

# 考虑控制饱和的连铸结晶器振动位移系统预设性能控制

马壮<sup>1,2</sup>, 方一鸣<sup>1,†</sup>, 许淼<sup>1</sup>, 李强<sup>1</sup>

(1. 燕山大学, 河北省工业计算机控制工程重点实验室, 河北 秦皇岛 066004;

2. 唐山学院, 河北省智能数据信息处理与控制重点实验室, 河北 唐山 063000)

**摘要:** 针对伺服电机驱动的连铸结晶器控制系统执行器输入饱和与状态受限问题, 同时考虑系统存在负载扰动、参数摄动等不确定性问题, 提出一种基于扩张状态观测器的跟踪误差预设性能反步控制策略。首先, 针对执行器输入饱和问题, 建立了系统的数学模型; 其次, 采用一种线性扩张状态观测器实时观测系统时变负载扰动、参数摄动等不确定性, 并对观测误差的收敛性进行分析; 再次, 针对伺服电机电流饱和与跟踪误差预设性能控制问题, 通过引入辅助状态变量确保系统跟踪误差限定在允许范围内, 设计了基于扩张状态观测器的反步(Backstepping)控制器。最后, 根据 Lyapunov 稳定性理论证明了闭环系统的稳定性, 并通过系统仿真验证本文所提控制策略的有效性。

**关键词:** 连铸结晶器; 执行器饱和; 预设性能; 扩张状态观测器; 反步控制

中图分类号: TP273 文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2021.0942

## Prescribed Performance Control for Vibration Displacement of Continuous Casting Mold with Control Saturation

Ma Zhuang<sup>1,2</sup>, FANG Yi-ming<sup>1,†</sup>, Xu Miao<sup>1</sup>, Li Qiang<sup>1</sup>

(1.Key Laboratory of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, Yanshan University, Qinhuangdao Hebei 066004, China; 2. Key Laboratory of Intelligent Data Information Processing and Control of Hebei Province, Tangshan University, Hebei 063000, China)

**Abstract:** To address the displacement tracking problems of actuator saturation, state constraints, load disturbance and parameter uncertainties for continuous casting mold driven by servo motor, a Backstepping control strategy based on extend state observer (ESO) and full states constraint is designed. Firstly, considering the problem of actuator input saturation, the mathematical model of the system is established. Secondly, a linear extended state observer (ESO) is employed for estimating the load disturbances and parameter uncertainties in real time, and the observer convergence of the observation error is analyzed. Thirdly, the problem of actuator saturation and tracking error states constraint is considered, and an auxiliary state variable is introduced to ensure the presetting range of the tracking error, a Backstepping controller is designed. Finally, the closed-loop system stability is proved by using Lyapunov theorem, and simulations demonstrate the effectiveness of the proposed control method.

**Keywords:** continuous casting mold; actuator saturation; extent state observer; Backstepping control

## 0 引言

在钢铁连铸过程中, 为有效提高连铸结晶器的拉坯速度与钢坯质量, 非正弦振动控制技术被广泛应用于结晶器振动控制之中<sup>[1-4]</sup>。与国内外普遍采用的液压伺服驱动方式相比, 伺服电机驱动的连铸结晶器振动装置<sup>[5]</sup>具有跟踪精度高、维护简单与占用空间小等优点, 其结构如图 1 所示。同时, 伺服电机以

单方向、变角速度、连续转动, 实现了结晶器非正弦振动, 有效避免了电机频繁的启停、正反转运行, 因此, 其具有使用寿命长, 节能降耗等优点<sup>[6-7]</sup>。但系统中存在较多非线性因素(如: 快时变负载扰动<sup>[8]</sup>、参数时变以及安装位置误差<sup>[9]</sup>等不确定性)与控制输入饱和(如: 伺服电机控制电流或者电压饱和<sup>[10]</sup>)等问题, 降低了系统的动静态跟踪性能。

收稿日期: 2021-05-27; 录用日期: 2021-12-09。

基金项目: 国家自然科学基金项目(61873226)、河北省自然科学基金重点项目(F2017203304)。

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: fyming@ysu.edu.cn.

永磁同步电机(Permanent Magnet Synchronous Motors, 简称 PMSM)因其具有控制精度高、转矩电流比大、低噪音、抗干扰能力强等优点<sup>[11]</sup>, 被广泛应用于高性能运动控制系统之中。但 PMSM 控制系统中存在各种不确定性因素, 影响了 PMSM 系统的动静态性能的发挥。因此, 国内外研究人员在抑制伺服系统不确定性、提高系统动静态性能方面取得了很多研究成果。文 [12] 采用在线调整的自适应 PID 控制增益方法, 来解决系统中参数不确定导致的系统性能降低; 文 [13] 与 [14] 分别采用基于锁相环的扩张观测器与高增益扩张状态观测器实时估计系统扰动, 进而在系统自抗扰控制控制器(Active Disturbance Rejection Controller, 简称 ADRC) 中补偿控制, 有效降低了系统稳态误差; 文 [15] 采用干扰观测器估计 PMSM 系统不确定性, 设计了有限时间收敛的终端滑模控制器, 降低系统控制器输出抖振, 提高了系统跟踪精度; 文 [16] 采用迭代滑模观测器估计系统在无速度传感器情形下的 PMSM 速度与位置信息, 提高了伺服系统的快速响应能力与抗干扰性能。以上文献均通过观测器估计系统不确定性, 并在控制器中进行补偿, 提高系统动静态性能。而在 PMSM 实际系统中, 因其物理原因存在的控制电流饱和约束以及电磁饱和问题, 甚至会导致系统不稳定, 而上述文献均未考虑系统中实际存在的输入饱和情形。

为有效解决 PMSM 系统中执行器输入饱和约束问题, 提高伺服系统的跟踪控制精度, 很多文献也在执行器输入饱和方面进行了较为详细的研究。文 [17] 提出采用反计算方法处理系统输入饱和问题, 设计了基于 Anti-windup 调节速度 PI 控制器, 用以处理饱和约束问题; 文 [18] 针对输入饱和与系统不确定问题, 采用基于互联与阻尼分配自适应控制策略来解决; 文 [19] 与 [20] 针对 PMSM 系统因磁饱和问题对系统性能的影响, 分别采用自适应优化与在线参数估计电感参数的方法加以解决; 文 [21] 采用基于指令滤波的神经网络控制器, 有效解决了系统饱和问题。上述文献均有效解决了 PMSM 系统的电流、电磁等饱和问题, 但既包含饱和约束控制又涵盖预设性能控制方面的研究较少。

近年来, 状态约束控制与预设性能控制被应用到很多非线性系统控制中, 其可有效约束系统各个状态的动静态性能, 而状态之间不冲突, 进而提高非线性系统整体的动静态性能。目前, 主要有障碍李雅普诺夫函数法(Barrier Lyapunov Function,

BLF)<sup>[22]</sup>、漏斗控制(Funnel Control method)<sup>[23]</sup> 与性能传递函数方法(Performance Transformation Function method)<sup>[24]</sup>, 上述方法本质上是通过各状态误差函数的变形, 约束各状态的上、下限, 进而限制各个状态的动态变化过程, 在此基础上设计系统控制器, 保证了系统预设的动静态性能。在结晶器振动位移跟踪控制中, 文献 [25-26] 在状态约束方面采用 funnel 预设性能控制的方法, 得到了较好的跟踪控制效果, 但上述文献仅对系统输出状态进行了预设性能约束, 未对系统的中间状态有效控制, 同时也未考虑系统控制饱和问题。截至目前, 在伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移控制系统中, 同时考虑控制饱和与状态约束问题的文献未见相关报道。

综上, 本文采用扩张状态观测器(Extended state observer, ESO)<sup>[27]</sup> 和 Backstepping 相结合, 机驱动的连铸结晶器振动位移系统跟踪控制中存在的控制饱和与预设性能约束问题, 设计振动位移系统跟踪控制器, 用以提高系统振动位移动态性能与稳态跟踪精度。首先, 阐述结晶器振动位移系统并建立系统模型, 提出伺服电机电流在控制饱和状态下, 系统各个状态误差预设控制问题; 其次, 针对结晶器振动位移系统中存在快时变负载扰动以及其他不确定性问题, 通过构造 ESO 扩张状态观测器进行状态估计; 再次, 为解决控制饱和与跟踪误差预设控制问题, 采用 Backstepping 与预设性能控制相结合的方法, 设计结晶器振动位移控制系统控制器, 以保证振动位移系统的动、静态跟踪控制性能; 最后, 针对系统模型进行仿真研究, 验证本文所提出方法的有效性。

## 1 伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统数学模型及控制问题描述

### 1.1 伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统数学模型

伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统的结构如图 1 所示, 伺服电机作为结晶器振动控制系统的核心组成部分, 通过伺服电机的单方向旋转(恒速或变速), 进而带动减速器驱动偏心轴连续转动, 从而实现结晶器振动台的正弦或非正弦振动。

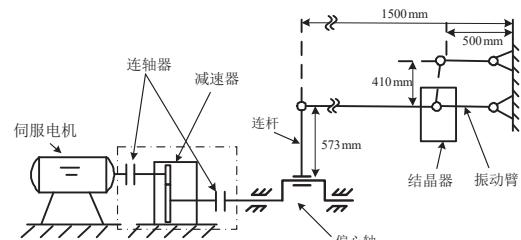


图 1 伺服电机驱动的连铸结晶器振动装置结构图

根据连铸结晶器振动位移系统实际情况,采用西门子 S120 驱动器控制伺服电机,其闭环控制系统中的转速环与电流环均采用 PI 控制方式,具体可参考文献 [25],此处不再赘述。同时,本文结合伺服电机  $d-q$  轴模型与结晶器机械机构原理,并考虑结晶器振动位移控制系统存在参数时变、快时变负载扰动以及其他不确定性问题,结合图 1 可得到系统模型<sup>[26]</sup> 可由下式表示:

$$\begin{cases} \dot{n} = \frac{1.5p\psi_f}{J} \frac{60}{2\pi} i_q - \frac{B}{J} n - \frac{60}{2\pi} \frac{T_L(t)}{J}; \\ \theta = \int \frac{2\pi}{60i} n \, d\tau + d_1(t); \\ s_p = h \sin(\theta). \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $n$  为伺服电机转速;  $p$ 、 $\psi_f$ 、 $J$ 、 $B$  分别为电机的磁极对数、磁链转动惯量与粘性摩擦系数;  $i_q$  为 PMSM 的控制电流,  $T_L(t)$  为结晶器振动台的负载转矩;  $\theta$  表示偏心轴的旋转角位移,  $i$  为减速器减速比,  $d_1(t)$  为偏心轴非同轴安装误差, 其为随机常数;  $s_p$ 、 $h$  表示结晶器振动位移与振动幅度。从而对结晶器振动位移  $s_p$  求导可以得到, 其与转角  $\theta$ 、转速  $n$  之间的关系为:

$$\dot{s}_p = h \left( \frac{2\pi}{60i} n \right) \cos(\theta). \quad (2)$$

因此, 由式(1)、(2)可知: 因结晶器振动位移  $s_p$  与偏心轴角位移  $\theta$  之间正弦周期函数关系, 故  $s_p$  与  $\theta$  存在解的非唯一性问题。为了建立  $s_p$  与  $\theta$  之间一一对应的关系, 同时满足伺服电机输出转速  $n \geq 0$  的工艺要求, 可通过以下关系加以解决:

$$\theta = f(s_p) = k\pi + (-1)^k \arcsin\left(\frac{s_p}{h}\right). \quad (3)$$

式中,  $k$  为整数且  $k \geq 0$ 。从而, 将结晶器振动位移  $s_p$  的跟踪控制转换为偏心轴角位移  $\theta$  的跟踪控制, 解决了因工艺控制约束产生的周期函数逆解非唯一的控制问题, 进而简化了结晶器振动位移系统跟踪控制。此时, 令连铸结晶器振动位移系统状态变量:  $x_1 = \theta$ ,  $x_2 = 2\pi n/(60i)$ ,  $u = i_q$ ,  $d_2(t) = -T_L/(Ji)$ 。由此连铸结晶器角位移系统的数学模型(2)变形为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = -\frac{B}{J} x_2 + \frac{1.5p\psi_f}{Ji} u + d_2(t); \\ y = h \sin(\theta). \end{cases} \quad (4)$$

在伺服电机实际控制系统中, 因伺服电机受磁通饱和等物理因素的约束, 其控制电流将约束在饱和限幅值以内, 进而控制器输出会受到一定程度的限制; 为提高伺服电机输出效率, 在控制过程中需要考虑将实际系统的控制电流  $u = i_q$  约束在饱和限幅

值以内, 即:

$$\text{sat}(u) = \text{sat}(i_q) = \begin{cases} I_{sat}, & i_q \geq I_{sat}; \\ i_q, & -I_{sat} < i_q < I_{sat}; \\ -I_{sat}, & i_q \leq -I_{sat}. \end{cases} \quad (5)$$

式中,  $I_{sat}$  为伺服电机电流饱和限幅值。由此可将式(4)重新写为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = -\frac{B}{J} x_2 + \frac{1.5p\psi_f}{Ji} \text{sat}(u) + d_2(t); \\ y = h \sin(\theta). \end{cases} \quad (6)$$

针对上式中存在饱和非线性约束项  $\text{sat}(u)$ , 采用 Backstepping 控制方法直接求取系统控制律并不适用。因此, 本文拟采用光滑连续、可导的双曲正切函数  $N(u)$  替换饱和约束项, 其函数表达式为:

$$\begin{cases} N(u) = u_M \times \tanh(u/u_M); \\ \text{sat}(u) = N(u) + \delta(u). \end{cases} \quad (7)$$

式中,  $u_M$  为伺服电机电流饱和限幅值,  $\tanh(\cdot)$  为反正切函数。当系统(7)出现饱和现象时, 执行器输出与光滑  $N(u)$  函数输出之间的差, 满足以下不等式:

$$|\delta(u)| < \Delta. \quad (8)$$

式中,  $\Delta$  为大于零的常数, 且满足  $\Delta \geq u_M(1 - \tanh(u_M))$

定义  $d_3(t) = d_2(t) + \frac{1.5p\psi_f}{Ji} \delta(u)$ , 结合式(7), 系统(6)变形为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = -\frac{B}{J} x_2 + \frac{1.5p\psi_f}{Ji} N(u) + d_3(t). \end{cases} \quad (9)$$

同时根据系统实际情况, 进行如下假设:

**假设 1** 系统(1)、(4)、(9)中的  $d_1(t)$ 、 $d_2(t)$  与  $d_3(t)$  满足以下假设条件:

$$|d_i(t)| < \delta_i, i = 1, 2, 3 \quad t \in [0, +\infty). \quad (10)$$

且其导数满足

$$|\dot{d}_i(t)| < \gamma_i, i = 1, 2, 3 \quad t \in [0, +\infty). \quad (11)$$

式中,  $\delta_i$ ,  $\gamma_i$  均为已知常数。

## 1.2 控制问题描述

针对伺服电机驱动的连铸结晶器系统中存在的伺服电机单方向转动的工艺要求, 为进一步提高系统动态性能与减小系统稳态误差; 同时, 考虑伺服电机实际系统中存在输入饱和约束问题, 本文的控制目标主要归纳为:

1) 构造扩张状态观测器对时变负载扰动以及系统不确定项  $d_3(t)$  进行实时动态观测;

2) 构建系统预设性能约束条件, 为有效提高系统动态性能与稳态误差提供保证;

3) 采用 Backstepping 方法, 设计系统在饱和约束与系统动静态要求情形下的控制量  $i_q$ , 进而完成对系统期望振动位移  $s_d$  的有效跟踪控制, 并验证控制策略的有效性.

## 2 系统扩张状态观测器设计与稳定性分析

本节通过构造 ESO 状态观测器对系统的状态  $x_2$  与时变负载扰动  $d_3(t)$  进行实时观测, 将其补偿到控制器中用于消除扰动项的影响, 以提高振动位移控制系统跟踪控制精度.

令  $x_3 = d_3(t)$ ,  $\mu(t)$  为系统状态  $x_3$  的微分, 且满足假设 1, 则系统 (7) 可变为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = -\frac{B}{J}x_2 + \frac{1.5p\psi_f}{J_i}N(u) + x_3; \\ \dot{x}_3 = \mu(t). \end{cases} \quad (12)$$

结合式 (12), 本文采用的 ESO<sup>[27]</sup> 形式为:

$$\begin{cases} e_{o1} = \hat{x}_1 - x_1; \\ \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 - \beta_1\omega_o e_{o1}; \\ \dot{\hat{x}}_2 = \frac{1.5p\psi_f}{J_i}N(u) - \frac{B}{J}\hat{x}_2 + \hat{x}_3 - \beta_2\omega_o^2 e_{o1}; \\ \dot{\hat{x}}_3 = -\beta_3\omega_o^3 e_{o1} - \hat{\mu}(t); \\ y(t) = x_1. \end{cases} \quad (13)$$

式中,  $\omega_o$  为观测器的增益参量, 且  $\omega_o \geq 0$ ;  $\hat{x}_i$  为系统状态  $x_i$  的观测值;  $\beta_i$  为观测器可调参数;  $e_{oi}$  为状态  $x_i$  的观测误差, 即:  $e_{oi} = \hat{x}_i - x_i, i = 1, 2, 3$ . 由此, 根据式 (12)、式 (13) 可得到系统 ESO 观测器估计误差表达式为:

$$\begin{cases} \dot{e}_{o1} = e_{o2} - \beta_1\omega_o e_{o1}; \\ \dot{e}_{o2} = e_{o3} - \beta_2\omega_o^2 e_{o1}; \\ \dot{e}_{o3} = -\beta_3\omega_o^3 e_{o1} - \mu(t). \end{cases} \quad (14)$$

**定理 1** 在假设 1 下, 针对伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统 (12), 构造扩张状态观测器 (13), 则观测误差有界收敛, 且观测器增益参量  $\omega_o$  增加, 观测器误差变小、收敛速度变快.

**证明** 定义  $\eta = [\eta_1 \ \eta_2 \ \eta_3]$ , 其中令  $\eta_1 = \omega_o^2 e_{o1}$ ,  $\eta_2 = \omega_o e_{o2}$ ,  $\eta_3 = e_{o3}$ , 进而对  $\eta$  进行求导, 结合式 (14)

经过计算可得到:

$$\begin{cases} \frac{\dot{\eta}_1}{\omega_o} = -\beta_1\eta_1 + \eta_2; \\ \frac{\dot{\eta}_2}{\omega_o} = -\beta_2\eta_1 + \eta_3; \\ \frac{\dot{\eta}_3}{\omega_o} = -\beta_3\eta_1 + \frac{\mu(t)}{\omega_o}. \end{cases} \quad (15)$$

由此可得观测器误差状态方程变形为:

$$\frac{\dot{\eta}}{\omega_o} = A\eta + B\frac{\mu(t)}{\omega_o}. \quad (16)$$

其中,  $A = \begin{bmatrix} -\beta_1 & 1 & 0 \\ -\beta_2 & 0 & 1 \\ -\beta_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$ . 通过选择  $\beta_i$  使矩阵  $A$  为 Hurwitz 矩阵, 则对于任意给定的对称正定阵, 存在对称正定阵  $P$  满足如下 Lyapunov 方程:

$$A^T P + PA + Q = 0. \quad (17)$$

定义观测器的 Lyapunov 函数为  $V_o = \eta^T P \eta / \omega_o$ , 则其一阶导数为:

$$\begin{aligned} \dot{V}_o &= \frac{\dot{\eta}^T P \eta}{\omega_o} + \frac{\eta^T P \dot{\eta}}{\omega_o} \\ &\leq -\eta^T Q \eta - 2 \frac{\|PB\| \cdot \|\eta\| \cdot |\mu(t)|}{\omega_o}. \end{aligned} \quad (18)$$

进而可得到:

$$\dot{V}_o \leq -\lambda_{\min}(Q) \|\eta\|^2 + 2 \frac{\gamma_3}{\omega_o} \|PB\| \|\eta\|. \quad (19)$$

其中,  $\lambda_{\min}(Q)$  为对称正定矩阵  $Q$  的最小值特征值. 由  $\dot{V}_o \leq 0$  可得观测器的收敛条件为:

$$\|\eta\| \leq \frac{2\gamma_3 \|PB\|}{\omega_o \lambda_{\min}(Q)}. \quad (20)$$

由式 (20) 可知: 观测误差  $\eta$  有界收敛, 且其精度与收敛速度均与参数  $\omega_o$  有关. 根据奇异摄动系统理论: 因系统状态误差方程式 (16) 为快变子系统,  $\omega_o$  越大,  $\eta$  的收敛速度越快.  $\|\eta\|$  随着  $\omega_o$  的增加, 系统观测误差逐渐向零趋近. 因此,  $\omega_o$  的选择将决定观测器 (16) 的观测精度与速度; 同时, 在观测器状态输出适当增加低通滤波器或者限幅环节, 可有效减小初始观测误差. □

## 3 跟踪误差预设性能控制确定

为提高结晶器振动位移控制系统的动、静态性能,  $e_1 = x_1 - x_d$  进行有效预设性能约束, 结合文献 [28] 选取一个光滑、有界函数  $J_e(t)$ , 其表达式为

$$J_e(t) = \lambda_0 e^{-\nu t} + \lambda_1. \quad (21)$$

式中,  $e$  为自然常数,  $e = 2.71828$ ;  $\nu$  为预设性能曲线收敛速度;  $\lambda_0, \lambda_1$  分别为大于零的约束可调参数; 其性能约束函数初始值与系统误差初始值之间满足

$J_e(0) > |e_1(0)|$ . 从而, 将结晶器振动位移系统的跟踪误差预设在  $-\Delta_2 J_e < |e_1(t)| < \Delta_1 J_e$ ,  $\Delta_1, \Delta_2$  均为大于零的可调约束参数.

同时, 为设计系统控制器建立一个中间辅助误差变量:

$$\alpha_1(t) = \frac{e_1(t)\beta(e_1(t))}{\Delta_1 J_e - e_1(t)} + \frac{e_1(t)(1 - \beta(e_1(t)))}{\Delta_2 J_e + e_1(t)}. \quad (22)$$

其中函数  $\beta(e_1(t))$  为: 当  $e_1(t) \geq 0$ ,  $\beta(e_1(t)) = 1$ ; 当  $e_1(t) < 0$ ,  $\beta(e_1(t)) = 0$ . 进而, 辅助变量  $\alpha_1(t)$  求导可得:

$$\dot{\alpha}_1(t) = J_e \Omega_1 \dot{e}_1(t) - \dot{J}_e \Omega_1 e_1(t). \quad (23)$$

式中,  $\Omega_1 = \frac{\Delta_1 \beta(e_1(t))}{(\Delta_1 J_e - e_1)^2} + \frac{\Delta_2 (1 - \beta(e_1(t)))}{(\Delta_2 J_e + e_1)^2}$ .

**注 1** 辅助误差变量  $\alpha_1(t)$  满足  $-\Delta_2 J_e < e_1(t) < \Delta_1 J_e$  控制约束条件 (当  $\Delta_1 = \Delta_2$  时, 称为对称约束; 当  $\Delta_1 \neq \Delta_2$ , 称为非对称约束), 确保系统误差介于约束函数之间, 保证系统动态性能以及稳态误差的要求, 本文仅考虑对称约束情况.

#### 4 系统控制器设计与稳定性分析

针对结晶器输入饱和约束与位移跟踪误差预设的动静态性能等工艺控制要求, 本节主要进行结晶器振动位移控制系统 Backstepping 控制器设计, 同时进行系统收敛性分析, 系统整体控制框图如图 2 所示.

考虑饱和与跟踪误差预设性能对称约束控制问题, 系统模型可表示为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = -\frac{B}{J}x_2 + \frac{1.5p\psi_f}{J_i}N(u) + d_3(t). \end{cases} \quad (24)$$

定义系统输出跟踪状态误差:  $e_1 = x_1 - x_d$ , 采用 Backstepping 进行系统控制器设计, 步骤如下:

step 1: 考虑对称约束控制, 结合式 (22) 可定义

$$\varphi_1 = \frac{e_1}{J_{e1} - |e_1|}. \quad (25)$$

其中  $J_{e1} = \lambda_0 e^{-\nu_1 t} + \lambda_1$ . 由此可得

$$\dot{\varphi}_1 = \frac{1}{J_{e1} - |e_1|} [\dot{e}_1 - \varphi_1 (J_{e1} - |\dot{e}_1|)]. \quad (26)$$

定义

$$e_2 = x_2 - \sigma - \xi. \quad (27)$$

式中,  $e_2$  为状态  $x_2$  误差变量,  $\sigma$  为虚拟控制量;  $\xi$  为考虑输入饱和控制的辅助变量, 其满足:

$$\dot{\xi} = -\xi + \frac{1.5p\psi_f}{J_i}N(u) - u \quad (28)$$

选取 Lyapunov 候选函数  $V_1 = \varphi_1^2/2$ , 同时结合

式 (22)、(23)、(25) 与式 (26), 对  $V_1$  求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \varphi_1 \dot{\varphi}_1 \\ &= \frac{\varphi_1}{J_{e1} - |e_1|} [e_2 + \sigma + \xi - \dot{x}_d - \varphi_1 (J_{e1} - |\dot{e}_1|)]. \end{aligned} \quad (29)$$

根据上式设计虚拟控制量为:

$$\sigma = \dot{x}_d + \varphi_1 (J_{e1} - |\dot{e}_1|) - k_1 \frac{\varphi_1}{J_{e1} - |e_1|} - \xi. \quad (30)$$

式中  $k_1 > 0$ , 为虚拟控制器可调参数.

step 2: 对式 (27) 求导, 可得

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\sigma} - \dot{\xi}. \quad (31)$$

同时定义:

$$\varphi_2 = \frac{e_2}{J_{e2} - |e_2|}. \quad (32)$$

其中  $J_{e2} = \lambda_3 e^{-\nu_2 t} + \lambda_4$ ,  $\lambda_3, \lambda_4$  与  $\nu_2$  均为大于零可调参数, 且满足  $J_{e2}(0) > |e_2(0)|$ . 对式 (32) 求导可得

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{1}{J_{e2} - |e_2|} [\dot{e}_2 - \varphi_2 (J_{e2} - |\dot{e}_2|)]. \quad (33)$$

选取 Lyapunov 候选函数  $V_2 = V_1 + \varphi_2^2/2$ , 同时结合式 (29)、(32)、(33), 对求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + \varphi_2 \dot{\varphi}_2 \\ &= -k_1 \frac{\varphi_1^2}{(J_{e1} - |e_1|)^2} + \frac{\varphi_1 e_2}{(J_{e1} - |e_1|)} + \frac{e_2}{(J_{e2} - |e_2|)^2} \\ &\quad \left[ -\frac{B}{J}x_2 + \tilde{x}_3 + \hat{x}_3 - \dot{\sigma} + \xi + u - \varphi_2 (J_{e2} - |\dot{e}_2|) \right]. \end{aligned} \quad (34)$$

由此, 可得到系统控制器为

$$u = f + \dot{\sigma} - \xi. \quad (35)$$

式中,  $f = \frac{B}{J}x_2 - \hat{x}_3(t) - k_2 \frac{\varphi_2}{J_{e2} - |e_2|} + \varphi_2 (J_{e2} - |\dot{e}_2|) - \frac{\varphi_1 (J_{e2} - |e_2|)^2}{J_{e1} - |e_1|}$ . 从而, 将上式代入式 (34) 整理可得

$$\dot{V}_2 = -k_1 \frac{\varphi_1^2}{(J_{e1} - |e_1|)^2} - \frac{k_2 \varphi_2^2}{(J_{e2} - |e_2|)^2} + \rho_1 \tilde{x}_3. \quad (36)$$

式中,  $\rho_1 = e_2 / (J_{e2} - |e_2|)^2$ , 由此, 构造系统 Lyapunov 函数为:

$$V_3 = V_2 + V_e. \quad (37)$$

式中  $V_2 = \varphi_1^2/2 + \varphi_2^2/2$ ,  $V_e = \eta^T P \eta / 2$ . 结合式 (29)、(34)、(36), 求式 (37) 的导数为:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= -\frac{k_1 \varphi_1^2}{(J_{e1} - |e_1|)^2} - \frac{k_2 \varphi_2^2}{(J_{e2} - |e_2|)^2} + \rho_1 \tilde{x}_3 + \\ &\quad \frac{1}{2} \eta^T (A^T P + PA) \eta + \eta^T P B \mu(t). \end{aligned} \quad (38)$$

其中  $P$  为大于零的正定矩阵, 令  $A^T P + PA = -2I$ ,

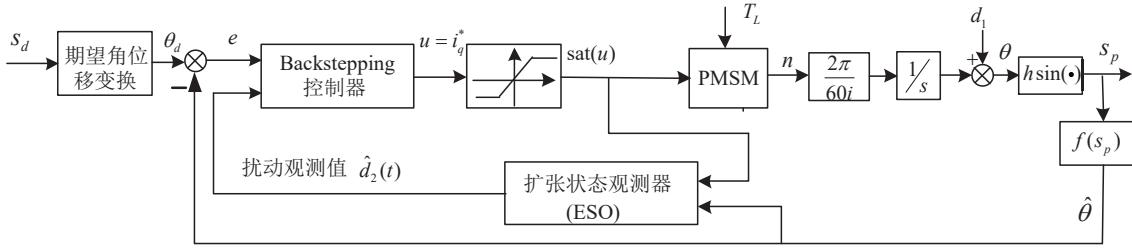


图 2 伺服电机驱动的连铸结晶器振动装置结构图

且由 Young 不等式可知:

$$\begin{cases} \eta^T \varepsilon \mu(t) \leq \frac{1}{2} \eta^T \eta + \frac{1}{2} \varepsilon^2 |\mu(t)|^2, \\ \rho_1 \tilde{x}_3 \leq \frac{1}{2} (\rho_1)^2 + \frac{1}{2} (\tilde{x}_3)^2. \end{cases} \quad (39)$$

式中  $\varepsilon = \lambda_{\max}\{PB\}$ . 由此式 (38) 变为

$$\dot{V}_3 \leq -\frac{k_1 \varphi_1^2}{(J_{e1} - |e_1|)^2} - \frac{k_2 \varphi_2^2}{(J_{e2} - |e_2|)^2} - \frac{1}{2} \eta^T \eta + \vartheta. \quad (40)$$

式中  $\vartheta = \frac{1}{2} \varepsilon^2 |\mu(t)|^2 + \frac{1}{2} \delta^2 + \frac{1}{2} \left( \rho_1 \frac{1.5 p \psi_f}{J_i} \right)^2 + \frac{1}{2} (\tilde{x}_3)^2$ . 由观测器误差有界可知,  $\tilde{x}_3$  是有界的. 由于  $|\mu(t)| < \delta_2$  有界, 故  $\vartheta$  有界. 根据文献 [29] 可知:

$$\dot{V} \leq -cV + \vartheta. \quad (41)$$

因此, 系统关于状态误差的  $\varphi_1$ 、 $\varphi_2$  与观测器对不确定性等摄动估计均一致有界.

综合上述分析可得如下定理:

**定理 2** 考虑饱和与振动位移跟踪误差预设控制问题, 针对模型 (24), 采用误差转换方程 (22) 和控制律 (35), 能够保证闭环系统中所有信号有界.

**定理 3** 辅助变量  $\xi$  能够保证系统饱和受限状态下跟踪误差有界.

**证明** 动态补偿量能够保证跟踪误差收敛

1) 当系统未饱和受限时, 根据式 (28)、式 (35) 可得  $\lim_{t \rightarrow \infty} |\xi(t)| = 0$ , 则根据定理 2 可得: 当  $t \rightarrow \infty$  时,  $|e(t)|$  有界稳定, 其中  $e(t) = [e_1(t), e_2(t)]$ .

2) 当系统出现饱和时, 采用 Lasalle-Yoshizawa 定理与式 (41) 可得: 当  $t \rightarrow \infty$  时,  $|e(t)|$  有界稳定.  $\square$

## 5 仿真研究

结合实验室伺服电机驱动的连铸结晶器实验装置, 根据选用的伺服电机实际参数 (如表 1 所示), 将本文所提出控制策略进行仿真研究, 同时与文献 [26] 所提控制方法进行对比, 用以验证所提出控制策略的有效性.

结晶器振动仿真曲线为德马克非正弦振动曲线  $s_{pd} = h \sin(wt - A \sin(wt))$ , 其中结晶器振

幅  $h = 3mm$ , 仿真时位移初始值  $y(0) = 1.5mm$ ;  $\omega = 2\pi f/60$ , 结晶器振动频率取  $f = 130$  次/分钟;  $A = \pi\varsigma/(2 \sin(\pi(1 + \varsigma)/2))$ ,  $\varsigma$  为非正弦波形偏斜率, 取  $\varsigma = 0.24$ .

表 1 伺服电机相关技术参数

物理参数	标称值
额定功率 $P_N$	20.4 kW
额定电流 $I_N$	45 A
额定转速 $n_N$	1500 r/min
转动惯量 $J$	0.0547 N·m <sup>2</sup>
摩擦系数 $B$	0.004 Nms/rad
转子永磁体磁链 $\Psi_f$	0.96 Wb
磁极对数 $p$	3
等效电感 $L$	0.0046 H
等效磁阻 $R$	0.14 Ω

对于结晶器时变负载扰动, 验证时选取  $T_L = 5.1335 + 6.4985 \sin(wt - A \sin(wt))N \cdot m$ ; 同时, 在  $t = 2.5s$  时, 负载突然增加  $5 N \cdot m$ , 以验证所设计观测器与控制器的鲁棒性.

本文所采用的线性扩张状态观测器 ESO 的具体参数为:  $\beta_1 = \beta_2 = 3$ ,  $\beta_3 = 1$ ,  $\omega_0 = 600$ , 已知结晶器负载上下限  $\bar{d}_2 = 40$ ,  $d_2 = 80$ . 因此, 对其状态估计值也进行了限幅.

本文控制策略  $e_1$  状态误差约束的界选取参数为:  $\lambda_0 = 2$ ,  $\lambda_1 = 0.2$ ,  $\nu_1 = 7$ , 与文献 [26] 参数选取一致; 状态误差约束的界选取参数为:  $\lambda_3 = 20$ ,  $\lambda_4 = 5$ ,  $\nu_2 = 7$ . 两个控制器选取的参数为:  $k_1 = k_2 = 100$ ; 系统 (24) 初始状态选取:  $x_1(0) = \pi/6$ ,  $x_2(0) = 10$ .

图 3 为 ESO 对系统扰动  $d_3(t)$  观测曲线. 由图可以看出: 在 ESO 观测初始阶段, 观测扰动值抖动明显且变化较大, 但很快消失; 同时, 在  $t = 2.5s$  负载突变时, 系统观测器能够快速跟踪信号变化, 观测效果良好.

图 4(a)、(b) 分别为系统 (24) 在两种不同控制方法下的状态  $x_1$  及其误差  $e_1$  的跟踪曲线. 图 (a) 中, 因初始时刻误差的存在, 有一定波动, 但在  $t = 0.08s$  后

很快跟踪期望信号进入稳态; 图(b)中可以明显看出: 本文所提出的控制策略与文献[26]相比较, 状态误差 $e_1$ 均在预设性能范围之内, 但本文控制策略的跟踪误差相对较小。同时, 在 $t=2.5s$ 时, 并没有因负载突变而产生突变, 两种控制方法均体现了良好的鲁棒性能。

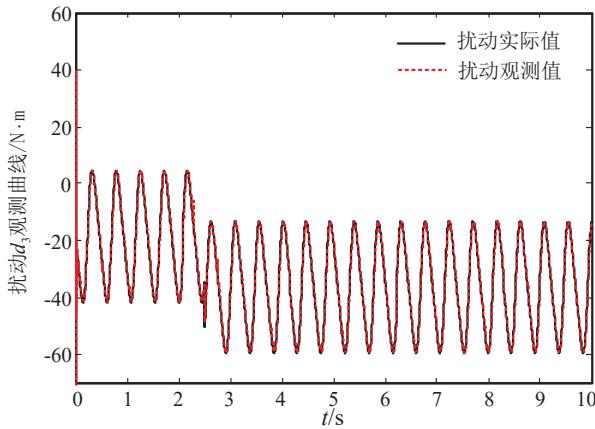


图3 扰动 $d_3(t)$ 观测曲线

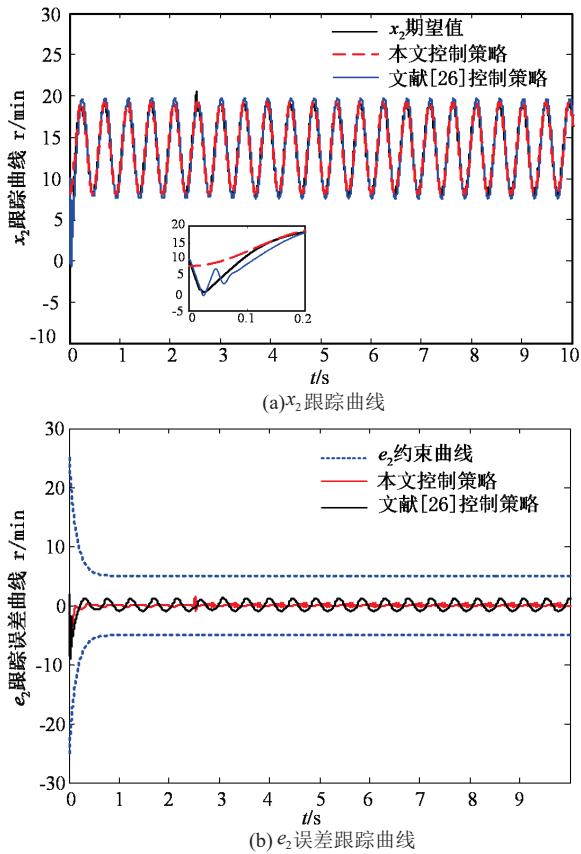


图4 系统状态 $x_1$ 与 $e_1$ 跟踪曲线

图5(a)、(b) 分别在两种不同控制方法下系统状态 $x_2$ 及其误差 $e_2$ 的跟踪曲线。图(a)中, 因系统初始状态 $x_2(0)=10$ 出现了短暂调整过程, 在 $t=0.2s$ 时 $x_2$ 调整时间结束进入稳态, 文献[26]方法波动较为明显, 而本文控制策略波动小, 跟踪速度较快; 同时, 在系统负载突变时刻( $t=2.5s$ ), 误差 $e_2$ 在本文

所提控制策略未产生明突变, 而后很快跟随给定, 控制精度和性能得到有效保证; 而文献[26]产生较小变化, 然后迅速进入稳态。

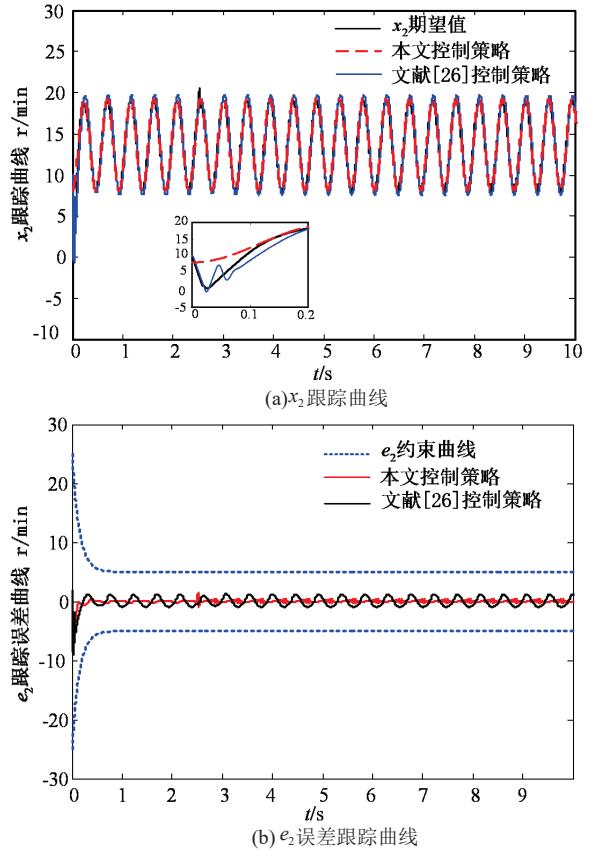


图5 误差约束跟踪曲线

## 6 结论

本文针对伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移控制系统存在的执行器输入饱和与状态受限问题, 考虑系统存在负载扰动、参数摄动等不确定性问题, 提出一种基于扩张状态观测器的跟踪误差预设性能反步控制策略。相比于文献[26]而言, 本文存在以下两个方面有所改进: 1) 针对控制饱和执行器饱和问题, 本文能够有效解决系统存在的饱和现象; 2) 在考虑状态约束方面, 本文通过采用 Backstepping 与预设性能控制相结合的方法, 引入中间辅助变量, 设计了振动位移控制系统, 在确保系统振动位移跟踪误差与控制速度跟踪误差均满足预先设定条件的情况下, 提高了系统动态性能与鲁棒性。最后, 通过系统仿真验证了所提控制策略的有效性。同时, 本文因控制器参数较多, 参数调整有一定难度, 后续可适当引入参数优化算法来简化参数选取, 以便提高结晶器振动位移控制系统的动静态性能。

## 参考文献 (References)

- [1] Araki T, Ikeda M. Optimization of mold oscillation for high speed casting-new criteria for mold oscillation[J].

- Canadian Metallurgical Quarterly, 1999, 38(5): 295-300.
- [2] 蔡开科. 连铸技术的进展 (一)[J]. 炼钢, 2001, 17(01): 7-12.  
(CAI K K. Development of technology for continuous casting[J], Steelmaking, 2001, 17(1): 7-12.)
- [3] Zhang X Z, Zheng X R, Liu Q G, et al. Investigation and application of non-sinusoidal oscillation technique of mold[J]. Journal of Iron and Steel Research International, 2013, 20(12): 19-24.
- [4] Meng X M, Zhu M Y. Optimization of non-sinusoidal oscillation parameters for slab continuous casting mould with high casting speed[J]. Ironmaking & Steelmaking, 2009, 36(4):300-310.
- [5] Ma Z, Fang Y M, Zheng H C, et al. Active disturbance rejection control with self-Adjusting parameters for vibration displacement system of continuous casting mold[J]. IEEE Access, 2019, 7: 52498-52507.
- [6] 李强, 方一鸣, 李建雄, 等. 伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统自抗扰控制 [J]. 电机与控制学报, 2020, 24(3): 147-156.  
(Li Q, Fang Y M, Li J X, et al. Active disturbance rejection control for vibration displacement system of continuous casting mold driven by servo motor[J]. Electric Machines and Control, 2020, 24(3): 147-156.)
- [7] [7] 亢克松, 方一鸣, 夏天, 等. 伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统模糊自整定 PID 控制 [J]. 燕山大学学报, 2015, 39(4): 334-340.  
(Kang K S, Fang Y M, Xia T, et al. Fuzzy self-tuning PID control of continuous casting mold vibration displacement system driven by servo motor[J]. Journal of Yanshan University, 2015, 39(4): 334-340.)
- [8] 马壮, 方一鸣, 李建雄, 等. 时变负载转矩伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统补偿控制 [J]. 中国机械工程, 2018, 29(003): 295-300.  
(MA Z, Fang Y M, Li J X, et al. Compensation control research of vibration displacement system for continuous casting mold driven by servo motor with time-varying load torque[J]. China Mechanical Engineering, 2018, 29(3): 295-300.)
- [9] 李强, 方一鸣, 李建雄, 等. 状态约束下连铸结晶器振动位移系统的抗干扰控制 [J]. 控制理论与应用, 2019, 36(9): 1557-1564.  
(Li Q, Fang Y M, Li J X, et al. Disturbance rejection control for continuous casting mold vibration displacement system with state constraints[J]. IET Control Theory and Application, 2019, 36(9): 1557-1564.)
- [10] Koiwa K, Kuribayashi T, Zanma T, et al. Optimal current control for PMSM considering inverter output voltage limit: model predictive control and pulse-width modulation[J]. IET Electric Power Applications, 2019, 13(12):2044-2051.
- [11] Qiao Z, Shi T, Wang Y, et al. New sliding-mode observer for position sensorless control of permanent-magnet synchronous motor[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 60(2):710-719.
- [12] Jung J W, Leu V Q, Do T D, et al. Adaptive PID speed control design for permanent magnet synchronous motor drives[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2014, 30(2): 900-908.
- [13] Zuo Y F, Zhu X Y, Quan L, et al. Active disturbance rejection controller for speed control of electrical drives using phase-locking loop observer[J], IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(3): 1748-1759.
- [14] Sira-Ramirez H, Linares-Flores J, Garcia-Rodriguez C, et al. On the control of the permanent magnet synchronous motor: an active disturbance rejection control approach[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2014, 22(5): 2056-2063.
- [15] Li S H, Zhou M M, Yu X H. Design and implementation of terminal sliding mode control method for PMSM speed regulation system[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2013, 9(4): 1879-1891.
- [16] Lee H, Lee J. Design of iterative sliding mode observer for sensorless PMSM control[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013, 21(4): 1394-1399.
- [17] Sergeant P, De Belie F, Melkebeek J. Effect of rotor geometry and magnetic saturation in sensorless control of PM synchronous machines[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2009, 45(3): 1756-1759.
- [18] Wu S F, Zhang J W. A robust adaptive control for permanent magnet synchronous motor subject to parameter uncertainties and input saturations[J]. Journal of Electrical Engineering and Technology, 2018, 13(5): 2125-2133.
- [19] Lai C, Feng G, Mukherjee K, et al. Torque ripple modeling and minimization for interior PMSM considering magnetic saturation[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2018, 33(3): 2417-2429.
- [20] Lai C, Feng G, Mukherjee K, et al. Torque ripple minimization for interior PMSM with consideration of magnetic saturation incorporating online parameter identification[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2017, 53(6): 1-4.
- [21] Lu S K, Wang X C. Command filtering-based neural network control for fractional-order PMSM with input saturation[J]. IEEE Access, 2019, 7(99): 137811-137822.
- [22] Tee K P, Ren B B, Ge S S. Control of nonlinear systems with time-varying output constraints[J]. Automatica, 2011, 47(11): 2511-2516.
- [23] Ilchmann A, Schuster H. PI-Funnel control for two mass systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(4): 918-923.
- [24] Bechlioulis C P, Rovithakis G A. Adaptive control with guaranteed transient and steady state tracking error bounds for strict feedback systems[J]. Automatica, 2009, 45(2): 532-538.
- [25] 亢克松, 刘乐, 方一鸣, 等. 伺服电机驱动的连铸结晶器振动位移系统反步滑模控制 [J]. 控制理论与应用,

- 2016, 33(11): 1442-1448.  
(Kang K S, Liu L, Fang Y M, et al. Backstepping sliding mode control for continuous cast mold oscillation displacement system driven by servo motor[J]. Control Theory & Applications, 2016, 33(11): 1442-1448.)
- [26] 李强, 方一鸣, 李建雄, 等. 伺服电机驱动的连铸结晶器振动系统受限状态下预设性能控制 [J]. 控制与决策, 2019, 34(3): 661-667.  
(Li Q, Fang Y M, Li J X, et al. The prescribed performance control for the mold vibration displacement system driven by sever motor with constrained states[J]. Control and Decision, 2019, 34(3): 661-667.)
- [27] Wang S, Ren X, Na J, et al. Extended state observer based funnel control for nonlinear servo mechanisms with prescribed tracking performance[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2017, 14(1): 98-108.
- [28] Hua C C, Liu G P, Zhang L L, et al. Output feedback tracking control for nonlinear time-delay systems with tracking errors and input constraints[J]. Neurocomputing,
- 2016, 173: 751-758.  
[29] 陈明, 安思宇. 基于反演算法的严格反馈非线性系统固定时间跟踪控制 [J]. 控制与决策, 2021, 36(1): 173-179.  
(Chen M, An S Y. Fixed-time tracking control for strict-feedback nonlinear systems based on backstepping algorithm[J]. Control and Decision, 2021, 36(1): 173-179.)

### 作者简介

马壮(1977-), 男, 副教授, 博士研究生, 主要研究方向为系统建模、非线性系统自适应与鲁棒控制研究, E-mail: tmzhuange\_mail@sina.com;

方一鸣(1965-), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为复杂系统的建模仿真与控制、自适应鲁棒控制理论与应用, 冶金工业自动化等, E-mail: fyming@ysu.edu.cn;

许淼(1993-), 女, 博士研究生, 目前研究方向为多航天器姿态协同跟踪控制, E-mail: 18332552097@163.com.

李强(1982-), 男, 博士, 从事伺服电机驱动连铸结晶器振动位移系统控制的研究, E-mail: liq20@163.com.