustering using cooperative particle swarm optimization[J]. Control and Decision, 2016, 31(10): 1879-1883.)
- [11] 刘宇琦, 赵宏伟, 王玉. 一种基于 QPSO 优化的流形学习的视频人脸识别算法 [J]. 自动化学报, 2020, 46(2): 256-263.

- (Liu Y Q, Zhao H W, Wang Y. Video face recognition method based on QPSO and manifold learning[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(2): 256-263.)
- [12] Deng W, Xu J, Song Y, et al. Differential evolution algorithm with wavelet basis function and optimal mutation strategy for complex optimization problem[J]. *Applied Soft Computing*, 2021, 100: 106724.
- [13] 程慕鑫, 刘漫丹, 夏伟. 基于小波变异的改进粒子群算法 [J]. *华东理工大学学报 (自然科学版)*, 2019, 39(1): 90-94.
(Cheng M X, Liu M D, Xia W. A modified particle swarm optimization based on wavelet mutation[J]. *Journal of East China University of Science and Technology(Natural Science Edition)*, 2019, 39(1): 90-94.)
- [14] 王坤, 侯树贤, 王力. 基于自适应变异 PSO-SVM 的 APU 性能参数预测模型 [J]. *系统工程与电子技术*, 2021, 43(2): 526-536.
(Wang K, Hou S X, Wang L. APU performance parameter prediction model based on adaptive variation PSO-SVM[J]. *Systems Engineering and Electronic*, 2021, 43(2): 526-536.)
- [15] 王正志, 薄涛. 进化计算 [M]. 湖南: 国防科技大学出版社, 2000.
(Wang Z Z, Bo T. *Evolutionary computing*[M]. Hunan: National University of Defense Technology Press, 2000.)
- [16] Li B, Chen J, Shi X, et al. On the convergence of multivariate optimization algorithm[J]. *Applied Soft Computing*, 2016, 48: 230-239.
- [17] 金林鹏, 李均利, 魏平, 等. 用于函数优化的最大引力优化算法 [J]. *模式识别与人工智能*, 2010, 23(5): 653-662.
(Jin L P, Li J L, Wei P. Maximal gravitation optimization algorithm for function optimization[J]. *Pattern recognition and artificial intelligence*, 2010, 23(5): 653-662.)
- [18] Abualigah L, Shehab M, Alshinwan M, et al. Ant lion optimizer: a comprehensive survey of its variants and applications[J]. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2021, 28: 1397-1416.
- [19] Faris H, Aljarah I, Al-Betar M A, et al. Grey wolf optimizer: a review of recent variants and applications[J]. *Neural computing and applications*, 2018, 30(2): 413-435.
- [20] Mirjalili S. SCA: a sine cosine algorithm for solving optimization problems[J]. *Knowledge-based systems*, 2016, 96: 120-133.
- [21] 马良, 朱刚. 蚁群优化算法 [M]. 北京: 科学出版社, 2010.
(Ma L, Zhu G. *Ant colony optimization algorithm*[M]. Beijing: Science Press, 2010.)

作者简介

许秋艳 (1981—), 女, 博士生, 从事智能优化、系统工程等研究, E-mail: 44424072@qq.com;

马良 (1964—), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能优化、系统工程等研究, E-mail: maliang@usst.edu.cn;

刘勇 (1982—), 男, 副教授, 博士, 从事智能优化、系统工程等研究, E-mail: liuyong.seu@163.com.